

ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В.Е. ПЫРКОВ

**АВТОРСКИЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ**

Учебно-методическое пособие

Ростов-на-Дону

2009

УДК 51(072.8)

ББК 22.1.73

Пырков В.Е.

**Авторские образовательные технологии в обучении геометрии:
Учебно-методическое пособие для студентов педвузов и
педколледжей мат. спец. – Ростов-н/Д: ПИ ЮФУ, 2009. – 43 с.**

Пособие разработано в соответствии с программой курса «Технологии и методика обучения математики». Оно содержит материалы по методике обучения геометрии в основной школе посредством различных образовательных технологий.

Пособие может быть рекомендовано студентам и преподавателям педколледжей, студентам стационара и ОЗО, обучающимся в бакалавриате по направлению 050200 Физико-математическое образование, учителям математики.

Рецензент: канд. пед. наук *Михайлова И.А.*

Работа издана в авторской редакции

© Пырков В.Е., 2009

В курсе общей методики преподавания математики принято рассматривать понятия *педагогическая технология* и *технология обучения математике*. Более подробно описаны, ставшие уже классическими, технологии обучения математике, среди которых:

- технология эвристического обучения математике;
- технология активного обучения математике;
- технология программированного обучения математике;
- технология проблемного обучения математике;
- технология индивидуального и дифференцированного обучения математики и др.

В этом пособии мы рассмотрим более подробно использование в обучении геометрии *авторских технологий*.

Учебно-методическое пособие построено на модульной основе и содержит в себе материалы для оценки успешности усвоения его содержания. Раздел «Авторские образовательные технологии в обучении геометрии» представлен четырьмя модулями структура которых одинакова и содержит следующие компоненты:

- *рассматриваемые вопросы*, являющиеся аналогом плана лекции;
- *методический комментарий*, содержащий в себе основные теоретические положения по данному модулю, которые студент должен усвоить;
- *рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях*, предназначенная для самостоятельной работы студентов;
- *задания для студентов* практического характера для формирования профессиональных компетенций будущего учителя математики;

- вопросы для самоконтроля по содержанию модуля.

Если подходить к использованию учебно-методического пособия формально, то рекомендуется следующее его использование: методический комментарий представляет собой краткое содержание лекционного материала по каждому модулю, а остальные материалы могут служить основой для организации практических занятий по усвоению содержания каждого конкретного модуля.

**Тематический план изучения раздела
«Авторские образовательные технологии в обучении геометрии»**

№ модуля	Название модуля	Количество часов			Всего
		Лекции	Практич.	СРС	
1	Использование в обучении геометрии технологии УДЕ (Автор – П.М. Эрдниев)	2	2	3	7
2	Использование в обучении геометрии технологии на основе системы эффективных уроков (Автор – А.А. Окунев)	2	2	3	7
3	Использование в обучении геометрии технологии на основе решения задач (Автор – Р.Г. Хазанкин)	2	2	3	7
4	Использование в обучении геометрии технологии на основе опорных сигналов (Автор – В.Ф. Шаталов)	2	2	3	7
Всего:		8	8	12	28

Авторские технологии обучения математике появились в 80-х годах XX века. Их авторами, в основном, стали педагоги-новаторы представившие на общественный суд свой обобщенный педагогический опыт. Поражающие воображение своими результатами, эти технологии были встречены учителями математики с большим энтузиазмом, но вскоре их ожидало разочарование: опыт, отделенный от его создателя уже не давал тех блестящих результатов. Это связано с тем, что в общении обучающего и обучаемых есть такие нюансы, которые придают их отношениям неповторимость, исключая массовое тиражирование. Вряд ли представляется возможным технологизировать воспитание у школьников уважения к чужому мнению, к постоянному и систематическому учебному труду и многое другое. Тем не менее, авторские технологии обучения математике богаты интересными методическими приемами и дидактическими находками, знакомство с которыми будет полезно учителю математики. Рассмотрим возможности применения в обучении геометрии наиболее популярных авторских технологий обучения математике.

Использование в обучении геометрии технологии укрупнения дидактических единиц

Рассматриваемые вопросы:

- понятие УДЕ;
- специальные методы технологии УДЕ;
- методика использования в обучении геометрии метода противопоставления;
- методика использования в обучении геометрии метода сопоставления;
- методика использования в обучении геометрии логических схем доказательства теорем;
- понятие многокомпонентного задания его структура;
- методика разработки и использования многокомпонентных заданий в обучении геометрии;
- роль аналогии в технологии УДЕ и методика её использования для обобщения и конкретизации знаний.

Методический комментарий:

Технология укрупнения дидактических единиц (УДЕ) была предложена П.М. Эрдниевым¹ и получила дальнейшую разработку в трудах Б.П. Эрдниева и О.П. Эрдниева.

УДЕ – это элемент учебного процесса, составные части которого логически различны, но обладают в то же время информационной емкостью.

¹ Эрдниев Пюрья Мучкаевич – академик РАО, заслуженный деятель науки РСФСР.

Основная цель УДЕ – оптимизация учебного процесса: представить обучаемому за единицу времени возможно больший объем информации.

П.М.Эрдниев выделяет специальные методы, используемые в технологии УДЕ. Это «метод противопоставления» и «метод сопоставления», а также компактное оформление записи изучаемого материала и логических схем его содержания.

Приведем пример использования этих методов при обучении геометрии.

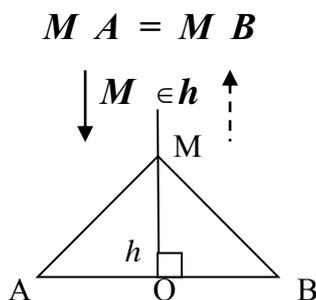
Действие метода противопоставления при одновременном доказательстве прямой и обратной ей теорем².

Прямая теорема

Каждая точка M , равноудаленная от концов данного отрезка AB , лежит на серединном перпендикуляре h к отрезку

Обратная теорема

Каждая точка M , лежащая на серединном перпендикуляре h к этому отрезку AB , равноудалена от концов этого отрезка



Доказательство:

$$\left. \begin{array}{l} MA=MB \text{ (по усл.)} \\ AO=OB \text{ (по усл.)} \\ MO - \text{общ. сторона} \end{array} \right\} \Delta AMO = \Delta BMO$$

$$\Rightarrow \angle AOM = \angle BOM \text{ (как сэрф³)}$$

$$\text{Но } \angle AOM + \angle BOM = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AOM = \angle BOM = 90^\circ \Rightarrow M \in h$$

Доказательство:

$$\left. \begin{array}{l} \angle AOM = \angle BOM = 90^\circ \text{ (т.к. } M \in h) \\ MO - \text{общая сторона} \\ AO=OB \text{ (по усл.)} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta AMO = \Delta BMO \Rightarrow MA=MB \text{ (как сэрф)}$$

Компактное оформление записи отражено в следующем:

² Эрдниева утверждают, что при использовании данного метода наблюдается существенная экономия времени как учителя, так и ученика. Так, если на освоение доказательства прямой теоремы требуется десять единиц времени, то на освоение обратной, изучаемой с ней совместно, требуется всего 2-3 единицы времени.

³ сэрф – соответственные элементы равных фигур

- параллельное доказательство прямой и обратной теорем проведено в двух параллельных столбцах;
- условие и заключение этих теорем оформлены в одной схеме;
- предлагается общий чертеж.

В качестве примера оформления записи с помощью логических схем приведем вариант доказательства свойства и признака параллелограмма (схема 1).

