

Министерство образования и науки Российской Федерации
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Национальный исследовательский университет

Г.М. Полотовский

ОЧЕРКИ ИСТОРИИ РОССИЙСКОЙ МАТЕМАТИКИ

Нижний Новгород
Издательство Нижегородского госуниверситета
2015

УДК 51(09)

ББК 22.1г

П 52

П 52 Полотовский Г.М. Очерки истории российской математики / Г.М. Полотовский. – Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2015. – 320 с.

ISBN 978-5-91326-330-8

В книгу включены статьи о жизни и деятельности ряда известных российских математиков, в основном – об учёных, связанных с Нижним Новгородом либо происхождением, либо местом работы. Кроме этого, в книге есть статьи общего историко-математического содержания: об определении предмета математики, о периодизации и мифотворчестве в истории математики.

Для всех интересующихся историей науки; может служить пособием для студентов по курсу «История и методология математики».

Печатается по решению Учёного совета ННГУ

ISBN 978-5-91326-330-8

УДК 51(09)

ББК 22.1г

© Г.М. Полотовский, 2015

© Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского, 2015

Предисловие

В конце февраля 1992 года мне позвонил мой учитель Дмитрий Андреевич Гудков и попросил прочитать за него (по причине его простуды) лекцию по истории математики. Так я прочитал свою первую лекцию по курсу истории математики. К несчастью, «простуда» закончилась фатально – это оказался не диагностированный вовремя инфаркт, и 13 марта 1992 года Дмитрия Андреевича не стало. Так неожиданно я стал лектором по курсу истории математики для студентов старших курсов (а позже – и магистрантов) механико-математического факультета ННГУ им. Н.И. Лобачевского и читаю этот курс до сих пор.

Как отмечалось многими, занятия историей «затягивают», не избежал этой участи и я. Кроме подготовки лекций необходимо было довести до публикации рукопись замечательной книги о нижегородском периоде биографии Н.И. Лобачевского, оставленную Дмитрием Андреевичем. Редактируя эту книгу, я втянулся в её проблематику, результатом чего стали две статьи, одна из которых – «Кто был отцом Николая Ивановича Лобачевского?» – кратко описывает содержание книги Гудкова, а вторая – «Как изучалась биография Н.И. Лобачевского» – подробно раскрывает тему, указанную в её названии. Затем практика подготовки и чтения лекций по курсу истории математики индуцировала две статьи общего характера («Несколько замечаний о мифотворчестве в истории математики» и «Ещё раз об определении предмета математики и о периодизации её истории»). Кроме того, появилось желание изложить свой взгляд на историю изучения топологии плоских алгебраических кривых, фундаментальный вклад в которую принадлежит Д.А. Гудкову и в которой мне довелось принимать некоторое участие. Так или иначе, постепенно образовался некоторый корпус историко-математических публикаций, основная часть которого включена в эту книгу. Следует отметить, что все работы, вошедшие в книгу, были опубликованы – сначала в виде докладов на достаточно крупных международных конференциях (кроме первой мемориальной

статьи о Д.А. Гудкове), а затем были напечатаны в различных изданиях. Однако значительная часть этих изданий трудно-доступна (включая такую известную серию, как «Историко-математические исследования»), поэтому естественно желание собрать публикации вместе и сделать их более доступными. Мне представляется, что это особенно уместно накануне приближающегося 100-летия Нижегородского университета, поскольку все включённые в книгу работы, кроме упомянутых выше двух статей общего характера, непосредственно касаются истории нижегородской математики, а одна из них – «Феномен провинции» – представляет собой краткий очерк истории развития математики в Нижнем Новгороде. Здесь следует отметить, что хотя о жизни и деятельности ряда выдающихся нижегородских математиков опубликованы большие содержательные работы, о многих других замечательных математиках-нижегородцах сколько-нибудь подробных текстов нет, и в целом история нижегородской математики ещё не написана. Надо надеяться, что это дело ближайшего будущего – именно ближайшего, поскольку прошлое отодвигается быстро, и то, что не зафиксировано, исчезает безвозвратно. Мне кажется, что большой объём материала и разнообразие математической тематики требуют здесь большой коллективной работы.

Тексты всех включённых в книгу статей, кроме статьи о профессоре А.Г. Майере, которая была немного дополнена, совпадают с текстами первоначальных публикаций с точностью до исправленных опечаток. Кроме этого, добавлены некоторые иллюстрации, которые нельзя было поместить в журнальных публикациях из-за ограничений на объём.

Г. Полотовский
Сентябрь 2014 г.

ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ ГУДКОВ*

§ I. Краткая биография

Дмитрий Андреевич Гудков родился 18 мая 1918 года в Вологде. Его отец, Андрей Фёдорович, землемер по профессии, в начале Первой мировой войны был мобилизован, затем был офицером Красной Армии и пропал без вести в 1919 году. Мать Дмитрия Андреевича, Нина Павловна (в девичестве Чекалова), работала врачом. Она была широко образованным человеком, знала немецкий и французский языки, хорошо играла на фортепиано.



В 1926 году Нина Павловна и Дима переехали в Нижний Новгород, а затем стали жить в поселке «Память Парижской

* Впервые опубликовано на английском языке в посвящённой памяти Д.А. Гудкова книге «Topology of Real Algebraic Varieties and Related Topics», AMS Translations, Ser. 2, Vol.173, 1996. P.1–9.

коммуны» на берегу Волги недалеко от города. Здесь Нина Павловна вторично вышла замуж и в 1931 году родила второго сына, Костю. Второе замужество оказалось несчастливым и недолгим, и Дима заменил своему младшему брату отца и наставника.

В 1935 году семья вернулась в Горький (так стал называться Нижний Новгород), чтобы Дима закончил 10-й класс в городской школе – планировалось поступление в университет. В 1936 году Дима поступил на физико-математический факультет Горьковского университета, 2 июля 1941 года он получил диплом о его окончании, а 7 июля был мобилизован. После обучения на ускоренных (три месяца) артиллерийских курсах в Москве Дмитрий Андреевич с октября 1941 года и до окончания войны был на фронте, принимал участие во взятии Берлина, был награжден боевыми медалями и орденом. Во время войны Дмитрий Андреевич подал заявление о вступлении в Коммунистическую партию¹, однако был принят лишь в 1948 году.

В феврале 1946 года Дмитрий Андреевич вернулся в университет, где работал потом всю жизнь. Вот список его университетских «позиций»:

- 1946 – ассистент кафедры алгебры и анализа;
- 1948 – аспирант, затем ассистент (с 1952 года) и доцент (с 1954 года) кафедры математического анализа;
- 1961 – заведующий кафедрой математики радиофизического факультета (с 1971 года – профессор);

¹ Много лет спустя Дмитрий Андреевич вспоминал: «Когда я пытался восстановить справедливость, я всегда слышал в ответ: «Ты, Гудков, не член партии, поэтому ты должен молчать». Я понял, что не вступив в партию, я ничего не добьюсь».

- 1978 – 1988 – заведующий кафедрой геометрии и высшей алгебры;
- 1988 – 1992 – профессор этой кафедры.

В 1953 году Дмитрий Андреевич женился. Его жена Наталия Васильевна окончила физический факультет Горьковского университета, она училась в студенческой группе, в которой Дмитрий Андреевич вёл практические занятия. Позже их дети, Юрий и Александра, окончили этот же факультет.

13 марта 1992 года, через несколько дней после случившегося у него инфаркта, Дмитрий Андреевич скончался.

§ II. Математические работы Д.А. Гудкова и их развитие

Дмитрий Андреевич писал в своих воспоминаниях² о годах войны: «Ещё в шестом классе под влиянием замечательного учителя – Петра Михайловича Безелева – я полюбил математику»³. И далее: «Я сначала мечтал стать инженером. В десятом классе уже твердо решил стать математиком и даже говорил друзьям, что буду профессором. Почему полюбил математику? Видимо, сказался мой характер. Математика дает человеку больше независимости, чем какие-либо другие науки».

Дмитрий Андреевич учился в школе очень хорошо, а университет окончил с отличием. Однако его математические исследования начались много позже: помешала война.

² Д.А. Гудков. Артиллерийский техник. В сборнике «Защитившие Родину». Вып. 3. Н. Новгород. 1991. С.142–147.

³ В то же самое время Дмитрий Андреевич заинтересовался шахматами. Этот интерес он сохранил на всю жизнь, следил за матчами на первенство мира, разбирал партии. Как любитель он играл очень хорошо.

Когда Гудков вернулся из армии в университет, в Горьком активно работала большая группа физиков и математиков, называемая школой Андронова. Академик Александр Александрович Андронов, физик по специальности, имел очень широкий научный кругозор. В частности, он интересовался некоторыми чисто математическими проблемами. Он обратил внимание на аналогию между изучением топологической структуры динамических систем и топологии алгебраических кривых. В 1948 году он высказал предположение, что разработка теории бифуркаций алгебраических кривых, основанной на понятиях грубости и степеней негрубости, первоначально определённых для динамических систем⁴, будет весьма полезна для классификации алгебраических кривых. Тогда же А.А. Андронов и его сотрудник профессор А.Г. Майер предложили эту задачу Д.А. Гудкову.

Несколько позже, весной 1950 года, академик И.Г. Петровский, автор замечательной работы «О топологии вещественных плоских алгебраических кривых»⁵, предложил Дмитрию Андреевичу сконцентрировать усилия на конкретной задаче классификации неособых кривых степени 6. Хорошо известно, что этот вопрос был включен Давидом Гильбертом в 16-ю проблему его знаменитого списка «Математические проблемы»⁶.

Так получилось, что вся дальнейшая исследовательская деятельность Дмитрия Андреевича была сосредоточена вокруг упомянутых задач. Его основные результаты по общей теории бифуркаций алгебраических кривых

⁴ См.: А.А. Андронов, Л.С. Понтрягин. Грубые системы. ДАН СССР, 14:5 (1937). С. 247–252.

⁵ Ann. of Math., 39:1 (1938). P. 187–209.

⁶ D.Hilbert. Mathematische Probleme. Arch. Math. Phys. 3 Reihe. Bd.1 (1901). P. 44–63, 213–237.

содержатся в [2, 5 – 8]⁷. Результаты Дмитрия Андреевича о кривых степени 6 оказали исключительно сильное влияние на дальнейшее развитие вещественной алгебраической геометрии, поэтому следует рассказать о них более детально.

Техника для решения задачи о кривых степени 6 в главных чертах была разработана Гудковым уже в его кандидатской диссертации [1]. Она базировалась на теории бифуркаций и состояла в изучении перестроек кривой при непрерывных и не обязательно малых изменениях её коэффициентов. Идея такого подхода к этой задаче восходит к Д. Гильберту. Его ученицы Г. Кан⁸ и К. Лёбенштейн⁹ пытались доказать невозможность кривой степени 6 со схемой $\langle 11 \rangle$ (т.е. состоящей из одиннадцати овалов вне друг друга). Затем К. Роон¹⁰ теми же методами пытался доказать невозможность кривых степени 6 со схемами $\frac{10}{1}$ и $\langle 11 \rangle$ ¹¹. Однако доказательства в упомянутых работах имели существенные пробелы. Д.А. Гудков писал: «Без классификации по степеням негрубости практически невозможно

⁷ См. список публикаций Д.А. Гудкова в § III ниже.

⁸ Eine allgemeine Methode zur Untersuchung der Gestalten algebraischer Kurven. Inaugural Dissertation. Göttingen (1909).

⁹ Ueber den Satz, dass ebene algebraische Kurve 6 Ordnung mit 11 sich ein ander ausschliessenden Ovalen nicht existiert. Inaugural Dissertation. Göttingen (1910).

¹⁰ Die ebene Kurve 6 Ordnung mit elf Ovalen. Berichte über die Verhandl **63** (1911). S. 540–555; Die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6 Ordnung und bei der Fläche 4 Ordnung. Math. Ann., **73** (1913). S. 177–229.

¹¹ В обозначениях Гудкова выражение $\frac{m}{1}_n$ означает схему, состоящую

из $m+n$ овалов вне друг друга и ещё одного овала, охватывающего m из этих овалов.

разобраться в большом числе логически возможных сложных ситуаций (возникающих при изменении коэффициентов кривой. – Г.П.)» ([23], с.44). Но: «К. Роон внёс важный вклад в развитие идеи Гильберта» (там же) и «Мы считаем работы Роона весьма значительными» ([16], с.153). Исходя из сказанного, Гудков назвал в [18, 23] вышеупомянутый подход «методом Гильберта–Роона».

Итак, метод Гильберта–Роона для кривых степени 6 был, по существу, разработан в [1], но классификация неособых кривых степени 6 в [1] и [3] содержала ошибки; в частности, в [1] неверно утверждалась¹² справедливость гипотезы Гильберта о невозможности кривой степени 6 со схемой $\frac{5}{1}5$. Исправление всех ошибок потребовало более чем 15-летней интенсивной работы, результаты которой изложены в серии статей [11 –17] и в докторской диссертации Д.А. Гудкова [18].

Основные результаты исследований Д.А. Гудкова можно классифицировать следующим образом:

- (i) разработка метода Гильберта–Роона;
- (ii) изотопическая классификация вещественных неособых плоских проективных кривых степени 6;
- (iii) открытие ограничения типа сравнения¹³ для M -кривых¹⁴ степени $2k$:

$$\chi(B_+) \equiv k^2 \pmod{8};$$

здесь $\chi(B_+)$ – эйлерова характеристика ориентируемой «половины» дополнения к кривой (т. е. B_+ – объединение всех компонент связности дополнения, на которых мно-

¹² Соответствующее неверное доказательство не было опубликовано.

¹³ Все известные до этого ограничения на топологию кривой имели вид неравенств.

¹⁴ Определение этого термина, введённого И.Г. Петровским, см. ниже.

гочлен, определяющий кривую, имеет один и тот же знак, причем B_+ ориентируемо)¹⁵;

(iv) развитие теории деформаций вещественных алгебраических кривых;

(v) классификация плоских вещественных кривых степени 4.

По поводу (i) уже говорилось выше. Остановимся кратко на (ii) – (v).

Пункт (ii) означает, что на вопрос о кривых степени 6, включённый Гильбертом в его 16-ю проблему, был, наконец, получен ответ. При этом оказалось, что гипотеза Гильберта о невозможности кривой со схемой $\frac{5}{1}5$ неверна.

Следует отметить, что первоначальное доказательство этого факта в [18] было чрезвычайно сложным. Оно занимало 28 страниц текста, представляло собой «чистое доказательство существования» и было получено как комбинация метода Гильберта–Роона и квадратичных преобразований¹⁶. Насколько мне известно, Д.А. Гудков был первым, кто применил квадратичные преобразования при изучении топологии неособых кривых¹⁷.

Открытие сравнения из пункта (iii) явилось толчком, который вывел топологию вещественных алгебраических многообразий из «периода застоя» – дело в том, что до 1970

¹⁵ В первоначальной формулировке Гудкова применялись другие термины, см. ниже.

¹⁶ Позднее Д.А. Гудков нашёл существенно более простые *построения* кривых с такой схемой – см. [19, 21, 23].

¹⁷ После этого квадратичные преобразования эффективно применяются в исследованиях по 16-й проблеме Гильберта. В частности, О.Я. Виро предложил применять квадратичные преобразования другого вида («гиперболизмы»), с помощью которых он, А.Б. Корчагин, Е.И. Шустин и другие получили много интересных результатов.

года Дмитрий Андреевич Гудков по существу был единственным, кто вёл исследования в этой области¹⁸, хотя И.Г. Петровский, О.А. Олейник, Е.А. Леонтович-Андропова и (с шестидесятых годов) В.В. Морозов интересовались его работой.

Ситуация кардинально изменилась после открытия сравнения из (iii). Гудков нашёл это сравнение, заметив периодичность в полученном им списке реализуемых схем неособых кривых степени 6. Затем он проверил, что это сравнение выполняется для всех кривых чётной степени, которые удавалось построить с помощью всех известных в то время методов. Дмитрий Андреевич отчётливо понимал важность открытого им сравнения, но полагал, что он не обладает знаниями в области топологии, достаточными для его доказательства. Поэтому он решил высказать это сравнение в качестве гипотезы – сначала в частном порядке, затем в докладах на различных семинарах, затем – в печати [19].

Реакция была очень быстрой: в 1971 году В.И. Арнольд опубликовал статью¹⁹, в которой доказал «половину» сравнения (т. е. по модулю 4). Эта статья открыла новый период в изучении топологии вещественных алгебраических многообразий. Отвечая на вопрос: «Какой из Ваших результатов Вы считаете наиболее важным?» в интервью французской «Газете математиков»²⁰, В.И. Арнольд, в частности, сказал:

¹⁸ С одной стороны это можно объяснить трудностью задачи, а с другой стороны – ошибочным (как это очевидно сейчас) мнением, что эта задача является слишком экзотической и удалённой от основной линии развития математики.

¹⁹ О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырёхмерных гладких многообразий и арифметике целочисленных квадратичных форм. Функц. анализ и его приложения, 5:3 (1971). С. 1–9.

²⁰ «Gazette des Mathématiciens», no.52. Avril 1992.

«Я вспоминаю, что И.Г. Петровский, ректор Московского университета и основатель теории вещественных алгебраических кривых, попросил меня прочитать диссертацию Д.А. Гудкова ([18]. – Г.П.). Гудков нашёл ответ на вопрос из 16-й проблемы Гильберта о взаимных расположениях овалов вещественных алгебраических кривых степени 6 в проективной плоскости. В этой очень трудной работе, которую я до того не читал, я был поражен сравнением по модулю 8, высказанным Гудковым в качестве гипотезы²¹:

$$p - m \equiv k^2 \pmod{8},$$

где p – количество овалов гладкой кривой степени $2k$, «содержащихся внутри» чётного числа овалов, а m – количество овалов, содержащихся внутри нечётного числа овалов, в предположении, что общее количество овалов достигает максимального значения. Как показал Харнак, это максимальное значение равно $g + 1$, где $g = (n - 1)(n - 2)/2$ – род кривой. Кривые степени n с $(g + 1)$ овалами существуют для любого n . Петровский назвал их M -кривыми (M от максимум).

Гудков нашёл все конфигурации 11 овалов M -кривой степени 6 (см. рис.1).

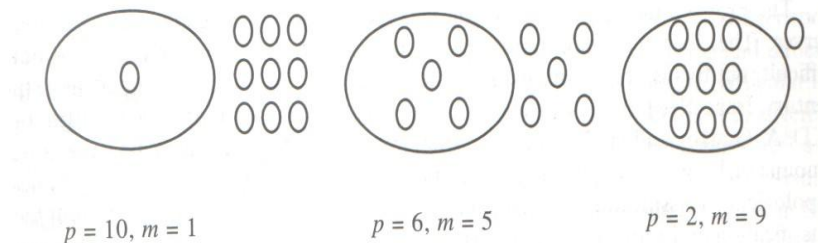


Рис.1. Одиннадцать овалов M -кривых

²¹ В действительности в диссертации ни гипотезы, ни этого сравнения в явном виде, нет. – Г.П.

Сравнение Гудкова подтверждалось всеми М-кривыми, известными к тому времени. Однако не видно было связи между расположениями овалов в проективной плоскости и арифметикой».

В.И. Арнольд открыл эту связь, после чего «исследования по топологии вещественных алгебраических многообразий влились в русло дифференциальной топологии» ([23], с.5).

Чуть позже В.А. Рохлин²² доказал сравнение Гудкова в полном объеме и получил широкие обобщения этого сравнения. С этого времени поток работ по топологии вещественных алгебраических многообразий не прерывался. В.А. Рохлин привлек к этой тематике группу своих студентов (О.Я. Виро, В.М. Харламова, Т. Фидлера, В.И. Звонилова, Н.М. Мишачева и других), начали заниматься этой областью новые ученики Дмитрия Андреевича (Г.М. Полотовский, Е.И. Шустин, А.Б. Корчагин, Г.Ф. Небукина). Интерес к этой проблематике возродился на Западе (G. Wilson, A. Maren, B. Chevallier, J.-J. Risler и другие). В настоящее время имеется много обзоров²³ по топологии

²² Сравнения по модулю 16 в 16-ой проблеме Гильберта. Функц. анализ и его приложения, 6:4 (1972). С. 58–64.

²³ G. Wilson. Hilbert's sixteenth problem. Topology 17:1 (1978). P. 53–73; N. A'Campo. Sur la 1ère partie du 16e problème de Hilbert. Seminar Bourbaki. 31è année. 1978–1979. no.537; В.А. Рохлин. Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых. УМН 33:5. 1978. С.77–89; В.И. Арнольд, О.А. Олейник. Топология вещественных алгебраических многообразий. Вестн. МГУ. Сер.1. №6. 1979. С.7–17; В.М. Харламов. Топология вещественных алгебраических многообразий. В кн.: И.Г. Петровский. Избранные труды. Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Алгебраическая геометрия.– М.: Наука, 1986. С.465–493; О.Я. Виро. Прогресс в топологии вещественных алгебраических многообразий за последние шесть лет. УМН 41:3. 1986. С.55–82; О.Я. Виро. Вещественные плоские алгебраические кривые: построения с контролируемой топологией. Алгебра и анализ. № 1. 1990. С.1059–1134.

вещественных алгебраических многообразий, первым из которых был обзор Д.А. Гудкова [23]. Ниже мы будем говорить только о работах Дмитрия Андреевича и их непосредственном развитии.

В (iv) отметим полученное Д.А. Гудковым обобщение теоремы Брюзотти²⁴ о независимости возмущений особенностей плоской кривой, все особенности которой – невырожденные двойные точки. Первоначально это было сделано для кривых, имеющих точки возврата [5, 23]²⁵, затем для кривых на поверхностях степени 2 [26]. Заметим, что эти результаты были затем переоткрыты другими авторами²⁶.

В (v) речь идет о детальном изучении кривых степени 4. Как известно, изотопическая классификация неособых кривых степеней ≤ 5 не доставляет трудностей. Совсем не так обстоит дело для кривых с особенностями – эта задача нетривиальна начиная со степени 3. В конце 17-го века И. Ньютон нашел классификацию плоских аффинных кубик²⁷. Можно сказать, что благодаря исследованиям Д.А. Гудкова и его учеников мы имеем теперь примерно такой же уровень знаний о плоских кватриках. Именно, в [10, 51, 62] была получена алгебро-топологическая²⁸ классификация таких

²⁴ L. Brusotti. Sulla «piccola variazione» di una curva piana algebrica reali. Rend. Rom. Acc. Lincei (5) **30**. 1921. P. 375–379.

²⁵ По-видимому, аналогичный результат для комплексных кривых был известен Ф. Севери (см. O. Zariski. Algebraic surfaces. 2nd ed. Heidelberg. Springer-Verlag. 1971.)

²⁶ A. Nobile. On families of singular plane projective curves. Ann. mat. pure ed appl. V. 138. 1984. P. 341–378; M. Gradolato, E. Mezzetti. Curves with nodes, cusps and ordinary triple points. Ann. Univ. Ferrara. Sez. 7. V. 31. 1985. P. 23–47; M. Lindner. Über Mannigfaltigkeiten ebener Kurven mit Singularitäten. Arch. Math. V. 28. 1977. S. 603–610.

²⁷ Опубликовано в начале 18-го века: I. Newton. Enumeratio linearum tertii ordinis. Optics. London. 1704. P. 138–162.

²⁸ Более тонкая, чем изотопическая.

кривых, в [37, 38, 43–49, 52–60] найдена классификация форм таких кривых²⁹, а работы [53, 61, 62] посвящены стратификации пространства коэффициентов плоских кривых степени 4.

Коротко о некоторых других работах Д.А. Гудкова и их развитии.

(1) Г.А. Уткин, ученик Дмитрия Андреевича, занимался изучением топологии неособых алгебраических поверхностей в проективном пространстве. Этот вопрос тоже упомянут Гильбертом в его 16-й проблеме. В своих исследованиях 1967–1969 гг. Уткин существенно применял методы и результаты работ [11]–[18]. (Топологическая классификация неособых поверхностей степени 4 была завершена В.М. Харламовым в 1976 году. Несколько позже В.М. Харламов и В.В. Никулин получили более тонкую классификацию.)

(2) Используя метод Гильберта–Роона и квадратичные преобразования, в 1979 году Г.М. Полотовский получил классификацию кривых степени 6, распадающихся на две неособые кривые в общем положении. Этот результат нашел разнообразные применения, в частности, в исследованиях Харламова, упомянутых в (1), и в работах Гудкова о кривых на поверхностях степени 2 (см. (4) ниже).

(3) В 1973 году Д.А. Гудков и А.Д. Крахнов [22] и одновременно и независимо В.М. Харламов доказали аналоги сравнения из (iii) для случаев $(M - 1)$ -многообразий и $(M - 1)$ -пар. Для $(M - 1)$ -кривых степени $2k$ это сравнение может быть записано в виде

$$p - m \equiv (k^2 \pm 1)(\text{mod } 8).$$

(4) Применяя упомянутые в (2) и в (iv) результаты, Д.А. Гудков нашёл [27, 28] классификацию неособых кривых

²⁹ Учитывающая, в частности, расположение точек перегиба на ветвях кривой.

степени 8 на гиперboloиде. Заметим, что Гильберт тоже занимался этой задачей. В настоящее время изучение кривых на поверхностях продолжают В.И. Звонилов, Г.Б. Михалкин, С. Мацуока (S. Matsuoka) и другие.

(5) В 1984 г. Е.И. Шустин существенно развил метод Гильберта–Роона. В частности, он разработал новую версию этого метода для классификации сглаживаний некоторых типов особенностей и получил новые достаточные условия для независимости сглаживаний особых точек (ср. с (iv)).

(6) Какой набор особенностей допускает кривая степени n ? Этой задаче для $n = 5$ посвящены работы [32 – 36, 40, 41]. В частности, в [32] построена кривая степени 5 с пятью (максимально возможное количество) точками возврата. Исследования в этом направлении продолжают Е.И. Шустин и И.В. Итенберг.

(7) Особое место в деятельности Дмитрия Андреевича занимало исследование начального периода биографии Н.И. Лобачевского. Следует отметить, что Дмитрий Андреевич занимался историей математики профессионально: он разработал и много лет читал годовой курс лекций по истории математики (после А.Г. Майера, т.е. в течение 35 лет, в Нижегородском университете лекции по истории математики не читались).

Интерес Гудкова к биографии Лобачевского имел, кроме прочего, «наследственный» характер: он хотел завершить исследования А.А. Андропова и его группы, предпринятые в 1948 – 1956 годы. В результате многолетних поисков в архивах Нижнего Новгорода, Санкт-Петербурга и других городов (в 1986 – 1991 годы), Дмитрий Андреевич открыл ряд новых документов и пришел к выводу, что верна старая гипотеза³⁰ о том, что Н.И. Лобачевский и его братья были в

³⁰ Высказанная первоначально нижегородским архивариусом И.И. Вишневым в 1929 году.

действительности сыновьями С.С. Шебаршина (а не Ивана Лобачевского). Свои аргументы Д.А. Гудков подробно изложил в замечательной книге [63], опубликованной уже посмертно.

§ III. Список научных работ Д.А. Гудкова**

1952

1. Перечисление всех существующих типов неособых плоских проективных кривых 6-го порядка с вещественными коэффициентами // Дисс. ... канд. ф.-м. наук. Горький. С. 1–172.

1954

2. О пространстве коэффициентов плоских алгебраических кривых n -го порядка // ДАН СССР. Т. 98. Вып. 3. С. 337–340.

3. Полная топологическая классификация неособых вещественных алгебраических кривых 6-го порядка в вещественной проективной плоскости // ДАН СССР. Т. 98. Вып. 4. С. 521–524.

1956

4. О топологии плоских вещественных кривых 6-го порядка // Труды III Всесоюзного математического конгресса (Москва, 1956). Т. 1. М.: Изд-во АН СССР. С. 149.

1962

5. Бифуркации простых двойных точек и точек возврата вещественных плоских алгебраических кривых // ДАН СССР. Т. 142. Вып. 5. С. 990–993.

6. Варьируемость простых двойных точек вещественных плоских кривых // ДАН СССР. Т. 142. Вып. 6. С. 1233–1235.

7. О некоторых вопросах топологии плоских алгебраических кривых // Матем. сборник. Т. 58 (100). Вып. 1. С. 95–127.

** Оформление этого списка отличается от оформления в оригинальной англоязычной публикации: введено разбиение по годам.

1965

8. О понятиях грубости и степеней негрубости для плоских алгебраических кривых // Матем. сборник. Т. 67 (109). Вып. 4. С. 481–527.

1966

9. О качественных методах в топологии плоских алгебраических кривых // Тезисы кратких научных сообщений Международного математического конгресса. Секция 10. Москва. С. 12.

10. Полная классификация нераспадающихся кривых 4-го порядка // Матем. сборник. Т. 69 (111). Вып. 2. С. 222–256 (соавторы М.Л. Тай, Г.А. Уткин).

1969

11. Некоторые теоремы о кривых порядка m // Ученые зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 5–13.

12. Об овалах кривых шестого порядка // Ученые зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 14–20.

13. Системы « k » точек в общем положении и алгебраические кривые различных порядков // Ученые зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 21–58.

14. Свойства грубых пространств кривых шестого порядка с « k » особыми точками // Ученые зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 59–85.

15. Изменение топологии кривой 6-го порядка при непрерывном изменении ее коэффициентов // Ученые зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 86–117.

16. Полная топологическая классификация расположения овалов кривой 6-го порядка в проективной плоскости // Ученые зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 118–153.

17. О расположении овалов кривой шестого порядка // ДАН СССР. Т. 185. Вып. 2. С. 260–263.

18. О топологии плоских алгебраических кривых // Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. Горький. С. 1–351.

1971

19. Построение новой серии M -кривых // ДАН СССР. Т. 200. Вып. 62. С. 1269–1272.

1972

20. О топологии вещественных алгебраических многообразий // Тезисы VI Всесоюзной топологической конференции (Тбилиси, 1972). С. 43–44.

1973

21. Построение кривой 6-го порядка типа $\frac{5}{1}5$ // Известия вузов. Математика. Т. 3 (130). С. 28–36.

22. О периодичности эйлеровой характеристики вещественных алгебраических $(M - 1)$ -многообразий // Функц. анализ и его прилож. Т. 7. Вып. 2. С. 15–19 (соавтор А.Д.Крахнов).

1974

23. Топология вещественных проективных алгебраических многообразий // УМН. Т. 29. Вып. 4 (178). С. 3–79.

1975

24. Письмо в редакцию // УМН. Т. 30. Вып. 4 (184). С. 300.

1979

25. Вещественные алгебраические многообразия // В кн. Математическая энциклопедия. Т. 2. М.: Советская энциклопедия. С. 70–73.

26. Теорема Брюотти для кривых на поверхностях второго порядка // УМН. Т. 33. Вып. 4 (208). С. 159–160.

27. О топологии алгебраических кривых на гиперboloиде // Тезисы докладов Международной топологической конференции (Москва, 1979). С. 36.

28. О топологии алгебраических кривых на гиперboloиде // УМН. Т. 33. Вып. 6 (210). С. 26–32.

1980

29. Обобщение теоремы Брюзотти для кривых на поверхности второго порядка // Функц. анализ и его прилож. Т. 14. Вып. 1. С. 20–24.

30. Неособые кривые низших порядков на гиперboloиде // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький: Изд-во ГГУ. С. 96–103 (соавтор А.Е. Усачев).

31. Классификация неособых кривых восьмого порядка на эллипсоиде // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький: Изд-во ГГУ. С. 104–107 (соавтор Е.И. Шустин).

1982

32. О кривой пятого порядка с пятью точками возврата // Функц. анализ и его прилож. Т. 16. Вып. 3. С. 54–55.

33. Инварианты особых точек кривых 5-го порядка // УМН. Т. 37. Вып. 4 (226). С. 94–95 (соавтор Е.И. Шустин).

34. Полная классификация двуточечных наборов особых точек уникарсальных кривых пятого порядка / Деп. в ВИНТИ. № 2819-82. С. 1–11 (соавтор Л.В. Голубина).

35. О классификации наборов особых точек уникарсальных плоских кривых пятого порядка // Межвуз. сб. Дифференциальные и интегральные уравнения. Горький: Изд-во ГГУ. С. 126–132 (соавтор Л.В. Голубина).

36. Классификация трёхточечных наборов особых точек уникарсальных кривых 5-го порядка // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький. Изд-во ГГУ. С. 123–134 (соавторы Л.В. Голубина, Л.Г. Кубрина, А.В. Зародова). Перевод: Classification of triplets of singular points

of unicursal curves of 5-th order // *Selecta Math. Sovietica*. Vol. 7. N. 2. P. 183–189.

37. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. I / Деп. в ВИНТИ. № 4207-82. С. 1–9 (соавторы Н.А. Кирсанова, Г.Ф. Небукина).

38. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. II / Деп. в ВИНТИ. № 17-83. С. 1–14 (соавторы Н.А. Кирсанова, Г.Ф. Небукина).

39. О пересечении близких алгебраических кривых // Тезисы докладов Ленинградской топологической конференции. Л. С. 58 (соавтор Е.И. Шустин).

1983

40. Классификация четырёхточечных наборов особых точек уникурсальных кривых 5-го порядка / Деп. в ВИНТИ. № 4558-83. С. 1–9 (соавтор Л.В. Голубина).

41. Классификация пяти- и шеститочечных наборов особых точек уникурсальных кривых 5-го порядка / Деп. в ВИНТИ. № 5437-83. С. 1–10 (соавторы А.М. Киселев и Н.К. Комлева).

1984

42. On the intersection of the close algebraic curves // *Lect. Notes in Math*. Vol. 1060 (Springer-Verlag, Berlin, 1984). P. 278–289 (соавтор Е.И. Шустин).

43. Двойные касательные и точки перегиба кривых 4-го порядка // УМН. Т. 39. Вып. 4 (238). С. 112–113 (соавтор Г.Ф. Небукина).

44. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. III / Деп. в ВИНТИ. № 704-84. С. 1–18 (соавтор Г.Ф. Небукина).

1985

45. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. IV / Деп. в ВИНТИ. № 6708-В85. С. 1–23 (соавтор Г.Ф. Небукина).

46. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. V / Деп. в ВИНТИ. № 6709-B85. С. 1–17 (соавтор Г.Ф. Небукина).

47. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. VI / Деп. в ВИНТИ. № 6710-B85. С. 1–26 (соавтор Г.Ф. Небукина).

48. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. VII / Деп. в ВИНТИ. № 6711-B85. С. 1–15 (соавтор Г.Ф. Небукина).

49. Типы и формы кривых 4-го порядка с мнимыми особыми точками // УМН. Т. 40. Вып. 5. С. 212 (соавтор Г.Ф. Небукина).

50. О вычислении инвариантов особых точек алгебраических кривых // Межвуз. сб. Дифференциальные и интегральные уравнения. Горький: Изд-во ГГУ. С. 84–86 (соавтор Н.К. Комлева).

1986

51. Вещественные кривые 4-го порядка с мнимыми особыми точками / Деп. в ВИНТИ. № 1108-B86. С. 1–22 (соавтор Г.Ф. Небукина).

1987

52. Вещественные кривые 4-го порядка: обзор результатов // Тезисы Бакинской международной топологической конференции. Часть II. Баку. С. 90.

53. Стратификация пространства кривых 4-го порядка. Примыкания стратов // УМН. Т. 42. Вып. 4. С. 152 (соавтор Г.М. Полотовский).

54. Стратификация пространства кривых 4-го порядка по алгебро-топологическим типам. I / Деп. в ВИНТИ. № 5600-B87. С. 1–55 (соавтор Г.М. Полотовский).

1988

55. Специальные формы кривых 4-го порядка с мнимыми особыми точками / Деп. в ВИНТИ. № 4374-B88. С. 1–18 (соавторы Г.Ф. Небукина, Т.И. Тетнева).

56. Plane real projective quartic curves // Lect. Notes in Math. Vol. 1346 (Springer-Verlag, Berlin). P. 341–347.

57. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 1 / Деп. в ВИНТИ. № 9208-B88. С. 1–36.

58. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 2 / Деп. в ВИНТИ. № 9207-B88. С. 1–57.

1989

59. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 3 / Деп. в ВИНТИ. № 6435-B89. С. 1–67.

1990

60. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 4 / Деп. в ВИНТИ. № 1239-B90. С. 1–55.

61. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 5 / Деп. в ВИНТИ. № 3847-B90. С. 1–30.

62. Стратификация пространства кривых 4-го порядка по алгебро-топологическим типам. II / Деп. в ВИНТИ. № 6331-B90. С. 1–33 (соавтор Г.М. Полотовский).

1992

63. Н.И. Лобачевский. Загадки биографии. – Нижний Новгород, изд-во ННГУ. 240 с.

Список публикаций о Д.А. Гудкове***

- I.** В.И. Арнольд, О.Я. Виро, Е.А. Леонтович-Андропова, В.В. Никулин, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, В.М. Харламов. Дмитрий Андреевич Гудков (к семидесятилетию со дня рождения) // УМН. Т. 44. Вып. 1 (1989), С. 223–225.
- II.** В.И. Арнольд, А.М. Вершик, О.Я. Виро, А.Б. Корчагин, Е.А. Леонтович-Андропова, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, Г.А. Уткин, Е.И. Шустин. Дмитрий Андреевич Гудков (некролог) // УМН. Т. 47. Вып. 6 (1992), С. 195–198.
- III.** E.I. Gordon. Recollection of D.A. Gudkov // AMS Translations. Series 2. Vol. 173 (1996). P. 11–16.
- IV.** G.M. Polotovskii. Dmitrii Andreevich Gudkov // AMS Translations. Series 2. Vol. 173 (1996), P. 1–9.
- V.** Е.И. Гордон, Г.М. Полотовский. Об авторе этой книги // В книге: Д.А.Гудков. «Н.И. Лобачевский. Загадки биографии». Н.Новгород. Изд-во ННГУ, 1992. С. 237–239.
- VI.** Г.М. Полотовский. Дмитрий Андреевич Гудков // Вестник Нижегородского университета «Математическое моделирование и оптимальное управление», вып. 1(23), 2001. С. 5–16.
- VII.** Г.М. Полотовский. Вспоминая Дмитрия Андреевича // Газета «Нижегородский университет», №5 (2064), 2008, с. 23.
- VIII.** Г.М. Полотовский. В.В. Морозов, Д.А. Гудков и первая часть 16-ой проблемы Гильберта // Учён. Зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. Т. 154, кн. 2, 2012. С. 31–43.

***Добавлено здесь, в первоначальной англоязычной публикации отсутствует.

КТО БЫЛ ОТЦОМ НИКОЛАЯ ИВАНОВИЧА ЛОБАЧЕВСКОГО? (По книге Д.А. Гудкова «Н.И. Лобачевский. Загадки биографии»¹⁾)*

Хорошо известно, что биография Николая Ивановича Лобачевского делится на два периода: нижегородский (1792–1802) и казанский (1802–1856). Известно также, что нижегородский период содержит много неясностей и загадок. Напомню, что точные даты и место рождения Н.И. Лобачевского были установлены лишь в 1929 г. старшим архивариусом Нижкрайархбюро И.И. Вишневским, причём они стали общепризнанными далеко не сразу (см., например, рецензию П.С. Александрова [1]), а лишь после фундаментальной статьи академика А.А. Андропова [2], подготовленной к печати Н.И. Приваловой²⁾ и опубликованной в 1956 г., уже после смерти Андропова. И хотя кроме И.И. Вишневского и группы А.А. Андропова серьёзные архивные исследования провели в 1942–1948 гг. Л.Б. Модзалевский (см. [4]) и в 1956–1988 гг. Б.В. Федоренко (см. [5, 6]), на многие вопросы – о происхождении Н.И. Лобачевского, об имущественном положении и культурном облике его родителей и т. д. – так и не были получены ясные ответы.

*Впервые опубликовано в журнале «Вопросы истории естествознания и техники», №4, 1992. С. 30–36.

¹⁾ Книга Д.А. Гудкова выходит в Издательстве Нижегородского университета. Её можно заказать по адресу: 603600, Нижний Новгород, ГСП-20, проспект Гагарина, 23. Издательство ННГУ. (Эта сноска из первоначальной публикации 1992 года. – Г.П.)

²⁾ Надежда Ивановна Привалова – сотрудник группы А.А. Андропова, занимавшейся изучением биографии Н.И. Лобачевского, автор работы [3].

Замечательный математик, один из крупнейших специалистов по первой части 16-й проблемы Гильберта, профессор Нижегородского университета Дмитрий Андреевич Гудков³⁾, стремясь завершить исследования А.А. Андропова и «дать правдивую картину детства» Н.И. Лобачевского, предпринял в 1986–1992 гг. новое архивное исследование, по результатам которого он написал указанную в подзаголовке этой статьи книгу. Несомненно, Дмитрий Андреевич сам написал бы о своей работе для ВИЕТ, однако, к несчастью, вскоре после сдачи рукописи книги в издательство он скончался. Будучи одним из учеников Д.А. Гудкова и соредактором этой книги, я взял на себя смелость рассказать об основных его выводах.

Книга Д.А. Гудкова «Н.И. Лобачевский. Загадки биографии» состоит из трёх примерно равных по объёму частей: авторского текста (предисловие, введение и 15 небольших глав), приложения 1, содержащего копии 94 документов с некоторыми комментариями, и приложения 2, содержащего документ №95 – воспоминания о Н.И. Лобачевском его сына Николая Николаевича. Более 20 документов выявлены Д.А. Гудковым и сотрудничавшими с ним работниками Госархива Нижегородской области Н.В. Анохиной и Б.М. Пудаловым; эти и многие другие документы публикуются впервые, в том числе очень интересный даже с литературной точки зрения документ №95; наконец, более 10 документов впервые приводятся в точных копиях и полностью.

В предисловии Д.А. Гудков кратко приводит свои выводы: « ... на основе анализа большого архивного материала и литературных источников, по моему мнению,

³⁾ О Д.А. Гудкове и его математических работах см. [7].

убедительно устанавливаются следующие факты биографии Н.И. Лобачевского:

1. ... П.А. и И.М. (т. е. Прасковья Александровна, мать Николая Ивановича, и Иван Максимович. – Г.П.) Лобачевские были в фактическом разводе с 1791 года.

2. Доказано, что И.М. Лобачевский не был обер-офицером и не служил землемером. Это важно, так как Н.И. Лобачевский многократно писал, что его отец был обер-офицером, и, по-видимому, говорил, что его отец был землемером ... в то время как С.С. Шебаршин был уездным землемером и обер-офицером (капитаном).

3. Доказано, что Николай Иванович Лобачевский и два его брата – Александр и Алексей – были сыновьями макарьевского землемера и капитана С.С. Шебаршина и П.А. Лобачевской (курсив мой. – Г.П.).

4. Семья П.А. Лобачевской и С.С. Шебаршина в 1791–1797 годах была зажиточной, вполне обеспеченной ...

5. Разъяснены некоторые загадочные факты о дворовых С.С. Шебаршина и П.А. Лобачевской, а также о векселях С.С. Шебаршина, приобретённых П.А. Лобачевской.

6. Точно установлено, у каких домовладельцев жил на квартире И.М. Лобачевский в 1788–1795 годах (кроме 1791 года). При этом исправлены некоторые ошибки предыдущих исследователей биографии Н.И. Лобачевского».

