МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ РОСТОВСКОГО ОБЛАСТНОГО ИНСТИТУТА ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ И ПЕРЕПОДГОТОВКИ

РАБОТНИКОВ ОБРАЗОВАНИЯ


Специалыный выпуск № 8

# Издательство Ростовского областного института повышения квалификации 

Главный редактор А.М.Зекбиукий

Номер подготовлен заместителем главного редактора $А$.П.Притыко

Редакщионная комегия
Т.В.Барсукова (отв.секретарь), О.Г.Витюк, $\rho_{\text {.А.Жданова, А.В.Зевина. }}$
В.Ф.Кравченко, В.Я. Рыбникова, А.М. $\rho_{\text {ябченко, }}$, В.М.Федоров, В.Т.Фоменко

Над номером работаии:
$\rho_{\text {едакторы М.А.Коткова, А.Г.Ткаченко }}$ Компьютерный набор и верстка:

> Н.В.Кардашева

Печать: В.М.Котков, Л.Б.Косарь

Сдано в набор 2.06.2003.
Подписано в печать 28.07.2003. Усл. печ. л. 7,0.
Уч.-изд. к. 6,4. Тираж 600 әкз. $_{\text {. }}$
Заказ № 141. С 64.

Ростовский областной институт
повышения квалификации и переподготовки работников образования 344011. Ростов-на-Дону, пер. Геардейский 2/51 пер. Доломановский. Телефон 67-56-00.
Подписной индекс 53818 .
E-mail: ipkpro@aaanet.ru
www.ipkpro.aaanet.ru

Свидетельство о регистрации ПИ № 77-3558 от 31.05 .2000 в Министерстве Российской Федерации по делам печати, телерадиовеџания и средств массовых коммуникащнй

## (C) Ростовский областной институт

повышения квалификации и
переподготовкн работников образования, 2003

## ЧИТАЙТЕ В НОМЕРЕ

Начальная школаБазалей С. А. Что есть контооль в раввивающемобучении?3
Виноградова А. Н. Моя педагогическая философия ..... 10
Иностранный яяыкГалкина А.В. Игровые технологиипри обучении младших школьникованглийскому языку20
Математика
Пырков В.Е. Как я органияую общение учеников с математикой ..... 29
История
Постригань В.Н. Формируем гражданскую активность ..... 48

- методические проблемы преподавания анализа в средней школе;
- методические проблемы геометрического построения в средней школе и др.

Многие из этих проблем являются актуальными для современного математического образования, и гения Д.Д. Мордухай-Болтовского хватило настолько, что и через полвека высказываемые им идеи могут применяться в.современном школьном математическом образовании.

Одна из таких идей, которую он впервые высказал на I Всероссийском съезде ирсподавателей математики, а затем разработал в статье «Логика построения математической школьной дисциплины» ${ }^{2}$, касается применения принципа двойственности в преподавании курса геометрии средней школы. Причем сам принцип двойственности рассматривается не столько как математический, сколько как методический принцип.

Нами предпринята попытка внедрения этого принципа в школьный курс геометрии, и даже некоторые темы изложены с опорой на этот принцип, имеющий огромный потенциал для своего применения в преподавании геометрии.

## О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИНЦИПА ДВОЙСТВЕННОСТИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

Суть принципа двойственности заключается в том, что из одного верного высказывания путем замены входящих в него понятий на так называемые двойственные понятия можно получить другое, также верное высказывание.

Этот философский принцип, сформулированный французским ученым Понселе, находит своё применение во многих областях высшей математики (теория множеств, математическая логика, проективная геометрия и др.). Теснее всего принцип двойственности примькает к проективной геометрии и теории полюсов и поляр.

Открытие принципа двойственности облегчило изучение разделов геометрии. Так как при одновременном рассмотрении двойственньх понятий изложение стало более ясным и экономным, то стали появляться попытки перенести этот принцип в элементарную геометрию и даже построить на нем школьный курс. B конце XIX в. такая попытка была предпринята в Германии в учебнике по геометрии Henrici, Treutlein' ${ }^{3}$. В России исследованиями по применению принципа двойственности в элементарной геометрии занимались такие ученые, как Д.Д.Мордухай-Болтовской, М.Пистрак, М.П.Черняев, заложившие некоторые основы в изучении этого вопроса. Идеи, высказанные в этих работах, не нашли своего дальнейшего распространения, а сами работы являются на сегодняшний день библиографической редкостью.

В сложившейся современной образовательной ситуации, когда на уроках математики учащиеся всё чаще начинают оперировать таким новым понятием, как математическая модель, этот принцип находит своё новое преломление.

Методическое достоинство принципа двойственности заключается в том, что на его базе можно формировать у школьников обобщённое умение преобразования математических моделей. Принцип двойственности и навыки построения двойственньх математических моделей представляют в связи с этим особый интерес, так как в алгоритме построения двойственной математической модели реализуется идея радикального преобразования

[^0]исходной математической модели. В процессе таких преобразований можно формировать у школьников специфические прикладные приемы и навыки преобразования математической модели (транспонирование матриц, замена одних переменных другими, им двойственными и т.д.). К сожалению алгоритмы построения двойственных математических моделей и их использование в школе не изучаются, хотя возможности для этого даже в рамках программы имеются.