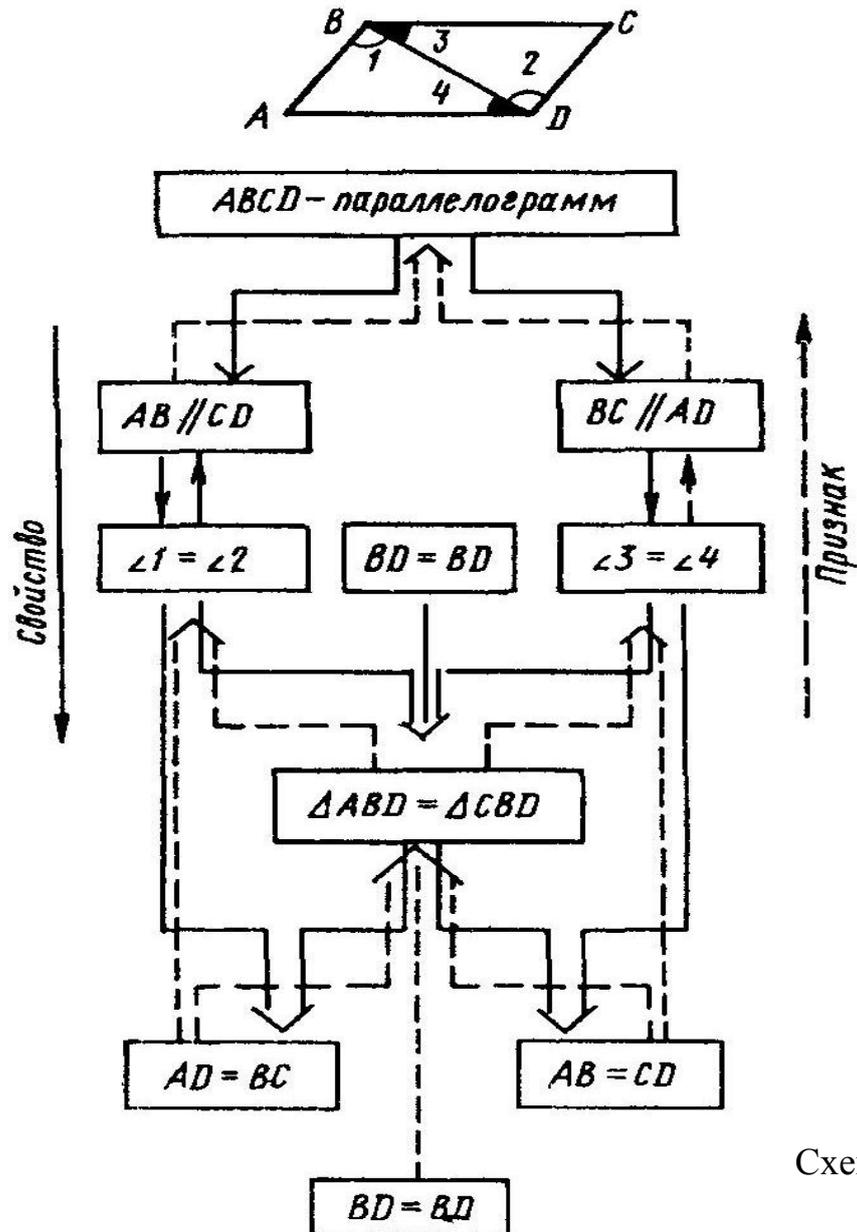


Схема 1.

Метод сопоставления заключается в сопоставлении родственных и аналогичных понятий, причем сопоставление может быть не только по содержанию, а и по способам изучения предлагаемого материала. Таковым

является, например, одновременное рассмотрение «синтетического» и координатного методов в решении задач на отыскание геометрических мест точек, на исследование взаимного расположения окружности и прямой, двух окружностей и т.д.

Система упражнений при работе по технологии УДЕ представляет собой многокомпонентное задание, структура которого может быть следующей:

1. Решение данной «готовой» задачи, предложенной учителем.
2. Составление и решение обратной задачи.
3. Составление и решение аналогичной задачи.
4. Составление и решение задачи, общей по некоторым элементам с данной.
5. Составление и решение задачи, обобщенной по параметрам данной задачи.

Приведенная структура не является эталоном и может видоизменяться при составлении многокомпонентных упражнений по конкретным темам.

Например:

Построить сечение пятиугольной призмы плоскостью, проходящей через три данные точки, лежащие на:

- а) боковых ребрах призмы;*
- б) боковых гранях призмы;*
- в) на её боковых ребрах и на боковой грани;*
- г) ребре ниже основания и на боковых гранях;*
- д) вне данной призмы и т.д.*

Далее аналогичные задания повторяются с пирамидой и т.д.

В работе над многокомпонентным заданием Эрдниева рекомендуют придерживаться следующих четырех этапов:

1. Составление геометрического упражнения.
2. Выполнение этого упражнения.
3. Проверка и исследование ответа.
4. Переход к родственному, но более сложному упражнению.

Большое внимание в технологии УДЕ уделяется всевозможным вариантам использования аналогии⁴.

Так, например, дается разъяснение аналогичных друг другу понятий:

«Если в $\frac{\text{четырёхугольнике}}{\text{шестиграннике}}$ противоположные $\frac{\text{стороны}}{\text{грани}}$ равны, то он называется параллелограммом (пипедом)».

Таким образом может быть проведена пропедевтика стереометрической аналогии для соответствующего планиметрического объекта.

Далее изучение свойств параллелепипеда значительно облегчается, если использовать следующие аналогии с параллелограммом:

Свойства параллелограмма	Свойства параллелепипеда
1. Диагонали прямоугольника равны.	1°. Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.
2. Квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов двух его измерений.	2°. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.
3. Противоположные стороны параллелограмма равны.	3°. Противоположные грани параллелепипеда равны.
4. Диагонали параллелограмма в точке их пересечения делятся пополам.	4°. Диагонали параллелепипеда в точке их пересечения делятся пополам.
5. Противоположные углы параллелограмма равны и т.д.	5°. Противоположные двугранные углы параллелепипеда равны.

Подобное использование аналогии положительно зарекомендовало себя в практике обучения математике, т.к. содействует углубленному пониманию

⁴ Заметим, что аналогия является достаточно мощным методом самостоятельного получения учениками «новых», не знакомых им знаний.

материала, качественному обновлению знаний, слиянию воедино знаний приобретенных отдельно друг от друга.

Эрдниева рассматривают аналогию не только как метод для получения обобщенных знаний, но и как метод используемый для конкретизации этих обобщенных знаний.

Приведем пример. В курсе геометрии старшей школы изучаются следующие многогранники: призма, пирамида, усеченная пирамида. Полезно выяснить, что призма и пирамида могут рассматриваться как предельные случаи усеченной пирамиды: когда верхнее основание её становится равным нижнему основанию или стягивается в точку. Следовательно, формулу для вычисления объема усеченной пирамиды можно применять и для

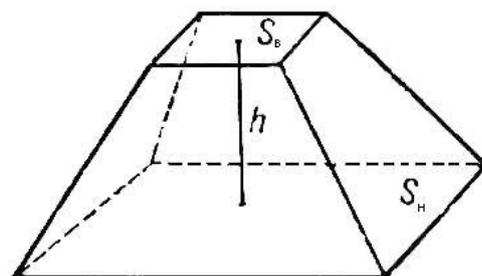
вычисления объема как призмы, так и пирамиды: $V_{ус.пир.} = (S_n + S_e + \sqrt{S_n \cdot S_e}) \cdot \frac{H}{3}$

Для призмы $S_n = S_e = S$, поэтому

$$V_{пр} = (S + S + \sqrt{S \cdot S}) \cdot \frac{H}{3} = S \cdot H$$

Для пирамиды $S_e = 0$, поэтому

$$V_{пир} = (S + 0 + \sqrt{S \cdot 0}) \cdot \frac{H}{3} = S \cdot \frac{H}{3}.$$



Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 1

1. **Эрдниева Б.П.** О технологии творческого обучения математике // Математика в школе, №6, 1990.
2. **Эрдниева О.П.** От задачи к задаче – по аналогии. Развитие математического мышления. – М.: АО «Столетие», 1998.
3. **Эрдниева О.П., Эрдниева Б.П.** Технология УДЕ в 7-8 классах // Математика в школе, №2, 1996.
4. **Эрдниева П.М.** Аналогия в математике. М.: Знание, 1971.

5. *Эрдниева П.М.* Очерки по методике преподавания математики в средней школе. Элиста, 1968.
6. *Эрдниева П.М.* Преподавание математики в школе (Из опыта обучения методом укрупненных упражнений). М.: Просвещение, 1978.
7. *Эрдниева П.М.* Сравнение и обобщение при обучении математике. М.: Учпедгиз, 1960.
8. *Эрдниева П.М.* Укрупнение дидактических единиц как технология обучения. В 2 ч. М.: Просвещение, 1992.