На мой взгляд, центральное место занимает третий вывод, а остальные так или иначе связаны с ним. По этому поводу Д.А. Гудков пишет: «Когда читаешь ... документы и особенно метрику Алексея Ивановича Лобачевского, то сразу возникает предположение, что он сын Сергея Степановича Шебаршина. Мы видели, что все нижегородские исследователи биографии Н.И. Лобачевского приходили к этому выводу: И.И. Вишневский, А.А. Андронов и

Н.И. Привалова ... Однако не нижегородские исследователи относятся к этому выводу скептически ... Я думаю, что здесь есть две причины.

Первая ... если признать, что отцом Алексея Ивановича Лобачевского является С.С. Шебаршин, то сразу же возникает аналогичный вопрос об остальных братьях. Но тут может подняться «крик беотийцев» – история повторяется. (Далее Д.А. Гудков напоминает, что К.Ф. Гаусс ничего не публиковал по неевклидовой геометрии, опасаясь «крика беотийцев». – *Г.П.*)

Вторая причина заключается в том, что большинство документов, относящихся к загадке ... не было опубликовано. Не были известны личные мнения И.И. Вишневского и А.А. Андропова, опускалась публикация метрики Алексея Ивановича Лобачевского»⁴⁾.

Напомню, что И.И. Вишневский ничего не напечатал о своих находках и выводах. (Результаты его исследований без ссылок на автора опубликовал в газетной заметке [8] научный сотрудник Нижкрайархбюро С.И. Богодин. См. также [4, с. 666].) В связи с этим представляет интерес впервые публикуемое Д.А. Гудковым письмо И.И. Вишневского В.Д. Бонч-Бруевичу от 12 декабря 1929 г. Вот фрагмент этого письма:

«... утром ко мне заявился научный сотрудник нашего крайархбюро Богодин (работает в Истпарте) и передал две связки бумаг и книг, отобранных им на Мытном рынке и в сторожке Алексеевской церкви. Перебирая быстро предъявленный архматериал, я остановился на книге с 1792 по 1803 год, в которой оказались исповедные росписи и

⁴⁾ Здесь Д.А. Гудков имеет в виду книги [4] и [6]. У А.А. Андропова эта метрика опубликована (см. [2], с. 27–28.

метрические записи⁵⁾. Просматриваю исповедные росписи и нахожу запись 1799 г. матери Лобачевского и всех её сыновей как «воспитанников» землемера Шебаршина. По закону 1744 года слово «воспитанник» равнялось незаконнорожденному, что и было мной твёрдо установлено дальнейшими записями в исповедных росписях и метриках, причём год рождения сына Николая оказался 20 ноября 1792 года, а не 22 октября 1793 года, как почему-то считалось. Сделал я шуму, забежал заведующий...».

Приведу фрагменты также впервые публикуемого Д.А. Гудковым письма А.А. Андронova И.Л. Андронику от 18 мая 1948 г.: «Нельзя объективно рассказать о детстве великого математика, не решив вопрос о родственных отношениях трёх людей, с ним связанных, – Прасковьи Александровны Лобачевской (его матери), Сергея Степановича Шебаршина (человека, в доме которого он родился и провёл первые годы своей жизни) и Ивана Максимовича Лобачевского, его *юридического отца* (курсив мой. – Г.П.). Далее Андронов формулирует «некоторые естественно возникающие вопросы»: «Какова её (П.А. Лобачевской. – Г.П.) девичья фамилия?⁶⁾ Как ей удалось своего третьего сына Алексея, записанного ... в качестве приёмщика ... С.С. Шебаршина, сделать Алексеем Ивановичем Лобачевским? И т. д., и т. д. ... Где он (И.М. Лобачевский. – Г.П.) живёт и работает, когда П.А. Лобачевская с детьми уезжает в

⁵⁾ Что такое «церковные исповедные росписи», подробно описано в [2] и [6], а также в книге Д.А. Гудкова. Ограничусь пояснением, что при изучении биографии Н.И. Лобачевского они играют роль ежегодных переписей населения. Записи в них велись по домовладениям, и они содержали следующие сведения: имя, возраст, социальное положение и отношение к домовладельцу всех прихожан данной церкви, «от престарелых и средовечных до сушаго младенца» ([9], т. 6, с. 114–115).

⁶⁾ Этот вопрос ещё ждёт своего решения.

Казань? Когда и где он умер?⁶⁾ И т. д., и т. д.» Наконец, А.А. Андронов пишет: «Биографии великих русских учёных ... пока не изучались с той тщательностью, которая была внесена в последние десятилетия в биографии большинства русских великих писателей ... Я думаю, что некоторые из этих биографий столь же поучительны».

Обратимся теперь непосредственно к заголовку этой статьи – основному вопросу книги Гудкова.

Сначала Д.А. Гудков знакомит читателя с позицией Б.В. Федоренко: «В своих обширных примечаниях (к книге [6]⁷⁾. – Г.П.) Б.В. Федоренко отстаивает следующую позицию: семья И.М. и П.А. Лобачевских с 1789 по 1795 год (по крайней мере) жила (с сыновьями) в Сретенском приходе Н. Новгорода, а С.С. Шебаршин с 1792 года до своей смерти в 1797 году жил в Алексеевском приходе Н. Новгорода. Братья Лобачевские – Александр, Николай и Алексей – являются сыновьями И.М. Лобачевского. Этого же мнения придерживался Л.Б. Модзалевский». Затем Д.А. Гудков перечисляет предположения, которые выдвигает Федоренко, чтобы обойти известные трудности своей позиции, называя эти предположения «гипотезами Федоренко»:

«Во-первых, Прасковья Александровна Лобачевская исповедовалась в 1792–1795 годах в Сретенской церкви Н. Новгорода с И.М. Лобачевским. Одновременно с С.С. Шебаршиным в Алексеевском приходе исповедовалась его соседка⁸⁾ Прасковья Александровна. Первая гипотеза Федоренко состоит в том, что это две различные женщины. «Гипотеза о двух Прасковьях» [6, с. 294].

⁷⁾ Здесь и далее номера ссылок изменены в соответствии со списком литературы в конце настоящей статьи.

⁸⁾ По принятой в исповедных росписях терминологии «сосед» означало «квартирант, проживающий в другом доме того же домовладения».

Во-вторых, в 1799–1802 годах при исповедях П.А. Лобачевской в Алексеевской церкви Н. Новгорода сыновья её записывались как «воспитанники»⁹⁾ умершего С.С. Шебаршина, тогда как И.М. Лобачевский в это время был жив. Вторая гипотеза состоит в том, что эти записи возникли по ошибке священнослужителя.

В-третьих, ряд лет дворовые П.А. Лобачевской числились по исповедным росписям дворовыми С.С. Шебаршина. <...> Третья гипотеза состоит в том, что это произошло по ошибке дьячка [6, с. 298].

В-четвёртых, после смерти С.С. Шебаршина у П.А. Лобачевской имелись три векселя (на общую сумму 1870 рублей), выданных С.С. Шебаршиным. Н.И. Привалова считала, что эти три векселя были «безденежные» и имели целью передачу Прасковье Александровне наследства С.С. Шебаршина. Четвёртая гипотеза Федоренко состоит в том, что эти векселя денежные и что С.С. Шебаршин, не оплатив их, ввёл П.А. Лобачевскую в убыток на сумму 1340 рублей [6, с. 292].

В-пятых, в метрике Алексея Ивановича Лобачевского записано¹⁰⁾: «Макарьевского землемера Сергея Степановича Шебаршина приимыш Алексей. Воспитанник его Александр Иванов». Пятая «гипотеза» состоит в том, что Б.В. Федоренко умолчал об этом факте.

Проиллюстрирую на примере «гипотезы о двух Прасковьях», как Д.А. Гудков опровергает предположения

⁹⁾ Напомню, что, как указывал ещё И.И. Вишневский, «воспитанник» и «приёмыш» означали в то время «незаконнорожденный ребёнок». В подтверждение этого Д.А. Гудков приводит выписки из соответствующих указов 1744 и 1746 гг. (см. [9], т. 12, с. 141–144, 191–192, 619–623).

¹⁰⁾ См. [10, с. 125] или [2, с. 27–28].

Федоренко. Для краткости Прасковью Александровну, исповедовавшуюся в Алексеевской церкви, буду называть «соседкой», а исповедовавшуюся в Сретенской церкви – «подлинной П.А.».

Гудков анализирует все аргументы Федоренко, первый из которых состоит в том, что в исповедных росписях муж «соседки», Иван Максимов, значится в должности регистратора Казённой палаты (см. [10, л. 42 об.] или [2, с. 34]), а должность Ивана Максимова в метрике Николая – регистратор Наместнического правления (см. [10, л. 120] или [2, с. 27–28; 4, с. 35; 6, с. 20]). Гудков показывает, что в 1792 г., к которому относятся оба документа, И.М. Лобачевский не занимал ни ту, ни другую должности. Кроме этого, он замечает, что Казённая палата была в составе Наместнического правления. Наконец, исследователь указывает, что, как отмечал А.А. Андронов, «другого регистратора Ивана Максимова, кроме И.М. Лобачевского, нам не встречалось, хотя просмотрены много тысяч единиц хранения» [11, л. 33].

Второй аргумент Б.В. Федоренко – «соседка» на несколько лет старше «подлинной П.А.» – Д.А. Гудков опровергает многочисленными примерами в исповедных росписях. Так, в 1800 г. заведомо «одна и та же» П.А. Лобачевская на исповеди в Сретенской церкви указала возраст 32 года (см. [12, Л. 105 об.]; фрагмент документа см. в [2, с. 38]), а в Алексеевской церкви – 36 лет (см. [10, Л. 83] или [2, с. 36]); на самом деле ей было в это время 35 лет.

Третий аргумент Федоренко сводится к тому, что прихожанин не может в один и тот же год исповедоваться в двух разных приходах, так как это означало бы, что он «и проживает одновременно в разных домовладениях» [6, с.

294]. Гудков пишет: «Этот аргумент опровергла сама П.А. Лобачевская ещё в 1800 году ...» (см. предыдущий абзац).

«Я пришёл к выводу, что мы имеем дело с одной и той же Прасковьей Александровной Лобачевской», – говорит далее Гудков. Из его аргументов я приведу здесь следующие:

а) «всегда, с 1793 до 1799 года, когда дворовые П.А. Лобачевской исповедовались в Алексеевской или Сретенской церкви, они записаны как дворовые С.С. Шебаршина ... Ситуация совершенно необъяснимая». (Если считать, что «соседка» и «подлинная П.А.» – разные люди. – Г.П.);

б) «факт крещения всех трёх сыновей П.А. Лобачевской в Алексеевской церкви ... Отсюда ещё следует, что П.А. Лобачевская жила там (т. е. в домовладении С.С. Шебаршина. – Г.П.) и в августе 1791 года, когда родился сын Александр» (см. [10, л. 118 об.]);

в) «П.А. Лобачевская не жила в доме Е.А. Аверкиева¹¹⁾ в 1792–1795 годах», поскольку «при исповедях И.М. Лобачевского и П.Ф. Лобачевской по домовладению Е.А. Аверкиева в 1792–1795 годах ни разу не указаны с ними дети П.А. Лобачевской. Это совершенно исключительное явление»;

г) оценивая вероятность того, что в одном и том же доме (С.С. Шебаршина) живут одна за другой (первая – в 1792–1795 гг., вторая – в 1798–1801 гг.) «регистратора Ивана Максимова жёны Прасковьи Александровны, лета которых в исповеди расходятся на 2–3 года», Гудков получает ответ, что вероятность этого будет «не более $5 \cdot 10^{-8}$ ».

¹¹⁾ Егор Алексеевич Аверкиев (1757–1824) – «Казённой палаты коллежский ассессор, губернский казначей», возможно, дядя П.А. Лобачевской. В его доме в Сретенском (Тихоновском) приходе Нижнего Новгорода в 1792–1795 гг. жил И.М. Лобачевский.

Замечу, что при рассмотрении «гипотезы о двух Прасковьях» Д.А. Гудков опирается только на известные ранее, в том числе и Б.В. Федоренко, документы.

Столь же подробно учёный рассматривает остальные гипотезы Федоренко. Остановлюсь только на некоторых:

1. К известным аргументам А.А. Андропова (см. [2, с. 46, 48]) в пользу того, что цитировавшаяся выше запись о рождении «приимыша Алексея» есть метрика А.И. Лобачевского, Д.А. Гудков добавляет новый. А именно, из выявленной им «Метрической книги церковей Н. Новгорода за 1795 год» [13], содержащей копии метрических записей 26 церковей (в том числе Сретенской и Алексеевской), следует, что во всех этих церквях в 1795 г. крещены всего три Алексея с отчеством «Иванович»: «приимыш» С.С. Шебаршина, сын прапорщика Ивана Михайлова (церковь Варвары) и сын «Нижегородской межевой канторы канцеляриста» Ивана Михайлова (Никольская церковь).

Мало того, Д.А. Гудков полагает, что обнаруженные метрические книги церковей Нижнего Новгорода за 1792 и 1793 гг. [14, 15] являются подкреплением известных ранее (см. [2, с. 41–43]) доказательств принадлежности Н.И. Лобачевскому метрики «Николая, сына Ивана Максимова», найденной И.И. Вишневым в 1929 г.

2. Приведа доводы (которые я опускаю) в пользу того, что Алексей Иванович Лобачевский – сын С.С. Шебаршина, Д.А. Гудков переходит к «главной загадке биографии Н.И. Лобачевского», т. е. к вопросу об отце Николая Ивановича.

Опираясь на: 1) записи в книге исповедных росписей Сретенской церкви за 1791 г. [12, л. 22 об., 23] и выявленные Д.А. Гудковым консисторские копии [16]; 2) документы [17, л. 11–12] и [18, л. 16–17] о покупке Е.А. Аверкиевым весной 1791 г. домовладения в Алексеевском приходе и

последующей продаже его за полцены С.С. Шебаршину; 3) аргумент «б» (см. выше) и приводя ряд других соображений, Д.А. Гудков утверждает, что «начиная с 1971 года И.М. Лобачевский не жил с Прасковьей Александровной и её сыновьями». Учитывая, что в исповедных росписях Алексеевской церкви за 1799–1802 гг. Н.И. Лобачевский указан как «воспитанник» С.С. Шебаршина (см. [2, 6], а также фрагмент письма И.И. Вишневого, приведённый ранее), Д.А. Гудков пишет: «... предположение о том, что Н.И. Лобачевский является сыном С.С. Шебаршина, переходит в уверенность». И далее: «Известно, что правильность гипотезы проверяется тем, как она работает в исследовании новых проблем. ... Наша точка зрения помогает разъяснить историю с крепостными С.С. Шебаршина–П.А. Лобачевской. <...> ... Вполне удовлетворительно разъясняется и более сложная история с векселями»¹²⁾.

Остановлюсь кратко только на последней истории. Гудков обосновывает предположение Приваловой, что векселя были «дутыми» (см. [3, с. 52]). Логика доказательства следующая. Во-первых, Д.А. Гудков приводит пример аналогичного случая, относящегося к тому же времени (см. [9, т. 23, с. 123]). Во-вторых, он считает, что первый вексель на 1500 рублей (огромная по тем временам сумма, в три раза превышающая стоимость всего имущества Шебаршина) был «дутый» и столь большая сумма «оберегала Прасковью Александровну от других наследников С.С. Шебаршина, которые, допуская, поэтому и не обнаружили». В-третьих, исследователь полагает, что два других векселя (всего на 370 рублей) были «настоящими», т. е. денежными, и обеспечивали «по крайней мере часть наследства» и «более прочную позицию по первому векселю».

¹²⁾ См. выше четвёртую гипотезу Федоренко.

В-четвёртых, из выявленных Н.В. Анохиной и Б.М. Пудаловым документов [19, л. 227, 227 об.; 20, л. 1] очевидно, что «для С.С. Шебаршина не в диковинку были различные вексельные операции». Наконец, в другом месте своей книги Д.А. Гудков исправляет неточную публикацию в [6] «Требования П.А. Лобачевской в счёт вексельной претензии недополученного С.С. Шебаршиным жалованья» [21, л. 106–107 об.]: вместо «её по нём» (см. [6, с. 26, 12-я строка сверху]) следует читать «его по нём». В результате верного прочтения обнаруживается замечательная вексельная операция: «неплатёжеспособный должник является сам за себя поручителем при покупке третьим лицом своих неоплаченных векселей»! Здесь Д.А. Гудков пишет: «Недаром А.А. Андронов восклицал: "Эта Прасковьюшка меня с ума сведёт!"» (По воспоминаниям Н.И. Приваловой).

3. На основании метрики Александра [10, л. 118 об.] и аргумента «б», приведённого выше, Д.А. Гудков считает, что и Александр Лобачевский – сын С.С. Шебаршина.

4. Особое внимание уделяет Гудков вопросу, «был ли И.М. Лобачевский обер-офицером?» Причины этого ясны из приведённого в начале статьи перечня выводов Д.А. Гудкова.

«Я убедился, что с помощью справочной литературы невозможно убедительно разрешить наши вопросы»¹³⁾, – пишет Д.А. Гудков и в результате весьма кропотливого исследования доказывает, что И.М. Лобачевский не был обер-офицером. Приведу только самый убедительный из обнаруженных Д.А. Гудковым аргументов: в Указе от 3 ноября 1793 г. [9, т. 23, с. 469], в частности, говорится: «... от 2

¹³⁾ Имеется в виду также вопрос, соответствовал ли в конце XVIII в. чин «коллежский регистратор» чину «подпоручик» и т. п.

августа 1736 года подтверждено, чтобы всех статских¹⁴⁾ служителей именовали теми статскими чинами, в которых они написаны, а воинскими б чинами, в которых те их статские чины находятся, отнюдь не именовали под опасением за преступление лишения чина ...»

Что же следует прежде всего из признания того факта, что отцом Н.И. Лобачевского был С.С. Шебаршин? Во-первых, неверно встречающееся в литературе мнение, что «бедность и недостатки окружали колыбель Н.И. Лобачевского». Во-вторых, Сергей Степанович Шебаршин, наряду с Прасковьей Александровной, оказал влияние на становление характера Николая Ивановича Лобачевского. В связи с последним отмечу, что Д.А. Гудков, ссылаясь на исследования Б.В. Федоренко, напоминает, что С.С. Шебаршин «из солдатских детей», он окончил Московский университет, был геодезистом Сената, а затем странствовал по России в качестве землемера. В Нижегородской губернии он «снял города Нижний, Починок, Лукоянов. Сочинил планы ... оных городов снял выгонные земли, снимал ... большие дороги и оных карту сочинил», а также «снял город Макарьев, опрожектировал и урегулировал оный, разбил на кварталы, разделил оные по плану на дворы и в натуре дворовые места отвёл и каждому двору план сочинил» [6, с. 292]. Следует также сказать, что Д.А. Гудков впервые публикует ряд документов, касающихся С.С. Шебаршина. Особенно интересен выявленный им «рапорт землемера Шебаршина о неправильных действиях землемера Возницина» [22, лл. 1–4], ярко показывающий характер С.С. Шебаршина, его честность, добросовестность, стремление к справедливости. Этот характер проявляется и в ответе Шебаршина на распоряжение губернского землемера сделать «каждому по своей

¹⁴⁾ То есть невоенных.

округе» выписки из ведомости «о высочайше пожалованных разным чиновникам дворцовым селениям»: «Я должность несу землемеру, а не копейскую, когда мне доставлены будут выписки, то и внесу в свою ведомость. Землемер Сергей Шебаршин» [23, л. 74]. Интересна также (даже для изучения быта горожанина конца XVIII в.) впервые полностью опубликованная опись имущества С.С. Шебаршина [24, л. 31–32].

Я не буду останавливаться на других вопросах, рассматриваемых в книге, на впервые публикуемых в ней воспоминаниях Николая Николаевича Лобачевского. В заключение лишь отмечу, что Дмитрий Андреевич не считал исследование биографии Н.И. Лобачевского законченным. Он писал: «Для желающих я с удовольствием могу указать, какие вопросы нужно ещё изучить и по каким, примерно, фундам...» Некоторые указания есть в его книге; возможно, более подробные обнаружатся в его личном архиве.

Список литературы

1. *Александров П.С.* [Рецензия] // Вестник АН СССР. 1945. №4. С. 148–152. Рец. на: Каган В.Ф. Лобачевский. М.; Л., 1944.
2. *Андронов А.А.* Где и когда родился Н.И. Лобачевский // Историко-математические исследования (ИМИ). 1956. Вып. 9. С. 9–48.
3. *Привалова Н.И.* Дом, в котором родился Н.И. Лобачевский // ИМИ. 1956. Вып. 9. С. 9–48.
4. *Модзалевский Л.Б.* Материалы для биографии Н.И. Лобачевского. М.–Л., 1948.
5. *Федоренко Б.В.* Некоторые сведения к биографии Н.И. Лобачевского // ИМИ. 1956. Вып. 9. С. 65–75.

6. Научное наследство. Т. 12: Новые материалы к биографии Н.И. Лобачевского / Сост. и авт. прим. Б.В. Федоренко. Л., 1988.
7. Дмитрий Андреевич Гудков (к семидесятилетию со дня рождения) // УМН. 1989. Т. 44. №1. С. 223–225.
8. *Богодин С.И.* Где и когда родился математик Лобачевский (по материалам Нижегородского краевого архивного бюро) // Нижегородская Коммуна. 1929. 26 сент. С. 4.
9. Полное собрание законов Российской империи. СПб., 1830.
10. Государственный архив Нижегородской области (ГАО), ф. 570, оп. 4, д. 1125.
11. ГАО ф. 1004, оп. 2, д. 16.
12. ГАО ф. 570, оп. 4, д. 1593.
13. ГАО ф. 570, оп. 559б, д. 394.
14. ГАО ф. 570, оп. 559б, д. 364.
15. ГАО ф. 570, оп. 559б, д. 379.
16. ГАО ф. 570, оп. 559а, д. 418.
17. ГАО ф. 177, оп. 766, д. 219.
18. ГАО ф. 177, оп. 766, д. 262.
19. ГАО ф. 4, оп. 1, д. 795.
20. ГАО ф. 4, оп. 1, д. 792.
21. ГАО ф. 162, оп. 106, д. 4.
22. ГАО ф. 60, оп. 232, д. 18.
23. ГАО ф. 829, оп. 675, д. 11.
24. ГАО ф. 5, оп. 40, д. 24.

КАК ИЗУЧАЛАСЬ БИОГРАФИЯ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО (к 150-летию со дня смерти Н.И. Лобачевского)*

Нигде так не трудно собирать сведения о действовавших во времена прошедшие, как в России. Лица, отличавшиеся полезною, часто громадною деятельностью, почти никогда не оставляют после себя записок или иных материалов для жизнеописания...

Современники не заботятся собирать сведения о знаменитых и замечательных личностях своего времени, а потомкам остается только жалеть о равнодушии и беспечности предков. Так гибнут у нас и деяния и самые имена людей, вполне стоящие того, чтобы не остаться в неизвестности.

*А.В. Висковатов (1804–1858),
русский историк (написано в 1856 г.)*

Биографии великих русских учёных не изучаются или, по крайней мере, пока не изучались с той тщательностью, которая была внесена в последние десятилетия в биографии большинства русских великих писателей. <...> Я думаю, что некоторые из этих биографий столь же поучительны.

*А.А. Андронов (1901–1952),
из письма И.А. Андроникову
от 18.05.1948*

24 февраля (по новому стилю) 2006 г. исполнилось 150 лет со дня смерти выдающегося русского учёного Николая

* Впервые опубликовано в сборнике «Историко-математические исследования», вторая серия, вып. 12(47), 2007. С. 32–49.

Ивановича Лобачевского. Этой дате был посвящён ряд мемориальных мероприятий. Так, 22 февраля в Казани были возложены цветы к надгробию Н.И. Лобачевского на Арском кладбище и к памятнику учёному напротив главного корпуса университета, затем состоялось специальное расширенное заседание Совета Казанского университета; 26 февраля в музее науки «Нижегородская радиолaborатория» Нижегородского университета имени Н.И. Лобачевского прошли чтения памяти Лобачевского, организованные музеем и Нижегородским математическим обществом; 18 мая памяти Н.И. Лобачевского было посвящено специальное заседание «Колмогоровских чтений – IV» в Ярославле; 14 июля в Суздале на Международной конференции «Дифференциальные уравнения и динамические системы» была прочитана лекция об изучении биографии Н.И. Лобачевского; 10 октября в Минске заседанием, посвящённым Н.И. Лобачевскому, открылась Пятая международная конференция «Бояи–Гаусс–Лобачевский. Неевклидова геометрия в современной физике». Наконец, 14 декабря 150-летию со дня кончины Н.И. Лобачевского было посвящено заседание секции математики Центрального Дома учёных РАН. Однако все перечисленное – «инициативные» мероприятия научного сообщества. Насколько известно автору, РАН «не заметила» эту дату, не было ни одной публикации в центральных СМИ. Похожая ситуация была и в 1992 году, в год 200-летия со дня рождения Н.И. Лобачевского. Такая «традиция» представляется, мягко говоря, совершенно неестественной: не так много в мире учёных, чьи труды изменили научное мировоззрение; не следует забывать и о выдающемся вкладе Н.И. Лобачевского в становление российского высшего образования. Не украшает нас и многолетнее переписывание из одной публикации в другую недостоверных

или даже ошибочных сведений, касающихся биографии Н.И. Лобачевского.

Цель настоящей статьи – напомнить о некоторых¹⁾ замечательных математиках, физиках, историках, литературоведах, трудами которых были раскрыты некоторые загадки биографии Н.И. Лобачевского, а также ещё раз обратить внимание на ряд ошибок и мифов, которыми до сих пор изобилуют публикации о Н.И. Лобачевском.

Как изучалась биография Н.И. Лобачевского

Николай Иванович Лобачевский родился в Нижнем Новгороде 1 декабря (по новому стилю) 1792 года. Обычно с фразы такого типа начинается любой биографический текст. Однако в случае биографии Н.И. Лобачевского установление как этих исходных, так и многих других фактов потребовало весьма значительных усилий. Кроме общей причины, отмеченной в эпитафии, здесь есть ряд специфических обстоятельств. Прежде всего, это то, что открытие Лобачевского было признано в России (в отличие от западноевропейских стран) лишь почти через пятьдесят лет после его смерти. Кроме этого, казанский пожар 1842 года уничтожил, как полагают, многие документы, касающиеся Лобачевского. Но главной причиной являются, скорее всего, жизненные обстоятельства, побуждавшие Н.И. Лобачевского не афишировать некоторые сведения из своей биографии.

Первым, кто внёс выдающийся вклад в пропаганду открытия Н.И. Лобачевского и восстановление памяти о

¹⁾ К сожалению, в рамках этой статьи невозможно упомянуть всех, кто внёс вклад в изучение биографии Н.И. Лобачевского и в пропаганду его идей. В частности, не будет сказано о касающихся этих вопросов работах Б.Л. Лаптева (1905–1989), П.А. Широкова (1895–1944) и других.

нём, был математик Александр Васильевич Васильев (1853–1929), сын известного китаеведа академика В.А. Васильева (1818–1900) и внук (по линии матери) члена-корреспондента Петербургской академии наук астронома И.М. Симонова (1794–1855), сменившего в 1846 г. Н.И. Лобачевского на посту ректора Казанского университета. После окончания в 1874 г. Петербургского университета А.В. Васильев в 1879 г. был направлен для подготовки диссертации за границу, где он слушал лекции К. Вейерштрасса и Л. Кронекера в Берлине, Ш. Эрмита в Париже, познакомился с другими известными европейскими математиками. С 1887 г. А.В. Васильев – профессор Казанского университета, с 1907 г. – профессор различных институтов в Петербурге, с 1923 г. он жил в Москве.

А.В. Васильев был инициатором и главным организатором празднования в Казани в 1893 г. (!) столетия со дня рождения Н.И. Лобачевского. По этому случаю Казанский университет получил приветствия от Академии наук, от многих российских институтов, от Ф. Клейна, С. Ли, А.А. Маркова, Д.И. Менделеева, Н.Г. Столетова, Ж. Таннери, П.Л. Чебышева. В приветствии профессоров Сорбонны, которое подписали П. Аппель, В. Бусинеск, Вольф, Г. Дарбу, Э. Пикар, А. Пуанкаре, Ф. Тиссеран и Ш. Эрмит, говорится: *«Лобачевский оставил в геометрии славный неизгладимый след. Мы все присоединяемся к торжественному празднованию его юбилея. Примите по этому случаю наши самые сердечные пожелания Казанскому университету и русской науке»*.



**Александр
Васильевич
Васильев**

А.В. Васильев предложил создать «Библиотеку Лобачевского» («Bibliotheka Lobachevskiana»), издать полное собрание трудов Лобачевского, учредить премию имени Лобачевского. По его инициативе для реализации этих целей по подписке был создан капитал «Фонда Лобачевского». Из процентов на этот капитал и выплачивалась «Премия имени Н.И. Лобачевского Казанского физико-математического общества». Вот список лауреатов этой премии:²⁾ С. Ли (1897), В. Киллинг³⁾ (1900), Д. Гильберт (1904), Л. Шлезингер (1909), Ф. Шур⁴⁾ (1912), Г. Вейль (1927), Э. Картан и В.В. Вагнер⁵⁾ (1937). В 1895 г. была учреждена медаль «Памяти Н.И. Лобачевского», которая вручалась рецензентам работ, поступивших на соискание премии. Первым эту медаль получил Ф. Клейн за отзыв на работу С. Ли. После перерыва, вызванного Второй мировой войной, премия имени Н.И. Лобачевского перешла в ведение Академии наук. Лауреатами академической премии стали Н.В. Ефимов (1951), А.Д. Александров (1951), А.В. Погорелов (1959), Л.С. Понтрягин (1966), Х. Хопф (1969), П.С. Александров (1972), Б.Н. Делоне (1977), С.П. Новиков (1980), А.Н. Колмогоров (1986), Ф. Хирцебрух (1989), В.И. Арнольд (1992), Ю.Г. Решетняк (1999).

В 1906 году, в год 50-летия со дня смерти Н.И. Лобачевского, по инициативе А.В. Васильева перед зданием

²⁾ К сожалению, точность данных, касающихся премий, здесь и ниже не гарантируется – например, в разных источниках указаны разные даты присуждения премий. В биографии академика В.А. Фока указано, что в 1937 г. ему присуждена премия имени Н.И. Лобачевского.

³⁾ По жребию с А. Уайтхедом: по положению о премии, если рецензенты признавали достойными несколько работ, то лауреат определялся жеребьевкой.

⁴⁾ По жребию с Дж. Кулиджем.

⁵⁾ В этот раз были вручены две равнозначные премии.

Казанского университета, ректором которого в течение 19 лет был Н.И. Лобачевский, был установлен памятник выдающемуся учёному (скульптор М.Л. Диллон). На памятнике дата рождения не указана (как не была она указана и на надгробии Н.И. Лобачевского на Арском кладбище в Казани). Очевидно, причина состоит в том, что эта дата не была никому известна. О начальном этапе биографии Н.И. Лобачевского не были осведомлены даже современники – например, у А.Ф. Попова [1] написано «Н.И. Лобачевский родился в Нижнем Новгороде» (без указания даты), а у Е.П. Янишевского в [2] – «Н.И. Лобачевский родился в Макарьевском уезде Нижегородской губернии в 1793 году»; оба утверждения – без ссылок на какие-либо документы.



**Открытие памятника Н.И. Лобачевскому
в Казани, 1906 г.**

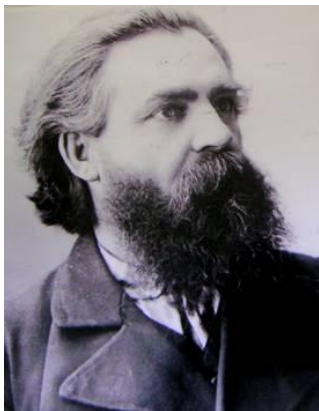


**Памятник
Н.И. Лобачевскому
работы М.Л.Диллон**

Наконец, А.В. Васильев многие годы собирал данные по биографии Лобачевского и в 1927 г. завершил большой труд «Жизнь и научное дело Н.И. Лобачевского». Однако эту замечательную книгу читатель смог увидеть только в 1992

году: отпечатанный тираж лежал на складе Госиздата, в продажу не поступал и после смерти А.В. Васильева был полностью уничтожен. Эту книгу [3] восстановили и подготовили к печати по случайно сохранившемуся оттиску вёрстки казанские профессора В.А. Бажанов и А.П. Широков (1926–1998).

А.В. Васильев тоже не знал дату рождения Н.И. Лобачевского: столетие со дня рождения Лобачевского отмечалось 22 октября 1893 г., а книга [3] начинается словами «Николай Иванович Лобачевский родился 22 октября 1792 г. в Нижнем Новгороде». По инициативе А.В. Васильева в 1929 г. академик В.И. Вернадский, председатель комиссии по истории знаний, пишет запрос в Нижегородское краевое архивное бюро: нет ли в архиве документов, «касающихся знаменитого математика Н.И. Лобачевского?» Поиском занялся стар-



**Иван Иванович
Вишневский**

ший архивариус Иван Иванович Вишневский⁶⁾ (1862–1943), и летом 1929 г. ему удалось обнаружить такие документы, в том числе запись в метрической книге Алексеевской церкви Нижнего Новгорода за 1783–1802 гг.⁷⁾:

«В 1792 году родилось.

В ноябре.

*5. Рож[дение] 20, кре[щение] 25.
Нижегородскаго наместническаго
правления у регистратора Ивана
Максимова сын Николай...»*

⁶⁾ Биографическая справка об И.И. Вишневском доступна по адресу <http://www.opentextnn.ru/history/historiografy/historians/ros/nn/?id=1320>

⁷⁾ Документ цитируется по [4].

Эту запись Вишневский сразу идентифицировал как метрику Н.И. Лобачевского, хотя фамилия «Лобачевский» в документе не фигурирует. Впервые сведения о находке И.И. Вишневского были опубликованы в газетной заметке [5].

Деятельность А.В. Васильева по изучению биографии Н.И. Лобачевского и пропаганде его математических результатов продолжил Вениамин Фёдорович Каган (1869–1953), известный геометр, профессор Московского университета. В.Ф. Каган увлёкся геометрией Лобачевского ещё в 1888 г., когда он учился на втором курсе физико-математического факультета Новороссийского университета в Одессе. В 1900 г. он публикует свою первую книгу [6]. В сороковые годы XX века В.Ф. Каган публикует несколько книг о Н.И. Лобачевском. В книге 1943 г. в качестве дня рождения Н.И. Лобачевского он указывает общепринятую тогда дату 22 октября 1793 г., а местом рождения называет Макарьев [7, с.18]. Но уже в следующем году В.Ф. Каган пишет, что Н.И. Лобачевский родился 20 ноября (по старому стилю) 1792 года в Нижнем Новгороде [8, с.10], ссылаясь на приведённую выше запись в книге исповедных росписей как на метрическую и отмечая при этом, что самой фамилии «Лобачевский» в этой записи нет. Дело в том, что В.Ф. Каган ещё в 1943 г. был знаком с копиями материалов, обнаруженных И.И. Вишневским, но по условиям военного времени не мог проверить их подлинность⁸⁾. После опубликования книги [7] В.Ф. Каган при



**Вениамин Фёдорович
Каган**

⁸⁾ См. ниже письмо В.Ф. Кагана А.А. Андронову.

содействии Академии наук получил из Горьковского краевого архива копии документов, найденных И.И. Вишневым, а также ещё нескольких документов, косвенно подтверждавших данные, которые В.Ф. Каган и опубликовал в [8].

Новые данные о дате и месте рождения Н.И. Лобачевского были восприняты настороженно. Например, член-корреспондент АН СССР (впоследствии академик) П.С. Александров в своей в целом положительной рецензии на книгу [8] писал: «Из того, что 20 ноября 1792 г. у регистратора Ивана Максимова в Нижнем Новгороде родился сын Николай, ещё не следует, что у землемера Ивана Максимовича Лобачевского 22 октября 1793 г. сын Николай не родился где-то в Макарьевском уезде Нижегородской губернии» [9, с.148]. С другой стороны, в предисловии к [10] по поводу книги [8] написано: «Последней и наиболее полной и достоверной биографией Лобачевского является книга проф. В.Ф. Кагана «Лобачевский»».

Книга [10] требует особого отступления. Её автор, ленинградский литературовед и архивист Лев Борисович Модзалевский (1902–1948), сын известного пушкиниста члена-корреспондента АН Б.Л. Модзалевского (1874–1928), начал собирать материалы для биографии Лобачевского по инициативе Комиссии по истории АН (КИАН) в 1942 г. в Казани, куда в годы войны была эвакуирована значительная часть АН СССР. В результате его многолетней работы появился фундаментальный труд [10]: на 827 страницах большого



**Лев Борисович
Модзалевский**

формата опубликованы 622 документа, различные воспоминания о Лобачевском, богатый справочный материал. Однако к нижегородскому периоду биографии Лобачевского в [10] относятся только два документа, открывающие книгу, причём первый из них – тот самый фрагмент метрической книги Алексеевской церкви, которой был приведён выше. Тем самым Л.Б. Модзалевский показал, что он признаёт эту запись как метрическую запись о рождении Н.И. Лобачевского.

Итак, мнения разделились. Нужны были новые аргументы, новые доказательства. По просьбе В.Ф. Кагана президент АН СССР С.И. Вавилов 12 февраля 1948 г. обращается в Горьковский краевой архив. Однако ещё до обращения С.И. Вавилова поиск в Горьком новых документов, связанных с Н.И. Лобачевским, начала группа академика А.А. Андропова. По-видимому, внимание А.А. Андропова к проблемам, связанным с научной биографией Н.И. Лобачевского, привлекло письмо В.Ф. Кагана от 27 июля 1943 г., полный текст которого приводится ниже.⁹⁾

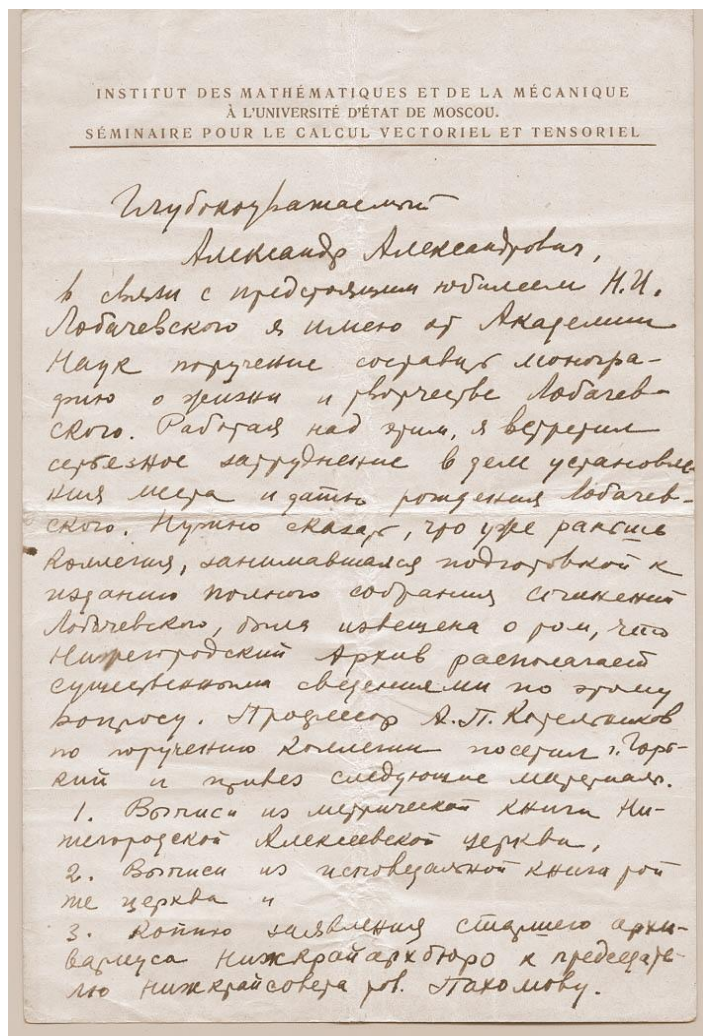
«Глубокоуважаемый

Александр Александрович,

в связи с предстоящим юбилеем Н.И. Лобачевского я имею от Академии Наук поручение составить монографию о жизни и творчестве Лобачевского. Работая над этим, я встретил серьёзное затруднение в деле установления места и даты рождения Лобачевского. Нужно сказать, что уже раньше коллегия, занимавшаяся подготовкой к изданию полного собрания сочинений Лобачевского, была извещена о том, что Нижегородский Архив располагает существенными сведениями по этому вопросу. Профессор А.П.

⁹⁾ Насколько известно автору, это письмо не публиковалось.

Котельников по поручению коллегии посетил г. Горький и привез следующие материалы.



Первая страница письма В.Ф. Кагана А.А. Андронову

1. Выписи из метрической книги Нижегородской Алексеевской церкви.

2. Выписи из исповедальной книги той же церкви и

3. Копию заявления старшего архивариуса Нижскрай-архбюро к председателю Нижскрайсовета тов. Пахомову.

Копии перечисленных документов я при сём Вам препровождаю. Посылаю также копии двух писем, позже написанных т. Вишневым профессору А.П. Котельникову. Согласно указанию, привезённому А.П. Котельниковым, мы познакомились здесь со статьей С. Богодина, помещённой в газете «Нижегородская Коммуна» от 26 сентября 1929 г. (№222). Из этой статьи нужно заключить, что 22 октября 1793 г. отнюдь не является действительной датой рождения Лобачевского. Напротив, такой датой является 20 ноября 1792 г. Так оно действительно следует из метрической записи, о которой была речь выше. Кроме того, становится очень вероятным, что Н.И. Лобачевский фактически был сыном С.С. Шебаршина.

Крайне затрудняясь по состоянию здоровья лично прибыть в Горький для проверки всех фактов, я обращаюсь к Вам с настоятельной просьбой оказать мне в этом деле содействие, то есть лично или при посредстве других вполне надежных лиц проверить все эти данные. Важнее всего установить, сохранились ли метрические и исповедальные книги, о которых идёт речь, точны ли копии записей. Было бы очень хорошо, если бы к этому Вы могли присоединить и дополнительные сведения, собранные на месте.

Вам и тем лицам, которые приняли бы участие в этом исследовании, я заранее приношу самую глубокую благодарность.

27/VII-43. *Искренне уважающий Вас профессор Вен. Каган.*

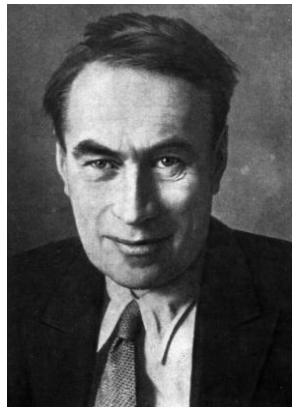
Москва, Большая Полянка, дом 44, кв. 4.

П.С. В дополнение к метрической записи, имеется еще такая заметка:

«1792 запись такая же, как и за 1793, но зачёркнуто; надо думать, что уезжали они в Макарьев или село Лысково, желательно потребовать просмотреть по метрическим и исповедальным книгам»».

В конце письма имеется пометка другими чернилами и другим почерком: «документы высылаю заказной бандеролью». Возможно, это пометка Андропова.