Рассмотрим возможности применения принципа двойственности в курсе геометрии основной школы. При изучении геометрии в школе понятие принципа двойственности не вводится, однако фигуры, двойственные друг другу, а также и некоторые их свойства встречаются и здесь. Рассмотрим несколько примеров:

Тема: «Отрезок, луч, угол, прямая».
Отрезок - это фигура, состоящая из двух точек, соединенных по прямой. Применив малый принцип двойственности, получим определение угла как фигуры, состоящей из двух прямых, соединенных в одной точке.

## Тема: «Четырехугольники».

Взаимными друг другу фигурами являются прямоугольник и ромб:

- Прямоугольником называется параллелограмм, у которого все углы прямые.
- Ромбом называется параллелограмм, у которого все стороны равны.

Анализируя их свойства, получим:

- В прямоугольнике все углы равны.

Взаимная: в ромбе все стороны равны.
-Диагонали в прямоугольнике равны.
Взаимная: диагонали ромба взаимноперпендикулярны.

- Точка пересечения диагоналей прямоугольника есть центр круга описанного. Взаимная - точка пересечения диагоналей ромба есть центр круга вписанного.


## Тема: «Окружность».

- В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

Взаимная: в любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна двум прямым.

Двойственными теоремами являются первый и второй признаки равенства треугольников: «Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны» - первый признак равенства треугольников. Исходя из двойственности отрезка и угла, получаем следующую формулировку: «Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треутольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны» - второй признак равенства треугольников. Аналогично применяя принцип двойственности, легко увидеть двойственность друг другу первого и второго признаков подобия треугольников.

Можно рассмотреть еще множество других примеров двойственных фигур, двойственных друг другу свойств фигур и двойственных теорем (теорема Чевы и теорема Менелая, теорема Паскаля и теорема Брианшона и др.).

Как видим, принцип двойственности имеет большой потенциал для своего применения в школьном курсе геометрии. Вопрос о его вхождении в школьную программу рассматривался еще на I Всероссийском съезде преподавателей математики (1912г.) по предложению Д.Д.Мордухай-Болтовского. Первые шаги по внедрению идеи двойственности (хотя и через идею полюсов и поляр) были сделаны в 1997 г. в учебном пособии для уча-

щихся школ и классов с углубленным изучением математики Л.С.Атанасян «Геометрия. Дополнительные главы к пкольному учебнику 9 класса».

Помимо того, что использование принципа двойственности значительно упрощает запоминание учащимися нового материала, у них появляется возможность самостоятельно формулировать и открывать новые теоремы.

Введение в школьный курс геометрии принципа двойственности было апробировано мною при проведении факультативного курса в математических классах лицея №33 г.Ростова-на-Дону. Усвоение материала учениками проходило естественно и легко, предложенные идеи получили одобрение и положительную оценку со стороны учителейматематики. Ниже предлагается программа этого факультатива.

# ФАКУПЬТАТИВНЫЙ КУРС «ДВОЙСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ" (для классов с углубленным изучением математики) ${ }^{4}$ 

## Пояснительная записка

В связи с усиливающейся дифференциацией обучения необходимо предоставить дополнительные возможности тем учащимся, которые в школе проявляют повышенный интерес к математике. Обучение в школах и классах с уплубленным изучением математики, участие в работе математических факультативов предполагают наличие уже проявившегося интереса учащихся к математике. Немалую роль в этом играет правильно организованная внеклассная работа по математике и, в частности, чтение определенных спецкурсов.

Целями изучения данного спецкурса в школе являются как основные цели изучения математики:

- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых для полноценной жизни в обществе;
- формирование представления об идеях и методах математики, о математике как форме описания и методе познания действительности;
- формирование обобщенного умения преобразования математических моделей;
- формирование представления о математике как части общечеловеческой культуры, понимания значимости математики для общественного прогресса;

так и цели частного характера:

- повьшение интереса к математике;
- выявление и развитие математических способностей учащихся;
- формирование прикладных приёмов и навыков радикального преобразования математической модели через построение ей двойственной;
- знакомство учащихся с математической литературой, литературой по внеклассному чтению;
- приобщение учащихся к коллективным формам работы;
- развитие исследовательских навыков, и навыков проектной деятельности;
- углубление, расширение математических знаний;
- воспитание уважения к «классическим» математическим произведениям и огношения к математической литературе вообще;
- формирование чувства гордости за достижения соотечественников и земляков математиков.

[^1]
[^0]:    ${ }^{2}$ ПФА РАН ф. 821 , о. 1, д. 9.
    ${ }^{3}$ Henrici, Treutlein «Lehrbuch der Elementargeometrie», Leipzig, 1883.

[^1]:    i ${ }^{4}$ Может быть использован и в обычной школе для учащихся, интересующихся математикой.