Задания студентам

1. Подготовить ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Изучите статью: *Эрдниева П.М., Эрдниева Б.П.* Синтез геометрического и алгебраического как средство достижения качественного математического знания // Математика в школе. – 2000, №6. и выпишите в конспекты примеры приложения метода сопоставления к способам изучения материала при одновременном рассмотрении синтетического и координатного методов решения геометрических задач.
3. Рассуждая по аналогии, покажите, что формулу для вычисления площади трапеции $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$ можно применять и для вычисления площадей параллелограмма и треугольника.
4. Попробуйте самостоятельно найти стереометрический аналог теоремы Пифагора и доказать её справедливость.
5. Изучив любые три источника из списка рекомендуемой литературы к модулю 1, оформите в конспектах аннотацию к ним.
6. Разработайте конспект урока геометрии с использованием элементов технологии УДЕ.

Вопросы для самоконтроля

1. Приведите известные вам биографические сведения об авторах технологии УДЕ.
2. Охарактеризуйте сущность технологии УДЕ.
3. Какие специальные методы используются в технологии УДЕ?
4. Приведите пример действия метода противопоставления при одновременном доказательстве прямой и обратной теоремы.
5. В чем заключается компактное оформление записи доказательства при использовании технологии УДЕ?
6. Составьте логическую схему доказательства свойства и признака параллелограмма. Поясните методику работы с ней.
7. В чем заключается сущность метода сопоставления в технологии УДЕ?
8. Приведите примеры использования метода сопоставления в обучении геометрии.
9. Какова структура многокомпонентного задания в технологии УДЕ?
10. Приведите примеры многокомпонентных заданий по курсу геометрии основной школы.
11. Охарактеризуйте основные этапы работы с многокомпонентным заданием в технологии УДЕ.
12. Каковы возможности использования аналогии в технологии УДЕ?
13. Приведите примеры использования аналогии при формировании геометрических понятий в технологии УДЕ.
14. Приведите примеры использования аналогии при изучении свойств геометрических фигур в технологии УДЕ.
15. Приведите примеры использования аналогии при выводе геометрических формул в технологии УДЕ.

Использование в обучении геометрии технологии на основе системы эффективных уроков

Рассматриваемые вопросы:

- целевые ориентиры технологии на основе системы эффективных уроков А.А. Окунева⁵;
- характерные черты технологии на основе системы эффективных уроков;
- понятие мастерской как инновационной формы обучения геометрии;
- обобщенная технология организации занятий в форме мастерской;
- различные варианты построения мастерских при обучении геометрии;
- урок-бенефис в технологии на основе системы эффективных уроков;
- зачетное занятие в технологии на основе системы эффективных уроков.

Методический комментарий:

Основная цель технологии – развитие способных детей.

Характерными чертами технологии являются:

- создание и поддержание высокого уровня познавательного интереса и самостоятельной умственной активности учащихся;
- высокий положительный уровень межличностных отношений учителя и учащихся;
- применение разнообразного арсенала методов и средств обучения;
- объем и прочность полученных учениками на уроке знаний, умений и навыков.

⁵ Окунев Анатолий Арсеньевич – заслуженный учитель РСФСР, лауреат премии им Н.К. Крупской.

Характерные черты позиции учителя:

- воспитывать веру ученика в свои силы, научить радоваться общению с педагогом, товарищами;
- чутко откликаться на мысли ученика;
- делать урок эмоционально ярким;
- создавать психологический комфорт для класса.

Основной формой проведения занятий по изучению нового материала является «**мастерская**». Мастерская состоит из ряда заданий, которые направляют работу учащихся в нужное русло, но внутри каждого задания учащиеся свободны. Важным признаком мастерской является необходимость выбора учеником пути исследования, средств для достижения цели, темпа работы и т.д. Мастерская начинается с выявления знаний каждого ученика по данному вопросу, затем эти знания обогащаются и корректируются в процессе обсуждения в группе, и только после этого точка зрения группы объявляется классу. Знания еще не раз корректируются в результате сопоставления своей позиции с позицией других групп, в том числе и с позицией учителя на равных правах.

Поясним структуру занятия построенного по данной технологии конкретными примерами.

Тема: «Параллелограмм и его площадь». Рассмотрим возможные варианты построения мастерской «Параллелограмм».

Вариант первый

Работа идет в парах.

I. Напишите план изучения этой темы, перечислите все, что вы хотели бы узнать о параллелограмме.

II. Разговор в четверках, обмен соображениями.

III. Слушаем четверки. Учитель пишет общий план на доске, корректируя по ходу обсуждения порядок изучения вопросов. Что может быть в плане? 1) Определение. 2) Свойства. 3) Признаки. 4) Площадь.

Хорошо, если кто-нибудь догадается включить вопрос: виды параллелограмма. Но для начала достаточно и этих вопросов.

IV. Дальше дается полная свобода. На отдельном листе, работая в четверках, можно исследовать любые из этих вопросов. На эту работу дается около 20 мин. Затем каждая группа получает кусок доски, если досок в классе много, или пишет фломастером на большом листе все, что она сумела сделать.

V. Защита четверками результатов своих исследований.

VI. На дом задается соответствующий параграф учебника (§4⁶), из которого ребята должны получить всю информацию, которую не могли добыть сами.

Стоит привлечь внимание ребят к вопросам 5, 6, 7, которые даны после параграфа.

Вопросы: 5) Можно ли вычислить площадь параллелограмма по формуле площади трапеции? 6) По какой одной и той же формуле можно вычислить площади треугольника, трапеции и параллелограмма? – заставляют еще раз пересмотреть, казалось бы, простой, очевидный материал.

Вариант второй

Работа идет в четверках.

I. Нарисуйте различные виды параллелограмма (ромб, квадрат, общий вид).

II. Подумайте, как можно распознать параллелограмм среди других фигур.

Ребята перечисляют условия, обосновывают, что по ним можно отличить параллелограмм от других фигур. Учитель фиксирует все перечисленные условия на доске.

III. Предлагается взять какие-нибудь из перечисленных условий и сочинить определения параллелограмма.

⁶ Имеется в виду учебник: «Геометрия для 8-9 классов» А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик.

IV. Слушаем четверки. Учитель фиксирует определения на доске.

V. Подумайте, можно ли оставшиеся условия считать признаками параллелограмма. Сформулируйте эти признаки и попробуйте доказать.

VI. Слушаем четверки.

VII. Читаем пп. 4.1, 4.2 на с.51-52 учебника. Соглашаемся или нет с авторской позицией.

VIII. Ученики знакомятся с п.4.5.

IX. Обсуждаем.

После мастерской обычно следует урок решения задач. А.А. Окунев предлагает в качестве организационной формы подобных уроков использовать **урок-«бенефис»**. Двум ученикам, обычно среднему и чуть-чуть посильнее дается одна и та же задача. Они её решают дома, показывают перед уроком-«бенефисом» найденное решение учителю.

Обычно тихий, незаметный ученик на уроке-«бенефисе» находится в центре внимания своих товарищей. Чувство ответственности, которое, как правило, хорошо развито у таких ребят, и огромное желание оправдать надежды учителя помогают ему мобилизовать все свои мыслительные способности. Он знает, что от него ждут красивого решения, а добиться этого можно лишь в результате огромной кропотливой исследовательской работы над условием задачи.

Классу тоже сообщается «бенефисная» задача, поэтому он готов к обсуждению. Ученики по очереди представляют свои решения, класс задает вопросы, комментирует, соглашается или нет.

В теме «Параллелограмм и его площадь» бенефисной задачей может служить задача №4.8. В учебнике предлагается решение пункта б) её условия, являющееся хорошим, первоклассным образцом исследовательской работы для самостоятельного поиска учащимися решения оставшихся пунктов.

Заключительным при изучении каждой темы является **зачетное занятие**, которое желательно проводить на сдвоенном уроке. Каждый ученик

отвечает устно на билет и пишет контрольную работу. Перед зачетом проводится сдвоенный урок, на котором ученики опрашивают друг друга по списку вопросов к теме.