Александр Александрович Андронов (1901–1952), физик по образованию, имел чрезвычайно широкий круг интересов, в который входила и история науки.¹⁰⁾ По-видимому, условия военного времени не позволили А.А. Андронову сразу заняться биографией Лобачевского, но в конце 1947 года он организовал исследовательскую группу, в которую вошли¹¹⁾ сотрудники областного архива Н.И. Привалова, М.П. Третьякова, Г.М. Вострякова, А.Н. Коновалова, Я.М. Каган, архитектор Н.В. Ушаков, историк



**Александр
Александрович
Андронов**

¹⁰⁾ О жизни и трудах А.А. Андропова имеется обширная литература. Многочисленные воспоминания об А.А. Андронове свидетельствуют о его исключительных человеческих качествах – см., например, [11], [12] (в [11] имеется список публикаций об А.А. Андронове).

¹¹⁾ Возможно, список ниже неполон – так, в [11] сказано о «нескольких группах историков и архивистов».

И. Кирьянов. А.А. Андронов не был только формальным руководителем — он с большим энтузиазмом лично участвовал в поисках и исследованиях документов (см. воспоминания в [11], [12]; имя А.А. Андропова сохранилось в Нижегородском областном архиве на сопроводительных листах архивных документов, с которыми он работал), вёл большую переписку. В частности, А.А. Андронов надеялся привлечь к поискам И.Л. Андроникова.¹²⁾

Первая публикация выводов андроновской группы — заметка А.А. Андропова [13] в газете «Горьковская коммуна». Статья [14] с развёрнутым изложением истории вопроса, публикацией архивных документов и их анализом, опубликована уже после смерти А.А. Андропова (эта статья была подготовлена к печати Н.И. Приваловой). Вот заключитель-



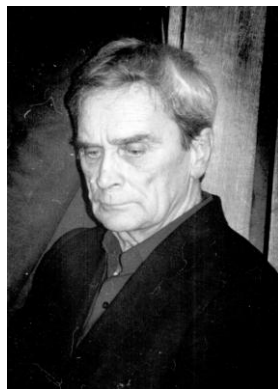
**Надежда Ивановна
Привалова**

ные слова этой статьи: «...на основании всей совокупности как ранее известных документов, так и документов, найденных И.И. Вишневым в 1929 г., и, наконец, новых документов, найденных работниками Горьковского областного архива в 1947–1948 гг., на основании их изучения и сопоставления необходимо прийти к выводу, что величайший русский математик Николай Иванович Лобачевский родился в Нижнем Новгороде 20 ноября 1792 г. (по старому стилю)» [14, с.48].

¹²⁾См. второй эпиграф к настоящей статье; полностью это письмо опубликовано в [4, с. 25–27].

Уже после смерти А.А. Андропова была завершена работа по определению точного местонахождения дома, где Н.И. Лобачевский родился и провел детские годы: в статье архивиста-палеографа Надежды Ивановны Приваловой¹³⁾ (1900–1987) доказано, что этот дом находился на углу улиц Алексеевской и Вознесенской (сейчас – Октябрьская) [15].

Позже ленинградский историк Борис Варфоломеевич Федоренко¹⁴⁾ (1913–2007) придерживался в [16] другой версии. Эта версия и контраргументы к ней подробно изложены в книге [4], о которой речь пойдет ниже. Не затрагивая эту тему, о самой книге [16] надо сказать, что она представляет итог многолетних изысканий Б.В. Федоренко, построенный по аналогии с книгой Л.Б. Модзалевского [10] (не случайно названия этих книг похожи). Книга содержит публикации 477 документов, из которых уже 49 относятся к нижегородскому периоду, комментарии, справочный материал. О двух очень интересных исследованиях Б.В. Федоренко мы подробно напомним в следующем разделе.



**Борис
Варфоломеевич
Федоренко**

Результаты группы Андропова постепенно получают признание: дату рождения Н.И. Лобачевского 20 ноября (по старому стилю) 1792 г. в Нижнем Новгороде следует считать точно установленной. После публикаций 1956 г. [14; 15]

¹³⁾ Подробный и очень интересный биографический очерк о Н.И. Приваловой доступен по адресу www.unn.ru/rus/f3/h_priv.htm.

¹⁴⁾ Б.В. Федоренко – организатор и первый директор музея Ф.М. Достоевского в Санкт-Петербурге.

эти данные становятся общепризнанными. Однако загадки в биографии Н.И. Лобачевского остаются. Прежде всего – это вопросы, касающиеся его родословной: какова девичья фамилия его матери Прасковьи Александровны и, как это ни странно звучит, кто был его отцом. Эти вопросы затрагиваются в книгах [4; 17], опубликованных издательством Нижегородского университета в 1992 г. к 200-летию со дня рождения Н.И. Лобачевского.

В книге [17] нижегородских историков Тамары Ивановны Ковалевой¹⁵⁾ и профессора Николая Филипповича Филатова (1938–2004) в главе о нижегородском окружении Лобачевских обсуждается гипотеза, согласно которой Прасковья Александровна Лобачевская – дочь петербургского офицера А.И. Вышеславцева. Эта гипотеза не имеет достаточного документального подтверждения, но если она верна, то вполне объясняет, почему П.А. Лобачевская тщательно скрывала свое происхождение: 7 ноября 1786 года в Петербурге «Вышеславцев, ехавши в карете с женой и с какой-то благородною девицей, вынул нож и стал их и себя самого резать. Слава Богу, их легко поранил, а себя смертельно» – рассказывал за обедом в своем доме сын екатерининского вельможи А.В. Орлов [17, с.31].

Книга [4] Дмитрия Андреевича Гудкова¹⁶⁾ (1918–1992) посвящена не менее интригующему вопросу о фактическом отце Н.И. Лобачевского. Ещё в письме к В.Д. Бонч-Бруевичу от 12 декабря 1929 г. И.И. Вишневский, первым изучавший

¹⁵⁾ Т.И. Ковалева – директор музея Нижегородского университета.

¹⁶⁾ Профессор Д.А. Гудков – известный математик, решивший в 1969 г. задачу о расположении овалов неособых кривых степени 6, поставленную Д. Гильбертом в первой части его знаменитой 16-й проблемы, и на этой основе выдвинувший в качестве гипотезы сравнение по модулю 8, которому удовлетворяет некоторая топологическая характеристика неособой кривой любой чётной степени.

происхождение Н.И. Лобачевского по исповедным и метрическим церковным записям, писал: «...нахожу запись 1799 г. матери Лобачевского и всех её сыновей как «воспитанников» землемера Шебаршина. По закону 1744 года слово «воспитанник» равнялось незаконнорожденному, что и было мной твердо установлено дальнейшими записями в исповедных росписях и метриках...» [4, с.17]. Таким образом, И.И. Вишневский первым высказал предположение, что отцом Н.И. Лобачевского и его братьев Александра и Алексея был землемер Сергей Степанович Шебаршин, а не губернский регистратор Иван Максимович Лобачевский. Это предположение было опубликовано в заметке [5] без ссылки на И.И. Вишневского, однако А.А. Андронов отстаивал его авторство (см. [4, с.19]) и, по словам Д.А. Гудкова, разделял его точку зрения, хотя нигде об этом не писал.

Ясно, что такая экстраординарная версия требует чрезвычайно скрупулезного обоснования. Для этого Д.А. Гудков привлекает в [4] 13 выписок из законов Российской империи XVIII века и 81 архивный документ, из которых 21 новый, т. е. выявлен Д.А. Гудковым, и ещё около 30 выявлены группой Андропова, но публикуются впервые; исправлены также ошибки в предыдущих публикациях ряда документов. Кроме этого, в [4] впервые опубликованы написанные в 1898–1899 гг. обширные (75 страниц печатного текста) воспоминания Николая Николаевича Лобачевского, сына Н.И. Лобачевского, о своем отце.



Дмитрий Андреевич
Гудков

Свои выводы Д.А. Гудков формулирует в предисловии к книге: «... на основе анализа большого архивного материала и литературных источников, по моему мнению, убедительно устанавливаются следующие факты биографии Н.И. Лобачевского: <...>

3. Доказано, что Николай Иванович Лобачевский и два его брата – Александр и Алексей – были сыновьями макарьевского землемера и капитана С.С. Шебаршина и П.А. Лобачевской. Это обстоятельство определило многие, казалось бы, загадочные поступки П.А. Лобачевской, а также самого Н.И. Лобачевского в течение всей его жизни» [4, с.3-4]. Более подробно о содержании книги Д.А. Гудкова можно прочитать в [18].

Хотелось бы надеяться, что эта тщательно обоснованная Д.А. Гудковым версия постепенно станет общепринятой, как это случилось ранее с выводами А.А. Андропова о дате и месте рождения Н.И. Лобачевского и с выводами Н.И. Приваловой о доме, где прошло его детство. Однако, к сожалению, здесь следует воздержаться от чрезмерного оптимизма, поскольку вплоть до настоящего времени практически все публикации о Н.И. Лобачевском повторяют старые мифы и ошибки, на некоторые из которых мы сейчас ещё раз обратим внимание.

Некоторые мифы и ошибки в публикациях о Н.И. Лобачевском

1. Изучал ли К.Ф. Гаусс русский язык специально для того, чтобы читать труды Н.И. Лобачевского по-русски? Какой бы текст, касающийся жизнеописания Н.И. Лобачевского или К.Ф. Гаусса, вы ни взяли, почти наверняка в нём найдётся утверждение, дающее положительный ответ на

вопрос, вынесенный в заголовок этого пункта. Например, биограф Гаусса В.К. Бюлер пишет: «Именно в связи с работой Лобачевского Гаусс начал учить русский язык» [19, с.155]. Этот чрезвычайно распространенный миф был развенчан ещё А.В. Васильевым: *«Учился ли Гаусс русскому языку для того, чтобы читать в подлиннике русские сочинения Н.И. Лобачевского, – вопрос, на который, к сожалению, приходится дать отрицательный ответ»* [3, с.156-157]. И далее А.В. Васильев, цитируя переписку Гаусса с астрономом Г. Шумахером за 1839–1846 гг., даёт подробное обоснование этого ответа. Так, Васильев приводит слова Гаусса из его письма от 18 августа 1839 г.: «В начале прошлой зимы я начал заниматься русским языком, так как думаю, что приобретение какой-нибудь новой способности есть нечто вроде омоложения» [там же].

Васильев отмечает: «8 августа 1840 г. Гаусс пишет, что он имеет три тома поэтических сочинений Пушкина, но хотелось бы читать прозу... 29 декабря 1841 г. Гаусс пишет, что русский язык ему мало даётся... Но до 1846 г. во всей этой переписке Гаусса с Шумахером имя Лобачевского ни разу не упоминается. Из этой переписки можно заключить также, что 8 августа 1840 г. Гаусс не имел русской работы Лобачевского» [там же]. Конечно, В.К. Бюлер, опубликовавший английский оригинал книги [19] в 1981 г., не мог читать книгу [3], увидевшую свет в 1992 г. Однако и в «Лекциях о развитии математики в XIX столетии» Ф. Клейна указано: «Лобачевский <...> попал в поле зрения Гаусса примерно в 1841 г.» [20, с.74]. К сожалению, и после 1992 г. миф об истоках интереса Гаусса к русскому языку многократно повторяется.

2. О «дне рождения» геометрии Лобачевского. Как и в случае с «русским языком Гаусса», почти в любой публикации о геометрии Лобачевского написано: «... днём рождения новой геометрии следует считать 11 февраля 1826 г.» и далее разъясняется (с разной степенью неточности в названиях), что в этот день на заседании Отделения физико-математических наук философского факультета Казанского университета Н.И. Лобачевский прочитал доклад «Краткое изложение принципов геометрии со строгим доказательством теоремы о параллельных». Вот несколько свежих примеров: «Научное сообщение об открытии новой геометрии было сделано Н.И. Лобачевским в Казанском университете в 1826 году...» ([21], с.228); «Открытию неевклидовой геометрии исполняется 180 лет» (газета «Казанский университет», февраль 2006 г.); «В этом году ... 180 лет геометрии Лобачевского...: в 1826 г. он первый раз сделал в Казанском университете доклад об аксиоме параллельных Евклида» (газета «Нижегородский университет», февраль 2006 г.)

Безоговорочный выбор 11 февраля 1826 в качестве даты открытия неевклидовой геометрии представляется, по меньшей мере, необоснованным. Ещё в 1992 году казанский геометр Г.Е. Изотов (1917–2006) писал: «...широко распространённое утверждение, что 11 февраля 1826 года Лобачевский сделал доклад или прочитал сочинение, по крайней мере, сомнительно» [22, с.37]. Действительно, известно лишь письмо-представление Н.И. Лобачевского от 6 февраля 1826 г. Отделению физико-математических наук Казанского университета, сопровождающее рукопись на французском языке его сочинения «Краткое изложение принципов геометрии со строгим доказательством теоремы о параллельных»; поступление работы было зарегистрировано 7 февраля. В протоколе заседания Отделения от 11 февраля записано, что

«слушано было представление г. орд. проф. Лобачевского от 6 февраля сего года с приложением ... сочинения на французском языке ... о котором он желает знать мнение членов отделения» [там же]. Далее в протоколе написано, что решено было «поручить рассмотрение сочинения г.г. профессорам [И.М.] Симонову, [А.Я.] Купферу и адъюнкту [Н.Д.] Брашману и мнение своё сообщить отделению» [там же]. Имеется также документ от 27 марта 1827 г., в котором отмечается «недоставление от г.г. Симонова, Купфера и Брашмана мнения о сочинении» [там же, с.38]; само «Дело по представлению г. проф. Лобачевского о рассмотрении его сочинения» «в 1834 году было сдано в архив» [там же].

Очевидно, текст «слушано было представление г. орд. проф. Лобачевского от 6 февраля» означает, что 11-го февраля 1826 г. рассматривалось только сопроводительное письмо Н.И. Лобачевского. Таким образом, о докладе или о публичном чтении сочинения в документах нет ни слова.

Общепринято датой какого-либо открытия считать дату его первой публикации или дату поступления рукописи в редакцию. Конечно, публичный доклад тоже следует считать публикацией. Однако в данном случае никаких свидетельств о том, что доклад имел место, нет; сама же рукопись «Краткое изложение принципов геометрии...» утрачена. Н.И. Лобачевский упоминает эту рукопись в своей первой опубликованной работе по неевклидовой геометрии (1829), однако эта ссылка не даёт возможности для достоверных суждений о содержании рукописи. В этой ситуации более естественно отметить 180-летие создания геометрии Лобачевского в 2009 г.: как известно, первая работа Н.И. Лобачевского по неевклидовой геометрии опубликована в «Казанском вестнике» в 1829–1830 гг.

В следующих двух пунктах я хочу напомнить о двух открытиях Б.В. Федоренко из его книги [16] 1988 г., тоже зачастую выпадающих из поля зрения авторов более поздних публикаций о Н.И. Лобачевском.

3. О портретах Н.И. Лобачевского. Живописных изображений Н.И. Лобачевского, к сожалению, известно очень мало. Наиболее часто публикации о Н.И. Лобачевском сопровождаются или портретом кисти В.А. Щеголькова (1811–1857) (см. рис.1), или портретом работы известного казанского художника Л.Д. Крюкова (1783–1843) (см. рис.2). Согласно



Рис.1. Работа В.А. Щеголькова



Рис.2. Работа Л.Д. Крюкова

статье [23], оригинал первого портрета принадлежал Геометрическому кабинету Казанского университета, а оригинал второго с 1928 г. принадлежал музею Л.Н. Толстого в Москве и висел (по крайней мере, в 1948 г.) в кабинете Президента АН СССР; в настоящее время копии этого портрета украшают кабинеты ректоров Казанского и Ниже-

городского университетов. Б.В. Федоренко доказывает, что на портрете работы Щеголькова изображен вовсе не Н.И. Лобачевский! Вот аргументы Б.В. Федоренко:

1) На обратной стороне портрета имеется текст: «Писал с натуры Щегольков». Сопоставляя это с датой рождения художника и с временем, когда он мог видеть Н.И. Лобачевского, получаем, что Щегольков написал портрет в возрасте 12 лет!

2) Рассматриваемый портрет является единственной известной живописной работой Щеголькова, и имеются документы 1833–1835 гг., согласно которым этот портрет – квалификационная работа на соискание должности учителя рисования, выполненная в присутствии Педагогического совета Нижегородской гимназии.

3) Имеется документ 1834 г. Правления Казанского университета, где этот портрет назван картиной, «представляющей человека в сюртуке, пред которым лежит барельеф». Много лет спустя в списке имущества рисовального класса, составленном профессором Н.Н. Буличем в 1865 г., в перечне картин маслом упомянута картина «Человек, опирающийся на пьедестал» – по-видимому, имеется в виду портрет работы Щеголькова. Очевидно, портрет Лобачевского не мог сопровождаться такими описаниями.

4) У человека, изображённого на портрете работы Щеголькова, глаза карие, тогда как, согласно различным воспоминаниям современников, у Н.И. Лобачевского были серые глаза.

5) Наконец, сравнение портретов криминалистическими методами, выполненное по просьбе Б.В. Федоренко, завершается выводом: «на портрете работы Щеголькова В.А., вероятнее всего, изображён не математик Лобачевский Н.И., а какое-то иное лицо» [16, с.350-354].

Несмотря на эти вполне убедительные аргументы, до сих пор в ряде публикаций, в том числе в Интернете, изображённый на портрете В.Л. Щеголькова человек выдается за Н.И. Лобачевского. Портрет кисти Л.Д. Крюкова, без всякого сомнения, «настоящий», однако нельзя, к сожалению, считать, что мы знаем внешний облик Н.И. Лобачевского – известны весьма скептические отзывы самого Николая Ивановича, его сына Николая Николаевича и ряд других о сходстве портрета с оригиналом. Единственное документальное изображение Н.И. Лобачевского – это портрет с дагерротипа, сделанного в 1855 г., то есть за год до смерти ученого, к тому же сильно ретушированный.

4. Кто скрывался под псевдонимом «С.С.»? Хорошо известно, что в №41 (1834 г.) журнала «Сын Отечества и Северный архив» был напечатан весьма грубый и невежественный отзыв «О началах геометрии, соч. г. Лобачевского», подписанный «С.С.». Долгое время не удавалось установить автора этого отзыва – в частности, подозрение падало на М.В. Остроградского, который в 1832 г. дал устный отрицательный отзыв на работу Н.И. Лобачевского. Загадка псевдонима «С.С.» раскрыта на страницах книги Б.В. Федоренко.

Сначала Б.В. Федоренко на основании аккуратного прочтения архивных протоколов Академии наук за 1832 г. показывает, что их публикация в книге Л.Б. Модзалевского [10] не вполне корректна и что известные документы никак не подтверждают распространённое мнение о том, что отзыв в «Сыне Отечества» был написан или инспирирован М.В. Остроградским.

Затем Б.В. Федоренко сообщает ещё об одном отзыве – «Замечания на геометрическую программу, сочинённую г. Лобачевским», опубликованном 21 марта 1834 г. в «Северной Пчеле» и опять с загадочной подписью «С.С.». Однако

на сей раз речь идёт об однофамильце Н.И. Лобачевского – Иване Васильевиче Лобачевском (ум. в 1858 г.), адъюнкт-профессоре математики и физики медико-хирургической академии, который был одержим задачей о квадратуре круга и опубликовал в 1833 г. «Геометрическую программу, содержащую ключ к квадратуре неравных луночек...», а затем, чтобы привлечь внимание к этой «Программе», – объявление о ней в «Северной Пчеле» за 10 марта 1834 г. Упомянутые отзывы имеют стиливое и идейное сходство, содержат однотипные высказывания и общие особенности словоупотребления и слога, что позволяет предположить, что они написаны одним автором.

Чтобы «вычислить» этого автора, Б.В. Федоренко показывает, что должны выполняться следующие «необходимые начальные условия: 1) автор пользовался доверием и приязнью в Министерстве просвещения; 2) жил в Петербурге; 3) был математиком, но с довольно ограниченным запасом знаний; 4) являлся знакомым издателей «Северной Пчелы» и «Сына Отечества» и прежде всего Н.И. Греча, который не склонен был портить с ним отношения».

Наконец, Б.В. Федоренко доказывает, что всем этим условиям удовлетворяет Фёдор Иванович Буссе (1798–1859), «адъюнкт математики и ординарный профессор педагогики» Главного педагогического института. Хотя все образование этого профессора составляли Санкт-Петербургская губернская гимназия, которую он окончил в 1814 г., и около полутора студенческих лет (январь 1815 г. – август 1816 г.) в Петербургском педагогическом институте, это не мешало ему составлять и публиковать «по поручению начальства» руководства по изучению и преподаванию арифметики, геометрии, сокращённые логарифмические таблицы и т. п. и дослужиться до действительного статского

советника. Объяснение этому обстоятельству весьма простое: Ф.И. Буссе пользовался покровительством министра народного просвещения С.С. Уварова и всегда верно следовал его идее «православия, самодержавия и народности».

Что касается псевдонима «С.С.», то это просто две буквы «с» из фамилии Буссе. Б.В. Федоренко приводит примеры аналогичных псевдонимов того времени, а также указывает, что Буссе пользовался ещё одним псевдонимом, основанным на той же идее: его единственная статья для «Энциклопедического лексикона» (СПб, Т.1, 1835, с.XV), не имеющая, кстати, отношения к математике, была подписана псевдонимом «14.2», означающим, что четырнадцатая по порядку согласная буква славянской азбуки – буква «с» – встречается в фамилии два раза [16, с.340-349].

* * *

В своей статье А.А. Андронов указывал на «позорное для историков русской и мировой науки незнание основных фактов биографии Н.И. Лобачевского» как на обстоятельство «в частности, до сих пор не позволившее поставить памятник или мемориальную доску вблизи его места рождения» [13]. А.А. Андронов настойчиво добивался увековечения памяти Н.И. Лобачевского в Нижнем Новгороде, писал по этому поводу министру высшего образования СССР С.В. Кафтанову, его заместителю А.М. Самарину и в другие инстанции. В письме А.А. Андронova (январь 1948 г.) председателю Совмина РСФСР М.И. Родионову, в частности, говорится: «постановка памятника или мемориальной доски вблизи места рождения Н.И. Лобачевского является тем знаком уважения, который является необходимым по отношению к величайшему русскому геометру». Однако дело продвигалось медленно, и более трёх лет спустя, 12 ноября 1951 года, А.А. Андронов писал С.И. Богодину: «Я разговаривал

в Москве об увековечении памяти Н.И. Лобачевского в городе, где он родился. В общем мнение таково – до 1956 года (столетие со дня смерти Н.И. Лобачевского) вряд ли следует рассчитывать на что-либо фундаментальное, требующее значительных ассигнований. Мне советуют уже сейчас во всех докладных записках по этому поводу упоминать об этой приближающейся дате». По инициативе А.А. Андропова уже после его смерти Указом Президиума Верховного Совета СССР от 20 марта 1956 г. Нижегородскому университету было присвоено имя Н.И. Лобачевского. Однако памятника Лобачевскому в Нижнем Новгороде нет до сих пор. В 2005 году Нижегородский университет выступил с инициативой об установке такого памятника на углу улиц Алексеевской и Вознесенской, где стоял дом¹⁷⁾, в котором родился Н.И. Лобачевский. В настоящее время имеется архитектурно-планировочное задание и разрешение городских властей на установку памятника, так что будем надеяться, что памятник выдающемуся ученому на его родине будет установлен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Попов А.Ф. *Воспоминания о службе и трудах профессора Казанского университета Н.И. Лобачевского* // Ученые записки Казанского университета, 1857, том IV.

¹⁷⁾ До 2005 года на этом месте находился вещевой рынок, территория была архитектурно неблагоустроена. В настоящее время рынок ликвидирован, на его месте развернуто строительство делового центра, но площадка перед будущим зданием – в точности то место, где располагалось домовладение Лобачевской–Шебаршина, – зарезервирована для памятного знака.

2. Янишевский Е.П. *Историческая записка о жизни и деятельности Н.И. Лобачевского*. – Казань, 1868.
3. Васильев А.В. *Николай Иванович Лобачевский. 1792–1856*. – М.: Наука, 1992, 229 с.
4. Гудков Д.А. *Н.И. Лобачевский. Загадки биографии*. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1992, 241 с.
5. Богодин С.И. *Где и когда родился математик Лобачевский (по материалам Нижегородского краевого архивного бюро)* // Газета «Нижегородская коммуна», 26 сентября 1929 г., №222. С. 4.
6. Каган В.Ф. *Очерк геометрической системы Лобачевского*. – Одесса, 1900.
7. Каган В.Ф. *Великий ученый Н.И. Лобачевский и его место в мировой науке*. – М.–Л.: Изд. АН СССР, 1943, 56 с.
8. Каган В.Ф. *Лобачевский*. – М.–Л.: Изд. АН СССР, 1944, 348 с.
9. Александров П.С. [рецензия] // Вестник АН СССР, 1945, №4. С. 148.
10. Модзалевский Л.Б. *Материалы для биографии Н.И. Лобачевского*. – М.–Л.: Изд. АН СССР, 1948, 827 с.
11. Бойко Е.С. *Александр Александрович Андронов*. – М.: Наука, 1991, 254 с.
12. *Личность в науке. А.А. Андронов. Документы жизни*. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2001, 287 с.
13. Андронов А.А. *Где и когда родился Н.И. Лобачевский* // Газета «Горьковская коммуна», 1948, № 109. С. 2.
14. Андронов А.А. *Где и когда родился Н.И. Лобачевский (Записка о месте и дате рождения Н.И. Лобачевского)* // Историко-математические исследования, 1956, вып. IX. С. 9–48.

15. Привалова Н.И. *Дом, в котором родился Н.И. Лобачевский* // Историко-математические исследования, 1956, вып. IX. С. 49–64.
16. Федоренко Б.В. *Новые материалы к биографии Н.И. Лобачевского* – Л.: Наука, 1988, 384 с.
17. Ковалева Т.И., Филатов Н.Ф. *Н.И. Лобачевский и Нижегородский край на рубеже XVII – XIX столетий* – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1992, 139 с.
18. Полотовский Г.М. *Кто был отцом Николая Ивановича Лобачевского? (По книге Д.А. Гудкова «Н.И. Лобачевский. Загадки биографии»)* // Вопросы истории естествознания и техники, 1992, №4. С. 30–36.
19. Бюлер В.К. *Гаусс. Биографическое исследование* – М.: Наука, 1989, 207 с.
20. Клейн Ф. *Лекции о развитии математики в XIX столетии*. Том 1. – М.: Наука, 1989.
21. Попов А.Г. *Псевдосферические поверхности и некоторые проблемы математической физики* // Фундаментальная и прикладная математика, 2005. Том 11, №1. С. 227–239.
22. Изотов Г.Е. *К истории опубликований Н.И. Лобачевским сочинений по «воображаемой» геометрии* // Вопросы истории естествознания и техники, 1992, №4. С. 36–43.
23. Дульский П.М. *Строитель Казанского университета великий русский математик Н.И. Лобачевский и его иконография*. В книге: В.Ф. Каган. Лобачевский. – М-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. С. 473–487.

К 220-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ НИКОЛАЯ ИВАНОВИЧА ЛОБАЧЕВСКОГО*

1 декабря 2012 года исполняется 220 лет со дня рождения выдающегося русского учёного Н.И. Лобачевского (1792–1856). О личности Лобачевского и его вкладе в науку написано очень много¹, была статья [1] о биографии Н. И. Лобачевского и в нашем журнале. Цель настоящей заметки – обратить внимание читателя на некоторые моменты, связанные с Лобачевским и с открытием неевклидовой геометрии, о которых пишут и говорят достаточно редко.

1. Почему геометрию Лобачевского называют (по крайней мере, в России) именем Лобачевского? Действительно, известно, что в 1818 году немецкий юрист Фердинанд Карл Швейкарт (1780–1857) в письме К.Ф. Гауссу (1777–1855) утверждал о возможности неевклидовой геометрии, которую он назвал "астральной". Это письмо не является публикацией, но уже в 1825 и 1826 гг. племянник Швейкарта Франц Адольф Тауринус (1794–1874) опубликовал в Кёльне две брошюры, в которых он заметно продвинул «астральную геометрию». Напомню ещё о замечательном венгерском математике Яноше Бояи (1802–1860), 210 лет со дня рождения которого исполняется тоже в декабре 2012

* Впервые опубликовано в журнале «Математика в высшем образовании», №10, 2012. С. 135–140.

¹К сожалению, далеко не все эти публикации достаточно аккуратны с историко-научной точки зрения – см. по этому поводу [1]–[3].

года². Около 1823 года Янош Бояи написал трактат с изложением неевклидовой геометрии³. Эта работа, которую принято кратко называть «Аппендикс», была опубликована только в 1832 году. Однако установлено, что Тауринус, Лобачевский и Бояи пришли к своим результатам независимо друг от друга.

Представляется, что ответ на вопрос, поставленный в начале этого пункта, состоит в следующем. Как известно, Гаусс, который, как он сам писал в 1846 г. датскому астроному Г.Х. Шумахеру (1780–1850), начал думать о возможности неевклидовой геометрии ещё в 1792 г. (см. [6], с.119–120), в своих письмах давал высокую оценку результатам Швейкарта, Тауринуса и Бояи. Однако по не вполне ясным мотивам Гаусс всемерно тормозил продвижение неевклидовой геометрии. Так, его крайне рассердила просьба Тауринуса дать публичный отзыв о своей брошюре 1826 года – в результате Тауринус уничтожил почти весь тираж своих публикаций. Хотя в одном из писем Гаусс назвал Яноша Бояи «гением высшего класса», в марте 1832 года он написал Фаркашу Бояи: «Хвалить её [работу Яноша. – Г.П.] значило бы хвалить самого себя: всё содержание сочинения, путь, по которому твой сын пошёл, и результаты,

²См. статьи [4], [5] о Бояи, опубликованные в нашем журнале.

³По первому слову – «приложение» – её названия, поскольку работа была напечатана как приложение к первому тому учебника по математике, написанного его отцом, Фаркашем Бояи.

которые он получил, почти сплошь совпадают с моими собственными достижениями, которые частично имеют уже давность в 30–35 лет» (см. [6], с.113). Этот странный отзыв крайне тяжело повлиял на Яноша⁴. Только Лобачевский, не ожидая оценки Гаусса, с 1829 года публиковал свои сочинения по неевклидовой геометрии! Впрочем, зная характер Лобачевского, несправедливые отзывы М.В. Остроградского (1801–1862) и историю с невежественным пасквилем, напечатанным в № 41 (1834) журнала «Сын отечества и Северный архив» за подписью «С.С.» (подробности см., например, в [2], [7]), можно предположить, что и переписка с Гауссом, имея она место, не затормозила бы работу Лобачевского.

Таким образом, именно работы Лобачевского содержат первое подробное изложение «воображаемой геометрии» (термин Лобачевского), и именно благодаря Лобачевскому эта геометрия стала достоянием научного сообщества. Тем самым Лобачевский вошёл в очень узкий круг учёных, труды которых изменили научное мировоззрение. Здесь под изменением миро-

⁴Фактически (хотя, возможно, и не желая этого) Гаусс не дал развиваться в полной мере талантам Тауринуса и Бояи. К счастью, история науки знает и примеры противоположного свойства – так, в 1759 году Л. Эйлер задержал выход своей работы о методе решения изопериметрических задач вариационного исчисления, чтобы первым этот результат опубликовал 23-летний Ж. Л. Лагранж – как Эйлер писал Лагранжу, «чтобы не лишить Вас ни одной частицы славы, которую Вы заслуживаете». В дальнейшем и сам Лагранж поступал подобным образом.

воззрения следует понимать не только новый взгляд на геометрию Вселенной, но и понимание существенных черт аксиоматического метода. Так, В.А. Бажанов пишет в [8] об открытии Н.А. Васильевым (1880–1940) «воображаемой логики»: «Едва ли не главной эвристической «подсказкой», своего рода стимулом к развитию неаристотелевой (воображаемой) логики без закона противоречия <...> для Н.А. Васильева являлось открытие его великим земляком Н.И. Лобачевским неевклидовой геометрии». Можно сказать, что открытие неевклидовой геометрии психологически подготовило восприятие логической непротиворечивости континуум-гипотезы, теоремы Гёделя о неполноте и т. п.

2. Часто Лобачевского представляют себе как автора одного результата – «геометрии Лобачевского». Это не соответствует действительности. Лобачевскому принадлежит (1834 г.) современное определение числовой функции, принятое в математическом анализе. В частности, Лобачевский писал: *«Это общее понятие [функции. – Г.П.] требует, чтобы функцией от x называть число, которое даётся для каждого x и вместе с x постепенно изменяется. Значение функции может быть дано или аналитическим выражением или условием, которое подаёт средство испытать все числа и выбирать одно из них, или, наконец, зависимость может существовать и оставаться неизвестной»*.

Далее, в 1832 году Лобачевский изобрёл, а в 1834 году опубликовал метод приближённого нахождения

корней многочлена, который называется сейчас методом Лобачевского–Греффе (иногда методом Данделена–Греффе⁵).

Немного позднее Лобачевский доказал следующий признак сходимости числового ряда:

Признак Лобачевского. Пусть a_n – убывающая последовательность положительных чисел, тогда ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится или расходится одновременно с рядом $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{N_m}{2^m}$, где N_m – наименьшее целое такое, что $a_{N_m} \leq \frac{1}{2^m}$.

У Лобачевского имеется ряд содержательных статей, касающихся других вопросов алгебры и анализа, теории тригонометрических рядов, теории вероятностей, механики, метеорологии, астрономии.

3. Позволю себе привести большую цитату из речи Н.И. Лобачевского «О важнейших предметах воспитания», произнесённой им «в торжественном собрании Казанского университета 5 июля 1828 г.» (цитируется по [9]), многое из сказанного в которой остаётся актуальным.

Как бы то ни было, но в том надобно признаться, что не столько уму нашему, сколько дару слова, одолжены мы всем нашим превосходством пред прочими

⁵ Ж. Данделен (1794–1847) предложил похожий, но менее разработанный и вскоре забытый метод в 1826 г., К. Греффе (1799–1873) опубликовал свой метод в 1837 г.

животными. Из них самые близкие по сложению своего тела, как уверяют анатомики, лишены органов, помощью которых могли бы произносить сложные звуки. Им запрещено передавать друг другу понятия. Одному человеку предоставлено это право; он один на земле пользуется сим даром; ему одному велено учиться, изоцрять свой ум, искать истин соединёнными силами. Слова, как бы лучи ума его, передают и распространяют свет учения. Язык народа – свидетельство его образованности, верное доказательство степени его просвещения. Чему, спрашиваю я, одолжены своими блистательными успехами в последнее время математические и физические науки, слава нынешних веков, торжество ума человеческого? Без сомнения, искусственному языку своему, ибо как назвать все сии знаки различных исчислений, как не особенным, весьма сжатым языком, который, не утомляя напрасно нашего внимания, одной чертой выражает обширные понятия. Такие успехи математических наук, затмивши всякое другое учение, справедливо удивляют нас; заставляют признаться, что уму человеческому предоставлено исключительно познавать сего рода истины, что он, может быть, напрасно гоняется за другими; надобно согласиться и с тем, что математики открыли прямые средства к приобретению познаний. Ещё не с давнего времени пользуемся мы сими средствами. Их указал нам знаменитый Бакон. Оставьте, говорил он, трудиться напрасно, стараясь извлечь из одного разума всю мудрость; спрашивайте природу, она хранит все истины и на вопросы ваши будет отвечать вам непременно и удовлетворительно. Наконец, Гений

Декарта привёл эту счастливую перемену и, благодаря его дарованиям, мы живем уже в такие времена, когда едва тень древней схоластики бродит по Университетам. Здесь, в это заведение вступивши, юношество не услышит пустых слов без всякой мысли, одних звуков без всякого значения. Здесь учат тому, что на самом деле существует; а не тому, что изобретено одним праздным умом. Здесь преподаются точные и естественные науки, с пособием языков и познаний исторических. Здесь преподаватели разделяют между собой предметы, которыми всю жизнь занимаются, ещё с молодых лет почувствовав в себе охоту и некоторые дарования. Как жалко, что истинному просвещению предпочитают суетные выгоды домашнего воспитания. Кто хочет образовать своих детей для Государства, тот должен прибегнуть к средствам, которых одно только Государство в состоянии доставить, тот должен учить своих детей в общественных заведениях.

<...>

Единообразное движение мертво. Покой приятен после трудов и скоро обращается в скуку. Наслаждение заключается в волнении чувств, под тем условием, чтобы оно держалось в известных пределах. Впрочем всё равно, на веселое или печальное обращается наше внимание. И возвраты к унынию приятны; и трогательные картины бедствий человеческих нас привлекают. С удовольствием слушаем мы Эдипа на сцене театра, когда он рассказывает о беспримерных своих несчастиях. Весёлое и печальное, как две противные силы, волнуют жизнь нашу внутри той волны, где заключаются

все удовольствия, свойственные человеческой природе. Или подобно реке она течёт в излучистых берегах: то разливается в лугах радости, то обмывает крутые утёсы горестных размышлений. Ничто так не стесняет сего потока, как невежество: мёртвою, прямою дорогою провождает оно жизнь от колыбели к могиле. Ещё в низкой доле изнурительные труды необходимости, мешаясь с отдохновением, услаждают жизнь земледельца и ремесленника; но вы, которых существование несправедливый случай обратил в тяжёлый налог другим; вы, которых ум оступел и чувство заглохло; вы не наслаждаетесь жизнью. Для вас мертва природа, чужды красоты поэзии, лишена прелести и великолепия архитектура, незанимательна история веков. Я утешаюсь мыслью, что из нашего Университета не выдут подобные произведения растительной природы; даже не войдут сюда, если к несчастью уже родились с таким назначением. Не выдут, повторяю, потому что здесь продолжается любовь славы, чувство чести и внутреннего достоинства.

<...>

Примеры научают лучше, нежели толкования и книги. Вы, воспитанники сего заведения, вы пользовались сими примерами. Уверен, что вы отсюда понесёте любовь к добродетели и сохраните её вместе с благодарностью к вашим наставникам. Вы узнаете, и опыт света ещё более уверит вас, что одно чувство любви к ближнему, любви бескорыстной, беспристрастной, истинное желание добра вам налагало на нас попечение

просветить ваш ум познаниями, утвердить вас в правилах веры, приучить вас к трудолюбию, к порядку, к исполнению ваших обязанностей, сохранить невинность ваших нравов, сберечь и укрепить ваше здоровье, наставить вас в добродетелях, вдохнуть в вас желание славы, чувство благородства, справедливости и чести, этой строгой, неприкосновенной честности, которая бы устояла против соблазнительных примеров злоупотребления, не достигаемых наказанием.

Вряд ли приведённые слова Лобачевского нуждаются в комментариях. Замечу только, что нет сомнений, что Николай Иванович переживал бы современное состояние российского образования, особенно математического, так же тяжело, как большинство из нас.

4. В 1948 году в газетной статье [10] академик А.А. Андронов писал: «Место и дата рождения гениального русского математика и одного из наиболее выдающихся деятелей русского университетского образования Николая Ивановича Лобачевского вплоть до самого последнего времени не могли считаться твёрдо установленными. <...> Это позорное для историков русской и мировой науки незнание основных фактов биографии Н.И. Лобачевского, в частности, до сих пор не позволившее поставить памятник или мемориальную доску вблизи его места рождения <...>». В январе того же года Андронов писал председателю Совмина РСФСР М.И. Родионову: «Постановка памятника или мемориальной доски вблизи места рождения Н.И. Лобачевского является

тем знаком уважения, который является необходимым по отношению к величайшему русскому геометру». По инициативе Андропова уже после его смерти Указом Президиума Верховного Совета СССР от 20 марта 1956 г. Нижегородскому (в то время Горьковскому) университету было присвоено имя Н.И. Лобачевского. Однако памятника Лобачевскому в Нижнем Новгороде нет до сих пор⁶.

В 2005 – 2008 гг. Нижегородский университет и Нижегородское математическое общество предприняли новые усилия по установке памятника. В частности, было получено разрешение городских властей на установку памятника на том месте, где стоял дом, в котором Лобачевский провёл первые 9 лет своей жизни, был проведён конкурс на лучший проект памятника. Однако по ряду причин (среди которых экономический кризис 2008 года) эта деятельность была приостановлена.

24 октября 2012 года губернатор Нижегородской области В.П. Шанцев в эфире телекомпании «Волга» заявил: «Памятник Лобачевскому должен быть установлен в Нижнем Новгороде, и, скорее всего, на территории Нижегородского государственного универ-

⁶ Имеется только один памятник Лобачевскому – скульптура работы М.Л. Диллон, установленная в 1896 году в Казани. Кроме этого, мне известны четыре бюста Лобачевского: в Казанском университете, в Нижегородском университете, на «Аллее учёных» в МГУ и в Институте электронной физики НАН Украины в Ужгороде.

ситета. Однако установку памятника нет необходимости привязывать к какой-либо дате – это просто надо сделать. Сегодня мы очень много делаем для того, чтобы восстановить историю, восстановить памятники. Те люди, которые прославили Нижегородскую землю, должны получать общественное признание и историческую память. В связи с этим, я поручу проработать данный вопрос и тогда мы решим, как и кто это будет делать, просто нужно немножко подождать». Ну что же, подождём ещё немножко.

ЛИТЕРАТУРА

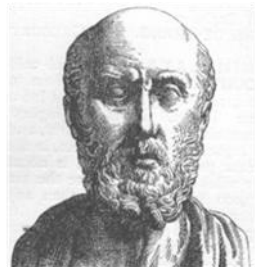
1. Полотовский Г.М. Как изучалась биография Н.И. Лобачевского (к 150-летию со дня смерти Н.И. Лобачевского) // Математика в высшем образовании. 2006. № 4. С. 79–88.
2. Полотовский Г.М. Как изучалась биография Н.И. Лобачевского // Историко-математические исследования. Вторая серия. 2007. Вып. 12(47). С. 32–49.
3. Полотовский Г.М. Несколько замечаний о мифотворчестве в истории математики. Труды IX Международных Колмогоровских чтений. – Ярославль, 2011. С. 229–232.
4. Александров В.А. Краткая биография Яноша Боляи // Математика в высшем образовании. 2004. № 2. С. 85–88.
5. Каша Золтан. Культ Боляи в Румынии // Математика в высшем образовании. 2004. № 2. С. 89–92.
6. Гаусс К.Ф. Отрывки из писем и черновиков, относящиеся к неевклидовой геометрии. В сборнике: Основания геометрии. – М.: ГИТТЛ, 1956.

7. Федоренко Б.В. Новые материалы к биографии Н.И. Лобачевского. – Л.: Наука, 1988. 384 с.
8. Бажанов В.А. Н.А. Васильев и его воображаемая логика. Воскрешение одной забытой идеи. – М.: Канон +, 2009. 240 с.
9. Модзалевский Л.Б. Материалы для биографии Н.И. Лобачевского. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. 827 с.
10. Андронов А.А. Где и когда родился Н.И. Лобачевский // Газета "Горьковская коммуна", 1948. № 109. С.2.

ТОПОЛОГИЯ ВЕЩЕСТВЕННЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ КРИВЫХ: ИСТОРИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ*

Есть ряд математических тем, которые непрерывной нитью проходят практически через всю историю математики. Одной из таких тем, несомненно, является изучение алгебраических кривых. Настоящая статья посвящена одному из аспектов этой темы – задаче топологической классификации плоских вещественных алгебраических кривых, особенно интенсивно развивающейся с середины прошлого века и до настоящего времени. Конечно, автор “несёт ответственность” за предлагаемые ниже периодизацию и интерпретацию исторических фактов.

І. Предыстория: Древняя Греция. Как известно, алгебраические кривые появились как геометрические образы в связи с идеей Гиппократы Хиосского (Ἰπποκράτης, V век до н.э.) решить задачу удвоения куба с помощью нахождения двух средних пропорциональных x и y для заданных величин a и b : $a/x = x/y = y/b$. Действительно, из этих равенств немедленно следует $ay = x^2$, $bx = y^2$, $xy = ab$, откуда при $a = 1$, $b = 2$ имеем $x^3 = 2$, т. е. x – сторона искомого куба. Однако греки не писали уравнений, и им надо было найти соответствующие геометрические образы. Первым это сделал Менехм (Μέναιχος, IV век до н.э.), открывший конические сечения



Гиппократ Хиосский

* Впервые опубликовано в сборнике Историко-математические исследования, вторая серия, вып. 14(49), 2011. С.177–212.

как искомые образы. Менехм рассматривал сечения одной половины конуса плоскостями, перпендикулярными образующим, а роль уравнений играли так называемые *симптом*-ы. Например, симптом параболы (случай прямоугольного конуса) выглядит так: *квадрат на полухорде КМ в каждой точке равен прямоугольнику, построенному на отрезке РК оси до вершины и на постоянном отрезке PR*. Действительно, если $KM = y$, $KP = x$, $LP = PR = 2p$, то $y^2 = 2px$ (см. рис.1).

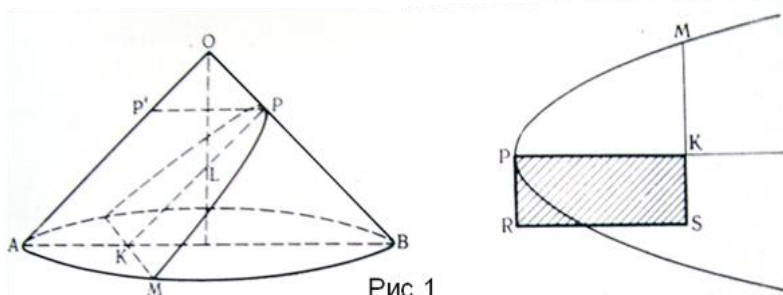


Рис.1

Великий геометр древности Аполлоний Пергский (Ἀπολλώνιος, III – II вв. до н.э.) рассматривал сечения уже двуполостного конуса, причём произвольной плоскостью (в современных терминах можно сказать, что Аполлоний рассматривал кривые степени 2 в косоугольной системе координат, а Менехм – в прямоугольной). Его главный труд “Конические сечения” (“Κωνικά”, 8 книг, из которых до нас дошли первые 7) содержит 387 теорем (во всяком случае, в “Конике” содержится гораздо больше свойств конических сечений, чем в любом современном учебном курсе аналитической геометрии). Аполлонию принад-



Аполлоний Пергский

лежат классические названия эллипс, гипербола и парабола и многие другие математические термины. Особо отметим, что классификация кривых степени 2 у Аполлония по существу алгебраическая – по виду симптома, т. е. уравнения, а не из геометрических соображений. Книга Аполлония оказала большое влияние на многих математиков, включая Ф. Виета, П. Ферма, Р. Декарта, И. Ньютона.

В последующие века в связи с попытками решить три неразрешимые задачи древности были открыты отдельные кривые более высоких степеней: конхоида Никомеда (степень 4, III в. до н.э.), циссоида Диоклеса (степень 3, II в. до н.э.). Однако эти кривые определялись механически или кинематически, понятие “алгебраическая кривая” возникнуть ещё не могло, не говоря уже о задаче классификации алгебраических кривых.

II. Классический период: XVII – XIX вв. Понятие алгебраической кривой как линии, определяемой многочленом, могло появиться только после изобретения П. Ферма (1601–1665) и Р. Декартом (1596–1650) аналитической геометрии. Результаты Ферма из его трактата 1636 г. “Введение в изучение плоских и телесных мест”¹ – теорема о том, что уравнение первой степени от двух переменных определяет прямую линию на плоскости, и, по существу, приведение уравнения кривой степени 2 к каноническому виду – фактически являются классификационными результатами. Что касается Декарта, то, хотя его “Геометрия” 1637 года сыграла исключительную роль для становления и развития “полиномиальной культуры”, введённые Декартом алгебраические кривые – декартов лист и овалы Декарта (так же,

¹ В древнегреческой терминологии “плоские места” означают прямые и окружности, а “телесные” – эллипсы, параболы и гиперболы.

как известные из древности конхоида Никомеда и циссоида Диоклеса и целая группа других алгебраических кривых,



Рене Декарт

появившихся в XVII веке: парабола Нейля, строфоида Торричелли, лемниската Бернулли, овалы Кассини, улитка Паскаля, астроида и др.), не оказали большого влияния на развитие классификации алгебраических кривых. Более того, хотя само разделение кривых на алгебраические и трансцендентные (эти термины идут от Г.В. Лейбница, в “Геометрии”

Декарта кривые “геометрические” и “механические” соответственно) принадлежит Декарту, его вклад собственно в задачу классификации алгебраических кривых, на мой взгляд, незначителен. Дело в том, что Декарт предложил крайне неудачный параметр классификации: *“Если уравнение будет восходить до трёх или четырёх измерений обеих или одной из двух неопределённых величин..., то кривая будет второго рода. И если уравнение будет восходить до пяти или шести измерений, то она будет третьего рода, и так далее до бесконечности для других кривых”* (см. [1], стр. 33). Иначе говоря, Декарт предложил отнести кривые степени $2m - 1$ и степени $2m$ к одному роду m и классифицировать кривые по таким родам. Источником такого неестественного подхода было убеждение Декарта в том, что уравнение шестой степени приводится к уравнению пятой степени так же, как уравнение четвёртой степени приводится к уравнению третьей степени: “...Кри-



Пьер Ферма

...Кри-

вые линии, для которых это уравнение восходит до квадрата квадрата, я отношу к тому же роду, что и линии, для которых оно восходит только до куба, а линии, уравнение которых восходит до квадрата куба, – к тому же роду, что и линии, для которых оно восходит только до сверхте-ла и т. д.” ([1], с. 35). Ферма возражал Декарту, считая, что в случае уравнения с двумя неизвестными такое сведение в общем случае невозможно ([2], с. 119–120), но общепринятому подходу – классификации алгебраических кривых по степеням уравнений – мы обязаны Ньютону.

Исаак Ньютон (1642–1727) в работе [3] 1704 года привёл классификацию кривых третьей степени. Замена переменных Ньютон преобразует общее уравнение кривой степени 3 к одному из четырёх канонических видов:



$$xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

$$xy = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

$$y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Затем Ньютон составляет характеристическое уравнение

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + \frac{1}{4}e^2 = 0$$

Исаак Ньютон

или $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

и по знакам коэффициентов этого уравнения делит все кривые степени 3 на 7 классов, состоящих в совокупности из 14 родов, которые, в свою очередь, в зависимости от соотношений между корнями характеристического уравнения, делятся на типы. Для каждого типа предлагается название и даётся рисунок кривой в системе координат с указанием асимптот и особых точек. Всего в классификации, опубликованной в [3], 72 типа. На самом деле их должно быть

больше: Ньютон обращался к кривым степени 3 несколько раз, в частности, в 1667 и 1695 гг., и при различных подходах получал различные классификации. Например, в рукописи “The final ‘Geometriae libri dou’” (см. [4]) Ньютон привёл классификацию, состоящую из 59 типов, причём со всеми выкладками, но без рисунков, в то время как [3] есть “просто резюме исследования Ньютона, в котором положения большей частью не доказаны”.² По неясным причинам некоторые типы, имеющиеся в рукописях Ньютона, в списке в [3] опущены; четыре типа были добавлены в 1717 г. Джеймсом Стирлингом (1692–1770), один тип добавил в 1729 г. Франсуа Николь (1683–1758) и ещё один тип – Николай I Бернулли (1687–1759). Подробности о классификации Ньютона см. в [5], [6].

После работы [3] предпринималось ещё много попыток уточнить результаты Ньютона или дать другую классификацию кривых степени 3. Вот неполный список авторов с указанием дат публикации соответствующих работ: Леонард Эйлер (1748), Юлиус Плюккер (1835), Артур Кэли (1866), Генрих Дюреж (1873), Джини Лория (1887), Генрих Шрётер (1888), Пауль Гордан (1900), В.П. Вельмин (1906), А.А. Адамов (1918), Ричард Барингтон (1935). У ряда авторов количество типов ещё больше, чем у Ньютона – например, у Плюккера 219 типов, а Адамов, у которого нет чёткого понятия типа, приводит 1133 чертежа разных кривых степени 3. Однако и из классификации Ньютона уже отчётливо видно, что с ростом степени подобная классификация быстро становится необозримой (да и вряд ли возможно найти её с помощью тех же методов). Одна из причин этого

² По словам Д.Д. Мордухай-Болтовского из его вводной статьи к русскому изданию математических трудов Ньютона.

– некомпактность плоскости, на которой рассматриваются кривые: приходится учитывать, как и сколько ветвей кривой идут в бесконечность. Путь ухода от этой трудности фактически увидел сам Ньютон, написав в [3]: *“Подобно тому, как круг, поставленный перед светящейся точкой, даёт своей тени все кривые второго порядка, так же своей тенью пять расходящихся парабол дадут все кривые третьего порядка”*. Но эти пять расходящихся парабол Ньютона (см. рис. 2) есть в точности классификация неприводимых кривых степени 3 в вещественной проективной

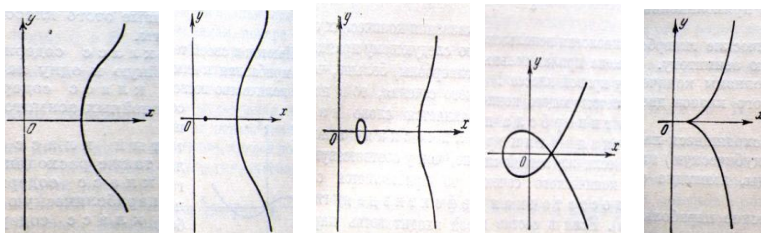


Рис. 2. Класс VI. Расходящиеся параболы

плоскости! Вряд ли Ньютон был знаком с открытой Жераром Дезаргом (1591–1661) и Блезом Паскалем (1623–1662) проективной геометрией, хотя отдельные “проективные мотивы” можно увидеть уже у Аполлония, а Иоганн Кеплер (1571–1630) ещё в 1604 г. рассматривал пару прямых, гиперболу, параболу и эллипс как кривые одного семейства и ввёл бесконечно удалённую точку прямой, причём одну общую в обоих направлениях.

Однако перехода от аффинной классификации к проективной было не достаточно: нарушая хронологический порядок изложения, отмечу, что классификация *проективных* кривых степени 4, по детализации подобная ньютоновой,

но полученная лишь в конце XX в. Д.А. Гудковым и его учениками, содержит более 1000 типов (о нераспадающихся кривых степени 4 см. [30]). Необходимо было пожертвовать этой детализацией, и постепенно сформировалась *задача о числе и взаимном расположении компонент связности неособых проективных алгебраических кривых*.

Напомню, что каждая компонента связности, или ветвь, неособой кривой в вещественной проективной плоскости $\mathbf{RP}^2$ гомеоморфна окружности. Эта ветвь называется овалом, если она делит $\mathbf{RP}^2$ на диск и на лист Мёбиуса; диск считается внутренностью овала. Ветвь, которая не делит $\mathbf{RP}^2$, т. е. вложена в $\mathbf{RP}^2$ односторонне, называется нечётной. Нечётная ветвь, причем ровно одна, имеется только у кривой нечётной степени.

Все это было известно к 1876 г., когда Аксель Харнак (1851–1888) опубликовал результат, с которого, как правило, начинают изложение истории задачи:

Теорема Харнака [7]. Пусть N – число ветвей неособой кривой степени m в вещественной проективной плоскости. Тогда

$$1) N \leq (m-1)(m-2)/2 + 1;$$

2) эта оценка точная для любого m .

Следуя И.Г. Петровскому, кривые, для которых в оценке 1) достигается равенство, теперь называют M -кривыми.

Доказательство утверждения 1), данное Харнаком, вполне элементарное и простое: это рассуждение от противного, опирающееся на теорему Безу о числе общих точек двух алгебраических кривых без общей компоненты. Доказательство утверждения 2) тоже элементарно, но его можно на-



Аксель Харнак

звать простым только после того, как оно уже известно, поскольку результат достигнут с помощью изобретения специальной конструкции. Эта конструкция представляет собой построение по индукции, на каждом шаге которого возмущаются m общих точек M -кривой степени m и фиксированной прямой так, что образующаяся неособая кривая степени $m + 1$ имеет $m + 1$ общую точку с той же прямой, причём все эти точки расположены на одной ветви кривой степени $m + 1$ и в том же порядке, что на этой прямой. Это построение, которое теперь называется “способ Харнака”, неоднократно излагалось в литературе (см., например, [8], с.19-20), поэтому ограничимся сказанным.

В 1891–1892 гг. Адольф Гурвиц (1859–1919) в [9] и Феликс Клейн (1849–1925) в [10] дали доказательство утверждения 1) теоремы Харнака, основанное на совершенно другом подходе. Именно, для данной вещественной кривой они рассмотрели поверхность Римана и действующую на этой поверхности инволюцию комплексного сопряжения. По-видимому, это один из первых примеров выхода в комплексную область для ответа на вопрос о строении вещественной алгебраической кривой в вещественной проективной плоскости. Эта идея стала одной из ведущих в современном развитии предмета.



Адольф Гурвиц

Теорема Харнака вместе с очевидными топологическими следствиями теоремы Безу для расположения кривой относительно прямой даёт решение задачи для степеней $m \leq 5$.



Феликс Клейн

Действительно, например, для $m = 5$ оценка Харнака даёт $N \leq 7$, способ Харнака даёт M -кривую степени 5, состоящую из 6 овалов, лежащих вне друг друга, и нечётной ветви, а никакие другие взаимные расположения этих семи ветвей невозможны в силу теоремы Безу; если $N < 7$, то вопрос о расположении ветвей решается так же легко. Начиная с $m = 6$ ситуация кардинально меняется: оценка Харнака даёт $N \leq 11$, теорема Безу допускает 11 попарно различных схем расположений в $\mathbf{RP}^2$ одиннадцати овалов, а способом Харнака можно реализовать только одну из них. Список этих схем приведён на рис. 3, где через $\frac{a}{b}$ обозначены $a + b + 1$

овалов, из которых $b + 1$ лежат вне друг друга, причём этот один, обозначенный единицей “в знаменателе”, окружает ещё a овалов вне друг друга. <11> обозначает 11 овалов вне друг друга, а кружком обведено расположение, реализованное Харнаком.

$\frac{10}{1}$	$\frac{9}{1}$	$\frac{8}{1}$	$\frac{7}{1}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{5}{1}$	$\frac{4}{1}$	$\frac{3}{1}$	$\frac{2}{1}$	$\frac{1}{1}$	<11>
----------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	------

А.Харнак, 1876

Рис. 3



Давид Гильберт

Всё это было, конечно, известно Давиду Гильберту (1862–1943), когда он заинтересовался этой задачей. В работе [11], в которой Гильберт впервые поставил вопрос о взаимном расположении овалов неособой алгебраической кривой в $\mathbf{RP}^2$ (а также на поверхностях степени 2), он предложил новый

способ – “способ Гильберта” – построения M -кривых. Фактически Гильберт применил ту же индуктивную конструкцию, которая была у Харнака, но вместо фиксированной прямой рассмотрел фиксированный эллипс. При этом индукция осуществляется отдельно для кривых чётной и для кривых нечётной степеней. Гильберт ввёл понятие гнезда веса s – набора s овалов, последовательно охватывающих друг друга, – и доказал своим способом построения, что для каждого $m > 3$ существует M -кривая степени m с гнездом максимального веса $s = [m/2 - 1]$. Опуская подробности, которые можно найти, например, в [8], с. 21–22, отметим только, что для степени 6 метод Гильберта даёт две M -кривые: расположение Харнака $\frac{1}{1}9$ и новое расположение: $\frac{9}{1}1$.

Попытки Гильберта ответить на вопрос о реализуемости кривыми степени 6 остальных 9 схем из таблицы рис. 3 успехом не увенчались. В 1900 г. Гильберт включил эту задачу под номером 16 в свой список 23 математических проблем для XX века, обнародованный в его докладе на II Международном конгрессе математиков в Париже. Приведу формулировку 16-й проблемы полностью (цитируется по [12]), хотя ниже будет обсуждаться только часть проблемы, касающаяся плоских кривых.

“16. Проблема топологии алгебраических кривых и поверхностей.

Максимальное число замкнутых и отдельно расположенных ветвей, которые может иметь плоская алгебраическая кривая n -го порядка, было определено Гарнаком. Возникает дальнейший вопрос о взаимном расположении этих

ветвей на плоскости. Что касается кривых шестого порядка, то я, – правда, на достаточно сложном пути – убедился, что те 11 ветвей, которые получаются по Гарнаку, никогда не расположены все вне друг друга; всегда существует одна ветвь, внутри которой содержится ещё одна и вне которой находятся остальные девять, или наоборот. *Мне представляется очень интересным основательное изучение взаимного расположения максимального числа отдельных ветвей, так же, как и соответствующее исследование о числе, характере и расположении отдельных полостей алгебраической поверхности в пространстве*; ведь до сих пор ещё не установлено, каково в действительности максимальное число полостей поверхности четвёртого порядка в трёхмерном пространстве.

В связи с этой чисто алгебраической проблемой я затрону ещё один вопрос, который, как мне кажется, должен быть решён с помощью упомянутого метода непрерывного изменения коэффициентов и ответ на который имеет важное значение для топологии семейств кривых, определяемых дифференциальными уравнениями, а именно, *вопрос о максимальном числе и о расположении предельных циклов Пуанкаре для дифференциального уравнения первого порядка и первой степени вида*

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Y}{X},$$

где X и Y – целые рациональные функции n -й степени относительно x и y , или в однородной записи,

$$X(y \frac{dz}{dt} - z \frac{dy}{dt}) + Y(z \frac{dx}{dt} - x \frac{dz}{dt}) + Z(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt}) = 0,$$

где X, Y, Z – целые рациональные однородные функции n -й степени относительно x, y, z , которые и нужно определить как функции параметра t ”.

Конечно, успех попытки Гильберта очертить основные направления будущего развития математики можно оценивать по-разному³, но то, что включение 16-й проблемы в этот список было правильным, вряд ли вызывает сомнение.

III. Героический период: первые 70 лет XX в. Начну с мотивировки последнего заголовка. Дело в том, что 16-я проблема оказалась очень трудной. Не видны были её связи с другими разделами математики. Хотя Гильберт высказал гипотезы о невозможности M -кривых степени 6, состоящих из 11 овалов вне друг друга, и что “всегда существует одна ветвь, внутри которой содержится ещё одна и вне которой находятся остальные девять, или наоборот”, кроме идеи “непрерывного изменения коэффициентов”, упомянутой Гильбертом (реализация которой, как теперь известно, оказалась чрезвычайно сложной техниче-ски), не было никаких подходов к задаче. Даже конкретные факты открывались с большим трудом, поэтому неизвестно было, какие общие утверждения пытаться доказывать. По-видимому, всё это привело к тому, что немногие отваживались приниматься за эту задачу, а те многочисленные исследования, которые были, проводились изолированно.



Вирджиния Рэгсдейл

Первая заметная работа этого периода принадлежит Вирджинии Рэгсдейл (Virginia Ragsdale, 1870–1945). Рэгсдейл окончила колледж в Гринсборо, Северная Каролина,

³ Так, В.И. Арнольд в [13], стр. 32, пишет: “Проблемы Гильберта оказали удивительно мало влияния на развитие математики XX в.” Впрочем, факт последующего обсуждения на 12 страницах книги [13] двух из этих проблем, 13-й и 16-й, не слишком сильно подтверждает этот тезис.

со степенью бакалавра в 1892 г., затем изучала физику в колледже Брин Маур, где получила стипендию для обучения в Европе. Она решила поехать в Гёттинген, где год занималась математикой под руководством Клейна и Гильберта. Вернувшись в США, Рэгсдейл через 4 года защитила диссертацию, опубликованную в [14]. В этой работе, основываясь на построениях кривых способами Харнака и Гильберта, она сформулировала следующую гипотезу:

Гипотеза Рэгсдейл (1906). *Для неособой кривой чётной степени $m = 2k$ обозначим через p количество её чётных овалов, т. е. овалов, лежащих внутри чётного числа других её овалов, а через n – число остальных (нечётных) овалов. Тогда*

$$p \leq 3k(k-1)/2 + 1, \quad n \leq 3k(k-1)/2$$

и

$$|2(p-n)-1| \leq 3k^2 - 3k + 1.$$

Рэгсдейл доказала первые два неравенства для кривых, строящихся методами Харнака и Гильберта. Кроме того, она построила для любого k примеры кривых, состоящих из $(3k^2-3k)/2 + 1$ овалов, лежащих вне друг друга, откуда следует, что оценка сверху для $p - n$, вытекающая из третьего неравенства, не может быть улучшена.

В 1909 и 1910 гг. Грета Кан (Grete Kahn, 1880 – ?) и Клара Лёбенштайн (Klara Löbenstein, 1883 – ?)⁴ написали под руководством Гильберта диссертации [15] и [16], в которых с помощью идеи Гильберта о непрерывном изменении коэффициентов пытались доказать невозможность кривой степени 6 со схемой $\langle 11 \rangle$. Несмотря на некоторые продвижения в развитии метода, получить доказательство им

⁴Более точные биографические данные и портреты мне найти не удалось.

не удалось (о чем они сами и написали в своих работах). Чуть позже Карл Роон (Karl Rohn, 1855–1920) в статьях [17], [18] продолжил развитие этой идеи, пытаясь доказать нереализуемость кривыми 6-ой степени схем $\langle 11 \rangle$ и $\frac{10}{1}$, но тоже не смог дать полных доказательств⁵.



Карл Роон

Примерно в это же время началось движение в другом направлении – развитие методов построения M -кривых. Здесь первые результаты принадлежат Луиджи Брюзотти (Luigi Brusotti, 1877–1959), профессору университетов Пизы, Кальяри и Павии, работы которого по



Луиджи Брюзотти

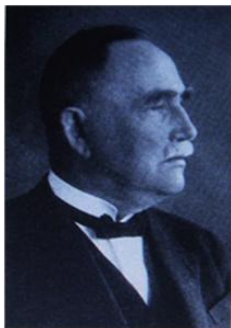
вещественной алгебраической геометрии выходили, насколько мне известно, до 1956 г. [19]. В большой серии статей 1910–1917 гг. Брюзотти предложил обобщение методов Харнака и Гильберта, которое называется “способ Брюзотти”.⁶ Опуская подробности, главные из которых (как и ссылки на публикации Брюзотти) на русском языке можно найти в [8], [20] и [21], отмечу, что это тоже индуктивный процесс, в котором применяются возмущения только простых двойных точек. В спо-

⁵ В других своих работах К. Роон применял тот же подход к задаче о поверхностях степени 4.

⁶ Любопытно, что в 1892 г. была опубликована статья (L.S. Hulburt, Amer. J. of Math., T. 14, no.3, 246–250), в которой приведено доказательство (ошибочное), что такое обобщение невозможно.

собе Брюзотти по двум заданным M -кривым – “порождающей” степени n и “вспомогательной” степени r – строится серия M -кривых степеней $kn + r$, $k = 1, 2, 3, \dots$, однако эти порождающая и вспомогательная должны удовлетворять весьма ограничительным условиям. При $(n, r) = (1, 1)$ или $(n, r) = (1, 2)$ получается способ Харнака, при $(n, r) = (2, 1)$ или $(2, 2)$ – способ Гильберта. Брюзотти указал приёмы построения порождающих кривых любой степени, но эти приёмы не исчерпывающие. Способом Брюзотти удалось построить кривые, отличные от кривых Харнака и Гильберта, только для степеней > 7 .

Отметим ещё, что в [22] Брюзотти доказал очень полезную теорему о независимости возмущений простых двойных точек: *если все вещественные особые точки вещественной алгебраической кривой без кратных компонент простые двойные, то существуют такие малые изменения коэффициентов этой кривой, при которых каждая из этих двойных точек возмущается произвольно выбранным заранее образом (т. е. остаётся простой двойной либо устраняется одним из двух способов).*



Андерс Виман

В 1923 году шведский математик Андерс Виман (Anders Wiman, 1865–1959) указал в [23] ещё одну возможность построения M -кривых с помощью возмущений простых двойных точек. Именно, в случаях, когда A – M -кривая степени k , полученная способом Харнака, или M -кривая чётной степени k , построенная способом Гильберта, Виман из A получает M -кривую степени $2k$. Однако, в отличие от способов Харна-

ка, Гильберта и Брюзотти, построение Вимана не продолжается по индукции. В способе Вимана новые M -кривые получаются, начиная со степени 12.

Одно из самых ярких достижений этого периода – работы [24], [25] И.Г. Петровского (1901–1973). Вот одна из его теорем:

Теорема Петровского [25]. *Для неособой кривой чётной степени $m = 2k$ выполняется точная оценка*

$$|2(p - n) - 1| \leq 3k^2 - 3k + 1,$$

где p (n) – количество чётных (соответственно, нечётных) овалов кривой.

Эта теорема даёт, в частности, первое доказательство гипотезы Гильберта о невозможности кривой степени 6 с одиннадцатью овалами вне друг друга. Действительно, в этом случае имеем $k = 3$, $p = 11$, $n = 0$, что противоречит неравенству Петровского⁷.

Доказательства Петровского чрезвычайно изобретательны и основаны на новой идее: он объединил подход теории Морса с выходом в комплексную область. Именно, он рассмотрел перестройки линий уровня многочлена $F(x, y)$ степени m , определяющего кривую в аффинной плоскости, и применил формулу Эйлера–Якоби



Иван Георгиевич
Петровский

⁷ Неравенство Петровского (в [25] имеется неравенство подобного вида для нечётной степени) в точности совпадает с третьим неравенством из гипотезы Рэгсдейл. Судя по всему, Петровский не знал о работе Рэгсдейл [14]: он заново построил для любого k кривую степени $2k$, для которой $p = (3k^2 - 3k)/2 + 1$, $n = 0$, и отметил, что для любой кривой чётной степени, строящейся способом Харнака, выполняются неравенства $p \leq (3k^2 - 3k)/2 + 1$, $n \leq (3k^2 - 3k)/2 + 1$.

$$\sum_{j=1}^{(m-1)^2} \frac{P(x_j, y_j)}{J(x_j, y_j)} = 0,$$

где (x_j, y_j) – попарно различные комплексные критические точки многочлена $F(x, y)$, J – якобиан многочлена $F(x, y)$, а $P(x, y)$ – произвольный многочлен степени ниже, чем $2m - 4$. Для доказательства точности неравенств Петровский, как и Рэгсдейл, применил видоизмененный способ Харнака.

Итак, сведения о расположении овалов M -кривой степени 6, известные после работы Петровского [25], можно изобразить в виде таблицы рис. 4:

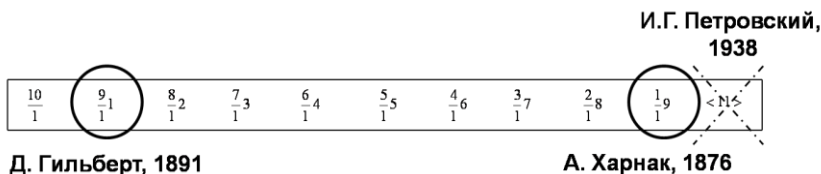


Рис. 4

В 1948 г. А.А. Андронов (1901–1952), физик по образованию, один из создателей теории грубости динамических систем (см. [26]), предложил Д.А. Гудкову (1918–1992) построить теорию грубости для плоских алгебраических кривых. Замысел Андропова состоял в том, чтобы отработать основные понятия теории бифуркаций на объекте более простом, чем динамические системы. Гудков с задачей справился (см. [27]), но, по словам самого Гудкова, ещё задолго до этого, приблизительно в 1950 г., Петровский, узнав об этой задаче, сказал примерно следующее:

”Заниматься построением такой общей теории хорошо, но



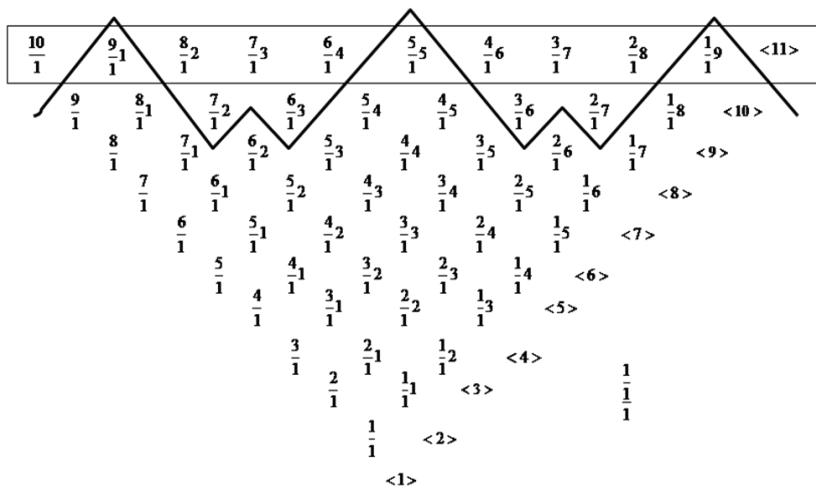
Александр
Александрович
Андронов

ещё лучше одновременно иметь в виду какую-нибудь конкретную задачу, например, задачу Гильберта о кривых степени 6.”

В 1969 г., т. е. после 20-летней (!) работы, Гудкову [28] удалось решить задачу о расположении овалов неособой кривой степени 6 в проективной плоскости. Ответ показан на рис. 5 в том виде, как он был дан в [28] и [8]: кривыми степени 6 реализуются схемы, расположенные ниже ломаной линии, и только эти схемы; $\emptyset$ обозначает здесь кривую без



Дмитрий
Андреевич
Гудков



$\emptyset$

Рис. 5

вещественных точек, “трёхэтажная дробь” справа – гнездо веса 3, а прямоугольником выделена строка M -кривых.

Итак, в 1969 г. задача Гильберта о кривых степени 6 была решена. При этом оказалось, что гипотеза Гильберта – “всегда существует одна ветвь, внутри которой содержится ещё одна и вне которой находятся остальные девять, или наоборот” – неверна: реализуется ещё схема $\frac{5}{1}5$ (т. е. пять овалов внутри одного, вне которого пять других). Для доказательства существования кривой с такой схемой Гудков впервые в этой задаче привлёк квадратичные преобразования. Первоначальные рассуждения Гудкова были чрезвычайно сложными: один вариант доказательства занимает 28 страниц его диссертации 1969 г. и представляет собой длинную цепочку применений метода Гильберта–Роона и квадратичных преобразований; второй вариант (в Дополнении) занимает 20 страниц и уже не использует метод Гильберта–Роона. Фактически Гудков доказал реализуемость взаимного расположения M -кривой степени 5 и прямой⁸ (см. рис. 10 ниже), пересекающихся в пяти различных вещественных точках так, что подходящим возмущением этих общих точек получается кривая со схемой $\frac{5}{1}5$, однако в диссертации это были “чистые доказательства существования”. Вскоре после этого Гудков усовершенствовал свои доказательства и привёл прямое построение – в [29] (см. также [8]) оно занимает 2 страницы.

Для доказательства нереализуемости схем, лежащих выше ломаной, Гудков применил неоднократно упоминавшуюся выше идею Гильберта о непрерывном изменении

⁸ Из этого расположения способом Брюзотти, т. е. рассмотрев эту пару кривых как вспомогательную степени 5 и порождающую степени 1, Гудков построил в [29] серию новых M -кривых всех степеней выше 5.

коэффициентов кривой. Считая, что “К. Роон внёс большой вклад в развитие указанной выше идеи Д. Гильберта” ([8], стр.44), Гудков назвал этот метод доказательства методом Гильберта–Роона⁹. В общих чертах процедура применения этого метода следующая. Предположим, что кривая степени 6, реализующая данную схему расположения овалов, существует, и пусть F_0 – соответствующая этой кривой точка в пространстве $\mathbf{RP}^{27}$ всех кривых 6-й степени¹⁰. Доказываем, что (не малым) изменением коэффициентов исходной кривой можно получить некоторую кривую, имеющую 10 простых двойных точек. Пусть этой кривой отвечает точка F_1 в $\mathbf{RP}^{27}$. Фиксируем 8 из этих 10 двойных точек и рассматриваем множество M всех кривых степени 6, имеющих в этих восьми точках особенности. Наличие у кривой особенности в данной точке плоскости $\mathbf{RP}^2$ накладывает три условия на коэффициенты этой кривой. Всего получаем 24 условия, и если они независимы, то M гомеоморфно пространству $\mathbf{RP}^3 \subset \mathbf{RP}^{27}$. Движемся в M по пути $F_1(t)$, $t \geq 0$, $F_1(0) = F_1$, так, чтобы какая-либо компонента дополнения в $\mathbf{RP}^2$ к кривой, отвечающей точке $F_1(t)$, при увеличении t всё время расширялась. Следовательно, траектория нашего движения незамкнута и не имеет самопересечений. При этом движении конечное число раз должны произойти перестройки кривой – этим перестройкам отвечает прохождение в M через точки, отвечающие кривым с более сложными особен-

⁹ Сейчас в литературе этот метод называется методом Гильберта–Роона–Гудкова. В дальнейшем этот метод развивал ученик Гудкова Е.И. Шустин.

¹⁰ Однородный многочлен степени 6 от трёх переменных имеет 28 коэффициентов, один ненулевой из которых можно считать равным единице – отсюда $\mathbf{RP}^{27}$.

ностями или распадающимся кривым. Пусть мы знаем список всех таких логически возможных перестроек и геометрические критерии для каждой из них. Если на каком-то этапе нашего движения никакие перестройки больше невозможны, то получается противоречие, которое и доказывает невозможность исходной кривой.¹¹

Для реализации описанной процедуры необходима тщательно разработанная *теория бифуркаций* алгебраических кривых. У Гильберта и его последователей в первой четверти XX в. такой теории не было, поэтому в их рассуждениях были трудноустраняемые пробелы. Гильберт представлял себе сложность такой теории, выразив это в формулировке 16-й проблемы словами “на достаточно сложном пути убедился”. Гудков в [28], [27] и серии более ранних работ такую теорию построил и все пробелы заполнил. Отметим, что в период 1948–1969 гг. кроме описанных выше работ Гудкова появлялось очень мало других статей по рассматриваемой тематике¹², так что можно сказать, что Гудков занимался задачей о кривых степени 6 в полном одиночестве, которое скрашивалось интересом и поддержкой со стороны И.Г. Петровского, Е.А. Леонтович-Андроновой (1905–1996) и казанского алгебраиста В.В. Морозова (1910–1975).

¹¹ Гудков утверждал, что может доказать методом Гильберта–Роона невозможность кривой степени 6 со схемой $<11>$ и даже умеет доказывать этим методом реализуемость некоторых схем, но соответствующие доказательства он не опубликовал.

¹² Здесь можно упомянуть только работы Петровского и О.А. Олейник (1925–2001) об алгебраических поверхностях и пространственных кривых (конец 40-х – начало 50-х годов), работы Г.А. Уткина (1937–2007), ученика Гудкова, о поверхностях степени 4 и статью [30] о классификации кривых степени 4.

О роли Морозова следует сказать особо. Дело в том, что в 1954 г. в [31] и в кандидатской диссертации Гудков уже заявлял о решении задачи о неособых кривых степени 6, утверждая при этом, что схемы $\frac{5}{1}5$ (гипотеза Гильберта!),

$\frac{5}{1}4$ и $\frac{5}{1}3$ нереализуемы. В результате ломаная, отделяющая реализуемые схемы от нереализуемых, была не такая, как на рис. 5, не симметричная. Узнав об этих результатах в конце 1960-х годов, Морозов сообщил Гудкову, что эта асимметрия его крайне удивляет, и он в неё не верит. Гудков перепроверил свои доказательства, нашёл ошибку в анализе одной бифуркации и “был вынужден” придумать способ построения недостающих кривых.



Владимир
Владимирович
Морозов

Симметрия рис. 5 бросается в глаза. Гудков, конечно, заметил периодичность в первой строке таблицы. В письме к Морозову¹³ (см. копию этого письма на рис. 6) Гудков пишет: “В последнее время я пытался охватить формулой закон, которому следуют существующие типы максимальных кривых C_6 , C_8 , и т. д.” и далее формулирует сравнение по модулю 8, указывая, что оно верно “для чётного t для всех проверенных мной случаев”. В 1970 г., отвечая на замечания оппонента на защите своей докторской диссертации, Гудков даёт формулировку этого сравнения в тех же пара-

¹³ Это письмо написано не позже 1969 г., поскольку в нём упоминается о подготовке докторской диссертации Гудкова, датированной этим годом.

Тупоугольный Владимир Владимирович!

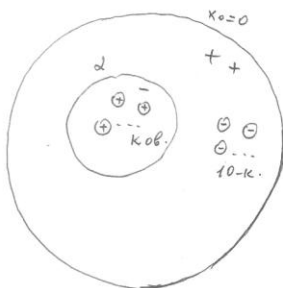
Я только что вернувшись из Москвы. Перед отъездом
диссертации (и документы) О. А. Олейник и в Институт
Атмосферы (создавались с С. П. Новиковым).

Предварительные отрывки работы мной Ирины Павловны
(от Е. А. Андреевской и от О. А. Олейник).

Хорошо бы всегда носить дело с парадигмой
автореферативности — не известно сколько это займет
времени.

В Москве я договорился на семинаре И. Г. Петров-
ского, но самого Петровского не было (он уехал в
Болдино). Были О. А. Олейник и В. И. Арсеньев и др.

В последние время я начал работать дилеммой
жизни, которую имеют существующие типы максималист-
ских кривых C_6, C_8 , и т. д. Вот, что удалось получить:



1) Пусть $C_6 = 0$ минимальная кривая
тако $\frac{1}{2} \leq l$ и $C_6 > 0$ на соседней
кривой ($l = 10 - k$).

Отрывки кривой

П-тип положительных
объектов

М-тип отрицательных.

Тогда для существующих типов
кривых C_6 (и только для них)

$$M - P \equiv 0 \pmod{8}$$

2) Для любого m , где m — произвольный целый число

$$M - P \equiv \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 1 \pmod{8}$$

Везде ли это верно, я не знаю.

Смущенный коммюникатив: Жюри.

Рис. 6

метрах p и n , которые использовались в гипотезах Рэгсдейл и неравенстве Петровского: “Произведя большое число экспериментов для кривых чётного порядка m , я убедился в том, что весьма вероятна теорема о периодичности в расположении овалов M -кривых: если C_m – неособая M -кривая чётного порядка m , то выполняется сравнение

$$p - n \equiv \left(\frac{m}{2}\right)^2 \pmod{8}. \quad (1)$$

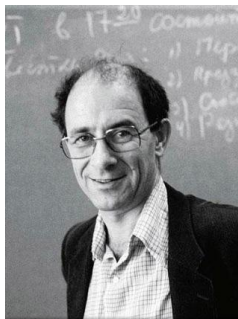
*Доказательства этого сравнения я не имею. Однако весьма примечательно, что имеются общие топологические теоремы, утверждающие периодичность некоторых инвариантов по модулю 4, 8 и 16.*¹⁴

Таким образом в топологии вещественных алгебраических многообразий впервые появились ограничения в виде сравнений. Справедливость этого сравнения для кривых степени 6 непосредственно следует из результатов Гудкова [28]¹⁵. Однако ни в [28], ни в докторской диссертации, ни в её автореферате это сравнение не упоминается: Гудков хорошо понимал его значение и пытался найти доказательство. Придя через некоторое время к выводу, что это ему не под силу ввиду недостаточного знания топологии, он стал пропагандировать это сравнение и опубликовал его в качестве гипотезы в [29]. Формулировка этой гипотезы и знаменует собой переход к современному периоду в развитии рассматриваемой тематики.

¹⁴ Цитируется по копии стенограммы заседания диссертационного совета.

¹⁵ Для кривых степеней 2 и 4 справедливость этого сравнения очевидна, но оно не дает никаких новых ограничений на расположение овалов.

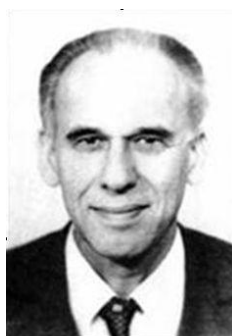
IV. Современный период: с 1971 г. Работой, открывшей этот период, была замечательная статья [32] В.И. Арнольда (1937–2010). Уже само название этой статьи указывает на обнаружение связей задачи об алгебраических кривых с другими разделами математики, прежде всего – с дифференциальной и алгебраической топологией. Главным результатом¹⁶ статьи [32] явилось доказательство “половины” гипотезы Гудкова – того же сравнения, но по модулю 4. Ключевым моментом опять оказался выход в комплексную область: Арнольд отмечает (см. [13]), что надо было понять, как комплексифицировать двумерное многообразие с краем $M = \{f(x, y) \geq 0\}$, где f – многочлен, определяющий кривую в аффинной плоскости.



**Владимир
Игоревич
Арнольд**

Арнольд рассмотрел комплексификацию поверхности $f(x, y) = z^2$ (проекцией которой на плоскость (x, y) является M), т. е. накрытие комплексной проективной плоскости, разветвлённое двулистно вдоль множества комплексных точек кривой, и изучил изоморфизм в двумерных гомологиях этого накрытия, индуцированный его инволюцией.

В следующем году В.А. Рохлин (1919–1984) доказал гипотезу Гудкова



**Владимир
Абрамович
Рохлин**

¹⁶ Кроме прочего, в [32] дано новое доказательство неравенства Петровского и открыты новые неравенства, накладывающие ограничения на возможные наборы гнёзд у кривой чётной степени.

полностью, т. е. доказал сравнение по модулю 8. В статье [33] Рохлин следовал работе Арнольда [32], но применял более мощные топологические средства, выводя сравнение из своих результатов о делимости инвариантов четырёхмерных многообразий на 16, однако в этом выводе была ошибка.¹⁷ В [35] Рохлин дал более простое доказательство некоторого сравнения по модулю 16 для гораздо более общей ситуации, из которого вытекало сравнение по модулю 8 для M -кривых, названное Рохлиным в этой работе сравнением Гудкова.¹⁸

После этих работ Арнольда и Рохлина возник всплеск интереса к топологии вещественных алгебраических многообразий. В 1974 г. в первом обзоре новых результатов по этой тематике Гудков писал: “По-видимому, в настоящее время поток статей по топологии вещественных алгебраических многообразий не будет прерываться на долгие годы, как это имело место в прошлом” ([8], с. 69). Так и произошло. Стали появляться новые результаты¹⁹ и вслед за ними — новые обзоры²⁰. Конечно, наличие многочисленных обзоров облегчает задачу автора этой статьи (а также читателей, которые заинтересуются деталями). С другой стороны, новых результатов так много, что в этой статье вряд ли возможно сказать обо всех и упомянуть всех авторов. Не ставя такую

¹⁷ Эту ошибку обнаружил в 1977 г. А. Марен (Alexis Marin) — см. по этому поводу [34].