Приведем в качестве примера вариант зачетной работы по теме «Площади многоугольных фигур».

Устный опрос

Вопросы:

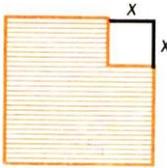
- 1) Сумма углов выпуклого n -угольника (см. п. 1.3);
- 2) Теорема о средней линии треугольника (см. п. 1.5);
- 3) Площадь прямоугольного треугольника (см. п. 3.1);
- 4) Площадь произвольного треугольника (см. п. 3.2);
- 5) Площадь трапеции (см. п. 3.4);
- 6) Свойства и признаки параллелограмма (см. п. 4.1, 4.2);
- 7) Площадь параллелограмма (см. п. 4.3);
- 8) Свойства и признаки прямоугольника (см. п. 4.4);
- 9) Свойства и признаки ромба (см. п. 4.4).

Задачи к устному зачету: №1.3, 1.11, 1.12, 1.36, 1.40, 2.2, 2.4, 2.7, 2.10, 2.25, 3.6, 3.12, 4.16.

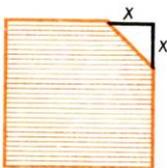
Пример билета к зачету.

Билет к устному зачету по теме «Площади многоугольных фигур»

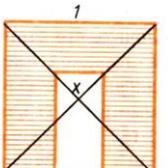
1. Площадь произвольного треугольника.
2. Свойства и признаки прямоугольника.
3. Выбери рисунок и вырази как функцию от x площадь закрашенной части квадрата со стороной равной 1.



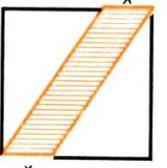
a)



b)



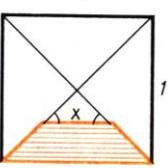
c)



d)



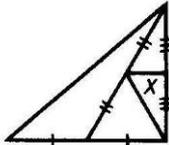
e)



f)

Письменная работа

Зачетная контрольная работа

1. Найдите площадь параллелограмма по его периметру P и двум высотам H_1 и H_2 . (Ответ. $S = \frac{PH_1H_2}{2(H_1+H_2)}$. Указание. $S = aH_1$, $aH_1 = bH_2$, $a + b = \frac{P}{2}$, отсюда $a = \frac{H_2P}{2(H_1+H_2)}$.)
2. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Докажите, что если $S_{\Delta AOB} = S_{\Delta COD}$, то $BC \parallel AD$. Верно ли обратное утверждение? (Ответ. Верно.)
3. Вычислите неизвестную площадь треугольника x (рис.1), если площадь большого треугольника равна S . (Ответ. $x = \frac{1}{8}S$)

4. Восстановите параллелограмм, если на рисунке сохранились две вершины и точка пересечения диагоналей. (Указание. Рассмотреть два случая: 1. Три точки лежат на одной прямой; 2. Три точки не лежат на одной прямой.)
5. Длины сторон прямоугольника 8 см и 18 см. Как разрезать его на две части, из которых можно сложить квадрат?

В качестве еще одного примера построения мастерских при обучении геометрии с использованием технологии системы эффективных уроков А.А. Окунева приведем мастерскую состоящую из серии уроков и посвященную изучению теоремы Пифагора⁷.

Уроки 1, 2.

I. Нарисуйте прямоугольный треугольник, обозначьте его стороны a , b , c .

⁷ Этот и многие другие примеры построения мастерских при изучении геометрии читатель может найти в книге [4].

II. В парах. Посмотрите на сделанный вами рисунок и на чертежный треугольник – модель прямоугольного треугольника. Напишите, чем отличается рисунок треугольника от его модели.

III. Слушаем ответы пар. Некоторые ответы:

- Рисунок – изображение на плоскости, а модель имеет объем.
- Чертеж плоскостной, модель в пространстве.
- Чертеж построен циркулем и линейкой, а модель выполнена под действием пресса.

- Модель и рисунок отличаются по площади, периметру, величине углов и сторон.

- С помощью модели треугольника можно получить его рисунок.

- Рисунок – изображение любого прямоугольного треугольника с любыми сторонами, с любой величиной углов. Это как бы обобщенный образ прямоугольного треугольника. Модель – конкретный треугольник с фиксированными сторонами.

- Рисунок позволяет исследовать общие свойства для всех прямоугольных треугольников, не сковывает мысль конкретными, определенными данными.

IV. В четверках (лучше, если в четверках соберутся ребята разной силы). *Задание.* Посмотрите на рисунок прямоугольного треугольника. Сосредоточьте свой взгляд, свое внимание лишь на его сторонах. Запишите на листе все проблемы, которые возникают при исследовании зависимости между длинами отрезков, длинами сторон прямоугольного треугольника.

V. Слушаем четверки (через 5-7 мин). Некоторые вопросы:

- Почему сумма катетов больше гипотенузы?
- Почему прямоугольный треугольник не может быть равносторонним?
- Останется ли треугольник прямоугольным, если увеличить или уменьшить одну из его сторон?
- Может ли катет быть длиннее гипотенузы?

- Попадает ли каждая отдельная сторона прямоугольного треугольника в полную зависимость от двух других его сторон?

- Любые ли три отрезка могут быть сторонами прямоугольного треугольника?

- Сколько надо знать длин отрезков, чтобы построить прямоугольный треугольник?

- Можно ли, зная лишь длину одной стороны, имея лишь один отрезок, построить прямоугольный треугольник?

- Можно ли в прямоугольном треугольнике, зная длины двух сторон, найти третью?

VI. В парах, а затем в четверках обсудить последнюю проблему (если ребята её не сформулируют, учитель может на равных предложить её сам). Начните с изображения на рисунках всевозможных ситуаций (катеты a , b , гипотенуза – ?, гипотенуза c , катет b , другой катет – ?, гипотенуза c , катет a , другой катет – ?). Группы исследуют одну из двух первых ситуаций.

VII. В четверках предлагается исследовать, какие варианты треугольников возможны в первом случае (когда даны два катета), и начать работу с самым простым из них.

Ребята рисуют равнобедренный прямоугольный треугольник с катетом a и придумывают способ вычисления гипотенузы.

VIII. Четверкам предлагается еще задача. Имеются плитки, форма которых есть прямоугольный равнобедренный треугольник с катетом a . Надо уложить этими плитками квадрат со стороной $4a$ и узнать длину диагонали этого квадрата.

IX. Слушаем четверки (через 8-10 мин). Если четверки не придумают ничего, можно на рисунке обвести квадрат, сторонами которого являются диагонали этих плит (со стороной a), и обозначить эти диагонали c . В крайнем случае можно выслушать все четверки, их гипотезы: это и будет начало «мозгового штурма».

X. В парах. Обобщите найденный результат ($c^2=2a^2$) для случая разностороннего прямоугольного треугольника.

XI. В четверках. Сформулируйте фразу выражающую равенство $c^2=a^2+b^2$, которое связывает площади трех фигур.

XII. Слушаем четверки.

XIII. В четверках. Нарисуйте чертеж, убеждающий, что площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах. И подпишите под рисунком слово «смотри».

Задача поставлена чрезвычайно трудная, поэтому возможно, что она останется на дом⁸.

Урок 3.

I. Те, кто справился с домашним заданием, нарисовал картинку, объединяются в четверки, показывают друг другу, что они нарисовали. Затем придумывают другие варианты рисунков, на которых «видно» доказательство этого равенства.

II. Остальные тоже объединяются в четверки и получают задание: На доске написано $c^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$. Подумайте, о площадях каких фигур идет речь в каждой части равенства $c^2=(a+b)^2-2ab$, и изобразите каждую из них отдельно.

III. Четверки изображают фигуры на доске: квадрат со стороной $a+b$, квадрат со стороной c , два прямоугольника со сторонами a и b .