¹⁸ Сейчас в литературе оно называется сравнением Гудкова–Рохлина.

¹⁹ Из них первый — доказательства сравнения по модулю 8 для $(M - 1)$ -многообразий, аналогичного сравнению Гудкова, опубликованные независимо и одновременно (даже в одном номере журнала) Гудковым и А.Д. Крахновым [36] и В.М. Харламовым [37].

²⁰ Так, за 12 лет после обзора [8] появилось не менее семи обзоров — см. [40]–[46].

задачу, ниже я ограничусь главными, на мой взгляд, идеями и результатами, стараясь не отклоняться в сторону их различных обобщений.

1. Комплексные ориентации. В работе [38] Рохлин предложил новую характеристику для вещественных алгебраических кривых, тоже основанную на выходе в комплексную область (отметив при этом со ссылкой на [47], стр. 155, что аналогичная проблематика “более ста лет назад занимала Ф. Клейна”). Конструкция этой характеристики следующая. Пусть кривая F определяется однородным многочленом $F(x, y, z)$ степени m с вещественными коэффициентами. Обозначим через $\mathbf{R}F$ и $\mathbf{C}F$ множества нулей этого многочлена в вещественной ($\mathbf{R}P^2$) и в комплексной ($\mathbf{C}P^2$) проективных плоскостях соответственно. $\mathbf{R}F$ называется множеством вещественных точек кривой F , а $\mathbf{C}F$ – множеством комплексных точек, или комплексификацией, кривой F . Хорошо известно, что если кривая не имеет комплексных особых точек, то $\mathbf{C}F$ – гладкое ориентируемое двумерное многообразие рода $g = (m - 1)(m - 2)/2$ (сфера с g ручками). Если $\mathbf{R}F$ разбивает $\mathbf{C}F$, то на две половины с общим краем $\mathbf{R}F$, переходящие друг в друга при комплексном сопряжении. В этом случае кривая F называется *разбивающей*.²¹ Выберем одну из этих половин и ориентируем её. Индуцированную ориентацию множества $\mathbf{R}F$ как края выбранной половины Рохлин назвал *комплексной ориентацией* вещественной кривой F – см. рис. 7²², а вещественную схему рас-

²¹ M -кривая всегда разбивающая: каждая ручка перерезана овалом, причём только одним (см. рис. 7). Фактически в этом и состоит доказательство Клейна–Гурвица оценки Харнака.

²² Конечно, рисунок 7 весьма условный, поскольку $\mathbf{C}P^2$ имеет вещественную размерность 4.

положения ветвей разбивающей кривой, оснащённую комплексной ориентацией – *комплексной схемой кривой*.

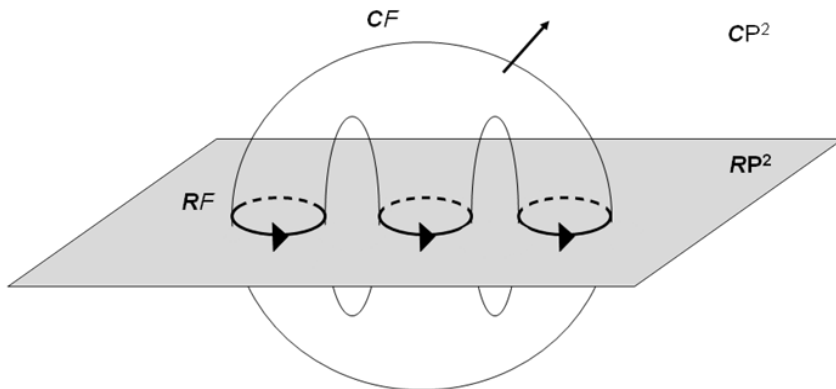


Рис. 7

Далее, любая пара овалов, из которых один лежит внутри другого, называется инъективной парой. Такая пара ориентированных овалов называется положительной, если ориентации овалов индуцируются некоторой ориентацией ограничиваемого ими кольца, и отрицательной в противном случае. Через Π_+ и Π_- обозначаются число положительных и отрицательных инъективных пар соответственно. Рохлин доказал, что для кривой степени $2k$ имеет место следующая *формула комплексных ориентаций*:

$$2(\Pi_+ - \Pi_-) = l - k^2, \quad (2)$$

где $l = \Pi_+ + \Pi_-$ – число овалов кривой. Н.М. Мишачёв получил в [39] аналогичную формулу для случая кривой нечётной степени.

Ясно, что формулы Рохлина и Мишачёва дают ограничения на расположения овалов кривой: например, если какая-то схема расположения овалов не допускает набора ориентаций овалов, удовлетворяющего формуле (2), то эта схема не может быть реализована разбивающей кривой степени $2k$.

В [40] Рохлин разделил схемы расположений овалов вещественных кривых данной степени m на три типа: схема принадлежит *типу I (типу II)* если любая кривая степени m с такой схемой разбивающая (соответственно, неразбивающая); схема принадлежит *неопределённому типу*, если существуют как разбивающие, так и неразбивающие кривые степени m с такой схемой. Рохлин приводит в [40] классификацию схем степени ≤ 6 по типам, полученную им вместе с его учениками В.И. Звониловым, В.В. Макеевым и Т. Фидлером, указывает, что для степеней ≤ 4 ответ знал Клейн и что схемы неопределённого типа существуют для всех степеней ≥ 5 . Затем на основании имеющегося фактического материала Рохлин формулирует следующую гипотезу ([40], п. 3.9): *“вещественная схема тогда и только тогда принадлежит типу I, когда она максимальна, т. е. не является частью большей вещественной схемы той же степени”*. Несмотря на свою привлекательность, эта гипотеза оказалась неверной.²³

2. Жёсткие изотопии. Рохлин обратил в [40] внимание на изучение компонент дополнения к дискриминант-

²³ В 1983 г. я заметил [48], что эта гипотеза противоречит гипотезе Виро о нереализуемости некоторой серии M -кривых степени 8. Позже выяснилось, что обе эти гипотезы неверны: контрпримеры к гипотезе Рохлина были найдены Е.И. Шустинным [49] и мной [50], а контрпримеры к гипотезе Виро построил А.Б. Корчагин [51].

ной гиперповерхности²⁴ в пространстве $\mathbf{RP}^{m(m+3)/2}$ всех вещественных кривых данной степени m : “Ясно, что кривые, принадлежащие одной компоненте, имеют одну и ту же вещественную схему, т. е. класс всех неособых кривых с заданной вещественной схемой состоит из целых компонент. Изучение этих компонент – столь же старая задача, как изучение самих классов”. Кривые, принадлежащие одной компоненте, Рохлин назвал *жёстко изотопными*: их можно соединить изотопией, составленной из алгебраических кривых той же степени. Ясно, что комплексная схема кривой инвариантна при жёсткой изотопии. Таким образом, наряду с задачей классификации вещественных схем возникает задача классификации комплексных схем кривых данной степени. Рохлин отмечает, что для неособых кривых степеней ≤ 4 классы относительно жёстких изотопий совпадают с классами относительно вещественных изотопий²⁵ (т. е. кривым с одинаковой схемой расположения ветвей отвечает ровно одна компонента связности множества неособых кривых), и что случай степени 4 был рассмотрен Клейном в [47], стр. 112. Затем Рохлин приводит пример двух изотопных, но не жёстко изотопных кривых степени 5. Жёсткую изотопическую классификацию кривых степени 5 нашел В.М. Харламов [53], а степени 6 – В.В. Никулин [54]. Классификация комплексных схем степени 7 получена в работах С.Ю. Оревова, С. Фидлер-Ле Тузе (Séverine Fiedler-Le Touzé) (см. [55]) и В. Флоренса (Vincent Florens) [56].

²⁴ Точкам этой гиперповерхности отвечают особые кривые в $\mathbf{RP}^2$.

²⁵ Согласно [52], аналогичный факт имеет место и для кривых степени 4 с особенностями: множество кривых каждого алгебро-топологического типа связно.

Из сказанного выше очевидно, какой большой вклад в изучение топологии вещественных алгебраических многообразий внесли идеи и результаты Рохлина. Не менее важным для развития предмета оказался и вклад Рохлина другого сорта: в начале 1970-х годов он привлёк к этой тематике большую группу своих учеников – О.Я. Виро, В.М. Харламова, В.И. Звонилова, Н.М. Мишачёва, С.М. Финашина, Т. Фидлера и др. Примерно в это же время стали появляться новые ученики и у Гудкова: сначала Г.М. Полотовский, затем А.Б. Корчагин, Е.И. Шустин, Г.Ф. Небукина. Возобновился интерес к этой проблематике и за рубежом.

3. Кривые степени 7. В 1980 г. О.Я. Виро [57] получил классификацию неособых вещественных кривых степени 7. Ответ для случая M -кривых (все допустимые теоремой Безу схемы с меньшим числом овалов реализуемы) приведён на рис.8, где кодировка расположений овалов такая же, как и выше, а “вынесенный за скобку” символ J обозначает нечётную ветвь, присутствующую в каждой схеме. Стрелками показаны авторы результатов.

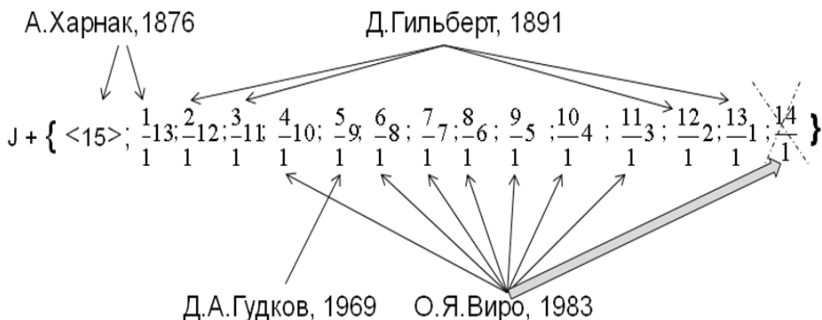


Рис. 8

Как видим, симметрии здесь нет: невозможна только крайняя правая схема $J \frac{14}{1}$. Её нереализуемость Виро доказал в [58] с помощью изобретательного применения формул комплексных ориентаций и теоремы Фидлера [59], согласно которой при разрешении ks общих вещественных точек двух разбивающих кривых степеней k и s , согласованном с ориентациями этих кривых, получаются разбивающая кривая степени ks и её комплексная ориентация²⁶. О методе построений, применённом Виро, см. ниже п. 6.

4. Кривые степени 8. M -кривая степени 8 состоит из 22 овалов. Всего имеются 536 попарно неизотопных расположений 22 овалов в $\mathbf{RP}^2$. К началу 1980-х годов известные ограничения допускали для кривой 8-й степени 104 из них, а реализованы были только 10. Динамика построений M -кривых степени 8 приведена в таблице рис. 9. Ясно, что скачок в 1980 г. можно объяснить только открытием новых способов построения. Об этой замечательной технике, которая была изобретена Виро и названа им *patchworking*, удобнее рассказать ниже в п. 6. Отметим, что классификация M -кривых степени 8 не завершена – остаётся открытым вопрос о реализуемости шести схем:

$$\frac{18}{1} + \frac{1}{1}1; \quad \frac{15}{1} + \frac{4}{1}1; \quad \frac{12}{1} + \frac{7}{1}1; \quad \frac{10}{1} + \frac{9}{1}1; \quad \frac{142}{1}4; \quad \frac{42}{1}14;$$

здесь принцип кодировки тот же, что и выше: каждая единица в знаменателе обозначает овал, охватывающий рас-

²⁶ В [60] я нашёл и доказал для $ks \leq 6$ аналогичное утверждение для случая, когда число общих вещественных точек на 2 меньше максимального. Затем Фидлер [59] и В.В. Макеев (личное сообщение) доказали его для произвольного ks .

Автор	Год публикации метода или построения	Число реализованных новых схем
А. Харнак	1876	2
Д. Гильберт	1891	4
Л. Брюзотти	В серии работ 1910–1917 гг.	1
Д.А. Гудков	1969	2
А.Б. Корчагин	1978	1
О.Я. Виро	1980	42
Е.И. Шустин	1985, 1988	7
А.Б. Корчагин	1989	19
С.Ю. Оревков	2001	1
Б. Шевалье	2002	4

Рис. 9

положение овалов, закодированное в числителе; плюс соединяет схемы расположений, внешние овалы которых лежат вне друг друга.

Есть много результатов, почти все из которых принадлежат Корчагину, Оревкову и Фидлер-Ле Тузе, для M -кривых степени 9. Однако здесь открытых вопросов ещё больше, чем для степени 8.

5. Распадающиеся кривые. В 1969 г., решив задачу о неособых кривых шестой степени, Гудков написал: *“Метод, которым исследовалось расположение овалов кривых 6-го порядка, применим для исследования расположения неособой кривой 5-го порядка и прямой, неособых кривых 2-го и 4-го порядков, двух кривых 3-го порядка”* ([28], стр. 3–4). С согласия Гудкова я занялся этой задачей и в 1977 г. решил её [61] с помощью метода Гильберта–Роона–Гудкова и квадратичных преобразований. Чтобы задача была обозримой, ограничимся случаем максималь-

ного общего положения: будем рассматривать объединения двух M -кривых, пересекающихся в максимально возможном по теореме Безу числе попарно различных вещественных точек, причём лежащих на одной ветви каждой из кривых. Тогда изотопическая классификация состоит из 4, 15 и 9 типов в случаях кривой 5-й степени и прямой, кривых 2-й и 4-й степеней и двух кривых третьей степени соответственно. В частности, объединением прямой и M -кривой степени 5 реализуемы только типы расположений, показанные на рис. 10 (где, как обычно, указаны авторы и годы построений; пунктиром показана граничная окружность модели Пуанкаре проективной плоскости).

Найденная классификация получила разнообразные приложения в задачах, связанных с первой частью 16-й про-

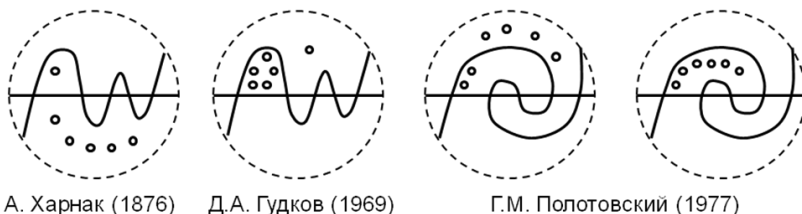


Рис. 10

блемы Гильберта. Например, Виро и Харламов на основе замеченных ими закономерностей в [61] нашли в [62]²⁷ сравнение для кривых с особенностями; использование одной идеи Виро о применении расположений двух кривых степени 3 позволило Гудкову [64] завершить классификацию M -кривых степени 8 на гиперboloиде (этой задачей

²⁷ См. также [63], где исправлены ошибки в [62].

занимался Гильберт в [11]). Но наиболее важные применения (см. следующий пункт) получила классификация, показанная на рис. 10.

В 1980-х годах началось аналогичное изучение распадающихся кривых степени 7. Здесь уже старые методы оказались совершенно недостаточными. К настоящему времени эта задача практически решена в длинной серии работ Корчагина, Оревкова, Шустина и Полотовского (в разных авторских сочетаниях), начатой статьёй [65].

6. *Patchworking*. Во всех рассмотренных выше способах построений неособые кривые получались в результате возмущений только невырожденных двойных точек – именно, особенностей объединения трансверсально пересекающихся кривых. Фидлер и Звонилов (см. [59]) показали, что M -кривые степени 7 со схемами J_{14}^{10} и J_{14}^{14} не могут быть получены таким образом. Однако, как видно из рис. 8, Виро построил кривую, реализующую первую из этих схем. Для этого Виро впервые в рассматриваемой проблематике привлёк возмущения кривых с более сложными особенностями.

В конце 1970-х годов Виро заметил, что устранение²⁸ простой пятикратной точки эквивалентно вклеиванию вместо её окрестности любой неособой аффинной кривой степени 5, асимптотические направления ветвей которой совпадают с наклонами касательных к ветвям в этой пятикратной точке. Действительно, пусть кривая (не обязательно алгебраическая), имеет простую пятикратную точку в начале аффинной системы координат $ХОУ$. Тогда

²⁸ Т. е. малое возмущение коэффициентов многочлена, определяющего кривую, приводящее к исчезновению данной особенности.

многоугольник Ньютона²⁹ этой кривой имеет сторону с концами в вершинах $(5, 0)$ и $(0, 5)$ и не содержит точек с суммой координат меньше пяти – рис. 11a. Сумма мономов, отвечающих целым точкам на этой стороне, определяет наклоны касательных к ветвям в пятикратной точке. С другой стороны, многоугольником Ньютона неособой аффинной кривой степени 5 является треугольник с вершинами $(0, 0)$, $(0, 5)$, $(5, 0)$ (рис. 11b), и сумма мономов, отвеча-

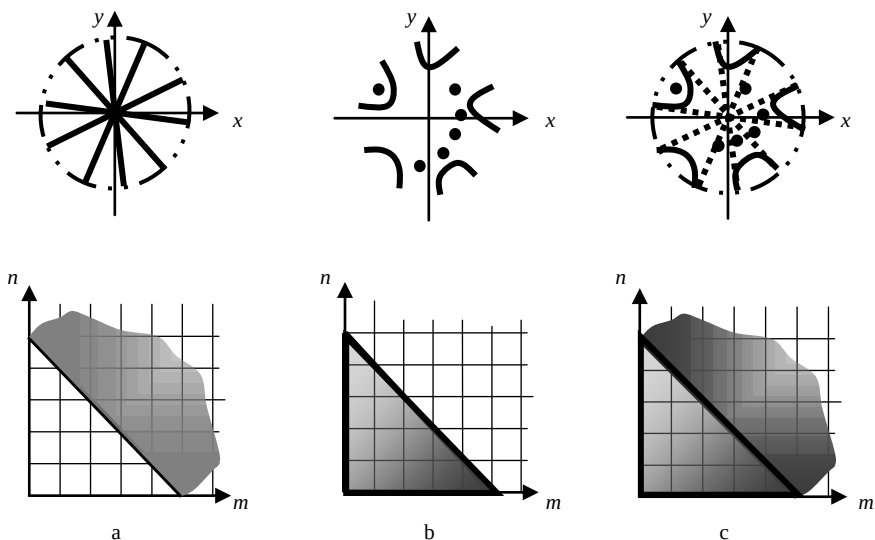


Рис. 11

²⁹ Напомню, что многоугольником Ньютона кривой называется выпуклая оболочка множества точек плоскости с целыми координатами (m, n) , для которых моном $x^m y^n$ входит в многочлен (в степенной ряд в окрестности нуля в неалгебраическом случае), определяющий данную кривую, с ненулевым коэффициентом. О многоугольнике Ньютона, включая сведения исторического характера, см. в [66].

ющих целым точкам на его гипотенузе, определяет асимптотические направления ветвей этой кривой. Если мономы, отвечающие целым точкам сторон с концами $(5, 0)$ и $(0, 5)$ на рис. 11a и 11b, соответственно совпадают, то из этих многоугольников можно составить один многоугольник, отвечающий кривой без особенности в начале координат. Такому склеиванию многоугольников Ньютона отвечает вклеивание неособой аффинной кривой степени 5 вместо окрестности пятикратной точки – рис. 11c.

Заметим теперь, что кривые, показанные на рис. 10, можно рассматривать как аффинные кривые степени 5 с максимальным числом овалов и с пятью ветвями, уходящими на бесконечность, – для этого достаточно прямую, пересекающую нечётную ветвь кривой степени 5 в пяти точках, считать бесконечностью аффинной плоскости – см. рис. 12. При этом точки пересечения с этой прямой определяют асимптотические направления ветвей аффинной кривой. В 1983 году Шустин доказал в [67], что каждый из ти-

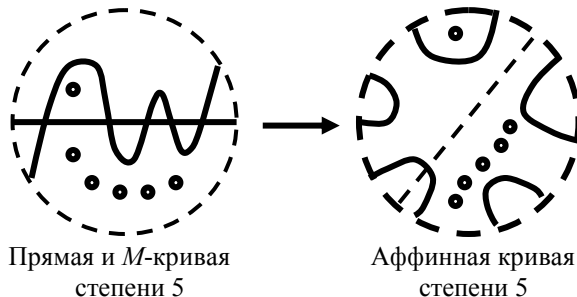


Рис. 12

пов распадающихся кривых степени 6, показанных на рис.10, можно реализовать, выбрав расположение общих точек на прямой произвольно. Таким образом, рис. 10 даёт

полный список допустимых максимальных устранений³⁰ простой пятикратной точки, и для любой простой пятикратной точки всегда возможно любое из этих четырёх устранений.

Первыми работами, в которых Виро изложил применение своего нового метода построений, были [57] и [68]. В этих и последующих работах Виро выяснилось, что, наряду с устранениями простой пятикратной точки, для построений неособых кривых степеней 7 и 8 полезны ещё устранения точек квадратичного касания трёх или четырёх ветвей, а для построений кривых степени 9 Корчагин применил устранения точек квадратичного касания трёх ветвей, трансверсально пересечённых четвёртой ветвью, рассмотренные им в [69]. Эффективность метода Виро лучше всего иллюстрирует следующая единообразная реализация всех трёх типов M -кривых степени 6. Рассмотрим три эллипса, касающихся в двух точках (рис. 13а). Многоугольник Ньютона такой кривой есть отрезок, соединяющий точки $(0, 3)$ и $(6, 0)$. Виро нашёл (см. [70]) полную классификацию устранения точки квадратичного касания трёх ветвей. Максимальных устранения всего четыре, они показаны на рис. 13b. Виро построил их (как и все остальные, т. е. не максимальные, кроме одного) модификацией способа Гильберта. Легко видеть, что вклеивая подходящие устранения рис. 13b вместо окрестностей точек касания эллипсов, получим все три схемы M -кривых степени 6. Этому вклеиванию отвечает достроение многоугольника Ньютона до треугольника с вершинами $(0, 0)$, $(0, 6)$, $(6, 0)$ – рис. 13c. С помощью тех же устранения

³⁰ Т. е. устранения с появлением в окрестности особой точки максимального числа овалов.

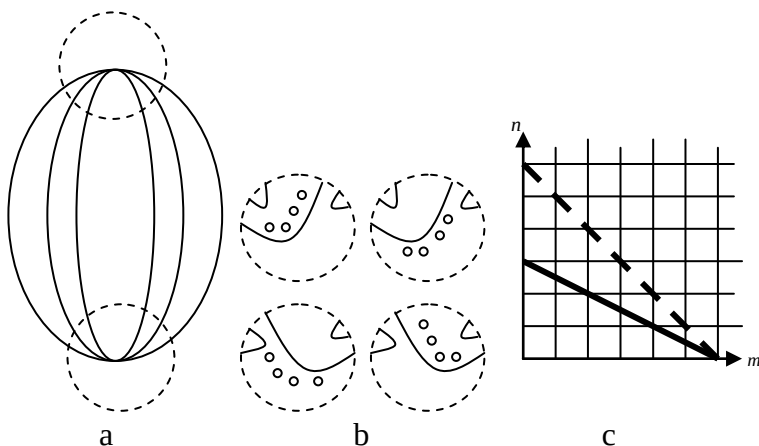


Рис. 13

таких же особенностей Виро построил недостающие (см. рис. 8) кривые степени 7 – подробности см. в [57], [70].

Дальнейшее развитие метода привело Виро к созданию технологии построений, названной им труднопереводимым термином *patchworking*.³¹ Я не знаю способа дать короткое и одновременно точное изложение *patchworking*'а, даже опуская все доказательства, поэтому ограничусь неформальным описанием, надеясь, что оно пояснит хотя бы название. Рассмотрим “учетверение” многоугольника Ньютона кривой, получаемое с помощью его отражений относительно осей и начала координат, и нарисуем в этом учетверении топологическую модель части этой кривой, лежащей вне окрестностей её особых точек, отвечающих сторонам многоугольника Ньютона. Такую пару {учетверённый мно-

³¹ Если дословно, то что-то типа “работа с лоскутками”. В нашем контексте предлагается “построение из кусочков”, или “кусочное построение”.

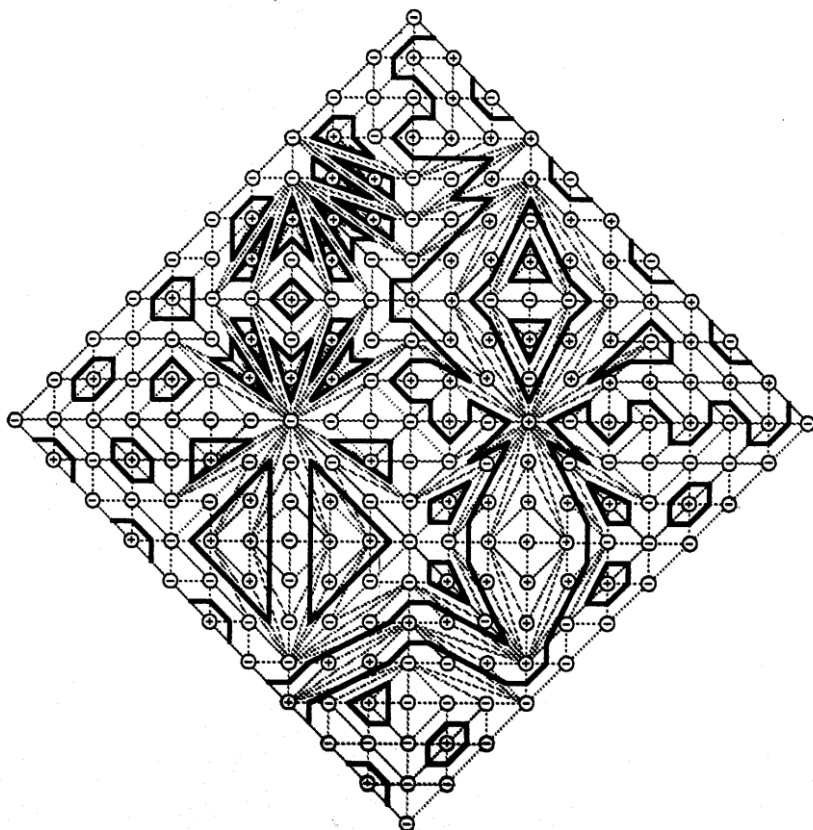
гоугольник Ньютона, модель кривой в нём} Виро назвал *картой кривой*. Пусть нам известен набор карт, при склеивании которых по сторонам в результате получается квадрат с вершинами $(\pm d, 0)$, $(0, \pm d)$. Рассмотрим этот квадрат как модель проективной плоскости, т. е. будем считать, что точки его сторон, симметричные относительно центра квадрата, отождествлены. Если выполнены некоторые условия склеивания карт, то пара {квадрат, склеенная из кусков кривая в квадрате} гомеоморфна паре $\{\mathbf{RP}^2$, кривая степени $d\}$.

Следует ещё отметить, что Виро привлёк для построений квадратичные преобразования, названные им гиперболизмами [68], отличные от применявшихся Гудковым.

Замечу, что, насколько мне известно, все результаты, касающиеся построений кривых³², полученные после 1980 года, так или иначе имеют в своей основе метод Виро. Мне приятно отметить, что классификация распадающихся кривых степени 6 была для Виро одной из отправных точек.

7. Контрпримеры к гипотезе Рэгсдейл. В [57] Виро привёл список, а в [68] – реализацию 42 новых M -схем степени 8. Среди них есть, в частности, схема $\frac{19}{1}2$, для которой число нечётных овалов равно 19. Таким образом, эта схема является контрпримером ко второму неравенству гипотезы Рэгсдейл. Среди реализованных Виро M -схем степени 8 есть ещё 4 контрпримера к этому неравенству; кроме этого, в [68] построены контрпримеры для любой степени $m = 4k$ при $m > 8$. Во всех этих контрпримерах неравенство нарушается на единицу. Возникает вопрос, который ставил ещё Петровский в [25] (см. сноску 7 выше): будет ли

³² Patchworking допускает обобщение на случай многообразий большей размерности – см. [68].



Patchworking $(M-3)$ -кривой степени 10 со схемой $\frac{2}{1} + \frac{29}{1} 1$

Рис. 14

верным исправленное на единицу неравенство? Другой вопрос – верно ли первое неравенство гипотезы Рэгсдейл? В 1993 г. ученик Виро И.В. Итенберг с помощью patchworking'a показал в [71] (см. также [72]), что ответы на оба вопроса отрицательные. На рис. 14 показано одно из замечательных построений Итенберга. Здесь треугольник с вер-

шинами $(0, 0)$, $(10, 0)$, $(0, 10)$ разбит на 100 треугольников площади $\frac{1}{2}$ каждый. В этой ситуации каждый “patch” – треугольник с проведённой в нём средней линией, для возможности склеивания достаточно выпуклости триангуляции, и построение превращается в комбинаторную задачу. Жирная ломаная на рис. 14 является кусочно-линейной моделью $(M - 3)$ -кривой степени 10 со схемой $\frac{2}{1} + \frac{29}{1}1$, для которой число n нечётных овалов равно 31, в то время как по гипотезе Рэгсдейл оно не должно превышать 30. В [71] приведён подобный patchworking, дающий

$(M - 2)$ -кривую степени 10 со схемой $\frac{2}{1}2 \frac{1}{1}29$, в которой число p чётных овалов равно 32, тогда как по гипотезе Рэгсдейл $p \leq 31$. Далее Итенберг построил в [71] две серии кривых степени $2k$, $k \geq 1$, для первой из которых

$$p - (3k(k-1)/2 + 1) = [(k-3)^2 + 4]/8,$$

а для второй

$$n - 3k(k-1)/2 = [(k-3)^2 + 4]/8]$$

(для $k = 5$ во втором случае – это рис.14). Затем Б. Хаас (Bertrand Haas) [73] и Итенберг [74] последовательно улучшали контрпримеры для случая чётных овалов (т. е. увеличивали правую часть первого равенства), а Е. Брюгалле (Erwan Brugallé) [75] получил для правых частей последних равенств асимптотически точные выражения с главным членом $7k^2/4$.

Однако во всех этих контрпримерах число овалов хотя бы на два меньше максимального, так что остаётся открытым вопрос, справедлива ли гипотеза Рэгсдейл, исправлен-

ная в случае нечётных овалов на единицу, для M - и $(M - 1)$ -кривых.

8. Метод Оревкова. Так же, как после статьи Виро [57] возмущения сложных особенностей и patchworking стали основными инструментами для построения кривых, предложенный Оревковым в [76] метод стал основным для доказательств нереализуемости заданных изотопических типов кривыми данной степени. Этот метод основан на применении теории кос и зацеплений. Он тоже использует выход в комплексную область и может рассматриваться как далеко идущее обобщение теории комплексных ориентаций. В общих чертах³³ схема метода Оревкова следующая. Предположим, что некоторая кривая в $\mathbf{RP}^2$ реализуется как кривая F_m степени m . Пусть L – пучок вещественных прямых, находящийся в общем положении с кривой. Рассмотрим пересечение $CF_m \cap CL$ комплексификации кривой и комплексификации пучка. Оно представляет собой вещественно-одномерную кривую с особенностями в $\mathbf{CP}^2$. Устранив особенности некоторым стандартным образом, получим зацепление кратности m . Поставим в соответствие исследуемой кривой косу из m нитей, замыканием которой является это зацепление. Если кривая в действительности алгебраическая, то эта коса должна быть квазиположительной³⁴.

³³ Многочисленные детали можно найти в [76], [77] и в статьях, указанных в библиографии к [77].

³⁴ Коса называется квазиположительной, если она допускает запись в виде $\prod_{j=1}^k \omega_j \sigma_{i_j} \omega_j^{-1}$, где σ_s , $s \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, – стандартные образующие группы кос из n нитей, а ω_j , $j \in \{1, 2, \dots, k\}$, – некоторые слова в алфавите $\{\sigma_1, \dots, \sigma_{n-1}, \sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_{n-1}^{-1}\}$.

Если каждая прямая пучка пересекает исследуемую кривую не менее, чем в $m - 2$ вещественных точках, то коса однозначно определяется по вещественной картинке расположения кривой относительно пучка. Однако исходная кривая всего лишь гипотетическая модель, поэтому даже в этом случае необходим большой перебор вариантов расположения кривой относительно пучка. Далее, проверка необходимых условий квазиположительности (выполнение неравенства Мурасуги–Тристрама и др.) требует нахождения инвариантов косы. Для выполнения всех этих весьма значительных по объёму вычислений был создан – главным образом, Оренковым – комплекс компьютерных программ.

Применяя свой метод, Оренков получил многочисленные результаты, в частности, о кривых степеней 8 и 9, а для классификации распадающихся кривых степени 7 применение метода Орекова оказалось решающим – см., например, [77], [79].

9. Гибкие и псевдоголоморфные кривые. Виро [46] поставил вопрос, какие запреты для схем алгебраических кривых имеют чисто топологическое происхождение, и в связи с этим предложил изучать объекты, устроенные в некотором смысле так же, как комплексификация вещественной кривой степени m , но не обязательно определяемые многочленом. В качестве такой топологической имитации плоских алгебраических кривых Виро ввёл кривые, названные им *гибкими*. Гибкую кривую степени m можно определить как гладкое связное двумерное многообразие в $\mathbb{CP}^2$ рода $(m-1)(m-2)/2$, инвариантное относительно комплексного сопряжения, гомологичное m -кратной комплексной прямой и такое, что касательная плоскость в каждой его вещественной точке является комплексной прямой. Виро

отметил в [46], что “возможно, это определение не является окончательным”. Можно сказать, что так и получилось: после работы Оревкова [76] вместо множества гибких кривых стали рассматривать его подмножество – вещественные псевдоголоморфные кривые³⁵ (по-видимому, причина этого в том, что к псевдоголоморфным кривым применимы все рассуждения, основанные на рассмотрении вспомогательных пучков прямых, и по методу Оревкова псевдоголоморфной кривой тоже ставится в соответствие коса, которая должна быть квазиположительной). Таким образом, возникла задача изотопической классификации псевдоголоморфных кривых данной степени. Для распадающихся кривых степени 7 эта задача решена Оревковым в [76], [77] и в работе, готовящейся к печати. При этом оказалось, что псевдоголоморфная классификация отличается от алгебраической – другими словами, имеются примеры распадающихся псевдоголоморфных кривых, не реализуемых алгебраическими кривыми данного класса. Таких примеров 16 и все они содержатся в работах Оревкова, Фидлер-Ле Тузе и Шустина (см. [76], [80]–[82]). В [80] имеются также примеры таких устранимых точки квадратичного касания четырёх ветвей псевдоголоморфной кривой, каких нет для аналогичной алгебраической кривой. Для каждого такого примера надо было реализовать псевдоголоморфную кривую и доказать её нереализуемость алгебраической кривой того же

³⁵Вещественная псевдоголоморфная кривая степени m – это гладкая симплектическая поверхность в $\mathbf{CP}^2$, инвариантная относительно комплексного сопряжения, J -голоморфная относительно инвариантной при комплексном сопряжении ручной почти комплексной структуры J и гомотопичная m -кратной комплексной прямой. Комплексные псевдоголоморфные кривые ввёл М. Громов в [78].

класса. Для доказательства последнего применялись метод Гильберта–Роона–Гудкова (Шустин), пучки кривых степени 3 (Фидлер–Ле Тузе), кубические резольвенты (Оревков).

В [83] Оревков нашёл классификацию псевдоголоморфных M -кривых степени 8. (Конечно, все 6 схем, вопрос об алгебраической реализуемости которых остаётся открытым (см. выше п. 4), псевдоголоморфно реализуемы.)

Замечу, что примеры гладких вещественных псевдоголоморфных кривых, нереализуемых алгебраическими (так же, как и примеры расположений в $\mathbf{RP}^2$, реализуемых гибкой кривой, но нереализуемых псевдоголоморфной), неизвестны.

V. Несколько заключительных замечаний.

1. Мне представляется, что описанная выше “история одной задачи” хорошо иллюстрирует один из основных способов математического познания: накопление конкретного материала (зачастую добываемого с большим трудом), выдвижение основанных на этом материале гипотез и затем – доказательство или опровержение этих гипотез. Неплохо иллюстрируется и то, что на разных этапах такого пути неизбежны ошибки и их исправление.

2. Несколько лет назад О.Я. Виро поднял вопрос³⁶: не следует ли считать 16-ю проблему Гильберта (первую часть) решённой? Ответ зависит, конечно, от того, как понимать текст Гильберта, и от того, какие результаты получены. С результатами всё ясно: на все *конкретные* вопросы из формулировки Гильберта найдены исчерпывающие отве-

³⁶ См., например, презентацию к докладу “The 16th Hilbert problem, a story of mystery, mistakes and solutions”, Midlands Regional Meeting on Tropical Geometry in Loughborough, 2007, доступную на веб-сайте Виро.

ты, ключом к которым является комплексификация. Опираясь на тщательный, почти “пословный” анализ текста 16-й проблемы, Виро приходит к выводу что Гильберт имел в виду три конкретные задачи: об M -кривых степени 6, об M -поверхностях степени 4 и о причинах, почему эти задачи такие сложные. Поэтому Виро считает проблему решённой и отмечает странный факт, что люди, занимавшиеся этими задачами, не объявили торжественно, что они решили проблему. Что касается Гудкова, то, насколько я знаю, он понимал 16-ю проблему Гильберта как задачу общего исследования топологии вещественных алгебраических многообразий. И мне кажется, что для такого понимания не меньше оснований, чем для интерпретации, предлагаемой Виро. Обратимся тоже к тексту Гильберта. Первые два предложения однозначно показывают, что речь идёт о кривых произвольной степени n . Дальнейшее выделение Гильбертом случаев $n = 6$ для кривых и $n = 4$ для поверхностей вполне естественно – Гильберт хорошо знал, что это первые нетривиальные случаи. Кстати, во второй части проблемы задача ставится только для систем с правой частью произвольной степени n – возможно, Гильберт не знал, что здесь первый нетривиальный случай $n = 2$. Конечно, сейчас задача для произвольного n представляется безнадёжной. Однако можно предположить, что Гильберт надеялся, что алгебра проявит “жесткость”: запреты, найденные для небольших n , дадут возможность сформулировать полную систему запретов для любого n – ведь так и случилось в задаче о вещественных корнях вещественных многочленов от одной переменной. Наконец, и ряд других проблем из списка Гильберта естественно интерпретировать не как задачи, а как направления исследования – в частности, 23-я проблема

(“Развитие методов вариационного исчисления”) именно так и сформулирована.

3. Ещё один вопрос – насколько оправдалось включение в 16-ю проблему двух разнородных задач – “чисто алгебраической” первой части и динамической второй, объединённых надеждой Гильберта, что обе они должны быть решены “с помощью упомянутого метода непрерывного изменения коэффициентов”? Конечно, исторически развитие бифуркационной идеи – метода Гильберта–Роона–Гудкова – было для первой части решающим, но этого пока (?) нельзя сказать о второй части.

В общем, мне кажется, что, несмотря на более чем столетнюю историю проблем Гильберта, их историко-математический анализ далеко не завершён.

4. С помощью сравнения Гудкова–Рохлина (доказательство которого по современным меркам уже не кажется суперсложным) и применения patchworking’a классификация неособых кривых степени 6, на которую ушло

$$1969 - 1891 = 78$$

лет, получается за несколько минут. Казалось бы, старые методы сохраняют чисто исторический интерес³⁷. Однако с методом Гильберта–Роона–Гудкова этого пока не случилось – см. статью [80] с красноречивым названием и подробным объяснением, почему это так.

5. Выше уже говорилось, что современный период характеризуется обнаружением связей задачи о вещественных алгебраических кривых с другими разделами математики, среди которых более или менее подробно упоминались топология, теория особенностей, теория кос и зацепле-

³⁷ Здесь припоминается тезис: ценность научного результата измеряется количеством работ, ставших после него ненужными.

ний. В рамках этой статьи не было места упомянуть другие области – например, торические многообразия, тропическую геометрию. Возможно, намечается некоторая связь и со второй частью 16-й проблемы – я могу упомянуть здесь работы [84]–[87].

6. Ясно, что история до середины XX века изложена мной по литературным источникам. При описании событий следующего отрезка до начала 1970-х годов к этому добавилось рассказанное Д.А. Гудковым, учеником, а затем и сотрудником которого мне посчастливилось быть на протяжении более 20 лет. Для периода после 1972 г. я мог уже использовать личные впечатления.

Я благодарю И.В. Итенберга, А.Б. Корчагина, Л.М. Лермана, С.Ю. Оревкова за обсуждение и ценные замечания.

Список литературы

1. *Декарт Р.* Геометрия. – М. –Л.: ОНТИ, 1938.
2. *Oeuvres de Fermat.* Paris, 1891. Т. I.
3. *Newton I.* Enumeratio linearum tertii ordinis. Optics. London, 1704, pp. 138–162. (Русский перевод см. в: Исаак Ньютон. Математические работы. – М.–Л., 1937.)
4. *Newton I.* The final ‘Geometriae libri duo’. In the book: The mathematical papers of Isaac Newton, Vol. 7. – Cambridge University Press, 1976. P. 402–469
5. *Смогоржевский А.С., Столова Е.С.* Справочник по теории плоских кривых третьего порядка. – М.: ФМ, 1961.
6. *Korchagin A.B., Weinberg D.A.* Quadric, cubic and quartic cones // Rocky Mountain J. Math., 2005. Vol. 35, no.5. P. 1627–1656.
7. *Harnack A.* Über die Vieltheiligkeit der ebenen algebraischen Curven // Math. Ann., 1876. Bd.10. S. 189–199.
8. *Гудков Д.А.* Топология вещественных проективных алгебраических многообразий // УМН, 1974. Т. 29, вып. 4(178). С. 3–79.

9. Hurwitz A. Über Riemannsche Flächen mit gegebenen Verzweigungspunkten // Math. Ann., 1891. Bd. 39. S. 1–61.
10. Klein F. Riemann'sche Flächen (lit), Vorles I, II. Göttingen, 1892.
11. Hilbert D. Ueber die reellen Züge algebraischer Curven // Math. Ann., 1891. Bd. 38. S. 115–138.
12. Проблемы Гильберта. Под ред. П.С. Александрова. – М.: Наука, 1969.
13. Арнольд В.И. Что такое математика? – М.: МЦНМО, 2002. – 104 с.
14. Ragsdale V. On the arrangement of the real branches of plane algebraic curves // Amer. Jour. Math., 1906. V. 28, no.4. P. 377–404.
15. Kahn G. Eine allgemeine Methode zur Untersuchung der Gestalten algebraischer Kurven. Inaugural Dissertation. Göttingen, Univ. Buchdruckerei von W. Kaestner, 1909.
16. Löbenstein K. Ueber den Satz, dass ebene, algebraische Kurve 6 Ordnung mit 11 sich ein ander ausschliessenden Ovalen nicht existiert. Inaugural Dissertation. Göttingen, Univ. Buchdruckerei von W. Kaestner, 1910.
17. Rohn K. Die ebene Kurve 6 Ordnung mit elf Ovalen // Berichte über Verhandl., 1911. Bd. 63. S. 540–555.
18. Rohn K. Die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6 Ordnung und bei der Fläche 4 Ordnung // Math. Ann., 1913. Bd. 73. S. 177–229.
19. Brusotti L. Su talune questioni di realita nei loro metodi, risultati e pro le me. Collogue sur les Questions de Réalité en Geometrie. Georges Johné, Liege, and Masson, Paris, 1956, Liege, 1955. P. 105–129.
20. Полотовский Г.М. К задаче топологической классификации расположения овалов неособых алгебраических кривых в проективной плоскости // Методы качеств. теории дифф. уравнений, Горький, изд-во ГГУ, 1975. Вып. 1. С. 101–128.
21. Корчагин А.Б. Новые возможности в способе Брюзотти для построения M -кривых порядков ≥ 8 // Методы качеств. теории дифф. уравнений, Горький, изд-во ГГУ, 1978. С. 149–159.
22. Brusotti L. Sulla “piccola variazione” di una curva piana algebraica reali // Rend. Rom. Acc. Lincei, 1921. T. 30. P. 375–379.
23. Wiman A. Über die reellen Züge der ebenen algebraischen Kurven // Math. Ann., 1923. Bd. 90. S. 222–228.

24. *Petrovsky I.* Sur la topologie des courbes planes réelles et algébriques // C. R. Acad. Sci. Paris, 1933. Vol. 197. P. 1270.
25. *Petrovsky I.* On the topology of real plane algebraic curves // Ann.Math., 1938. Vol. 39, № 1. P. 189–209. (Русский перевод см. в: И.Г. Петровский. Избранные труды. Системы уравнений с частными производными. Алгебраическая геометрия. – М.: Наука, 1986. С. 355–371.)
26. *Андронов А.А., Понтрягин Л.С.* Грубые системы // ДАН СССР, 1937. Т. 14, №5. С. 247–251.
27. *Гудков Д.А.* О понятия грубости и степеней³⁸ негрубости для плоских алгебраических кривых // Матем. сб., 1965. Т. 67(109), №4. С. 481–527.
28. *Гудков Д.А., Уткин Г.А.* Топология кривых 6-го порядка и поверхностей 4-го порядка // Уч. записки Горьковского университета, 1969. Вып. 87. С. 3–213.
29. *Гудков Д.А.* Построение новой серии *M*-кривых // ДАН СССР, 1971. Т. 200, №6. С. 1269–1272.
30. *Гудков Д.А., Уткин Г.А., Тай М.Л.* Полная классификация нераспадающихся кривых 4-го порядка // Матем. сб., 1966. Т. 69(111), №2. С. 222–256.
31. *Гудков Д.А.* О топологической классификации неособых действительных алгебраических кривых 6-го порядка в действительной проективной плоскости. ДАН СССР, 1954. Т. 98, №4. С. 521–524.
32. *Арнольд В.И.* О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырёхмерных гладких многообразий и арифметике целочисленных квадратичных форм // Функц. анализ и его прилож., 1971. Т. 5, вып. 3. С. 1–9.
33. *Рохлин В.А.* Доказательство гипотезы Гудкова // Функц. анализ и его прилож., 1972. Т. 6, вып. 2. С. 62–64.
34. *Марен А.* Несколько замечаний о вещественных плоских алгебраических кривых. В кн. В поисках утраченной топологии. – М.: Мир, 1989. С. 162–172.
35. *Рохлин В.А.* Сравнения по модулю 16 в шестнадцатой проблеме Гильберта // Функц. анализ и его прилож., 1972. Т. 6, вып. 4. С. 58–64.

³⁸ В опубликованном в журнале заглавии опечатка: вместо “степеней” напечатано “степенной”.

36. Гудков Д.А., Крахнов Д.А. О периодичности эйлеровой характеристики вещественных алгебраических $(M - 1)$ -многообразий // Функц. анализ и его прилож., 1973. Т.7, вып. 2. С.15–19.
37. Харламов В.М. Новые сравнения для эйлеровой характеристики вещественных алгебраических многообразий // Функц. анализ и его прилож., 1974. Т. 7, вып. 2. С. 74–78.
38. Рохлин В.А. Комплексные ориентации вещественных алгебраических кривых // Функц. анализ и его прилож., 1974. Т. 8, вып. 4. С. 71–75.
39. Мишачёв Н.М. Комплексные ориентации плоских M -кривых нечётной степени // Функц. анализ и его прилож., 1975. Т. 9, вып. 4. С. 77–78.
40. Рохлин В.А. Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых // УМН, 1978. Т. 33, вып. 5(203). С. 77–89.
41. Wilson G. Hilbert's sixteenth problem // Topology 1978. Т. 17, no.1. Р. 53–73.
42. Арнольд В.И., Олейник О.А. Топология действительных алгебраических многообразий // Вестн. Моск. ун-та. Математика. Механика. 1979. №6. С. 7–17.
43. A'Campo N. Sur la première partie du seizième problème de Hilbert (Séminaire Bourbaki, n° 537, Juin 1979). Lecture Notes in Math., 1980. Vol. 770. Р. 208–227.
44. Виро О.Я. Успехи последних 5 лет в топологии вещественных алгебраических многообразий. Proceedings of the Intern. Congress of Math. Warszawa, 1983. Р. 603–619.
45. Харламов В.М. Топология действительных алгебраических многообразий. В книге: И.Г.Петровский. Избранные труды. Системы уравнений с частными производными. Алгебраическая геометрия. – М.: Наука, 1986. С. 465–493.
46. Виро О.Я. Успехи в топологии вещественных алгебраических многообразий за последние шесть лет // УМН, 1986. Т. 41, вып. 3(249). С. 45–67.
47. Klein F. Gessamelte mathematische Abhandlungen. В.2. Berlin, 1922.
48. Полотовский Г.М. О классификации $(M - 2)$ -кривых 8-го порядка // Методы качеств. теории дифф. уравнений, Горький, изд-во ГГУ, 1983. С. 127–138.

49. *Шустин Е.И.* Контрпримеры к гипотезе Рохлина // Функц. анализ и его прилож., 1985. Т. 19, вып. 2. С. 94–95.
50. *Полотовский Г.М., Шустин Е.И.* Построение контрпримеров к гипотезе Рохлина // УМН, 1984. Т. 39, вып. 4(238). С. 113.
51. *Корчагин А.Б.* Новые M -кривые степеней 8 и 9 // ДАН СССР, 1989. Т. 306, №5. С. 1039–1041.
52. *Гудков Д.А., Полотовский Г.М.* Стратификация пространства кривых 4-го порядка. Примыкание стратов // УМН, 1987. Т. 42, вып. 4(256), С. 152.
53. *Харламов В.М.* Жёсткая изотопическая классификация вещественных неособых кривых степени 5 // Функц. анализ и его прилож., 1981. Т. 15, вып. 1. С. 88–89.
54. *Никулин В.В.* Целочисленные симметричные билинейные формы и некоторые их геометрические приложения // Изв. АН СССР. Сер. матем., 1979. Т. 43, вып. 1. С. 111–177.
55. *Orevkov S.Yu.* Complex orientations of M -curves of degree 7 // Amer. Math. Soc. Transl. ser 2. 2001. Vol. 202. P. 215–227.
56. *Florens V.* Signatures of colored links with application to real algebraic curves // J. Knot Theory Ramifications, 2005. Т. 14, no.7. P. 883–918.
57. *Виро О.Я.* Кривые степени 7, кривые степени 8 и гипотеза Рэгсдейл // ДАН СССР, 1980. Т. 254, №6. С.1306–1310.
58. *Виро О.Я.* Плоские вещественные кривые степеней 7 и 8: новые запреты // Изв. АН СССР. Сер. матем., 1983. Т. 47, вып. 5. С. 1135–1150.
59. *Fiedler T.* Eine Beschränkung für die gegenseitige Lage der Zweige einer reellen ebenen algebraischen Kurven // Beiträge zur Algebra und Geometrie, 1981. No.11. S. 7–19.
60. *Полотовский Г.М.* $(M - 1)$ - и $(M - 2)$ -распадающиеся кривые 6-го порядка // Методы качеств. теории дифф. уравнений, Горький, изд-во ГГУ, 1978. С. 130–148.
61. *Полотовский Г.М.* Каталог M -распадающихся кривых 6-го порядка // ДАН СССР, 1977. Т. 236, №3. С. 548–551.
62. *Kharlamov V.M., Viro O.Ya.* Extensions of the Gudkov-Rohlin congruence // Lecture Notes in Math., 1988. Vol. 1346. P. 357–406.
63. *Виро О.Я., Оревков С.Ю.* Сравнения по модулю 8 для вещественных алгебраических кривых степени 9 // УМН, 2001. Т. 56, вып. 4(340). С. 137–138.

64. Гудков Д.А. О топологии алгебраических кривых на гиперboloиде // УМН, 1979. Т. 33, вып. 6(210). С. 26–32.
65. Корчагин А.Б., Шустин Е.И. Аффинные кривые 6-ой степени и устранения невырожденной шестикратной особой точки // Известия АН СССР. Сер. матем., 1988. Т. 52, вып. 6. С. 1181–1199.
66. Чеботарев Н.Г. “Многоугольник Ньютона” и его роль в современном развитии математики. В кн. Исаак Ньютон (1643-1727). Сборник статей к трёхсотлетию со дня рождения. Под ред. С.И. Вавилова. – М., 1943. С. 99–126.
67. Шустин Е.И. Метод Гильберта–Роона и бифуркации сложных особых точек кривых 8-го порядка // УМН, 1983. Т. 38, вып. 6(234). С. 157–158.
68. Виро О.Я. Склеивание алгебраических гиперповерхностей, устранения особенностей и построения кривых. Труды Ленинградской междунар. топологич. конференции. – Л.: Наука, 1983. С. 149–197.
69. Korchagin A.B. Isotopy classification of plane seventh degree curves with the only singular point Z_{15} // Lecture Notes in Math., 1988. Vol. 1346. P. 407–426.
70. Виро О.Я. Плоские вещественные алгебраические кривые: построения с контролируемой топологией // Алгебра и анализ, 1989. Т. 1, вып. 5. С. 1–73.
71. Itenberg I. Contre-exemples à la conjecture de Ragsdale // C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. I, 1993. Т. 317. P. 277–282.
72. Itenberg I., Viro O.Ya. Patchworking algebraic curves disproves the Ragsdale conjecture // Math. Intelligencer, 1996. Т. 18, no.4. P. 19–28.
73. Haas B. Les multilucarnes: nouveaux contre-exemples à la conjecture de Ragsdale // C. R. Acad. Sci. Paris, Sér I, Math., 1995. Т. 320. P. 1507–1512.
74. Itenberg I. On the number of even ovals of nonsingular curve of even degree in $\mathbb{RP}^2$ // Amer. Math. Soc. Transl. ser 2. 2001. Vol. 202. P. 121–129.
75. Brugallé E. Real plane algebraic curves with asymptotically maximal number of even ovals // Duke Math. J., 2006. Т. 131, Vol. 3. P. 575–587.
76. Orevkov S.Yu. Link theory and oval arrangements of real algebraic curves // Topology, 1999. Т. 38, no.4. P. 779–810.

77. *Оревков С.Ю.* Расположения M -квинтики относительно коники, максимально пересекающей ее нечётную ветвь // *Алгебра и анализ*, 2007. Т. 19, вып. 4. С. 174–242.
78. *Gromov M.* Pseudoholomorphic curves in symplectic manifolds // *Invent. Math.*, 1985. Т. 82, no.2. P. 307–347.
79. *Корчагин А.Б., Полотовский Г.М.* О расположениях плоской вещественной квинтики относительно пары прямых // *Алгебра и анализ*, 2009. Т. 21, №2. С. 92–112.
80. *Orevkov S.Yu., Shustin E.I.* Flexible, algebraically unrealizable curves: rehabilitation of the Hilbert–Rohn–Gudkov approach // *J. reine und angew. Math.*, 2002. Т. 551. P. 145–172.
81. *Orevkov S.Yu., Shustin E.I.* Pseudoholomorphic algebraically unrealizable curves // *Moscow Math. J.*, 2003. Т. 3, no.3. P. 1053–1083.
82. *Fiedler-Le Touzé S., Orevkov S.Yu.* A flexible affine M -sextic which is algebraically unrealizable // *J. Algebraic Geom.*, 2002. Т. 11. P. 293–310.
83. *Orevkov S.Yu.* Classification of flexible M -curves of degree 8 up to isotopy // *GAFA, Geom. funct. anal.*, 2002. Vol. 12, no.4. P. 723–755.
84. *Баутин Н.Н.* Оценка числа алгебраических предельных циклов системы $\dot{x} = P(x, y), \dot{y} = Q(x, y)$ с алгебраическими правыми частями // *Дифф. уравнения*, 1980. Т. 16, №2. С. 362.
85. *Долов М.В., Кузьмин Р.В.* О предельных циклах одного класса систем // *Дифф. уравнения*, 1993. Т. 29, №9. С. 1481–1485.
86. *Itenberg I., Shustin E.* Newton polygons and singular points of real polynomial vector fields // *C. R. Acad. Sci. Paris, Ser. I*, 1994. Т. 319. P. 963–968.
87. *Itenberg I., Shustin E.* Singular points and limit cycles of planar vector fields // *Duke Math. J.*, 2000. Vol. 102, no.1. P.1–37.

В.В. МОРОЗОВ, Д.А. ГУДКОВ И ПЕРВАЯ ЧАСТЬ 16-Й ПРОБЛЕМЫ ГИЛЬБЕРТА*

В 1969 г. Д.А. Гудков [1] нашёл топологическую классификацию расположений ветвей неособых плоских вещественных проективных кривых степени 6 и на основании этого результата в 1971 г. высказал в [2] гипотезу, что для определённой топологической характеристики неособых кривых чётной степени выполняется сравнение по модулю 8. Эта гипотеза оказалась толчком к бурному развитию топологии вещественных алгебраических многообразий в последней трети прошлого века, продолжающемуся (может быть, менее интенсивно) до настоящего времени.

История открытия и публикации упомянутых результатов Д.А. Гудкова содержит ряд малоизвестных фактов, одним из которых является нестандартная роль В.В. Морозова в деятельности Д.А. Гудкова. Эти факты представляются весьма интересными, а отчасти и поучительными, но для их содержательного восприятия требуется знание ряда понятий и результатов из топологии вещественных алгебраических кривых. Конечно, нужные сведения можно найти в многочисленных обзорах, посвящённых данной тематике¹, однако для независимости изложения начну с необходимого математического материала.

1. Первая часть 16-й проблемы Гильберта

Пусть $F_m(x_0 : x_1 : x_2)$ — однородный многочлен степени m с вещественными коэффициентами от трёх переменных

* Впервые опубликовано в журнале «Учёные записки Казанского университета. Сер. Физ.-матем. науки», т.154, кн.2, 2012. С.31–43.

¹ Из которых сошлюсь только на [3], поскольку он является последним по времени опубликования и содержит ссылки на более ранние обзоры.

x_0, x_1, x_2 . Такой многочлен, рассматриваемый с точностью до ненулевого постоянного множителя, называется плоской вещественной проективной алгебраической кривой степени m . Через $\mathbf{RF}_m$ ($\mathbf{CF}_m$) обозначается множество вещественных (соответственно, комплексных) точек кривой F_m , т. е. множество точек вещественной (комплексной) проективной плоскости ($\mathbf{CP}^2$) с однородными координатами $(x_0 : x_1 : x_2)$, в которых многочлен F_m обращается в ноль.

Кривая F_m называется (вещественно) неособой, если частные производные $\partial F_m / \partial x_0, \partial F_m / \partial x_1, \partial F_m / \partial x_2$ одновременно не обращаются в ноль ни в какой точке из $\mathbf{RP}^2$. Вопрос о том, как может быть устроено множество $\mathbf{RF}_m$ – иначе говоря, какого типа картинки в $\mathbf{RP}^2$ могут быть реализованы неособыми кривыми данной степени m , – не менее естественен, чем вопрос о числе вещественных корней вещественного многочлена от одной переменной. На формальном языке задача формулируется так: для данного натурального m найти топологическую классификацию пар $(\mathbf{RP}^2, \mathbf{RF}_m)$.

Некоторые фрагменты ответа на эту задачу давно известны. Так, легко показать, что каждая компонента связности (далее – ветвь) неособой кривой гомеоморфна окружности. Топологическая окружность может быть вложена в $\mathbf{RP}^2$ односторонне, то есть так, что дополнение к этой окружности связно. Тогда она называется нечётной ветвью (рис.1а)². Другое возможное вложение окружности в $\mathbf{RP}^2$ – двустороннее. Такая ветвь называется овалом. Каждый овал делит $\mathbf{RP}^2$ на две связные части, одна из которых

² В качестве модели проективной плоскости на рисунках используется диск Пуанкаре, т. е. круг с попарно отождествлёнными диаметрально противоположными точками его граничной окружности.

гомеоморфна диску и называется внутренней для этого овала, а вторая, внешняя, гомеоморфна листу Мёбиуса – см. рис.1b. Нечётная ветвь, причём ровно одна, имеется тогда и только тогда, когда степень кривой нечётна. Сложнее вопрос о числе овалов неособой кривой. Ответ на него даёт теорема, доказанная А. Харнаком [4] в 1876 году, с которой обычно принято начинать изложение истории задачи.



Рис. 1

Теорема Харнака. Пусть N – число ветвей неособой плоской вещественной алгебраической кривой степени m . Тогда

1. $N \leq (m - 1)(m - 2)/2 + 1$;
2. Для любого m предыдущее неравенство точное, т. е. имеются кривые, для которых достигается равенство.

Кривые с максимально возможным по теореме Харнака числом овалов называются M -кривыми.

Для степеней $m \leq 5$ ответ на следующий естественный вопрос – каким может быть взаимное расположение овалов? – легко получается с помощью теоремы Харнака и классической теоремы Э. Безу 1764 года³:

³ Харнаковское доказательство оценки на число ветвей (п.1 теоремы Харнака) основано на этой же теореме Безу.

Теорема Безу. Если кривые степеней m и n не имеют общих компонент, то они имеют не более $m \cdot n$ общих точек.

Ситуация кардинально меняется при рассмотрении кривых степени 6. Ограничения, накладываемые теоремой Безу на взаимные расположения кривой степени m и прямой, допускают следующие 11 логических возможностей для взаимных расположений овалов M -кривой степени 6:

$$\frac{10}{1}; \quad \frac{9}{1}1; \quad \frac{8}{1}2; \quad \frac{7}{1}3; \quad \frac{6}{1}4; \quad \frac{5}{1}5; \quad \frac{4}{1}6; \quad \frac{3}{1}7; \quad \frac{2}{1}8; \quad \frac{1}{1}9; \quad < 11 > . \quad (1)$$

Здесь и ниже используется кодировка расположений овалов, идущая от Гудкова: $< \alpha >$ обозначает α овалов, расположенных вне друг друга; $\frac{\alpha}{1}\beta$ обозначает α овалов вне друг друга, охваченных одним овалом, вне которого вне друг друга расположены ещё β овалов.

Харнак с помощью индуктивной по m процедуры построения неособых кривых степени m , придуманной им для доказательства точности оценки числа N , построил M -кривую, реализующую расположение $\frac{1}{1}9$ ("кривая Харна-

ка"). Позже задачей о неособых кривых степени 6 заинтересовался Д. Гильберт; в своей работе [5] он с помощью некоторого видоизменения процедуры Харнака реализовал ещё

одно расположение из списка (1): $\frac{9}{1}1$. Попытки ответить на

вопрос о реализуемости остальных возможностей из (1) к успеху не привели, и Гильберт включил эту задачу в свой знаменитый список математических проблем для XX века.

Именно, в первой части 16-ой проблемы, в частности, говорится (цитируется по [6]):

"Максимальное число замкнутых и отдельно расположенных ветвей, которые может иметь плоская алгебраическая кривая n -го порядка, было определено Харнаком. Возникает дальнейший вопрос о взаимном расположении этих ветвей на плоскости. Что касается кривых шестого порядка, то я, – правда, на достаточно сложном пути – убедился, что те одиннадцать ветвей, которые получаются по Харнаку, никогда не расположены вне друг друга; всегда существует одна ветвь, внутри которой содержится ещё одна и вне которой находятся остальные девять, или наоборот".

Гильберт не случайно написал "убедился", а не "доказал", так что утверждение Гильберта следует понимать как гипотезу. Уже в начале XX века эту гипотезу пытались подтвердить К. Роон [7] и ученицы Гильберта Г. Кан [8] и К. Лобенштейн [9] – в частности, все они пытались доказать нереализуемость расположения $\langle 11 \rangle$, но, по их собственному признанию, успеха не достигли. Нереализуемость такого расположения кривыми степени 6 удалось доказать лишь в 1938 г. И.Г. Петровскому в его замечательной работе [10].

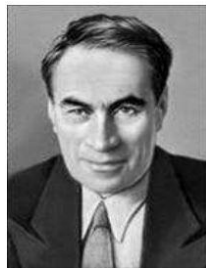
2. Результаты Д.А. Гудкова

В 1948 году академик А.А. Андронов⁴, один из создателей теории грубости динамических систем (см.[12]), предложил вернувшемуся в университет после окончания Вели-

⁴О жизни и деятельности А.А. Андропова, обладавшего редким набором замечательных человеческих качеств, имеется обширная литература. Ограничусь указанием самой свежей публикации [11], в которой можно найти дальнейшие ссылки.

кой Отечественной войны Дмитрию Андреевичу Гудкову⁵ задачу: построить теорию бифуркаций алгебраических кривых.

Замысел Андронова заключался в том, чтобы "отрабатывать" основные понятия теории бифуркаций на объекте более простом, чем динамические системы. Как рассказывал Гудков, немного позже И.Г. Петровский, узнав о предложенной Андроновым задаче, сказал примерно следующее: "Разрабатывать такую теорию, конечно, дело хорошее, но ещё лучше иметь при этом в виду какую-либо конкретную задачу – например, задачу Гильберта о кривых степени 6".



А.А. Андронов
(1901–1952)



Д.А. Гудков
(1918–1992)

Гудков построил теорию грубости и степеней негрубости алгебраических кривых, изучил бифуркации кривых степени 6 и завершил топологическую классификацию неособых кривых степени 6. Отмечу, что бифуркационный подход к решению задачи был указан Гильбертом уже при формулировке второй части 16-й проблемы: *"В связи с этой чисто алгебраической проблемой я затрону ещё один вопрос, который, как мне кажется, должен быть решён с помощью упомянутого метода непрерывного изменения коэффициентов и ответ на который имеет важное значение для топологии семейств кривых, определяемых дифференциаль-*

⁵Д.А. Гудков получил диплом с отличием об окончании Горьковского (ныне Нижегородского) университета 2 июля 1941 года. Биографии Д.А. Гудкова посвящён ряд публикаций – см., например, [13]–[15].

ными уравнениями, а именно, вопрос о максимальном числе и о расположении предельных циклов Пуанкаре для дифференциального уравнения первого порядка и первой степени вида $\frac{dy}{dx} = \frac{Y}{X}$, где X и Y – целые рациональные функции n -й степени относительно x и y ..." ([6, с.48]).

Именно с помощью "упомянутого метода непрерывного изменения коэффициентов" пытались решить задачу о кривых степени 6 сам Гильберт и авторы работ [7]–[9], но в то время сделать это было вряд ли возможно ввиду отсутствия детально разработанной теории бифуркаций. Однако считая, что К. Роон внёс значительный вклад в разработку идеи Гильберта, Гудков назвал основанный на теории бифуркаций способ, с помощью которого ему удалось решить задачу о кривых степени 6, методом Гильберта–Роона (сейчас принято название "метод Гильберта–Роона–Гудкова").

Ответ, полученный Гудковым, показан на рис.2: кривыми степени 6 реализуются те и только те схемы расположения овалов, коды которых лежат ниже ломаной линии⁶. Таким образом, гипотеза Гильберта не подтвердилась: оказалось, что кроме кривых Харнака $\frac{1}{1}9$ и Гильберта $\frac{9}{1}1$ существует ещё одна M -кривая степени 6 – "кривая Гудкова" $\frac{5}{1}5$. Такая кривая не может быть построена методами Харнака и Гильберта. Гудков построил её с помощью длинной цепочки квадратичных преобразований. Первоначальное построение (точнее, это было чистое доказательство суще-

⁶"Трёхэтажной дробью" из единиц на рис. 2 закодировано так называемое гнездо веса три, то есть три "концентрических" овала.

ствования) кривой степени 6 со схемой $\frac{5}{1}5$ в докторской диссертации Гудкова было очень сложным, оно занимает 28 страниц.

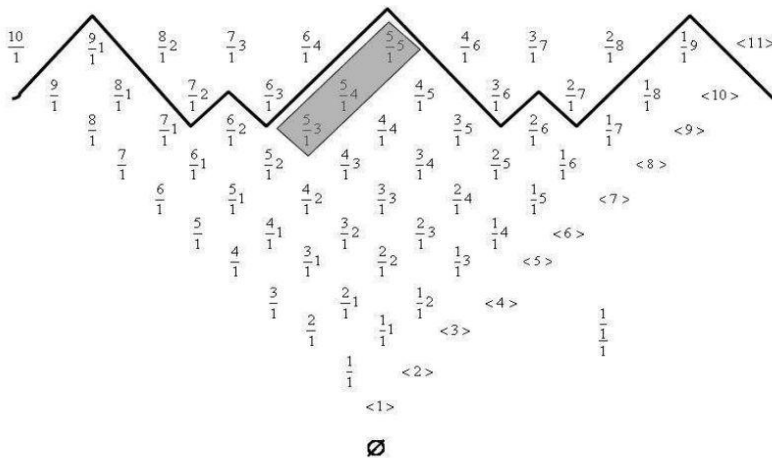


Рис. 2

Периодичность в двух верхних рядах таблицы рис. 2 бросается в глаза. Гудков нашёл формулировку доказанной им периодичности для M -кривых степени 6 в виде сравнения, проверил, что все M -кривые чётных степеней выше шести, которые он мог построить, тоже удовлетворяют этой формулировке, и в работе [2] выдвинул найденное им сравнение в качестве гипотезы:

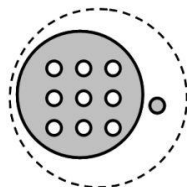
Гипотеза Гудкова. Для M -кривой чётной степени $2k$ выполнено сравнение

$$\chi(B_+) \equiv k^2 \pmod{8}, \quad (2)$$

где $\chi(B_+)$ – эйлерова характеристика множества B_+ точек в RP^2 , в которых многочлен, определяющий кривую, поло-

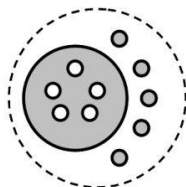
жителен – при условии, что знак этого многочлена выбран так, что множество B_+ ориентируемо⁷.

Для кривых степени 6 сравнение (2) иллюстрирует рис.3, где множество B_+ закрашено.



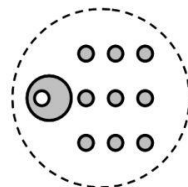
Д. Гильберт, 1891

$$X(B_+) = -7$$



Д. Гудков, 1969

$$X(B_+) = 1$$



А. Харнак, 1876

$$X(B_+) = 9$$

Рис. 3

В 1971 г. В.И. Арнольд [16] доказал сравнение (2) "наполовину" – по mod 4 вместо mod 8, а в 1972 г. В.А. Рохлин [17] доказал гипотезу Гудкова в полном объёме. Описанные события 1969–1972 гг. оказались переломным моментом в развитии топологии вещественных алгебраических многообразий: из своего рода экзотической задачи, которой изолированно занимались единицы, эта область превратилась в интенсивно развивающуюся ветвь математики. Отмечу, что одну из ключевых ролей в этом сыграло построение кривой степени 6 со схемой $\frac{5}{1}$.

3. Переписка В.В. Морозова и Д.А. Гудкова

Главная интрига излагаемой истории заключается в следующем. В 1953 г. Д.А. Гудков защитил кандидатскую диссертацию [18], основной результат которой оказался неверным. Именно, в [18] объявлялось, что схемы, располо-

⁷В оригинальной формулировке Гудкова левая часть сравнения (2) записана в других комбинаторных терминах.

женные в затенённом прямоугольнике на рис. 2, нереализуемы кривыми степени 6. У меня нет автореферата, и я не знаю других подробностей об этой диссертации, но в фонде Гудкова в музее Нижегородского университета хранится выданный ему диплом кандидата наук (рис. 4)⁸. Отмечу, что до защиты у Гудкова не было никаких опубликованных работ – вероятно, правила того времени допускали это.



Рис. 4

Этот неверный результат был опубликован в 1954 г. в Докладах АН [19]. Много позже Гудков написал в [20, с.46]: "Соответствующего неверного доказательства я не успел опубликовать".

После защиты кандидатской диссертации Гудков продолжал интенсивно заниматься топологией алгебраических

⁸Интересно отметить, что текст на печати гласит: "Министерство Культуры СССР. Горьковский Государственный Университет". Прямо-таки создаётся впечатление, будто в те времена власти считали образование и математику частью общей культуры. К сожалению, такая мысль применительно к нашим дням как-то не приходит в голову.

кривых. К середине 60-х годов материала накопилось много, и Гудков решил опубликовать подробное изложение развитого им метода Гильберта–Роона. Однако доказательства были очень сложными и изложение их требовало очень много места, так что с публикацией возникли естественные трудности. Историю того, как были преодолены эти трудности и как были обнаружены и исправлены ошибки работ [18] и [19], позволяет проследить переписка Д.А. Гудкова и В.В. Морозова, сохранившаяся в архиве Гудкова.

Эта переписка охватывает период 1966 – 1973 гг. и содержит более 30 писем, причём имеются письма в обоих направлениях: Гудков хранил либо рукописные черновики, либо машинописные копии своих писем. Письма перенумерованы в таблице 1 с указанием автора (Г – Гудков, М – Морозов) и датировки (в формате дд.мм.гг); иногда датировка не полная – тогда день не указан, а иногда примерная датировка восстановлена мной по содержанию переписки – в таких случаях дата набрана курсивом. Ниже будут даваться ссылки только на номера писем. Из текста переписки можно заключить, что, возможно, два или три письма утрачены.

В письме Г1 Гудков пишет: *"Высылаю Вам экземпляр рукописи по кривым 6-го порядка. С этим экземпляром Вы можете делать что угодно (в нём рисунки сделаны в тексте для удобства). Два официальных экземпляра высылаю в Новосибирский математический журнал⁹. <...>*

По предварительной договорённости с замредактором Новосибирского математического журнала – Решетняком, если Вы сочтёте работу заслуживающей напечатания, причём заслуживающей некоторых похвальных слов (а не

⁹Так в тексте. Всюду ниже в письмах сохранены авторские орфография и пунктуация.

просто "можно напечатать"), то работа будет напечатана (возможно в несколько приёмов).

Пользуясь Вашим любезным согласием рецензировать работу, высылаю Вам рукопись. Прошу не пугаться её объёма (время математиков дороже бумаги)".

Таблица1.

номер	Г1	М2	М3	Г4	М5	М6	Г7	М8
дата	10.66	24.10.66	29.03.67	21.04.67	26.04.67	18.05.67	17.06.67	21.06.67

номер	Г9	М10	Г11	М12	Г13	Г14	Г15	Г16	М17
дата	08.67	05.09.67	09.67	05.10.67	11.10.67	11.67	11.67	12.67	11.01.68

номер	Г18	Г19	Г20	Г21	Г22	М23	М24	М25	М26
дата	02.68	03.68	03.68	15.03.68	01.69	17.05.69	18.06.69	29.10.69	12.12.69

номер	Г27	М28	Г29	Г30	М31	М32	М33	М34
дата	12.69	15.01.71	22.01.71	03.71	20.09.71	17.11.71	24.01.73	07.06.73

В кратком ответе (почтовая открытка) М2 Морозов только подтверждает получение письма Г1, но вот фрагменты из письма М3 нельзя не привести:

"Синьор! не знаю, успели Вы за это время предать меня проклятию, или ещё нет, и не смотря на то, что статью Вашу я ещё не прочитал до конца, но всё таки пора мне подать некие признаки жизни и вот, я их подаю. <...>

Разбиение на четыре части я вполне одобряю и изложенный Вами план этого разбиения также. Конечно, в статьях кое что можно сократить, однако, из разговора со Слугиным¹⁰ я вынес впечатление, что Вы делеете в отношении меня далеко идущие и коварные замыслы, так тут придётся предупредить Вас сразу, что если эта работа

¹⁰Слугин Сергей Николаевич, профессор Нижегородского университета, в описываемые годы работал в Казани.

поступит ко мне в качестве докторской диссертации, я не приму её, коль скоро она не окажется раза в полтора больше и без всех этих обычных "легко видеть" (знаю я эти штучки – а потом разбирайся, кому легко, а кому нет!)".

Далее почти на двух страницах в МЗ идут замечания по существу текста работы Гудкова. Приведу только одно из них: *"Основной недостаток Вашего изложения (а от изложения я совсем не в восторге – будь оно глаже, я уж давно прочитал бы всё сочинение), как мне кажется – чрезвычайное пристрастие Ваше к определениям и леммам; определений этих и лемм по моему больше чем нужно"*.

Заканчивается МЗ следующими словами: *"Ведь нужно признаться, что всё Ваше построение обладает большой сложностью и интуитивно чувствуется, что можно придать ему большую простоту и прозрачность, однако ж на вопрос "как" я ответить не могу – возможно, что это дело далёкого будущего"*.

Пока что, на этом я кончаю. Слугин вероятно сообщил Вам о причинах, по которым я столь долго не давал о себе знать – впрочем, о них я говорил Вам в Москве".

По поводу "простоты и прозрачности" замечу, что, насколько я могу судить, изложение и применение метода Гильберта–Роона–Гудкова не стало проще, чем было в описываемое время. Но, хотя это письмо было написано ещё до очень сложного первоначального построения Гудковым кривой со схемой $\frac{5}{1}5$, предвидение Морозова оправдалось

в части, касающейся построения кривых: с помощью изобретённой О.Я. Виро в начале 80-х годов техники построения вещественных алгебраических многообразий, названной им "patchworking", все три М-кривые степени 6 (см. рис.3) строятся единообразно и несложно.

Что касается причин, о которых идёт речь в конце этого и в ряде других писем Морозова, то, по-видимому, имеется в виду состояние его здоровья.

В письме Г4 Гудков подробно отвечает на математические замечания из М3.

В открытке М5 (рис.5) В.В. Морозов пишет: "Я ни в коей мере не настаиваю на *черезчур* подробном изложении в *статьях* – мне очень понравилась *инициатива* одного автора, *приславшего* нам в ИВУЗ Математика статью – и страниц 20 выкладок к ней на потребу рецензента. Но что касается диссертаций – вот там нужна *подробность*. Что до *оппонирования*, то говорить об этом ещё рано. Надолго *вперёд* я не решился бы брать на себя *обязательства*".

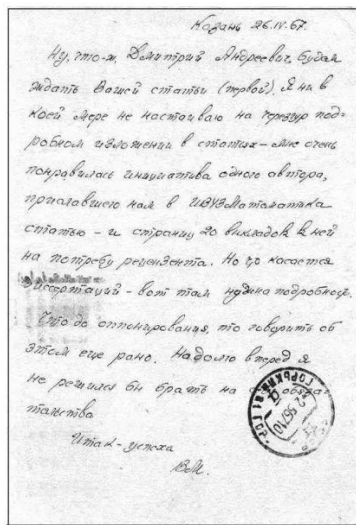


Рис. 5

В письме М6 Морозов сообщает о своей беседе в Риге с академиком А.И. Мальцевым о "портфеле" редакции "Сибирского математического журнала": "У меня возникло большое сомнение, что Ваши работы они будут печатать и возник вопрос не разумнее ли Вам попробовать, если это возможно, напечатать Вашу работу отдельной брошюрой фотоофсетным способом в к-ве 600 экз. прямо у Вас в Горьком".

Гудков отвечает в Г7: "Обдумав всё я решил печатать свою работу в г.Горьком. Поэтому я съездил в Москву и, с помощью и благословения И.Г. Петровского, добился раз-

решения напечатать отдельный выпуск записок Г.Г.У. с серией статей по неособым кривым 6-го порядка и неособым поверхностям 4-го порядка. <...> Статьи мои и Г.А. Уткина (моего ученика)".

Гудков рассказывал мне, что при обсуждении этого вопроса Петровский сказал, что не может выделить под работу одного автора целый номер журнала "Математический сборник", главным редактором которого он был, после чего из своего ректорского кабинета позвонил в редакционно-издательский отдел Горьковского университета и договорился о публикации работы Гудкова в Учёных записках ГГУ при условии, что работа будет разбита на несколько отдельных статей.

В письме М8 Морозов пишет: *"по-моему, теперешний Ваш проект вполне разумен и даст возможность сократить сроки печатанья (по статьям в журналах это вышло бы года $2\frac{1}{2}$)"* и обещает рецензии для издательства Горьковского университета.

Письма 9 – 15 "математические" – Гудков отвечает на вопросы Морозова и, следуя замечанию из письма М5 (см. выше), пишет "на потребу рецензенту" подробные доказательства отдельных утверждений. Эти письма порой очень большие – так, Г15 содержит более 20 страниц математических доказательств. Результат этой деятельности не замедлил сказаться – в Г16 читаем: *"В 5-й статье я обнаружил ошибку, за которую мне очень совестно"*¹¹. <...> *В 5-й статье это приведёт только к некоторому сокращению. Однако в 6-й статье доказательство несуществования неко-*

¹¹Ошибка была по-существу техническая – Гудков пропустил одно логически возможное расположение ветвей некоторой особой кривой.

торых типов кривых не проходит (по крайней мере в прежнем виде). Я пытался изменить доказательства, но пока не смог найти таких доказательств. Это относится к четырём кривым: $\frac{6}{1}4$; $\frac{6}{1}3$; $\frac{5}{1}4$ и $\frac{5}{1}5$. Они настолько упорны, что я не уверен, что они не существуют".

Таким образом, благодаря требовательности Морозова-рецензента, в конце 1967 года Гудков обнаружил ошибку в своих доказательствах начала 50-х годов. В письмах Г18, Г19 Гудков пытается исправить эту ошибку¹². В одном из них он сообщает: "Все же я доказал, что неособая кривая C_6 не может иметь типов $\frac{6}{1}4$; $\frac{6}{1}3$; $\frac{5}{1}4$; $\frac{5}{1}5$ ". Но в другом пишет: "Доказано, что типы $\frac{6}{1}4$ и $\frac{6}{1}3$ не существуют.

О кривых типов $\frac{5}{1}4$ и $\frac{5}{1}5$ пока лишь предполагаю, что $\frac{5}{1}4$ существует, а $\frac{5}{1}5$ нет"¹³ (рабочая гипотеза)". Наконец, в самом начале весны 1968 г. Гудков получает верный результат – в Г20 он приводит верхние две строки из таблицы рис. 2 с правильной ломаной и пишет:

"Ваша уверенность в симметрии оправдалась. <...> Идея о применении квадратичных преобразований"¹⁴ появилась внезапно и в этом сыграло роль Ваше мнение о симметрии

¹²Мне не удалось восстановить, какое из этих писем написано раньше. Возможно, одно или даже оба из них – черновики неотправленных писем.

¹³Возможно, здесь сказалось давление авторитета Гильберта.

¹⁴Речь идёт о построении кривой со схемой $\frac{5}{1}5$ – см. выше п.2.

и о важности изучения расположения овалов кривых C_6 . Конечно, я сам считаю эту задачу важной, но любая поддержка для меня играет очень большое значение".

Гудков рассказывал мне, что Морозов говорил: "Никогда не поверю, что ответ такой несимметричный", но таких слов в переписке я не нашёл. Интуиция не подвела Морозова, но я думаю, что никаких конкретных аргументов в пользу симметричности таблицы схем неособых кривых степени 6 у него не было. Замечу, что если отметить на рис.2, какому типу (I, II или неопределённому¹⁵) принадле

жит данная схема, то симметрия нарушается: схема $\frac{4}{1}$ при-

надлежит неопределённому типу, а симметрично расположенная схема $\langle 5 \rangle$ – типу II.

С письма Г21 начинается обсуждение вопросов, связанных с защитой докторской диссертации: *"Мне очень хотелось бы, чтобы Вы согласились быть моим оппонентом. Прилагаю план диссертации.*

<...>

Если Вы согласитесь, то мне хотелось бы посоветоваться с Вами о месте защиты, других оппонентах и степени подробности доказательств (в различных разделах работы). С этими вопросами я охотно приехал бы к Вам в апреле-мае (в удобное для Вас время)".

¹⁵ По определению схема кривой степени m имеет тип I (II), если для любой кривой F_m с такой схемой множество RF_m её вещественных точек разбивает (соответственно, не разбивает) множество CF_m её комплексных точек. В остальных случаях, то есть когда для данной схемы имеются как кривая с RF_m , разбивающим свою комплексификацию, так и кривая с RF_m , не разбивающим свою комплексификацию, схема имеет неопределённый тип. Эти понятия были введены В.А. Рохлиным в [21] и там же приведено распределение по типам схем степени ≤ 6 .

В Г22 Гудков рассказывает о своём докладе на семинаре И.Г. Петровского в МГУ, сообщает, что закончил написание диссертации (кроме введения) и в конце пишет: *"Мне очень хотелось бы, чтобы Вы согласились быть моим оппонентом. На семинаре И.Г. Петровского у меня был разговор с Владимиром Игоревичем Арнольдом и Ольгой Арсеньевой Олейник по этому же вопросу, но окончательной договорённости ещё нет"*.

В М23 Морозов благодарит Гудкова за полученные два экземпляра Учёных записок ГГУ [1]. Небольшое письмо М24 приведу полностью:

"Дмитрий Андреевич, прочитав В/письмо (текст введения ещё не прочитал) я весьма одобрил привлечение в оппонирование Олейник (а нельзя ли вместе и Петровского? Тогда в ВАКе совершенно не было бы задержки!), только непонятно мне осталось, под каким № Вы будете числить в автореферате свою специальность? 004 явно не подойдёт ни к тому, ни к другой. И вот какой вариант у меня возник (он очень удобен, потому что не зависит от состояния моего здоровья): если Вы возьмёте Андронову, Олейник и Петровского (или когонибудь из Стекловского Ин-та) оппонентами, а меня оставите на роли передового предприятия?"

И через полгода в очень короткой записке М26: *"Вы знаете, Д.А., что мне не хотелось бы быть оппонентом, но знаете также почему, но уж если иначе никак нельзя, то пусть будет по Вашему. (По моему, ставьте и 004 и 006 сразу; а там пусть разбираются сами)"*.

В письме Г27 (см. рис.6) Гудков сообщает о диссертационных делах (предварительных отзывах, печатании автореферата и т. п.), но основное содержание этого письма – пер-

вая, насколько мне известно, формулировка сравнения Гудкова: "Для чётного t , для всех проверенных мной случаев ..."

Гудков Василий Владимирович.

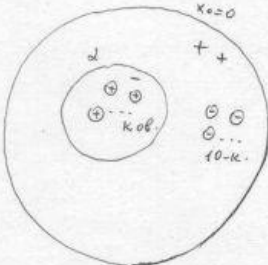
Я только что вернусь из Москвы. Перед отъездом диссертации (в докладе) В.А. Олейник и в Институт Аспиранта (созданном с С.Б. Новиковым).