IV. В четверках. Сформулируйте фразу о площадях этих фигур, закодированную в рассматриваемом равенстве. Фразу составьте в форме «Если ..., то ...». (Если от квадрата площадью $(a+b)^2$ отрезать два прямоугольника со сторонами a , b , площадью ab , то останется фигура, площадь которой равна площади квадрата со стороной c). Нарисуйте картинку (одну фигуру), иллюстрирующую эту фразу, на которой были бы

⁸ Первые два урока мастерской не закончились доказательством теоремы, но подготовлена почва не только для доказательства, но и для его восприятия. Теорема Пифагора – одна из самых важных в курсе геометрии, и поэтому, по мнению А.А. Окунева, она достойна пристального внимания, а не молниеносного изложения и записи в тетрадь её доказательства.

представлены все изображенные ранее отдельно фигуры – квадраты, прямоугольники.

V. В четверках. Посмотрите на рисунок и выясните те проблемы, которые остались нерешенными и из-за которых равенство $c^2=a^2+b^2$ нельзя считать доказанным.

Пр о б л е м ы : 1) Почему прямоугольные треугольники на рисунке равны данному? 2) Почему фигура в центре рисунка – квадрат со стороной c ?

VI. В парах. Дайте строгое доказательство теоремы Пифагора. Длительный период поиска доказательства теоремы Пифагора был компенсирован легкостью её запоминания. И самое главное, состоялся хороший серьезный разговор со сверстниками, каждый был причастен к поиску.

VII. В качестве домашнего задания хорошо предложить подумать над задачей №5.21, которая предоставляет прекрасную возможность найти еще три доказательства.

Урок 4.

I. В парах. Расскажите друг другу любое доказательство теоремы Пифагора.

II. Предлагается сделать на доске чертеж всем, кто хочет поделиться найденным самостоятельно доказательством теоремы Пифагора. Остальные ученики эти пять минут должны занять себя сами. Если кто-то захочет почитать параграф – пусть читает; если порешать задачи, или поговорить с соседом по домашним задачам, или просто посидеть подумать, или понаблюдать за тем, что делают остальные, – их право.

III. Слушаем.

IV. Слово мастера. По свидетельству Ф.Клейна, знаменитый философ Шопенгауэр «... считает цепь отдельных логических выводов, которую должно содержать строгое математическое доказательство, недостаточной и невыносимой. Он хочет сразу, так сказать, с одного взгляда, интуитивно

убеждаться в истинности теоремы»⁹. Шопенгауэр утверждает, что «существует якобы еще другой метод математических доказательств, который выводит математическую истину непосредственно из интуиции ... осуждает всю евклидову систему, в особенности евклидово доказательство пифагоровой теоремы служит предметом его нападков. Он называет это доказательство «мышеловочным»: оно, пожалуй, действительно в конце концов заставляет согласиться со справедливостью утверждения тем, что коварно запирает поочередно все, какие только могут быть, выходы, но никогда не приводит к внутреннему познанию истины».¹⁰

Шопенгауэр предлагает евклидово доказательство теоремы Пифагора заменить доказательством Платона, которое можно понять при одном только взгляде (рис. 1). Посмотрите и вы на этот рисунок и постарайтесь увидеть теорему Пифагора и её доказательство.

V. Слушаем.

VI. Дается еще один рисунок академика А. Прингсхайма (рис. 2). По нему опять доказываем теорему Пифагора¹¹.

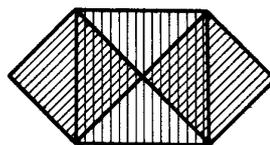


Рис. 1

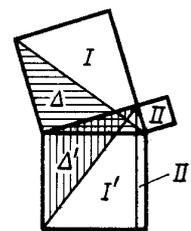


Рис. 2

VII. Если успеем, то слушаем, если нет – задание переходит на дом, с него начинается следующий урок.

Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 2

1. **Окунев А.А.** Как учить не уча. СПб.: Питер Пресс, 1996.
2. **Окунев А.А.** Размышление о целях и содержании дидактических материалов // Математика в школе, №6, 1997.
3. **Окунев А.А.** Спасибо за урок, дети! О развитии творческих способностей учащихся. Книга для учителя. М.: Просвещение, 1988.

⁹ Элементарная математика с точки зрения высшей. Т. II. Геометрия. – М.: Наука, 1987. – С. 363

¹⁰ Там же.

¹¹ Интересный для работы материал по этой теме читатель может найти в журнале «Квант» №11 за 1981 г. в статье Р. Рубинова «По следам теоремы Пифагора».

4. *Окунев А.А.* Углубленное изучение геометрии в 8 классе. М.: Просвещение, 1996.

5. *Окунев А.А.* Углубленное изучение геометрии в 9 классе. М.: Просвещение, 1997.

Задания студентам

1. Подготовьте ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Изучите книгу: *Окунев А.А.* Углубленное изучение геометрии в 9 классе. М.: Просвещение, 1997. и выпишите в конспекты примеры построения мастерских.
3. Изучив любые два источника из списка рекомендуемой литературы к модулю 2, оформите в конспектах аннотацию к ним.
4. Разработайте конспект урока геометрии в форме мастерской.

Вопросы для самоконтроля

1. Приведите известные вам биографические сведения об авторе технологии обучения на основе системы эффективных уроков А.А. Окуневе.
2. Охарактеризуйте целевые ориентиры технологии А.А. Окунева.
3. Каковы характерные черты технологии А.А. Окунева?
4. Какова позиция учителя в технологии А.А. Окунева?
5. Какие формы организации учебного процесса образуют систему эффективных уроков по А.А. Окуневу?
6. Каковы основные признаки урока-мастерской?
7. Какова структура урока построенного в форме мастерской?
8. Какова методика организации урока-бенефиса? В чем его сущность?
9. Охарактеризуйте методику проведения зачетного занятия в системе эффективных уроков А.А. Окунева. Какова его структура?

Использование в обучении геометрии технологии на основе решения задач

Рассматриваемые вопросы:

- целевые ориентиры и концептуальные положения технологии обучения Р.Г. Хазанкина¹² на основе решения задач;
- основные формы учебных занятий в технологии Р.Г. Хазанкина;
- урок-лекция и его специфика в технологии обучения Р.Г. Хазанкина;
- урок решения ключевых задач и методические особенности его организации и проведения;
- урок-консультация и его специфика в технологии обучения на основе решения задач;
- зачетный урок и специфика методики его проведения в рамках «вертикальной педагогики» Р.Г. Хазанкина;
- характеристика позиции учителя в технологии Р.Г. Хазанкина.

Методический комментарий:

Целевые ориентиры технологии:

- обучение всех на уровне стандарта;
- увлечение детей математикой;
- «выращивание» талантливых.

Концептуальные положения технологии:

¹² Хазанкин Роман Григорьевич – кандидат педагогических наук, учитель математики г.Белоречка, заслуженный учитель школы РСФСР, лауреат премии им Н.К. Крупской, лауреат Государственной премии 1992 г., академик РАО.

- Личностноориентированный подход, создание ситуации успеха, широкое использование обучения в сотрудничестве.

- Обучение математике = обучение решению задач \Rightarrow обучать умениям типизации математических задач + умениям решать типовые задачи.

- Индивидуализация обучения «трудных» и «одаренных».

- Органическая связь индивидуальной и коллективной деятельности.

- Управление общением старших и младших школьников.

- Гармоничное сочетание урочной и внеурочной форм работы.

В системе форм учебных занятий особое значение имеют нетрадиционно построенные урок-лекция, урок решения ключевых задач, урок-консультация, зачетный урок. Рассмотрим специфику основных форм учебных занятий построенных по технологии Р.Г. Хазанкина.

• **Урок-лекция** раскрывает новую тему крупным блоком и экономит время для дальнейшей творческой работы. Структурные элементы урока-лекции:

- мотивация, обоснование необходимости изучения темы;

- постановка проблемных ситуаций, их анализ;

- работа с утверждениями по определенной схеме;

- обсуждение круга вопросов, которые близки к теме лекции и предлагаются для самостоятельной работы;

- сообщение материала, выносимого на зачет, список литературы, дата проведения зачета;

- разбор решения ключевых задач по теме.