Предварительные отрывки работы моей Ирины Табова (от Е.А. Андреевой и от В.А. Олейника).

Хорошо бы всегда носить дело с начальными абитуриентами - не известно сколько это займет времени.

В Москве я останавливался на семинаре Н.Г. Петрова - сына, но самого Петрова не было (он не был в Болдино). Были В.А. Олейник и В.И. Ардашев и др.

В последние дни я искал старых друзей, которые могут существовать только максимальных кривых C_6, C_8 , и т.д. Вот, что удалось получить.



1) Пусть $C_6 = 0$ минимальная кривая
по $\frac{k}{l}$ и $C_6 > 0$ на горизон-
таль (l=10-k).
Обозначим точку
П - точка пологих кривых
область
М - область отрицательных.
Тогда для существующих типов
кривых C_6 (и только для них)
 $M - P \equiv 0 \pmod{8}$

2) Для четного t , для всех проверенных мной случаев
 $M - P \equiv \left(\frac{t}{2}\right)^2 - 1 \pmod{8}$
Всегда ли это верно, я не знаю.
С наилучшими пожеланиями: Игорь.

Рис. 6

– и далее следует сравнение, равносильное (2) и формулировке в [2], но в других терминах¹⁶.

В дальнейшей переписке (после защиты Гудковым диссертации) обсуждаются как собственно математические вопросы, так и разного рода организационные (публикация в Известиях Вузов "Математика" статей Гудкова и Уткина, поиск необходимой литературы и т. д.). В письме МЗ1 В.В. Морозов пишет: *"Что касается меня, то я меняю знак – с этого учебного года перешёл на соцобеспечение и наслаждаюсь спокойствием старости"*.

4. Заключительные замечания

После описанных выше в п.2 математических событий Д.А. Гудков стал широко известным математиком¹⁷, а топология вещественных алгебраических многообразий получила мощный импульс для дальнейшего развития. Замечу, что ничего подобного не было после работы Гудкова 1954 г. [19], хотя в ней тоже заявлялось решение задачи Гильберта. Объяснение очевидно: ошибка в [19] не позволила сформулировать никаких общих наблюдений о кривых произволь-

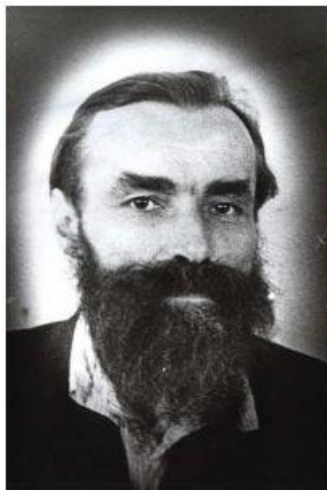
¹⁶Эта подчеркнутая Гудковым в 1969 г. фраза как-то не слишком согласуется с загадочным утверждением В.И. Арнольда в [22, с.48]: "Он (Гудков. – Г.П.) убеждал меня, что это сравнение выполняется не всегда". Более того, это и аналогичное утверждение В.И. Арнольда в [23, с.18] противоречат его собственному утверждению в [24, с. 42]: "Для всех исследованных им (Гудковым. – Г.П.) кривых чётной степени про-являлись замечательные сравнения по модулю 8". К моему большому сожалению, вдобавок к сказанному я должен отметить, что в [22]–[24] В.И. Арнольд без всяких оснований утверждал (чего он никогда не делал ранее!), что именно он открыл сравнение (2).

¹⁷Г. Вейль писал в [25]: "Математик, решивший одну из них (проблем Гильберта. – Г.П.), занимал тем самым почётное место в математической общине".

ной степени. Как уже отмечалось выше, ключевым моментом явилось доказательство Гудковым существования кривой степени 6 со схемой $\frac{5}{1}5$, но для этого надо

было заметить ошибку в [18], [19]. Из приведённой в п.3 переписки стимулирующая роль В.В. Морозова в обнаружении этой ошибки представляется несомненной.

Владимир Владимирович Морозов¹⁸ был известным алгебраистом, специалистом по группам и алгебрам Ли. По мнению Е.Б. Винберга [30], ряд результатов В.В. Морозова до сих пор не имеет известности, адекватной их значению, – в частности, это неопубликованные результаты его докторской диссертации¹⁹, защищенной в 1943 году. Хочу особо отметить, что научные интересы самого В.В. Морозова были достаточно далеки от топологии вещественных алгебраических многообразий, хотя, возможно, в молодости он интересовался этим предметом: в списке публикаций Морозова в [26] указана статья [31], а также "Атлас чертежей "Кривые 3-го порядка" (1939)". По-видимому, этот "Атлас" – рукописная работа. К сожалению, обнаружить его не удалось.



В.В. Морозов
(1910–1975)

¹⁸О жизни и деятельности В.В. Морозова см. [26]–[30]. Выпуск журнала, в котором опубликована статья [29], посвящён 100-летию со дня рождения В.В. Морозова.

¹⁹Сейчас она доступна в Интернете:

<http://www.vvmorozov2011.ksu.ru/index.php?id=2&idm=16>

Хочу закончить эту статью словами из письма Д.А. Гудкова А.П. Нордену от 2.04.1979: *"Я всегда с удовольствием вспоминаю свою защиту у Вас в Казани в 1970 г. Та благожелательность, которая была мне оказана, превратила тяжёлую процедуру в довольно сносную и даже имеющую приятные стороны.*

Очень сожалею, что нет у Вас Владимира Владимировича Морозова, которому я очень обязан и часто его вспоминаю".

Литература

1. Гудков Д.А., Уткин Г.А. Топология кривых 6-го порядка и поверхностей 4-го порядка // Уч. записки Горьковского университета. – 1969. – Вып. 87. – С. 3–213.
2. Гудков Д.А. Построение новой серии M -кривых // ДАН СССР. – 1971. – Т. 200, №6. – С. 1269–1272.
3. Полотовский Г.М. Топология вещественных алгебраических кривых: история и результаты // Историко-математические исследования. Вторая серия. – 2011. – Вып. 14 (49). – С. 177–212.
4. Harnack A. Über die Vieltheiligkeit der ebenen algebraischen Curven // Math. Ann. – 1876. – Bd. 10. – S. 189–199.
5. Hilbert D. Ueber die reellen Züge algebraischer Curven // Math. Ann. – 1891. – Bd. 38. – S. 115–138.
6. Проблемы Гильберта. Под ред. П.С. Александрова. – М.: Наука, 1969. – 239 с.
7. Rohn K. Die ebene Kurve 6 Ordnung mit elf Ovalen // Berichte über Verhandl. – 1911. – Bd. 63. – S. 540–555.
8. Kahn G. Eine allgemeine Methode zur Untersuchung der Gestalten algebraischer Kurven. Inaugural Dissertation. Göttingen, Univ. Buchdruckerei von W. Kaestner. – 1909.
9. Löbenstein K. Ueber den Satz, dass ebene, algebraische Kurve 6 Ordnung mit 11 sich ein ander ausschließenden Ovalen nicht existiert. Inaugural Dissertation. Göttingen, Univ. Buchdruckerei von W. Kaestner. – 1910.
10. Petrovsky I. On the topology of real plane algebraic curves // Ann. Math. – 1938. – Vol. 39, №1. – P. 189–209.
11. Губина Е.В. Академик А.А. Андронов (к 110-летию со дня рождения) // Математика в высшем образовании. – 2011. – №9. – С. 73–82.

12. *Андронов А.А., Понтрягин Л.С.* Грубые системы // ДАН СССР. – 1937. – Т. 14, №5. – С. 247–251.
13. *Gordon E.I.* Recollection of D.A. Gudkov // AMS Translations, Ser. 2. – 1996. – Vol. 173 "Topology of Real Algebraic Varieties and Related Topics". – P. 11–16.
14. *Polotovskiy G.M. Dmitrii Andreevich Gudkov* // AMS Translations, Ser. 2. – 1996. – Vol. 173 "Topology of Real Algebraic Varieties and Related Topics". – P. 1–9.
15. *Полотовский Г.М.* Дмитрий Андреевич Гудков // Вестник Нижегородского уни-верситета "Математическое моделирование и оптимальное управление". – 2001. Вып. 1(23). – С. 5–16.
16. *Арнольд В.И.* О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырёхмерных гладких многообразий и арифметике целочисленных квадратичных форм // Функц. анализ и его прилож. – 1971. – Т. 5, вып. 3. – С. 1–9.
17. *Рохлин В.А.* Сравнения по модулю 16 в шестнадцатой проблеме Гильберта // Функц. анализ и его прилож. – 1972. Т. 6, вып. 4. – С. 58–64.
18. *Гудков Д.А.* Установление всех существующих типов неособых плоских проективных кривых шестого порядка с действительными коэффициентами. / Дисс. ... к.ф.-м.н. Горький. 1952. – С. 1–172.
19. *Гудков Д.А.* Полная топологическая классификация неособых действительных алгебраических кривых шестого порядка в действительной проективной плоскости // ДАН СССР. – 1954. – Т. 98, №4. – С. 521–524.
20. *Гудков Д.А.* Топология вещественных проективных алгебраических многообразий // УМН. – 1974. – Т. 29, вып. 4(178). – С. 3–79.
21. *Рохлин В.А.* Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых // УМН. – 1978. – Т. 33, вып. 5(203). – С. 77–89.
22. *Арнольд В.И.* Вещественная алгебраическая геометрия. – М.: МЦНМО, 2009. – 86 с.
23. *Арнольд В.И.* Экспериментальное наблюдение математических фактов. – М.: МЦНМО, 2006. – 119 с.
24. *Арнольд В.И.* Что такое математика? – М.: МЦНМО, 2002. – 104 с.
25. *Weyl H.* David Hilbert and His Mathematical Work // Bull. Amer. Math. Soc. – 1944. – No 50. – P. 612–654.
26. *Заботин В.И., Эскин Л.Д., Ермолаев Ю.Б.* Владимир Владимирович Морозов. – Казань: Изд-во Казанского университета, 2002. – 22 с.
27. В.В. Морозов (15.12.1910—1.1.1975). Доступно по адресу

<http://www.vvmorozov2011.ksu.ru/index.php?id=2\&idm=3>

28. *Корешков Н.А.* Жизнь и деятельность В.В. Морозова. Доклад на международной конференции "Алгебра и математическая логика", посвящённой 100-летию со дня рождения В.В. Морозова. Казань, 25–30 сентября 2011 г. (Видеозапись доклада доступна по адресу

[http://video.yandex.ru/users/vvmorozov2011/view/25/?cauthor=vvmorzo2011\&cid=1\sharp\\$hq](http://video.yandex.ru/users/vvmorozov2011/view/25/?cauthor=vvmorzo2011\&cid=1\sharp$hq))

29. *Panyushev D.I., Vinberg E.B.* The work of Vladimir Morozov on Lie algebras // Transformation groups. – 2010. – V. 15, No 4. – P. 1001–1013.

30. *Винберг Э.Б.* О работах В.В. Морозова по алгебрам Ли. Доклад на международной конференции "Алгебра и математическая логика", посвящённой 100-летию со дня рождения В.В. Морозова. Казань, 25–30 сентября 2011 г. (Видеозапись доклада доступна по адресу

[http://video.yandex.ru/users/vvmorozov2011/view/22/?cauthor=vvmorozov2011\&cid=1\sharp\\$hq](http://video.yandex.ru/users/vvmorozov2011/view/22/?cauthor=vvmorozov2011\&cid=1\sharp$hq))

31. *Морозов В.В.* К вопросу об особых точках плоских кривых // Труды Ин-та инж. коммун. строит. Казань. – 1935. – Т. 3. – С. 3–6.

ЕЩЁ РАЗ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПРЕДМЕТА МАТЕМАТИКИ И О ПЕРИОДИЗАЦИИ ЕЁ ИСТОРИИ*

Тема, обозначенная в заглавии, далеко не нова – более того, по-видимому, это одна из “вечных” тем и, возможно, многие не найдут ниже ничего существенно нового. Тем не менее, мне представляется полезным ещё раз обратиться к указанным вопросам, которые так или иначе приходится затрагивать при чтении курса истории математики.

1. Что такое математика? Начнём с широко известного определения, данного Ф. Энгельсом в 1878 г. в «Анти-Дюринге» [1]: *“Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира...”*

Мне кажется, что у математика, задумавшегося над этой дефиницией, неминуемо возникнет ряд вопросов, например,

Вопрос 1. Математическая логика (а также в большой мере топология, теория алгоритмов, алгебраическая геометрия, computer science, ...) – это пространственные формы или количественные отношения?

Вопрос 2. Что такое пространственные формы и количественные отношения?

Вопрос 3. Что такое действительный мир и каковы в действительности взаимоотношения действительного мира и математики?

*Опубликовано в книге «Труды VIII Международных Колмогоровских чтений». – Ярославль, 2010. С. 384-391

На последний вопрос как бы ответил сам Энгельс, завершив приведённое выше начало цитаты пояснением “*стало быть, весьма реальный материал*”. Однако многочисленные высказывания Энгельса показывают, что он понимал связь математики с действительным миром откровенно вульгарно:

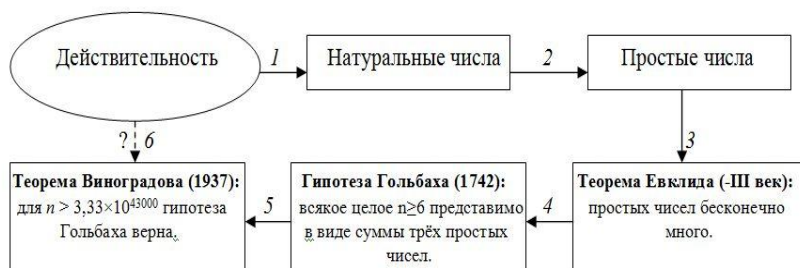
“Результаты геометрии представляют собой не что иное, как естественные свойства различных линий, поверхностей, тел и, соответственно, их комбинаций, которые большей частью встречались уже в природе задолго до того, как существовали люди (радиолярии, насекомые, кристаллы и т.д.)”;

“Любая математическая операция «совершается самой природой», которая «оперирует этими дифференциалами, молекулами, точно таким же образом и по точно таким же законам, как математика оперирует своими дифференциалами”;

“Смешение математических действий, допускающих математическое доказательство, проверку, – так как они основаны на непосредственном материальном созерцании, – с такими чисто логическими действиями, которые допускают доказательство путём умозаключения и которым, следовательно, не свойственна положительная достоверность, присущая математическим действиям < ...>”;

“Математические понятия взяты не откуда-нибудь, а только из действительного мира. Они заимствованы из внешнего мира, а не возникли в голове из чистого мышления”.

Для иллюстрации неочевидности вопроса о связи математики с действительностью мой учитель Д.А. Гудков¹ приводил на своих лекциях по истории математики следующую схему.



Если с первой связью (стрелка 1) можно с небольшими оговорками² согласиться, то простые числа уже не так близки к действительности – вспомните Л. Кронекера (1823–1891): “Бог создал натуральные числа, всё остальное – дело рук человеческих”. Теорема Евклида может и вообще не иметь к действительности никакого отношения, поскольку вопрос о наличии в природе бесконечности, насколько мне известно, не решён. Можно ли тогда говорить, что стрелка 6 отвечает непосредственной связи с действительностью?

¹ Дмитрий Андреевич Гудков (1918–1992) – профессор Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. В 1969 г. он нашёл классификацию неособых кривых степени 6 и открыл (в виде гипотезы) сравнение в топологии вещественных алгебраических кривых, доказательство которого в последовавших работах В.И. Арнольда и В.А. Рохлина ознаменовало начало современного этапа в исследованиях по 16-й проблеме Гильберта. Д.А. Гудков также автор книги “Н.И. Лобачевский. Загадки биографии” (1992 г.).

² Конечно, для строгого дедуктивного использования натуральных чисел и они требуют формального описания – например, с помощью аксиоматики Пеано.

Нет никаких сомнений в том, что А.Н. Колмогоров (1903–1987), взявший определение Энгельса за основу в своей во многом основополагающей статье “Математика” (см. [2]), понимал недостатки этого определения лучше других. В частности, он пытался подправить это определение – например, снять Вопрос 2 не слишком конкретным разъяснением “Запас количественных отношений и пространственных форм, изучаемых математикой, непрерывно расширяется”, или непосредственно вставляя в определение наряду с “пространственными формами и количественными отношениями” математическую логику. Почему же Колмогоров не отказался от определения Энгельса? Ответ на этот вопрос представляется мне совершенно очевидным: в условиях, мягко говоря, идеологической несвободы сделать это было невозможно.

Негодность определения Энгельса была ясна многим математикам. Ряд из них предложили свои варианты определения математики. Приведу некоторые примеры.

Л.Д. Кудрявцев в 1980 г. писал [3]: “Чистая математика – это наука, изучающая специальные логические структуры, называемые математическими структурами, у которых описаны определённые отношения между элементами”. Мне не кажется удачной идея определять понятие “математика” через понятие “математическая структура”, хотя Н. Бурбаки [4] делает то же самое: “Математика есть набор абстрактных форм – математических структур”.

В недавней статье [5] Л.Д. Кудрявцев развернул своё определение: “Математика изучает определенного рода логические понятия и отношения между ними. Для этих понятий даются логические определения и постулируются их связи. Определяются теоретико-множественные, топологические, метрические, геометрические, аналитические, ал-

гебраические и вероятностные структуры, которые и представляют собой предмет, изучаемый математикой”. И далее: “Математические структуры представляют собой часть информационного поля, которое существует наряду с материальным (физическим) полем. Информационное поле состоит из реально существующих абстрактных фактов. <...> Информационное поле содержит в себе разнообразные логические (не только математические) структуры, все сведения о материальном (физическом) мире, о законах его развития, взаимодействии его частей, о его прошлом и будущем”.

Перечислительный подход не кажется мне обнадеживающим: пропущены, например, “алгоритмические” структуры, да и кто вообще даст гарантию, что с развитием математики не возникнут структуры какого-то неведомого пока вида? Что касается концепции информационного поля из последней цитаты, то в первой части (“реально существующие абстрактные факты”) она не слишком ясна, а во второй части (“все сведения о материальном мире,..., о его прошлом и будущем”) информационное поле по сути берёт на себя функции Создателя.

Определение, предложенное Д.Х. Муштари, А.Н. Шерстневым и В.А. Бажановым для “Татарской энциклопедии”: “Математика – наука о структурах, порядке и отношениях, возникшая в процессе развития практики вычислений, измерений и описания форм (реальных и абстрактных) объектов и отношений между ними и основанная на логических доказательствах и численных выкладках”³, даёт, на мой взгляд, наиболее удачное из вышеприведённых описание математики, но и его нельзя считать определением в логи-

³ Пользуюсь случаем поблагодарить профессора В.А. Бажанова, сообщившего мне это определение.

ко-математическом смысле: оно опирается на неформализованные понятия (структура, порядок, отношение) без выделения каких-то понятий в качестве исходных, неопределяемых.

Мне кажется, что обречённость попыток дать “настоящее” определение математики ясна с самого начала. Конечно, эта мысль не является новой. Например, по мнению Г. Вейля (1885–1955), “вопрос об основаниях математики и о том, что представляет собой в конечном счете математика, остаётся открытым. Мы не знаем какого-то направления, которое позволит в конце концов найти окончательный ответ на этот вопрос, и можно ли вообще ожидать, что подобный «окончательный» ответ будет когда-нибудь получен и признан всеми математиками” (см. [6], с.16). По этому же поводу А.П. Юшкевич (1906–1993) писал [7]: “Если меня спросят, что же такое математика, я не сумею ответить” и “Не знаю, возможно ли одной, хотя бы и длинной фразой определить, что же такое математика, если не говорить шутливо, что это предмет, которым занимаются так называемые математики <...>”.⁴

Чем же заменить (хотя бы в курсе истории математики) определение предмета математики? Д.А. Гудков полагал, что вместо определения математики следует описать её место среди других наук, и в качестве такого описания считал адекватной схему, предложенную Г. Грассманом (1809–1877) в его знаменитой статье [8], в самом начале которой написано: “Верховное деление всех наук состоит в разделении их на реальные и формальные науки, из которых первые отображают в мышлении бытие, как самостоятельно

⁴ Кстати, в той же статье [7] А.П. Юшкевич писал: “Недостаточность принятого за отправное определения Энгельса была ясна А.Н. [Колмогорову] с самого начала”.

противостоящее мышлению. Их истина заключается в согласии мышления с этим бытием. Наоборот, формальные науки имеют своим предметом то, что полагается самим мышлением. Их истина заключается в согласии процессов мышления с самими собой”.

Студентам Д.А. Гудков пояснял подход Грассмана следующей схемой, называя стрелку 1 “первым отражением”, а стрелку 2 – “вторичным отражением” действительности.



Из сказанного выше мне представляется совершенно неоправданной практика, когда, скажем, на лекции без всяких комментариев даётся “классическое” определение математики через “пространственные формы и количественные отношения”⁵. Во-первых, это ничему не учит. Во-вторых, при всём искреннем уважении к А.Н. Колмогорову я не вижу никакого смысла в канонизации его подходов со всеми деталями. Наконец, мне кажется неэтичным как приписывать это определение А.Н. Колмогорову, так и сообщать, что это определение принадлежит Ф. Энгельсу, не сказав при этом о полном непонимании Энгельсом совре-

⁵ Мне довелось присутствовать на такой лекции уже в постсоветский период.

менной ему математики. Тщательное обоснование последнего утверждения можно найти в замечательной статье Ж. ван Хейенорта⁶ [9], где, в частности, убедительно показано, что “Энгельс был столь же незнаком с историей анализа, сколько и с его принципами” и что “Для Энгельса математика фактически неотличима от физики, она как бы ветвь физики”⁷. Приведу только несколько цитат из Энгельса по [9]:

“Квадратный корень из минус единицы не просто противоречие, а даже абсурдное противоречие, действительная бессмыслица. <...> Если только мы привыкнем приписывать корню квадратному из минус единицы или четвёртому измерению какую-нибудь реальность вне нашей головы, то уже не имеет особенно большого значения, сделаем ли мы ещё один шаг дальше, признав также и спиритический мир медиумов”;

“Лейбниц — основатель математики бесконечного, по сравнению с которым индуктивный осёл Ньютон является испортившим дело плагиатором”.

⁶ Жан ван Хейенорт (1912–1986) в 1932–1939 гг. был личным секретарём и телохранителем Л.Д. Троцкого, затем до 1945 г. — секретарём IV Интернационала. Разочаровавшись в марксизме, Ж. ван Хейенорт в 1946 г. окончил университет в Нью-Йорке и в 1949 г. защитил диссертацию по геометрии. Позже его интересы переместились в область математической логики, а затем — в историю логики и математики и в философию. В 1965–1986 гг. он преподавал философию в различных университетах США.

⁷ Ср. с высказыванием В.И. Арнольда [10]: “Математика — это часть физики, являющаяся, как и физика, экспериментальной наукой: разница только в том, что в физике эксперименты стоят обычно миллионы долларов, а в математике — единицы рублей”. Впрочем, я не знаю математиков, согласных с этой формулировкой, и подозреваю, что в процитированном высказывании главным является его полемический или какой-то тактический смысл.

“Во всякой системе с нечётным основанием теряет силу различие чётных и нечётных чисел”;

“Математические аксиомы самоочевидны для европейцев, но, конечно, не для бушменов и австралийских негров”⁸;

2. О периодизации истории математики. С точки зрения преподавания истории математики разбиение длительного пути её развития на отдельные периоды является прежде всего удобным и необходимым инструментом. В таблице ниже приведены известные мне подходы к периодизации истории математики. Конечно, следует иметь в виду, что каждая периодизация в значительной степени услов-

t	В.В. Бобынин	А.Н. Колмогоров	А.Д. Александров	Д.А. Гудков	Г.М. Полотовский
+1950	Дедуктивная математика	Современная математика	Современная математика Абстрактная математика	Современная математика	Современная математика
+1800		Математика переменных величин	Математика общих понятий	Математика переменных величин	«Абстрактно-общая» математика
+1600		Период элементарной математики	Период элементарной математики	Математика постоянных величин	«Конкретно-наглядная» математика
– 500	Индуктивная математика	Период зарождения математики	Период зарождения математики	Праматематика дворцовых цивилизаций	Праматематика дворцовых цивилизаций
–3000			Момент зарождения	Праматематика первобытного общества	Праматематика первобытного общества

на (как правило, границы периодов ориентировочны, региональные особенности не учитываются, в каждом новом периоде сохраняются черты предыдущих и т. д.).

⁸ По-моему, неплохая иллюстрация и к вопросу о пролетарском интернационализме.

Периодизация, предложенная В.В. Бобыниным (1849–1919), была бы безупречной, не будь она столь бедной.

Классическая периодизация Колмогорова изложена в той же знаменитой статье “Математика”, что и обсуждавшийся выше его подход к определению математики. Последующие авторы, включённые в таблицу, принимают границы периодов, предложенные Колмогоровым⁹, подразделяя некоторые периоды на более короткие. Так, Д.А. Гудков делит начальный период на “праматематику первобытного общества”, характеризующуюся накоплением опыта счёта и различения геометрических объектов, и на “праматематику дворцовых цивилизаций” – период накопления математических фактов. Приставка “пра” призвана подчеркнуть чисто индуктивный характер математики этих периодов.

А.Д. Александров делит на части период “современная математика”, что тоже представляется обоснованным, поскольку он уже достаточно продолжителен и не является однородным. По поводу его деления и названий частей могут быть разные подходы. Так, А.П. Юшкевич [7] считал, что математику XIX и первой половины XX века можно охарактеризовать названием “эпоха нестандартной математики”, а вторую половину XX века – временем вычислительной и машинной математики. Мне кажется, что характерной чертой математики двух последних веков является также появление серии “отрицательных” результатов (доказательство неразрешимости трёх классических задач древности, недоказуемости V постулата Евклида, открытие алгоритмически неразрешимых проблем, логической непротиворечивости континуум-гипотезы и т. п.).

⁹ Отмечу, что выделение “момента зарождения” в периодизации, предложенной А.Д. Александровым, представляется мне неестественным.

Однако названия “средних” периодов представляются мне неадекватными. По поводу неудачности термина “период элементарной математики” ясно высказался А.П. Юшкевич в [7], мотивируя это как неопределённостью самого термина “элементарная математика”, так и явной неэлементарностью (при любом разумном понимании этого термина) многих математических достижений античности¹⁰. Мне представляются неверными также названия “математика постоянных величин” и “математика переменных величин”: конечно, древним грекам не свойственны были выражения типа “пусть x пробегает значения от 0 до 1”, однако ни апории Зенона, ни теорию Евдокса отношений величин, ни его же метод исчерпывания, ни “Трактат о конфигурации качеств” Н. Орема (XIV в.) – примеры можно продолжать – нельзя отнести к математике постоянных величин. Я не сомневаюсь (по-моему, это ясно видно из текста Колмогорова), что эти названия периодов – ещё один “идеологический рудимент”, спровоцированный известным высказыванием Энгельса: “Поворотным пунктом в математике была декартова переменная величина. Благодаря этому в математику вошли движение и диалектика...”. Замечу, что мои (последний столбец таблицы) названия этих периодов тоже не кажутся мне удачными – я их оставил за неимением лучших.

Замечание. Этот текст написан уже после того, как был сделан устный доклад, поэтому у меня есть приятная возможность поблагодарить участников Чтений за заинтересованное обсуждение.

¹⁰ А.П. Юшкевич писал в [7]: “Как-то раз я попробовал затронуть этот вопрос в беседе с А.Н. Он выслушал мои замечания, но ответил только: «Интересно: об этом стоит подумать» и этим ограничился”. Повидимому, на этот вопрос у А.Н. Колмогорова не было уже ни сил, ни времени.

Литература

1. Ф. Энгельс. Анти-Дюринг. Переворот в науке, произведённый господином Евгением Дюрингом. – М.: Политиздат, 1983. – 482 с.
2. А.Н. Колмогоров. Математика в её историческом развитии. – М.: Наука, 1991. – 223 с.
3. Л.Д. Кудрявцев. Современная математика и её преподавание. – М.: Наука, 1985. – 170 с.
4. Н. Бурбаки. Очерки по истории математики. – М.: ИЛ, 1963. – 292 с.
5. Л.Д. Кудрявцев. О математике // Математика в высшем образовании, 7 (2009). С. 9–20.
6. М. Клайн. Математика. Утрата определённости. – М.: Мир, 1984. – 446 с.
7. А.П. Юшкевич. А.Н. Колмогоров о сущности математики и периодизации её истории // Историко-математические исследования, 35, 1994. С. 8–16.
8. Г. Грассман. Чистая математика и учение о протяжённости. В кн. Математика. Метод, проблемы и значения её. – СПб.: Образование. 1913. (Серия «Новые идеи в математике», сборник первый.)
9. Ж. ван Хейенорт. Ф. Энгельс и математика // Природа, 1991. №8, С. 90–105.
10. В.И. Арнольд. Что такое математика? – М.: МЦНМО, 2002. – 104 с.

НЕСКОЛЬКО ЗАМЕЧАНИЙ О МИФОВОРЧЕСТВЕ В ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ*

Под мифотворчеством в этом тексте понимается выдвижение и распространение (повторение) утверждений, не подкреплённых источниками, а иногда и заведомо неверных. Конечно, *“общественное сознание отчасти мифологично, и это давно не новость”* ([1], с. 137). Однако ниже речь пойдёт о мифах, “въевшихся” в научную дисциплину и в её преподавание, а этого хотелось бы избегать.

1. “Мифы Древней Греции”. Известно, что о биографии Пифагора нам ничего достоверно не известно. Что же написано по этому поводу разными авторами? В недавно вышедшей книге [2] читаем: *“Конечно, вся биография Пифагора является знаком вопроса. Родился он на богатом торговом острове Самос в Эгейском море рядом с Ионией. Учился у Фалеса и Анаксимандра. Был призёром Олимпийских игр по кулачному бою. По совету Фалеса отправился для усовершенствования знаний в Египет, учился математике у египетских жрецов”*. Где же здесь знаки вопроса, если излагаются такие подробности?¹

В [3] написано: *“Пифагор много путешествовал: есть сообщения о его длительном обучении в Вавилоне (и, воз-*

* Опубликовано в книге «Труды IX Международных Колмогоровских чтений» – Ярославль, 2011. С. 229–232.

¹ В числе которых часто повторяющаяся ошибка: победителем на 48-х Олимпийских играх, т. е. примерно за 20 лет до рождения Пифагора-учёного, был его тёзка (имя “Пифагор” означает “предсказанный Пифией” и не является уникальным).

можно, в Индии), а также в Египте”. Совсем без всяких оговорок о долгих путешествиях Пифагора сообщается в [4] (с. 62), а в знаменитой книге Б.Л. ван дер Вардена [5] путешествиям Пифагора посвящён целый параграф (с. 129–132). Этот ряд примеров легко продолжить², причём недавнее популяризаторское издание [7] (тираж 300000) – явный претендент на наиболее полное собрание мифов о Пифагоре.

Всё это, по меньшей мере, странно, поскольку ещё в начале прошлого века известный немецкий философ Э. Целлер (1814–1908) писал [8]: *“Я считаю недоказанным пребывание Пифагора в Египте, но и доказать, что он там не был, также невозможно”*, а никаких новых источников с тех пор не обнаружено. Особенно это странно для публикаций, вышедших позже книг [9], [10], в которых Л.Я. Жмудь на основании тщательного анализа источников, упоминающих о путешествиях Пифагора, приходит к выводу: *“Итак, что же можно сказать о путешествиях, если первые свидетельства о них явно недостоверны, а основанная на них поздняя традиция не добавляет ни одной правдоподобной детали? Лишь то, что у нас нет оснований верить в их реальность”* ([9], с. 23).

Следует заметить, что утверждение о путешествиях Пифагора не так безобидно, как это может показаться: оно служит одним из подтверждений тезиса о заимствовании греками математики древних цивилизаций Востока. Этот

² Отдельно в этом ряду стоит хорошая книга [6], в предисловии к которой честно написано, что вопросы, касающиеся биографии Пифагора, являются и “видимо, так и останутся предметом научных споров”; “автор предлагает свою версию биографии учёного”. Но вряд ли все читают предисловия, зато многие запомнят красочно описанные в основном тексте приключения Пифагора: “Здесь погибают безумцы, возжелавшие тайного знания, – троекратно повторило эхо округлого зала чей-то вкрадчивый голос...” и т.п.

тезис не является общепризнанным – в частности, в [9], [10] приведены многочисленные контраргументы³.

2. Декарт, Ньютон и алгебраические кривые. *“Топологические описания кривых степеней 3 и 4 были получены Ньютоном и Декартом”*. В этой фразе, впервые, кажется, опубликованной в [11], а затем повторенной в трёх изданиях книги [12] (стр. 39) и (немного другими словами) в [13] (стр. 6), верным является, на мой взгляд, только утверждение “описание кривых степени 3 было получено Ньютоном”. Действительно, классификация⁴ неприводимых аффинных кривых степени 3 найдена И. Ньютоном [14]. Однако аналогичная по детализации (но проективная, а не аффинная, как у Ньютона⁵) классификация кривых степени 4, содержащая более 1000 типов, была получена лишь в конце XX века Д.А. Гудковым и его учениками. Что касается Р. Декарта, то хотя его “Геометрия” 1637 года (см. [15]), несомненно, сыграла исключительную роль для становления и развития “полиномиальной культуры”, рассмотренные им алгебраические кривые⁶ – декартов лист и овалы Декарта – не оказали влияния на развитие классификации алгебраических кривых. Более того, хотя разделение кривых на “геометрические” и “механические” принадлежит Декар-

³ Замечу, что мне не известны работы, в которых дана критика основных положений книг [9], [10].

⁴ Эта более тонкая, чем топологическая, классификация содержит 78 типов.

⁵ Не знаю, был ли Ньютон знаком с проективной геометрией, но по существу он знал и проективную классификацию неприводимых кривых степени 3, состоящую из 5 типов.

⁶ Так же, как известные из древности конхоида Никомеда, циссоида Диоклеса и появившиеся в XVII веке парабола Нейля, строфоида Торричелли, лемниската Бернулли, улитка Паскаля и т. д.

ту⁷, его вклад собственно в задачу классификации алгебраических кривых, мягко говоря, незначителен. Дело в том, что Декарт предложил крайне неудачный параметр классификации: *“Если уравнение будет восходить до трёх или четырёх измерений обеих или одной из двух неопределённых величин..., то кривая будет второго рода. И если уравнение будет восходить до пяти или шести измерений, то она будет третьего рода, и так далее до бесконечности для других кривых”* ([15], с.33). Иначе говоря, Декарт причислял кривые степеней $2m - 1$ и $2m$ к одному роду m . Источником такого неестественного подхода было убеждение Декарта в том, что уравнение шестой степени приводится к уравнению пятой степени так же, как уравнение четвёртой приводится к уравнению третьей (см. [15], с. 35). Ферма возражал Декарту, считая, что в случае уравнения с двумя неизвестными такое сведение в общем случае невозможно, но общепринятому подходу – классификации алгебраических кривых по степеням уравнений – мы обязаны Ньютону.

Замечу ещё, что когда Декарт умер, Ньютону едва исполнилось 7 лет. Поскольку “описание кривых степени 3” неоспоримо принадлежит Ньютону, из процитированного в начале этого пункта тезиса следует, что Декарт нашёл “описание кривых степени 4” раньше, чем были расклассифицированы кривые степени 3, что, конечно, невероятно.

⁷ По-видимому, именно это подразделение кривых на “геометрические” и “механические” (т. е. в идущих от Г.В. Лейбница современных терминах – на алгебраические и трансцендентные соответственно) имеется в виду под словом “классификация” на стр. 31 в [4]: “Декарт нашёл единое построение для решения уравнений 3-й и 4-й степени с помощью параболы и окружности. Впрочем, использование геометрических построений в алгебре привело его к классификации алгебраических кривых и тесно связано с развитием аналитической геометрии”.

3. Биография и иконография Н.И. Лобачевского. Описание биографии Н.И. Лобачевского в недавнем издании [16] (тираж 100000) начинается со следующего интригующего заявления: *“Место и дата рождения Николая Ивановича Лобачевского до сих пор вызывают споры среди биографов”*. Действительно, это так ... было до 1948 года! Не знаю, из какого устаревшего текста списана эта фраза, но в любом случае это неуважение к памяти о многих замечательных людях, приложивших большие усилия для раскрытия загадок биографии Лобачевского. Ввиду недостатка места перечислю здесь только некоторые из имён, отсылая читателя за подробностями к моей статье [17]: математики А.В. Васильев (1853–1929), В.Ф. Каган (1869–1953), Д.А. Гудков (1918–1992), архивариус И.И. Вишневский (1862–1943), литературовед и архивист Л.Б. Модзалевский (1902–1948), историк Б.В. Федоренко (1913–2007), академик А.А. Андронов (1901–1952), архивист-палеограф Н.И. Привалова (1900–1987). Дата рождения Н.И. Лобачевского – 1 декабря (20 ноября по старому стилю) 1792 года – является общепризнанной с 1948 года, после публикации её в книгах [18], [19] В.Ф. Кагана, автора очень аккуратного и осторожного. Что касается места рождения, то с 1956 года (после публикаций [20] и [21]) нет сомнений, что это Нижний Новгород.

Другой миф в [16] – навязчивый штамп *“11 (23) февраля 1826 года навсегда вошло в историю математики. В этот день <...> Лобачевский прочитал доклад, в котором сформулировал основные идеи новой геометрии”*. Уже неоднократно отмечалось (например, в [17], [22]), что нет никаких данных о том, что Лобачевский прочитал доклад, – известные документы лишь сообщают, что он представил на отзыв свою рукопись, которая утрачена и о содержании которой нет никаких достоверных сведений.

Оставляя в стороне прочие ошибки в [16], ограничимся лишь вновь создаваемым мифом: “В разных городах нашей страны стоят памятники «Копернику геометрии»”. Мне известен только один памятник⁸ Лобачевскому – скульптура работы М.Л. Диллон, установленная в 1906 году перед зданием Казанского университета. К сожалению, до сих пор нет памятника Н.И. Лобачевскому на его родине, в Нижнем Новгороде.

Неблагополучна ситуация и с живописными изображениями Лобачевского. Ещё в 1988 году Б.В. Федоренко доказал в [22] (и это неоднократно отмечалось позже), что на портрете работы В.А. Щеголькова изображён не Лобачевский. Тем не менее, этот портрет до сих пор появляется в качестве портрета Н.И. Лобачевского в разных изданиях. Так, из 50 первых живописных изображений, выдаваемых поисковой системой Google по запросу “Н.И. Лобачевский”, 9 являются портретом неизвестного кисти В.А. Щеголькова. К сожалению, этот портрет неизвестного выступает в роли изображения Лобачевского и в книге [1] (с. 153).

4. Сравнение Гудкова. В 1969 году Д.А. Гудков нашёл топологическую классификацию неособых вещественных кривых степени 6, ответив тем самым на один из главных вопросов первой части 16-й проблемы Гильберта. При этом Гудков, заметив закономерность в таблице реализуемых расположений кривых степени 6, проверил эту закономерность для кривых более высоких степеней, строящихся известными в то время методами, и сформулировал её в виде сравнения (см. ниже). После безуспешных попыток доказать это сравнение Д.А. Гудков стал пропагандировать его – в частности, в 1971 году опубликовал это сравнение в качестве гипотезы в заметке в ДАН. Вот как пишет сам Д.А.

⁸ Не считая нескольких бюстов.

Гудков в [23]⁹: “Решение задачи о кривых шестого порядка позволило мне сформулировать следующую гипотезу: если $f = 0$ есть уравнение M -кривой чётного порядка t в $\mathbf{RP}^2$ и множество $B_+(f \geq 0)$ ориентируемо, то $\chi(B_+) \equiv (m/2)^2 \bmod 8$ ”.

В том же 1971 году В.И. Арнольд в своей замечательной статье [24], открывшей, по общему признанию, современный период в исследовании топологии вещественных алгебраических многообразий, доказал указанное сравнение “наполовину”, т. е. по модулю 4, а не по модулю 8. В следующем году В.А. Рохлин доказал это сравнение в полном объёме и при этом назвал его гипотезой Гудкова¹⁰. Такова вкратце хорошо известная и многократно описанная в обзорах разных авторов история открытия и доказательства первого ограничения на топологию вещественных алгебраических многообразий, имеющего вид сравнения (до этого все ограничения имели вид неравенств)¹¹.

До 2002 года В.И. Арнольд описывал эту историю точно так же. Приведу только два примера: “Утверждение (1) (т. е. приведённое выше сравнение. – Г.П.) (с заменой модуля 4 на 8) было сформулировано Д.А. Гудковым в виде гипотезы, подтверждённой большим количеством примеров. Хотя доказательство сравнения (1) не использует результатов Д.А. Гудкова, настоящая работа не могла бы быть выполнена, если бы Д.А. Гудков не сообщил автору о своей гипотезе” ([23], с. 6); “Я вспоминаю, как И.Г. Петровский,

⁹ Первоначальная формулировка Гудкова приведена ниже в цитате из [26].

¹⁰ Сейчас в литературе это сравнение называется обычно “сравнение Гудкова–Рохлина”.

¹¹ Подробности и ссылки на оригинальные работы можно найти в моей статье [25].

ректор МГУ и основатель теории вещественных алгебраических кривых, попросил меня прочитать диссертацию Д.А. Гудкова. Гудков решил задачу о взаимном расположении овалов вещественных алгебраических кривых степени 6 в проективной плоскости. В этой очень сложной диссертации, которую я никогда не читал, я был поражён одним сравнением по модулю 8, высказанным Гудковым в качестве гипотезы¹²:

$$p - m \equiv k^2 \pmod{8},$$

где p есть число овалов гладкой кривой степени $2k$, “содержащихся внутри” чётного числа овалов, и m есть число овалов этой кривой, содержащихся внутри нечётного числа овалов, при условии, что общее число овалов достигает своего максимального значения. <...> Сравнение Гудкова подтверждали все M -кривые, известные к тому моменту”([26]). Однако в [12] В.И. Арнольдом написано, в частности, следующее: “Продумывая работу Гудкова, **я заметил** (выделено мной. – Г.П.), что не только для кривых степени 6, но и для всех исследованных им кривых чётной степени проявлялись замечательные сравнения по модулю 8”([12], с. 42). Естественно, это вызвало недоумение тех, кто знал историю открытия сравнения Гудкова, а Е.И. Гордон¹³ в 2003 году написал В.И. Арнольду: “К сожалению, нашёл в ней (т. е. в книге [12]. – Г.П.) некоторую неточность на

¹² В действительности в диссертации Гудкова ни сравнения, ни гипотезы не было: в то время Гудков ещё пытался доказать сравнение самостоятельно.

¹³ Профессор Е.И. Гордон (сейчас работает в США) проработал на кафедре Д.А. Гудкова около 20 лет; кроме того, Д.А. Гудков был близким другом его родителей и все обстоятельства, связанные с результатами и с докторской диссертацией Д.А. Гудкова, много раз подробно обсуждались у него дома.