Как подчеркивает сам Р.Г. Хазанкин, спецификой школьного урока-лекции является то, что он представляет собой «диалог, собеседование учителя с классом. При этом учитель как бы предлагает ученикам прогуляться по прекрасным окрестностям некоторого дидактического островка, вместе с ним полюбоваться замечательной природой этого островка, увлечься, зажечься и получить некоторое направление для

самостоятельной исследовательской работы и для дальнейшей совместной деятельности».

В качестве примера, приведем фрагмент урока-лекции на тему «Задача для исследования» для учащихся 9 класса.

Р.Г.: Ребята, мы сегодня рассмотрим одну очень красивую задачу. Я хотел бы чтобы вы почувствовали всю красоту математики которую содержит эта задача, чтобы вы на уроке активно участвовали в её решении и дома его продолжили.

Задача. Даны две пересекающиеся окружности. Через точки пересечения окружностей T и M проведены две секущие. Секущие пересекают одну из окружностей в точках A и B , а другую в точках C и D . Доказать, что $AB \parallel CD$.

Далее в классе рассматривается доказательство пяти различных случаев возможного расположения окружностей и секущих, намечаются направления дальнейшего исследования (сообщается, что учащиеся десятого класса обнаружили шестнадцать различных случаев).

• **Урок решения ключевых задач.** Учитель вместе с учащимися вычленяет минимальное число основных задач по теме, вооружает учащихся методами их распознавания и решения.

Основные виды работы с задачами:

- решение задачи различными методами;
- решение системы задач;
- самостоятельное составление задач: аналогичных, обратных, обобщенных;
- решение конкурсных и олимпиадных задач.

После разбора ключевых задач учитель организует работу так, чтобы все в классе получили достаточную тренировку в их распознавании, решении, а затем и в составлении. Ребятам рекомендуется иметь схемы решения, которыми в дальнейшем можно пользоваться и на уроках, и на контрольных работах.

Так, например, при изучении темы «Площадь» выделяется десять основных приемов решения задач и рассматриваются соответствующие им ключевые задачи. Среди этих приемов такие как:

- использование свойства аддитивности площади;
- использование монотонности;
- метод включений и исключений;
- инвариантность площади относительно перемещения;
- использование свойства отношения площадей подобных фигур;
- использование соображений иррациональности значения площади и др.

• **Урок-консультация.** Учитель отвечает на вопросы, которые задают ученики по заранее подготовленным карточкам. Основными целями урока-консультации являются:

1) самостоятельный подбор учащимися задач повышенной сложности по объявленной теме урока-консультации, а следовательно и приобретение практического навыка в типизации математических задач;

2) знакомство учащихся с дополнительной математической литературой и методико-математической периодикой;

3) разбор задач повышенной сложности по обозначенной теме, получение образцов поиска хода исследования незнакомой задачи и письменного оформления ее решения.

• **Зачетный урок.** Организация зачетного урока опирается на преимущества пропагандируемой Р.Г. Хазанкиным «вертикальной педагогики»: у каждого ученика имеется научный руководитель из класса на ступеньку выше и подшефный ученик из класса на ступеньку ниже. Старшие ученики принимают зачеты у младших. Подобная форма организации проверки знаний обладает следующими преимуществами: снимает с учителя заботу о накоплении оценок, способствует творческому общению, коррекции

и обогащению знаний учащихся. Накануне проведения зачетного урока «экзаменаторы» получают инструктаж включающий повторение темы (предыдущего класса) и рекомендации по разработке карточек для приема зачета у ученика младшего класса. В карточку включаются вопросы теории, ключевые задачи и задания, учитывающие индивидуальные особенности сдающего. Зачет проводится по каждой теме. Огромную пользу получает и принимающий зачет: происходит переосмысление материала, его систематизация, сопоставление вновь изученного и изученного в прошедшем году знания.

Приведем возможный вариант основных этапов опроса на зачетном занятии:

- учащийся выполняет индивидуальное задание с карточки;
- устный отчет старшекласснику (работа в паре);
- старшеклассник разъясняет, если обнаруживается непонимание сути или пробелы в знаниях;
- беседа в паре до полного понимания;
- в зачетную карточку принимающий выставляет три оценки: за ответ по теории, за решение задачи с карточки, за ведение тетради;
- принимающий обозначает с помощью условных значков качество решения предложенных задач;
- мотивация оценок.

Сам Р.Г. Хазанкин подводит итог основным положениям своей технологии в 10 заповедях:

1. Способствовать тому, чтобы теоретические знания учащихся были как можно более глубокими. Учащиеся должны хорошо понимать глубинные взаимосвязи изучаемого предмета, знать и уметь пользоваться общими методами данной науки.

2. Связывать изучение математики с другими учебными предметами.

3. Систематически изучать, как использовать теоретические знания, решая задачи; методы доказательства и общие методы решения задач.

4. Руководящие идеи, общие приемы накапливать, систематизировать, исследовать в различных ситуациях.

5. Учить математической догадке.

6. Продолжать работать с уже решенной задачей.

7. Учиться видеть красоту математики – процесс решения и результаты.

8. Составлять задачи самостоятельно.

9. Работать с учебной, научно-популярной и научной литературой.

10. Организовать «математическое» общение на уроке и после уроков.

Неотъемлемой частью технологии Р.Г. Хазанкина являются внеклассные формы работы по предмету: математические бои, математические олимпиады, КВН, математические вечера, работа научного общества учащихся, летняя математическая школа.

Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 3

1. *Абалмасова Л.Н.* Использование идей Р.Г. Хазанкина при изучении курсов геометрии и алгебры в 8 классе (обучение решению задач с применением ключевой задачи) // Практические советы учителю, №3, 2001.
2. *Абалмасова Л.Н.* Уроки - математические бои у учителя-новатора Р.Г. Хазанкина // Практические советы учителю, №5-6, 2001.
3. *Зильберберг Н.И.* Приобщение к математическому творчеству. – Уфа: Башкирское книжное издательство, 1988.
4. *Зильберберг Н.И.* Формы работы Р.Г. Хазанкина – учителя школы №14 г.Белорецка // Математика в школе, №2, 1987.
5. *Хазанкин Р.Г.* Десять заповедей учителя математики // Народное образование, №1, 1991.
6. *Хазанкин Р.Г.* Как увлечь учеников математикой // Народное образование, №10, 1987.

7. *Халамайзер А.В.* Из опыта работы Хазанкина Р.Г. // Математика в школе, №4, 1987.

Задания студентам

1. Подготовьте ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Просмотрите на лабораторном занятии видеозапись урока-лекции «Задача для исследования» и проведите его анализ.
3. Просмотрев видеозапись урока решения ключевых задач Р.Г. Хазанкина, ознакомьтесь с основными приемами решения задач по теме «Площадь» и с соответствующими им ключевыми задачами.
4. Просмотрев на лабораторном занятии видеофильм о работе Р.Г. Хазанкина, выполните конспект и анализ урока-консультации, урока-зачета и внеклассных форм работы. Разработайте свою программу занятий летней математической школы для учащихся 8-9 классов.
5. Изучив любые два источника из списка рекомендуемой литературы к модулю 3, оформите в конспектах аннотацию к ним.

Вопросы для самоконтроля

1. Приведите известные вам биографические сведения об авторе технологии обучения на основе решения задач Р.Г. Хазанкине.
2. Охарактеризуйте целевые ориентиры технологии Р.Г. Хазанкина.
3. Каковы концептуальные положения технологии обучения Р.Г. Хазанкина?
4. Каковы основные формы организации обучения в технологии Р.Г. Хазанкина?
5. Какова сущность урока-лекции в технологии Р.Г. Хазанкина?

6. Перечислите и охарактеризуйте структурные элементы урока-лекции в технологии Р.Г. Хазанкина.
7. Поясните понятие ключевой задачи в технологии Р.Г. Хазанкина.
8. Каковы сущность урока решения ключевых задач в технологии Р.Г. Хазанкина и методика его организации и проведения?
9. Перечислите основные виды работы с задачей в технологии Р.Г. Хазанкина.
10. Приведите примеры ключевых задач по теме «Площадь» в курсе геометрии основной школы.
11. Какова сущность урока-консультации в технологии обучения на основе решения задач?
12. Охарактеризуйте методику организации зачетного урока в технологии Р.Г. Хазанкина.
13. Каковы основные этапы опроса на зачетном занятии в технологии обучения Р.Г. Хазанкина?
14. Охарактеризуйте основные «заповеди» для учителя математики, сформулированные Р.Г. Хазанкиным.
15. Каковы внеклассные формы работы с учащимися используются в технологии обучения Р.Г. Хазанкина? Охарактеризуйте их.

Использование в обучении геометрии технологии на основе опорных сигналов

Рассматриваемые вопросы:

- понятие опорного сигнала и роль его использования в обучении математике;
- лист опорных сигналов (ЛОС) – как основное средство обучения в технологии В.Ф. Шаталова¹³;
- психологические закономерности организации обучения в технологии В.Ф. Шаталова;
- ведущие принципы технологии обучения В.Ф. Шаталова;
- основные средства технологии обучения В.Ф. Шаталова;
- примеры опорных сигналов в обучении геометрии и методика их использования;
- методика изучения нового материала в технологии В.Ф. Шаталова;
- методика организации самостоятельной работы учащихся в технологии обучения В.Ф. Шаталова;
- роль листа группового контроля в технологии обучения В.Ф. Шаталова и методика работы с ним;
- методика организации контроля знаний в технологии В.Ф. Шаталова;
- специальные приемы технологии обучения В.Ф. Шаталова.

¹³ Шаталов Виктор Федорович (родился в 1927 г.) – народный учитель РСФСР, профессор Донецкого открытого университета, преподаватель математики, директор школы. С 1987 г. Заведующий лабораторией проблем интенсификации учебно-воспитательного процесса НИИ содержания и методов обучения АПН СССР в Донецке. Разработал систему обучения с использованием опорных сигналов - взаимосвязанных ключевых слов, условных знаков, рисунков и формул с кратким выводом. Практическая деятельность основана на педагогике сотрудничества. Проживает в Донецке. Издано более 30 книг, многие переведены на 17 языков. Заслуженный учитель Украины.

Методический комментарий:

В качестве одной из проблем школьного математического образования В.Ф. Шаталов видит нехватку времени на решение математических задач, что влечет их упрощение, следствием которого является недостаток математического развития учащихся.

Решение проблемы В.Ф. Шаталов видит в значительном уменьшении времени на изучение теоретического материала. В качестве основного методического инструмента для достижения этой цели он выдвигает опорные сигналы.

Опорный сигнал представляет собой некий ассоциативный объект представленный знаком, символом, рисунком, схемой и т.п., который несет в себе определенное смысловое значение. Назначение опорного сигнала – обнажить *суть* рассуждения, очистить его от всего лишнего, сделать доступным пониманию, легко обозримым и ярким, запоминающимся.

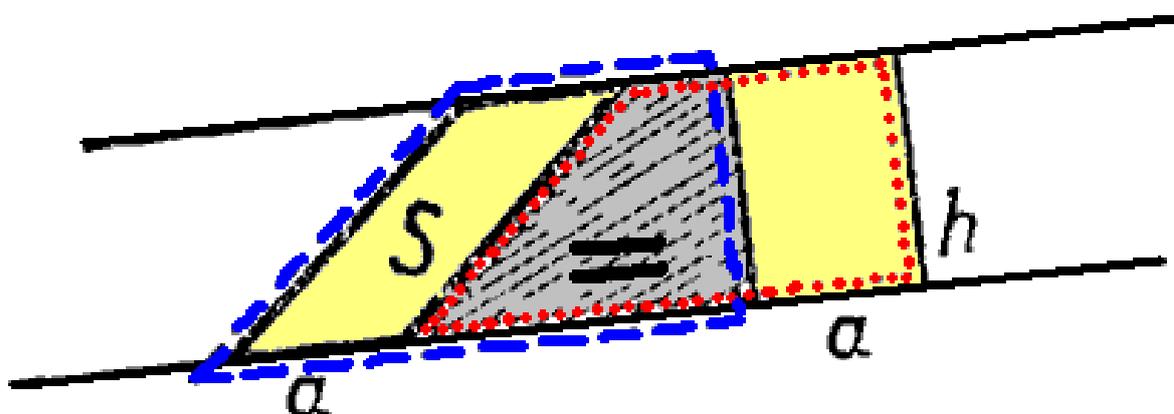
Оформление учебного материала происходит в виде листов опорных сигналов (ЛОС). ЛОС – система опорных сигналов в виде краткого условного конспекта, представляющего собой наглядную конструкцию, в которой отражены подлежащие усвоению единицы информации и представлены различные связи между ними.

В обучении геометрии для В.Ф. Шаталова первичным является научить учащихся рассуждать и доказывать, и уже после этого, вторичным – научить записывать доказательства. Настаивая на жестком разделении этих двух процессов, он апеллирует к установленному психологами факту: выполнение двух действий одновременно требует большей затраты времени, чем по отдельности и влечет потерю в качестве. Поэтому в технологии В.Ф. Шаталова ученик слушает, осмысливает и записывает объяснение преподавателя не одновременно, а в специально отведенное для этого время.

Опишем фрагмент урока посвященного изучению площади, в соответствии с технологией использования опорных сигналов:

Начнем с вывода формулы площади параллелограмма.

Есть параллелограмм, площадь S которого надо найти. Рассмотрим пару каких либо параллельных сторон параллелограмма и будем считать их основаниями длины a . На прямой, содержащей одно из оснований, выбираем произвольную точку, из которой опустим перпендикуляр на прямую,



содержащую другое основание. Отложив от этой точки отрезок длины a , из второго его конца опускаем такой же перпендикуляр. Этот перпендикуляр есть высота параллелограмма длины h .

Теперь рассмотрим два четырехугольника. На рисунке один из них обведен точечной линией, обозначающей красный цвет, а другой пунктирной – синий цвет. Соответственные стороны и углы этих четырехугольников равны, значит, равны и сами четырехугольники, и их площади. «Отрезав» общую их часть (штриховка), увидим, что площади оставшихся фигур равны (знак « \Rightarrow » на штриховке). Но от фигуры, обведенной пунктирной линией, останется параллелограмм, а от той, что выделена точками – прямоугольник с такими же основанием и высотой. Поскольку площадь прямоугольника ah , то и площадь параллелограмма $S=ah$.

Два последних абзаца содержат все то, что говорит учитель, а на рисунке – все то, что он изображает на доске. Этот рисунок и есть опорный

сигнал доказательства. При этом нет привычных «Дано», «Доказать», нет никакой записи доказательства символами, только рисунок.

На все это учитель тратит примерно полторы, максимум две минуты. Ученики в это время ничего не пишут, а только слушают, воспринимают, осмысливают рассуждение. Так как в нормальных условиях ученик способен без особых затруднений воспринимать рассказ учителя продолжительностью 15-17 минут, то на этом же уроке В.Ф. Шаталов предлагает вывести аналогичным образом и формулы площади треугольника, площади трапеции, произвольного многоугольника и др. Таким образом, менее чем за половину урока учитель изложит ученикам всю «теорию площадей», а на доске появится соответствующий данной теме ЛОС. Оставшуюся часть урока занимает многократное повторение и озвучивание ЛОС уже учениками. На следующем уроке ученики отчитываются по теоретическому материалу темы «Площади» письменным воспроизведением ЛОС по памяти его «озвучиванием» (у каждого из них имеется брошюра с ЛОС как дополнение к учебнику). Таким образом, все остальное время, выделенное на изучение этой темы, отводится на решение задач и многократное повторение теории.

Рассмотрим основные характеристики этой технологии.

Ведущие *принципы*:

- крупноблочное введение теоретических знаний;
- усвоение знаний на основе их многократного вариативного повторения;
- сочетание постоянного внешнего контроля за ходом усвоения и его оценки с самоконтролем и самооценкой;
- гармоничное развитие репродуктивного и продуктивного мышления;
- бесконфликтность учебной ситуации (отсутствие двойки), гласность успехов каждого, открытые перспективы для исправления и роста.

Основные *средства*: опорные сигналы; письменные и магнитофонные опросы; творческие конспекты; релейные контрольные работы; листы самоконтроля; открытый учет знаний.

Приведем некоторые организационные особенности технологии В.Ф. Шаталова.

При изучении теории в классе рекомендуется придерживаться следующей последовательности:

- 1) первичное объяснение учителя у доски;
- 2) повторное объяснение по красочному плакату (ЛОС);
- 3) краткое обозрение по плакату;
- 4) индивидуальная работа учащихся над своими конспектами;

5) фронтальное закрепление по блокам конспекта: все учащиеся письменно воспроизводят конспект по памяти, учитель проверяет работы по мере поступления;

- 6) устный опрос, взаимоопрос, взаимопомощь;
- 7) ознакомление со списком зачетных вопросов.

При самостоятельной работе дома предполагается совместное использование опорного конспекта и учебника при непосредственном контроле и помощи родителей. При этом действия учащихся рекомендуется организовать в соответствии со следующим алгоритмом:

- 1) вспомни объяснение учителя, используя конспект;
- 2) прочти заданный материал по учебнику;
- 3) сопоставь прочитанное с конспектом;
- 4) расскажи материал учебника с помощью конспекта;
- 5) запомни наизусть конспект как опору рассказа;
- 6) воспроизведи письменно конспект и сравни с образцом.

При реализации контроля применяется сочетание постоянного внешнего контроля с самоконтролем и самооценкой, поэтапный контроль каждого и посильность требований. Каждая оценка, получаемая учеником, заносится на открытый для обозрения лист учета знаний. Отсутствие двойки исключает конфликтную ситуацию и снимает страх перед низкой оценкой. Каждый ученик в любое время может исправить свою оценку на более высокую.

Таким образом, оценка является стимулом, который должен вызывать положительную реакцию ученика.

Помимо организационных, имеются и чисто методические особенности технологии обучения на основе опорных сигналов. Так, например, В.Ф. Шаталов рекомендует использовать обозначение геометрических фигур цветом и тогда речь уже идет не о трапеции ABCD или параллелограмме KLMN, а о «синей» фигуре и «красной» фигуре. Такой прием способствует быстрому охвату фигуры целиком, в отличие от обозначения фигуры буквами, соответствующими вершинам фигуры, при котором образ фигуры конструируется учеником из её составных элементов согласно обозначению.

Иногда, В.Ф. Шаталов искусственно прибегает к обозначению фигуры русскими буквами. В этом случае в рассуждении из обозначений образуются слова, таким образом, подключаются ассоциативные связи, способствующие лучшему запоминанию цепочки силлогизмов. На наш взгляд, целесообразность этого приема весьма сомнительна, так как при построении доказательства первичным является понимание логики доказательства и аргументированность выводов, а не его чисто техническое воспроизведение.

Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 4

1. *Буловацкий М.П.* Где искать время? // Математика в школе, №1, 1988.
2. *Виноградов С.Н.* Открытие Шаталова (опора на механизм понимания) . – М.: ГУП ЦРП, 2004.
3. *Гладкий А.В.* О методической системе В.Ф. Шаталова // Математика в школе, №4, 1988.
4. *Соловейчик И.* Методика Шаталова продолжает жить // г. «Математика», №21, 1997.
5. *Столяр А.А.* Тревожные сигналы // Математика в школе, №1, 1988.
6. *Шаталов В.Ф.* Куда и как исчезли тройки. – М.: Педагогика, 1979.

7. *Шаталов В.Ф.* Педагогическая проза. – М.: Педагогика, 1981.
8. *Шаталов В.Ф.* Приглашение к поиску. – М.: ГУП ЦРП, 2003.
9. *Шаталов В.Ф.* Соцветие талантов. – М.: ГУП ЦРП, 2003.
10. *Шаталов В.Ф.* Точка опоры. – М.: Педагогика, 1987.
11. *Шаталов В.Ф.* Семейная геометрия. – М.: ГУП ЦРП, 2002.

Задания студентам

1. Подготовьте ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Ознакомившись с особенностями технологии В.Ф. Шаталова разработайте ЛОС для одной из тем курса геометрии основной школы.
3. Разработайте лист группового контроля по одному из разделов курса геометрии основной школы
4. Просмотрев на лабораторном занятии видеофильм о работе В.Ф. Шаталова, выполните конспект и анализ урока изучения нового материала.
5. Изучив любые три источника из списка рекомендуемой литературы к модулю 4, оформите в конспектах аннотацию к ним.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте понятие опорного сигнала и оцените роль его использования в обучении математике.
2. Что представляет собой лист опорных сигналов? Какова методика работы с ним?
3. Какие психологические закономерности в организации обучения используются в технологии В.Ф. Шаталова?
4. Каковы ведущие принципы технологии обучения В.Ф. Шаталова?
5. Перечислите основные средства технологии обучения В.Ф. Шаталова.

6. Приведите примеры использования опорных сигналов в обучении геометрии. Опишите методику работы с ними.
7. В чем заключается специфика изучения нового материала по технологии В.Ф. Шаталова?
8. Как организована самостоятельная работы учащихся в технологии обучения В.Ф. Шаталова?
9. Какова роль листа группового контроля в технологии обучения В.Ф. Шаталова и методика работы с ним?
10. Опишите методику организации контроля знаний в технологии В.Ф. Шаталова.
11. Какие специальные приемы работы с содержанием используются в технологии обучения В.Ф. Шаталова?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные авторские технологии обучения математике представляют собой технологии *формирующего* обучения, т.к. в основном направлены на формирование совокупности знаний, умений и навыков. В теории обучения такие технологии получили статус традиционных технологий. Методика их реализации в обучении геометрии четко разработана, эффективность гарантирована следующими факторами:

- жесткая целевая направленность и алгоритмизация управления, что делает деятельность ученика целеустремленной и экономичной, а, следовательно, результативной;

- качественная организация восприятия готовой, адаптированной к возможностям учащихся, информации, формирующая целостность представлений о геометрических объектах, развивающая пространственное воображение и наблюдательность;

- организация осмысления информации, в ходе которой формируются приемы логического мышления, а знания становятся более действенными и дольше сохраняются в памяти;

- организация закрепления и многократного воспроизведения информации, способствующие прочному и долговременному удерживанию знаний и умений в памяти, автоматизирующие умения и навыки, что переводит их в разряд интуитивных умственных действий и развивает память;

- организация обобщения, формирующего системность знаний, возможность самостоятельного переноса учащимися усвоенных знаний и умений в аналогичные ситуации, развитие способности к аналитико-синтетической деятельности;

- организация оперативного контроля правильности усвоенного, что служит как стимульным подкреплением для ученика, так и обратной связью для учителя, т.е. сигналом для коррекции знаний и умений учащихся.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	5

МОДУЛЬ 1

Использование в обучении геометрии технологии

укрупнения дидактических единиц	6
Рассматриваемые вопросы:.....	6
Методический комментарий:	6
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 1	11
Задания студентам	12
Вопросы для самоконтроля.....	13

МОДУЛЬ 2

Использование в обучении геометрии технологии на основе системы эффективных уроков.....

основе системы эффективных уроков	14
Рассматриваемые вопросы:.....	14
Методический комментарий:	14
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 2	24
Задания студентам	25
Вопросы для самоконтроля.....	25

МОДУЛЬ 3

Использование в обучении геометрии технологии на основе решения задач.....

основе решения задач	26
Рассматриваемые вопросы:.....	26
Методический комментарий:	26
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 3	31
Задания студентам	32
Вопросы для самоконтроля.....	32

МОДУЛЬ 4

Использование в обучении геометрии технологии на основе опорных сигналов

основе опорных сигналов	34
Рассматриваемые вопросы:.....	34
Методический комментарий:	35
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 4	39
Задания студентам	40
Вопросы для самоконтроля.....	40

ЗАКЛЮЧЕНИЕ	42
-------------------------	-----------

Учебное издание

Пырков Вячеслав Евгеньевич

**АВТОРСКИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ**

Учебно-методическое пособие
для студентов математических специальностей

Отпечатано в типографии ООО «ВУД»
344010, г.Ростов-на-Дону, ул. Красноармейская, 157
Усл.печ. л. 1,5. Тираж 100 экз. Заказ №