стр. 42–43, относящуюся к сравнению Д.А. Гудкова... Было бы очень хорошо, если бы Вы сочли возможным в каком-нибудь виде эту неточность исправить”. В своём ответе от 28 ноября 2003 года В.И. Арнольд, настаивая на своей версии, снабдил её разными дополнительными подробностями, отметив при этом, что “доказательств в письменном виде у меня нет”. К сожалению, В.И. Арнольд стал повторять свою версию в последующих публикациях [13] и [27], снабжая её этими и всё новыми удивительными подробностями, противоречащими и тому, что В.И. Арнольд писал до 2002 года, и истинному положению вещей, о котором я могу судить как ученик Д.А. Гудкова, бывший с ним едва ли не в ежедневном контакте с 1970 до 1992 года. После появления публикации в УМН [27] Е.И. Гордон и я направили совместное подробное письмо в редакцию этого журнала, в котором на основании документов из архива Д.А. Гудкова (один из этих документов опубликован в [25], с. 192), а также всего корпуса имеющихся публикаций восстанавливали действительную историю открытия сравнения Гудкова, в которой мы убеждены. Одновременно мы послали электронную копию этого письма В.И. Арнольду и ряду известных математиков, в том числе ученикам В.И. Арнольда. К сожалению, редакция журнала даже не сочла должным сообщить о получении письма. Впрочем, нашей целью не была, конечно, публикация “против Арнольда” – письмо завершалось так: “Вероятно, создавшаяся ситуация – результат известного явления специфической “абerrации памяти”, о котором хорошо написал Г. Цейтен [11]: «Декарт проявил ту же недооценку того, чем он обязан другим, за которую его упрекали в области философии. Это нередкая ошибка великих умов, которые воспринятое у других тотчас же путём новой и самостоятельной переработки

включают в свою собственную систему»". Мы хотели разъяснить математическому сообществу истинное положение дел и защитить доброе имя Д.А. Гудкова¹⁴. Надеемся, что в какой-то мере это удалось. Но мифы живут самостоятельной жизнью: так, на странице "Википедии", посвящённой 16-й проблеме Гильберта, история открытия сравнения Гудкова периодически излагается в версии Арнольда, а миф из раздела 2 этой заметки, снабжённый ссылкой на [12], присутствует постоянно.

5. Что делать? К сожалению, историко-математические мифы не исчерпываются рассмотренными выше – отмечу, например, мифы вокруг гипотезы Гольдбаха, детально разобранные в [1]. Что же со всеми этими мифами делать? В части, касающейся общественного сознания, – по-видимому, ничего: что можно противопоставить закону природы? Замечательно подходит здесь сказанное недавно писателем и кинокритиком Ю.А. Богомоловым (см. <http://www.grani.ru/opinion/m.188292.html>) по поводу, не связанному с историей математики:

"Массовое сознание (и в особенности массовое подсознание) инфантильно. Оно готово воспринимать историю в форме сказок и легенд. Оно предпочитает реалиям их толкования. А беллетристику – документалистике".

"Конечно, крот мифологии делает свое дело. Он роет глубже крота истории. А массовое сознание так устроено, что перед историей оно отдаёт предпочтение мифологии,

¹⁴ Я считаю необходимым сделать следующее замечание личного характера. Как и многие другие, я считаю В.И. Арнольда одним из самых выдающихся математиков нашего времени и отношусь к нему с глубоким уважением. Кроме того, я многим обязан В.И. Арнольду: он был оппонентом при защите моей диссертации и оказывал мне поддержку и в нематематических ситуациях. Но и своему учителю Д.А. Гудкову я обязан не в меньшей степени.

которая и вытесняет из голов отдельных граждан картину того, что и как было на самом деле”.

Занимаясь же историей математики (в том числе чтением лекций или написанием книг) можно, конечно, поддерживать любые версии или изобретать собственные, но при этом весьма желательно чётко отделять версию от факта, а если позволяют время и место – то хотя бы упоминать об имеющихся других версиях.

Библиографический список

1. Успенский, В.А. Апология математики [Текст] / В.А. Успенский. – СПб.: Амфора, 2009. – 554 с.
2. Гильмуллин, М.Ф. История математики: Учебное пособие [Текст] / М.Ф. Гильмуллин. – Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2009. – 212 с.
3. Зверкина, Г.А. История математики: Учебное пособие [Текст] / Г.А. Зверкина. – М.: МИИТ, 2005. – 108 с.
4. Даан-Дальмедико, А. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики [Текст] / А. Даан-Дальмедико, Ж. Пейффер. – М.: Мир, 1986. – 431 с.
5. Ван дер Варден, Б.Л. Пробуждающаяся наука [Текст] / Б.Л. ван дер Варден. – М.: ГИФМЛ, 1959. – 459 с.
6. Волошинов, А.В. Пифагор: союз истины, добра и красоты [Текст] / А.В. Волошинов. – М.: Просвещение, 1993. – 224 с. (2-е издание: М.: ЛКИ, 2007.)
7. Пифагор [Текст] // Ежегод. издание “100 человек, которые изменили ход истории” – 2008. – Вып. 19. (Изд-во “Де Агостини”).)
8. Целлер, Э. Очерк истории греческой философии [Текст] / Э. Целлер. – М.: Типо-лит. Ю. Венер, 1912. – 256 с. (Пере-

издания: М.: Канон, 1996. – 334 с.; СПб.: Алетейя, 1996. – 294 с.)

9. Жмудь, Л.Я. Пифагор и его школа [Текст] / Л.Я. Жмудь. – Л.: Наука, 1990. – 188 с.

10. Жмудь, Л.Я. Наука, философия и религия в раннем пифагореизме [Текст] / Л.Я. Жмудь. – СПб.: ВГЛ, Алетейя, 1994. – 375 с.

11. Арнольд, В.И. Топология действительных алгебраических многообразий [Текст] / В.И. Арнольд, О.А. Олейник // Вестн. Моск. ун-та. Математика. Механика. – 1979. – № 6. С. 7–17.

12. Арнольд, В.И. Что такое математика? [Текст] / В.И. Арнольд. – М.: МЦНМО, 2002. – 104 с. (Книга переиздана в 2004 и 2008 гг.)

13. Арнольд, В.И. Экспериментальное наблюдение математических фактов [Текст] / В.И. Арнольд. – М.: МЦНМО, 2006. – 119 с.

14. Newton, I. Enumeratio linearum tertii ordinis. Optics. London, 1704. P. 138–162. (Перевод “Перечисление кривых третьего порядка” см. в книге: Исаак Ньютон. Математические работы. – М.–Л.: ОНТИ, 1937. С. 194–209.)

15. Декарт, Р. Геометрия [Текст] / Р. Декарт. – М.–Л.: ОНТИ, 1938. – 296 с.

16. Николай Лобачевский [Текст] // Еженедельное издание “Наша история. 100 великих имён”. – 2010. – Вып. 38. (Издание “Де Агостини”).

17. Полотовский, Г.М. Как изучалась биография Н.И. Лобачевского [Текст] / Г.М. Полотовский // Историко-математические исследования. Вторая серия. – 2007. – Вып. 12(47). С. 32–49.

18. Каган, В.Ф. Великий ученый Н.И. Лобачевский и его место в мировой науке [Текст] / В.Ф. Каган. – М.–Л.: ГИТТЛ, 1948. – 84 с.
19. Каган, В.Ф. Лобачевский (второе изд.) [Текст] / В.Ф. Каган. – М. –Л.: Изд. АН СССР, 1948. – 508 с.
20. Андронов, А.А. Где и когда родился Н.И. Лобачевский (Записка о месте и дате рождения Н.И. Лобачевского) [Текст] // А.А. Андронов. Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. С. 9–48.
21. Привалова, Н.И. Дом, в котором родился Н.И. Лобачевский [Текст] // Н.И. Привалова. Историко-математические исследования. – 1956. – Вып. IX. С.49–64.
22. Федоренко, Б.В. Новые материалы к биографии Н.И. Лобачевского [Текст] / Б.В. Федоренко. – Л.: Наука, 1988. – 384 с.
23. Гудков, Д.А. Топология вещественных проективных алгебраических многообразий [Текст] // Д.А. Гудков. УМН. – 1974.– Т.29, вып.4(178). С. 3–79.
24. Арнольд, В.И. О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырехмерных гладких многообразий и арифметике квадратичных форм [Текст] // В.И. Арнольд. Функц. анализ и его приложения. – 1971. – Т.5, вып.3. С.1–9.
25. Полотовский, Г.М. Топология вещественных алгебраических кривых: история и результаты [Текст] // Г.М. Полотовский. Историко-математические исследования. Вторая серия. – 2011.– Вып. 14(49). С. 177–212.
26. Questions à V.I. Arnold. Interview réalisé par Michèle Audin et Patrick Iglesias // Gasette des mathematicians. No 52, Avril 1992. P. 5–12.
27. Арнольд, В.И. Недооценённый Пуанкаре [Текст] // В.И. Арнольд. УМН. –2006.– Т.61, вып.1(367). С. 3–24.

28. Цейтен, Г.Г. История математики в XVI и XVII веках
[Текст] / Г.Г. Цейтен. – М. –Л.: ГТТИ, 1933. – 429с.

ШТРИХИ К ПОРТРЕТУ (к 100-летию со дня рождения Н.Н. Боголюбова)*



Предисловие. Я хотел бы сразу оговорить два момента. Во-первых, я ни в какой степени не являюсь физиком, и ниже о точных науках не будет сказано почти ничего. Я даже

* Изложение доклада автора на совместной научной сессии Нижегородского научного центра РАН, Нижегородского государственного университета имени Н. И. Лобачевского и Российского федерального ядерного центра, посвященной 100-летию со дня рождения академика Н.Н. Боголюбова. Впервые опубликовано в журнале «Математика в высшем образовании», №7, 2009. С.161–172.

не буду перечислять основные разделы математики, механики и теоретической физики, в которые внес вклад Н.Н. Боголюбов, поскольку они хорошо известны, о них уже говорилось в предыдущем докладе академика Д.В. Ширкова и, несомненно, будет говориться в дальнейших докладах. Во-вторых, мне не довелось быть знакомым с Н.Н. Боголюбовым, поэтому все дальнейшее основано на опубликованных материалах. Кстати, при подготовке этого доклада выяснилось странное обстоятельство, которое совершенно не согласуется с масштабом Н.Н. Боголюбова как ученого и как личности: оказывается, не существует академических изданий ни его биографии, ни книги воспоминаний о нем¹. Имеется книга [1] о Н.Н. Боголюбове, написанная его братом Алексеем Николаевичем, но найти эту книгу, изданную в 1996 г. в ОИЯИ (Дубна), в Нижнем Новгороде мне не удалось.

О родословной Н.Н. Боголюбова. По-видимому, не стоит надеяться, что когда-нибудь будут открыты законы появления гениев. Однако изучение происхождения каждого гения интересно и поучительно, а в данном случае особенно, поскольку отец Николая Николаевича, Николай Михайлович Боголюбов, крупный религиозный философ и писатель², был далеко не заурядной личностью и оказал чрезвычайно сильное влияние на своих сыновей.

¹Услышав это, профессор А.Д. Суханов сообщил на упомянутой научной сессии, что такая книга готовится к изданию в 2010 г.

²Вот неполный список его сочинений: "Теизм и пантеизм. Опыт выяснения логического взаимоотношения данных систем" (Нижний Новгород, 1899, магистерская диссертация); "Понятие о религии" ("Богословский Вестник", 1900, кн. 2); "Эрнест Ренан и его Жизнь Иисуса (опыт психологической критики)" (Харьков, 1908); "Философия религии" (докторская диссертация; том 1, Киев, 1915); "К вопросу о происхождении христианства" («Христианская мысль», 1916, № 1–4).

Николай Михайлович Боголюбов родился 8 мая 1872 г. в селе Павловское Ардатовского уезда Нижегородской губернии в семье священника. В 1886 г. он окончил духовное училище в селе Лысково Макарьевского уезда, а затем в 1892 г. – Нижегородскую духовную семинарию³ и в том же году поступил в Московскую духовную академию, которую окончил в 1896 г. со степенью кандидата богословия. В своём вступительном сочинении «Введение в богословие» 1892 г. он писал: «познание Бога и проверка евангельских истин по методу ничем не отличается от всякого другого познания, но происходит на почве нравственного опыта».

В 1897–1909 гг. Н.М. Боголюбов преподает логику, психологию и историю философии в Нижегородской духовной семинарии⁴ и Закон Божий, географию, русский язык и дидактику в Нижегородском женском епархиальном училище. В 1906–1909 гг. он главный редактор "Нижегородского церковно-общественного вестника". Здесь, в Нижнем Новгороде, в семье Н.М. Боголюбова и его жены Ольги Николаевны⁵ 21 августа 1909 г. родился первенец, которого назвали Николаем.

В том же 1909 г. семья переезжает в г. Нежин Черниговской губернии, где Н.М. Боголюбов становится законоучителем и священником в Историко-филологическом институ-

³Первая в России семинария, была основана в 1721 г. архиепископом Питиримом.

⁴С недоумением и сожалением я должен отметить, что на сайте Нижегородской духовной семинарии (<http://nds.nne.ru/content/5>) не упоминается имя её выдающегося выпускника и преподавателя протоиерея Н.М. Боголюбова.

⁵Ольга Николаевна, урожденная Люминарская, окончила Нижегородское отделение Московской консерватории по классу рояля и работала в Нижнем Новгороде преподавательницей музыки.

те князя Безбородко⁶. 25 марта 1911 г. в семье Боголюбовых родился второй сын, Алексей.

В 1913 г. Николай Михайлович был избран профессором богословия киевского Университета Св. Владимира, и семья переезжает в Киев. В 1917–18 гг. протоиерей Н.М. Боголюбов был членом Поместного Собора Православной Российской Церкви, избранным от Университета Св. Владимира.

В Киеве 24 января 1918 г. родился младший сын Боголюбовых Михаил. Вскоре после этого кафедра богословия в университете была закрыта, и в 1919 г. семья переехала в село Великая Круча Пирятинского уезда Полтавской губернии, где Н.М. Боголюбов получил место священника.

В 1921 г. Боголюбовы вернулись в Киев, откуда в середине 1925 г., оставив старшего сына в Киеве (см. ниже), они уехали в Нижний Новгород, где Н.М. Боголюбов был избран настоятелем церкви Всемиловитового Спаса. О службе Николая Михайловича в этой церкви имеется беспрецедентное свидетельство – установленная в 1998 г. по инициативе прихожан справа от главного входа в собор мемориальная доска, увенчанная крестом, со следующим текстом:

*В память
долголетнего служения
1925–1934 гг.*

⁶Таким образом, Н.Н. Боголюбов покинул Нижний Новгород в возрасте нескольких месяцев. Здесь можно провести параллель с биографией другого нашего выдающегося земляка, Н.И. Лобачевского, который уехал в Казань в возрасте 9 лет. Однако если Н.И. Лобачевский после своего отъезда посетил родной город только один раз (в 1835 г. с целью инспекции училищ), то, согласно [2], Н.Н. Боголюбов приезжал в Нижний Новгород многократно, в том числе ежегодно, чтобы посетить могилу своего отца.

*в храме Всемилостивейшего Спаса
протоиерея Николая Боголюбова
1872–1934 гг.,
воспитавшего для Российской земли
трёх сыновей-академиков*

К сожалению, текст мемориальной доски⁷ не совсем точен. Дело в том, что в 1928 г. Николай Михайлович был без объяснения причин арестован органами ОГПУ и заключен в тюрьму. В 1932 Митрополит Сергей (Страгородский), Местоблюститель Патриаршего Престола, хорошо знавший всю семью Боголюбовых, посоветовал Николаю Николаевичу обратиться лично к председателю ОГПУ В. Менжинскому, предупредив при этом: "Но Вы рискуете. Вы или выручите отца, или погибнете". Н.Н. Боголюбов добился встречи с Менжинским, в результате которой в 1932 году его отец был освобождён и вернулся в свой приход. Но вернулся уже серьёзно больным и скончался 14 мая 1934 г., ус-

⁷ В конце этого текста имеется в виду, что средний сын, Алексей Николаевич Боголюбов (1911–2004) – член-корр. НАН Украины, известный математик и историк математики и механики, перу которого принадлежат, в частности, биографический справочник «Математики, механики» (Киев, 1983), книги "Математическая жизнь в СССР, 1917–1966", научная биография Роберта Гука (М.: Наука, 1984); младший сын, Михаил Николаевич Боголюбов – академик РАН, крупнейший российский иранист – тридцать пять лет (1960–1995) бессменно занимал пост декана восточного факультета Ленинградского (с 1991 г. – Санкт-Петербургского) университета, лауреат почетного звания «Lasting Person» («Памятная личность») научного сообщества Ирана. Следует заметить, что Николай Николаевич оказал большое влияние на своих младших братьев и на выбор ими рода занятий.

пев дописать 2-й том «Философия религии» и книгу «Жизнь Иисуса Христа»⁸.



Н.М. Боголюбов, Николай, Михаил, О.Н. Боголюбова (Люминарская),
Алексей

Вундеркинд Котя. Н.М. Боголюбов считал, что маленький ребёнок лучше поддается педагогическому воздействию и скорее приобретает знания. В соответствии с этим он начал учить своих сыновей чтению и письму с 4-летнего возраста, а когда им было около 5 лет начал учить их немецкому языку, затем добавил французский и, ещё позже, английский. Он сам подготовил сыновей к поступлению в

⁸У этого сюжета тоже есть историческая аналогия: в 1615 году Иоганн Кеплер получил известие, что инквизиция обвинила его мать в колдовстве. Следствие тянулось 5 лет, в 1620 году начался суд. Кеплер сам выступил защитником, и через год измученную женщину, наконец, освободили.

киевскую Первую Александровскую гимназию. Впрочем, учились они там недолго. Восьмилетний Котя – так звали маленького Николая в семье – не окончил первого класса, а Алексей – przygotowительного. В селе Великая Круча старшие сыновья были приняты соответственно в пятый и шестой классы семилетней школы. В этой школе Котя овладел арифметикой и алгеброй. Ни одного учебника тригонометрии в селе не оказалось, и, по свидетельству брата, Алексея Николаевича, по одному уравнению, которое ему сообщили, Котя восстановил для себя структуру этой дисциплины.

Не имея в селе никаких книг по специальности, Николай Михайлович решил заняться математикой и начал изучать математический анализ по двум учебникам Гренвилля. Вместе с отцом стал заниматься Котя и быстро перегнал его. Вернувшись в Киев, Николай Михайлович начал брать для сына книги по математике и физике в университетской библиотеке. В частности, он принес пятитомный трактат О.Д. Хвольсона по физике, который Котя очень быстро проработал. В результате к середине 1922 г. его знания по математике и физике практически равнялись полному университетскому курсу.

Видя, что у Коти обнаружился талант и тяга к физико-математическим наукам, отец отвел его к Д.А. Граве⁹, который разрешил 13-летнему мальчику принимать участие в его семинаре.

Спустя несколько месяцев на семинар Граве пришёл известный математик Н.М. Крылов и сразу обратил внимание на одарённого мальчика. После семинара Крылов встретился с Николаем Михайловичем и решительно заявил ему:

⁹Дмитрий Александрович Граве (1863–1939) – алгебраист, создатель первой крупной русской математической школы, из которой вышли Б.Н. Делоне, О.Ю. Шмидт, Н.Г. Чеботарев, М.Ф. Кравчук.

«Граве хороший математик, но он уведёт Вашего Колю в алгебраические дебри». С согласия отца¹⁰ Коля перешел на кафедру математической физики, руководимую Крыловым.

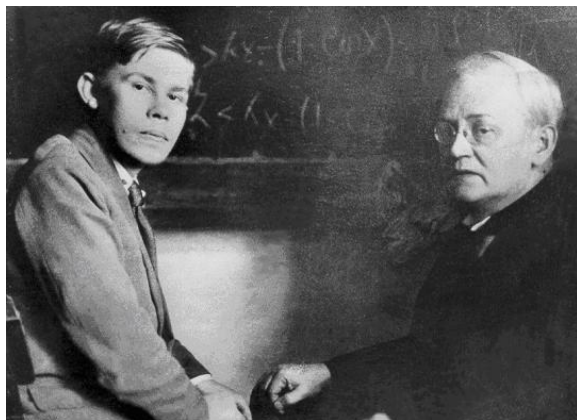
Николай Митрофанович Крылов (1879–1955) по образованию был инженером (в 1902 году он окончил Горный институт в Петербурге), но имел и отличное математическое образование: в 1908–1910 гг. во Франции и в Италии он слушал лекции выдающихся математиков и механиков того времени: Ж. Дарбу, П. Пенлеве, Ж. Адамара, Ж. Буссинеска, А. Лебега, А. Пуанкаре, Л. Бьянки, У. Дини. С 1912 г. Н.М. Крылов – профессор Горного института, в 1917–1922 гг. – профессор Таврического (Крымского) университета, с 1917 г. – профессор Киевского университета. В 1922 г. он был избран академиком Украинской Академии наук, в 1929 г. – академиком АН СССР¹¹.

Больше года Коля интенсивно занимается с академиком Н.М. Крыловым. По предложенному Крыловым порядку, они встречались через день, обсуждая разные математические вопросы поочередно по-немецки и по-французски. С 14 лет Коля начал участвовать в работе семинара Крылова при кафедре математической физики, в 15 лет была написана (совместно с Н.М. Крыловым) его первая научная работа "О принципе Рэлея в теории дифференциальных уравнений математической физики и об одном эйлеровом методе в вариационном исчислении". Однако его положение в Киеве было неясным: его единственным документом

¹⁰ Д.А. Граве тоже не возражал. Он вообще относился к сюрпризам жизни со сдержанным юмором. Когда в 1929 г. Н.М. Крылова избрали академиком АН СССР, а Д.А. Граве – почётным академиком, Дмитрий Александрович сказал, что разница между ним и Николаем Митрофановичем теперь такая же, как между милостивым государем и государем.

¹¹ Подробнее о жизни и трудах Н.М. Крылова см. [3].

об образовании была справка об окончании 7-летней школы. Ситуация разрешилась принятым по инициативе Крылова Решением Малого президиума Укрглавнауки от 1 июня 1925 г.: «Ввиду феноменальных способностей по математике считать Н. Боголюбова на положении аспиранта научно-исследовательской кафедры математики в Киеве с 18.6.1925 г.» Научным руководителем 15-летнего аспиранта был назначен Н.М. Крылов. Однако Крылов сыграл в судьбе Н.Н. Боголюбова не только роль научного наставника. В середине 1925 г. Коля остался в Киеве один (семья вернулась в Нижний Новгород) и переселился на новое место.



Н.Н. Боголюбов и Н.М. Крылов

Комната его оказалась очень сырой, и он начал хворать. Однажды Н.М. Крылов заехал к Коле домой, ужаснулся условиям его жизни и забрал мальчика с собой в свою трёхкомнатную квартиру. Коля поселился в проходной комнате, на стене которой висела классная доска для семинаров, и прожил в этой комнате 8 лет. Отправляясь в гости или на концерт, Крылов всегда брал Колю с собой.

«Академическая лестница». Перечислю кратко основные этапы академической карьеры Н.Н. Боголюбова.

1924 г. – первая научная работа (совм. с Н.М. Крыловым);

1928 г. – кандидатская диссертация «Применение прямых методов вариационного исчисления к исследованию нерегулярных случаев простейшей задачи»;

1930 г. – доктор математики *honoris causa*¹²;

1939 г. – член-корреспондент АН УССР;

1947 г. – член-корреспондент АН СССР;

1948 г. – действительный член АН УССР;

1953 г. – действительный член АН СССР;

1963–1988 гг. – член Президиума АН СССР, академик-секретарь Отделения математики.

«Выписка из трудовой книжки».

1928 г. – научный сотрудник АН УССР.

1934–1958 гг. – Киевский университет: с 1936 г. – профессор,

1936–1950 – зав. кафедрой математической физики.

1940–1941 гг. – Черновицкий университет: зав. кафедрой математического анализа.

1941–1943 гг. – Уфимский авиационный институт, Уфимский педагогический институт: зав. кафедрами математического анализа.

1943–1992 гг. – профессор МГУ; в 1953–1966 гг. – зав. кафедрой теоретической физики, в 1966–1992 гг. – зав. кафедрой квантовой статистики и теории поля.

1950–1953 гг. – работа на «объекте» (Арзамас-16, участие в советском атомном проекте).

С 1949 г. работал в МИ им. В.А. Стеклова АН СССР: зав. отделом теоретической физики и механики, с 1969 г. – зав.

¹² Т.е. без защиты диссертации.

отделом статистической механики, в 1983–1988 гг. – директор института.

1966–1973 гг. – директор Института теоретической физики АН Украины.

1956–1964 гг. – директор Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

1965–1988 гг. – директор ОИЯИ.

С 1989 г. – почетный директор ОИЯИ и МИ им. В.А. Стеклова АН СССР.

Я не уверен, что эта «выписка» полна, но и так легко заметить, что Н.Н. Боголюбов умудрялся одновременно руководить несколькими крупными организациями, причём географически удалёнными друг от друга. И он действительно руководил, и при этом всерьёз занимался наукой, и всюду имел учеников: его организаторские способности были выдающимися, а фантастической работоспособностью он отличался с детства.

Из воспоминаний о Н.Н. Боголюбове. Начну с фрагментов из главы 8 “И.Е. Тамм, И.Я. Померанчук, Н.Н. Боголюбов, Я.Б. Зельдович” книги воспоминаний академика А.Д. Сахарова [4].

“О Николае Николаевиче Боголюбове я впервые услышал в 1946 году от моего товарища по школьному математическому кружку, потом однокурсника Акивы Яглома. Он рассказал, что в Москву приехал из Киева некий “бобик”, необычайно талантливый, у которого так много научных идей, что он раздаёт их налево и направо. Потом я слышал его замечательный доклад в ФИАНе о теории сверхтекучести”.

“На объекте Боголюбов действительно способствовал усилению математического отдела. <...> Боголюбов делал также отдельные теоретические работы по тематике

объекта, если их удавалось выделить и они соответствовали его интересам (в этом случае он делал их так, как вряд ли смог бы кто-либо другой). Но его совсем не интересовали инженерные и конструкторские, а также экспериментальные работы. <...> Большую часть своего времени он открыто использовал на собственную научную работу, не имеющую отношения к объекту (много после я стал делать то же самое), а также на писание монографий по теоретической физике. Главным образом для этого он привез с собой Климова, Ширкова и Зубарева <...>. Наибольшего успеха он достиг с самым молодым из них – Митей Ширковым. Их совместная монография по квантовой теории поля получила всеобщее, заслуженное признание. Эта монография, так же как совместная монография с Зубаревым, тоже вполне добротная, была окончена уже в Москве”.

“Внеслужебные отношения с Николаем Николаевичем у Игоря Евгеньевича и у меня были вполне хорошие. И.Е. и я иногда заходили к Н.Н. в номер, он радушно встречал нас и угощал «чем Бог послал» (а посылал Он хорошие вещи), расхаживая по комнате, размахивал руками и что-нибудь рассказывал. Разговаривать с ним всегда было интересно – он эрудит в самых разнообразных областях, отлично знал несколько языков, обладал острым, оригинальным умом и юмором. Но наиболее щекотливые темы, как наедине с И.Е., в этих разговорах не затрагивались (хотя, я думаю, ему было что вспомнить и что рассказать). <...> От Николая Николаевича я впервые узнал идеи кибернетики, о работах Винера, Шеннона, Неймана, <...> услышал об огромных потенциальных возможностях ЭВМ”.

“К пятидесятым – шестидесятым годам относятся его главные, прекрасные работы по квантовой теории поля и

элементарным частицам.<...> У Боголюбова много учеников – физиков и математиков – и настоящих учёных, и просто "приближённых", он возглавляет теоретические и математические отделы во многих институтах, стал своего рода научным генералом. Зачем это ему надо – мне не совсем понятно. Но, видимо, это тоже входит составной частью в его стиль, так ему спокойней. Я предпочитаю вспоминать, как оживляется его лицо и, кажется, вся фигура, когда он слышит что-то существенно новое, научное, и в его голове мгновенно появляются собственные идеи по этому поводу”.

Следующие фрагменты – из воспоминаний М.М. Агреста¹³ из рассказа о встрече с ним в США известного историка физики Г.Е. Горелика (см. [5]).

“Мы были знакомы по работе, и как-то я пошёл к нему (к Н.Н. Боголюбову. – Г.П.) домой по какому-то делу. Подхожу, дверь открыта, и из дома слышно радио... На еврейском языке! Видимо из Израиля. А время было тогда ужасное ... космополитизм, сионизм. Я не знал, что делать. И постучал в открытую дверь. Н.Н. вышел, увидел меня и говорит: передают про "Мицраим" – я понял, что он знает иврит! И так получилось, что тогда мы открылись друг другу”.

Далее Г.Е. Горелик комментирует, что означает это «открылись»: “... в самом начале нашей беседы он (М.М. Агрест. – Г.П.) решительно заявил, что не скажет ничего о секретах, по поводу которых дал когда-то подписку. <...> тайна, которую Агрест решил раскрыть: оказывается, в этом совсем секретном "эпицентре" научно-технического про-

¹³Маттес Менделевич Агрест (1915 г.р.) – математик, работал на «объекте» в группе Я.Б. Зельдовича, известен также как автор гипотезы палеоконтактов.

гресса <...> действовал совершенно секретный – для его неучастников – семинар, где в центре обсуждений были... религиозные вопросы. В семинаре участвовал и Боголюбов, "очень интересный человек в этом отношении", подчеркнул Агрест”.

13 января 1951 г. М.М. Агрест совершенно неожиданно получил предписание органов покинуть «объект» в 24 часа. Имеется несколько версий о поводе для этого предписания. Приведу одну из них по воспоминаниям Л.В. Альтшулера¹⁴ (см.[6]):

“Примерно в это же время к изгнанию был приговорен высококвалифицированный математик Маттес Менделевич Агрест, участник Великой Отечественной войны. В связи с каким-то кадровым вопросом в Отделе режима внимательно перечитали его личную анкету. Открытым текстом там было написано, что в возрасте 15 лет, в 1930 г., он окончил высшее Еврейское духовное училище и получил диплом раввина. Работники режима пришли в ужас. Ведь это означало, что у нас на объекте несколько лет жил и работал человек, сохранивший прямые контакты с Богом и ветхозаветными пророками, по понятным причинам не имевшими допуска к секретной информации. Поступило распоряжение в 24 часа удалить Агреста с объекта. Активное вмешательство Д.А. Франк-Каменецкого, Н.Н. Боголюбова, И.Е. Тамма позволило продлить этот срок до недели, а также получить ему новое назначение на менее секретный объект в Сухуми”.

Вернемся к тексту Г.Е. Горелика: *“Когда Агрест, говоря о своих заступниках, с особой теплотой упомянул имя Н.Н. Боголюбова, я, честно скажу, очень удивился. Для ме-*

¹⁴ Лев Владимирович Альтшулер (1913–2003) – известный физик, работал на «объекте».

ня загадкой была подпись Боголюбова под письмом сорока академиков в "Правде" (29 августа 1973 года), с которого началась газетная травля А.Д. Сахарова".

Приведу окончание этого «письма сорока» и список подписей:

«Мы выражаем свое возмущение заявлениями академика А.Д. Сахарова и решительно осуждаем его деятельность, порочащую честь и достоинство советского учёного. Мы надеемся, что академик Сахаров задумается над своими действиями.

Академики: Н.Г. Басов, Н.В. Белов, Н.Н. Боголюбов, А.Е. Браунштейн, А.П. Виноградов, С.В. Вонсовский, Б.М. Вул, Н.П. Дубинин, Н.М. Жаворонков, Б.М. Кедров, М.В. Келдыш, В.А. Котельников, Г.В. Курдюмов, А.А. Логунов, М.А. Марков, А.Н. Несмеянов, А.М. Обухов, Ю.А. Овчинников, А.И. Опарин, Б.Е. Патон, Б.Н. Петров, П.Н. Поспелов, А.М. Прохоров, О.А. Реутов, А.М. Румянцев, Л.И. Седов, Н.Н. Семенов, Д.В. Скобельцын, С.Л. Соколов, В.И. Спицын, В.Д. Тимаков, А.Н. Тихонов, В.М. Тучкевич, П.Н. Федосеев, И.М. Франк, А.Н. Фрумкин, Ю.Б. Харитон, М.Б. Храпченко, П.А. Черенков, В.А. Энгельгардт.»

Должен сказать, что мне неприятно видеть в этом списке фамилию Боголюбова (как, по-видимому, и Г.Е. Горелику) и ещё ряд других фамилий. Однако я не берусь ни судить, ни осуждать. Собственно говоря, судить легко: зная, что были и есть люди (в том числе среди коллег А.Д. Сахарова), не одобрявшие «нефизическую» деятельность Сахарова, я надеюсь, что для большинства из них, как и для подписавших, моральная окраска факта подписания такого письма совершенно ясна. А вот осуждать, зная ситуацию в СССР и не зная деталей каждого конкретного случая, невозможно. Поэтому смысл упоминания о подписи Н.Н. Бо-

голюбова под этим письмом вовсе не в том, чтобы высказать осуждение, и даже не в том, что «из песни слова не выкинуть»: оказалось, что эта подпись представляет собой определенную историческую загадку, которая я обнаружил, когда прочитал воспоминания А.И. Ахиезера¹⁵ (1911–2000) (см. [7]):

“Николай Николаевич творил почти в то же время, что и Лев Давидович Ландау, мой учитель и близкий друг, и следует сказать, что отношения между ними не всегда были безоблачными. <...> в действительности оба этих великих человека ценили и уважали друг друга. <...> Не могу не вспомнить историю, связанную с работой Николая Николаевича о неидеальном бозе-газе. Работа была тонкая, <...> но в редакции ЖЭТФ работу отклонили. Тогда Николай Николаевич решил поговорить с самим Ландау. Беседа состоялась, Ландау сразу оценил работу Боголюбова и понял, что она является не только правильной, но блестящей. Статья, конечно, была опубликована. <...> К крупнейшим достижениям теоретической физики Ландау относил работы А.А. Фридмана по теории гравитации, А.Н. Колмогорова по определению спектра турбулентности и Н.Н. Боголюбова по теории неидеального бозе-газа”.

Далее, вспоминая о своем личном общении с Н.Н. Боголюбовым, А.И. Ахиезер пишет: *“Когда мы остались втроём¹⁶, мне показалось, что я Боголюбова знаю с детских лет, настолько легко было с ним разговаривать, он понимал всё с полуслова. <...> Его энциклопедическим знаниям, остроумным и точным суждениям и высказываниям я всегда*

¹⁵Александр Ильич Ахиезер (1911–2000) – известный физик-теоретик, академик АН УССР.

¹⁶Третьим был друг А. И. Ахиезера известный математик С. И. Зуховицкий (примечание автора).

поражался. И уходя от него, я чувствовал, что получил важный духовный заряд, и у меня далее как-то на душе становилось легче”.

“Облик Николая Николаевича как человека характеризует его отношение к событиям, связанным с именем А.Д. Сахарова, и к деятельности своего ученика А.А. Логунова. Боголюбов не подписал (выделено мной. – Г. П.) письмо против Сахарова, опубликованное в «Правде», под которым поставили свои подписи многие академики. В связи с этим Боголюбов рассказывал мне, как президент Академии наук М.В. Келдыш приходил за подписью к академику И.М. Виноградову.

Келдыш, предлагая Виноградову подписать письмо, сказал, что Сахаров опубликовал статью, мимо которой проходить нельзя. Виноградов захотел прочитать статью, на что будто бы Келдыш ответил: «Зачем её читать – все западные газеты о ней пишут». Тут Николай Николаевич со смехом сказал мне: «Что ж, Вы думаете, ответил Иван Матвеевич Келдышу?» – «Мстислав Всеволодович, да разве Вы не помните, еще Ленин говорил, что ни одной буржуазной газете нельзя верить». С этим Келдыш и ушел, не получив подписи Виноградова”.

“Что касается А.А. Логунова, то он развивал анти-эйнштейновскую теорию гравитации, имел по этому вопросу множество публикаций, но поддержки Боголюбова в этой деятельности не получил”.

“Н.Н. Боголюбов всегда старался поддерживать хорошие начинания. Когда в Москве создавался Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау, то именно он поддержал инициатора создания института академика Исаака Марковича Халатникова”.

Даже просто факт подписания Н.Н. Боголюбовым письма в «Правду» плохо согласуется¹⁷ с многочисленными воспоминаниями о нём как о человеке независимом, принципиальном и «не робкого десятка». А теперь ещё мы имеем «противоречие в документах»: свидетельство современника о том, что *«Боголюбов не подписал письмо против Сахарова»*, да ещё сопровождаемое подробностями о том, как Н.Н. Боголюбов со смехом рассказывал о деталях отказа И.М. Виноградова от подписания этого письма. Мне представляется, что если бы Н.Н. Боголюбов подписал письмо, то подобный рассказ был бы для него психологически и морально невозможен.

Размышляя над этой загадкой, я придумал для себя две гипотезы: «слабую» и «сильную». Первая состоит в том, что в рассказе А.И. Ахиезера перепутаны письма: в 1975 г. в «Правде» было опубликовано еще одно аналогичное «Заявление советских ученых» с осуждением Сахарова. Под этим письмом 72 подписи (академиков и членов-корреспондентов АН СССР), множество подписей под первым письмом пересекается с множеством подписей под вторым, но первое множество не является подмножеством второго. В частности, подписи Н.Н. Боголюбова под вторым письмом нет.

Вторая, «сильная» гипотеза заключается в том, что подпись Н.Н. Боголюбова под первым письмом вообще появилась без его ведома или согласия. Ясно, что в такой ситуации Н.Н. Боголюбов был бы бессилён дезавуировать эту подпись.

¹⁷ Из [5] ясно, что и Г.Е. Горелик считает эту подпись загадкой, и что именно в поисках ответа он разыскал Агреста в США. Однако предложенная Г.Е. Гореликом в [5] версия разгадки представляется мне неубедительной.

Приводимый ниже фрагмент воспоминаний Б.А. Арбузова¹⁸ [8] из недавно опубликованной книги «Воспоминания об академике Н.Н. Боголюбове»¹⁹ показывает отношение Н.Н. Боголюбова к этой подписи (а также является контраргументом к версии Г.Е. Горелика).

“Перехожу к событию неприятному, доставившему Николаю Николаевичу настоящие огорчения. Можно было бы этой теме совсем не касаться, но тогда некоторые важные события в жизни Николая Николаевича останутся непонятными. Зашла как-то в московскую квартиру Николая Николаевича его невестка Катя. А Николай Николаевич в мрачайшем настроении. Пожаловался: “Пришел Келдыш, принёс письмо с осуждением А.Д. Сахарова. Говорит: «Как водку пить, так вместе, а как говно хлебать, так я один. Подпишите, Николай Николаевич!»”. Какие еще аргументы приводил М.В. Келдыш, неизвестно, но подпись Николая Николаевича под этим письмом появилась. Знающие люди говорят, что именно в этом году Нобелевский комитет уже принял предварительное решение о присуждении Николаю Николаевичу премии по физике. А предварительное решение, как правило, обычно и утверждается официально. Но после этого письма срочно была сделана замена”.

Хочу обратить внимание, что у Б.А. Арбузова написано очень аккуратно: утверждение «подпись Николая Николаевича появилась» не равнозначно утверждению «Николай Николаевич подписал».

¹⁸Борис Андреевич Арбузов – физик-теоретик, профессор, сотрудник НИИ ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, МГУ им. М.В. Ломоносова.

¹⁹Эта книга, подписанная к печати 17 августа 2009 г., издана МИ им. В.А. Стеклова РАН тиражом всего 200 экз., но доступна в Интернете: <http://www.mi.ras.ru/index.php?c=books&m=3>.

Уже после доклада, изложением которого является этот текст, я обнаружил воспоминания [9] ещё одного ученика Н.Н. Боголюбова, профессора А.В. Свидзинского²⁰, в которых написано: *“Близкие к Н.Н. люди (в частности, его сын Николай Николаевич-младший) утверждают, что Боголюбов вообще не ставил своей подписи под осуждением Сахарова, это сделали против его воли люди из аппарата Президиума АН СССР. Есть и другие версии. Я не могу судить о событиях, мне неизвестных”*.

Таким образом, можно надеяться, что «сильная» гипотеза всё-таки верна.

Память. Разумеется, непреходящую память о себе Н.Н. Боголюбов обеспечил, прежде всего, своими научными трудами²¹ и воспитанными им учениками. Здесь я хочу назвать только архитектурные и топонимические объекты, носящие его имя. Это главный проспект города Дубна, Лаборатория теоретической физики ОИЯИ в Дубне, Институт теоретической физики НАН Украины в Киеве. Мне известны три скульптурных портрета Н.Н. Боголюбова: барельеф на здании Черновицкого университета, памятник в Дубне (2001 г.) и памятник Н.Н. Боголюбову в Нижнем Новгороде перед старым корпусом университета (см. фото в разделе «Хроника» этого номера журнала²²), установленный в 1983 г. в соответствии с Указом Президиума Верховного

²⁰ Анатолий Вадимович Свидзинский – заведующий кафедрой теоретической и математической физики Волынского национального университета им. Леси Украинки.

²¹ К 100-летию со дня рождения Н.Н. Боголюбова завершено издание 12-томного полного собрания его научных трудов.

²² Здесь имеется в виду журнал «Математика в высшем образовании», №7, 2009, стр. 182.

Совета СССР от 14 мая 1973 года как дважды Герою Социалистического Труда²³.

Литература

1. Боголюбов А.Н. Н.Н. Боголюбов. Жизнь. Творчество. – Дубна: ОИЯИ, 1996. – 181 с.
2. Андрианова В.Н. За выдающиеся заслуги в развитии математики, механики и теоретической физики, подготовку научных кадров // Нижегородский музей, №1–2 (2004). С. 9–14.
3. Боголюбов А.Н., Урбанский В.М. Николай Митрофанович Крылов. – Киев: Наукова думка, 1987. – 175 с.
4. Сахаров А.Д. Воспоминания. Т.1. – М.: Права человека, 1996. – 912 с.
5. Горелик Г.Е. Сила знания и импульс веры // Заметки по еврейской истории, №22, 2002 (доступно также по адресу http://ggorelik.narod.ru/ADS68/Sila_znaniya_i_very.html).
6. Альтшулер Л.В. Рядом с Сахаровым. В книге "Он между нами жил. Воспоминания о Сахарове". – М.: "Практика", ОТФ ФИАН., 1996. С. 113.
7. Ахиезер А.И. Очерки и воспоминания. – Харьков: Факт, 2003. – 430 с.
8. Арбузов Б.А. Учитель в науке и жизни. Воспоминания о Николае Николаевиче Боголюбове. В книге «Воспоминания об академике Н.Н. Боголюбове. К 100-летию со дня рождения». – М.: МИАН, 2009, с. 30–43 (доступно также по адресу [http://www.mi.ras.ru /index.php?c=books&m=3](http://www.mi.ras.ru/index.php?c=books&m=3)).

²³ Возвращаясь к параллели с биографией Н.И. Лобачевского (см. сноску б), остается сожалеть, что Н.И. Лобачевский не был дважды Героем – тогда, возможно, в Нижнем Новгороде ему был бы, наконец, установлен памятник.

9. Свидзинский А. Николай Николаевич Боголюбов, каким я его видел и понимал // Интернет-ресурс «Ежедневная всеукраинская газета «День»», №150, 27 августа 2009 г. <http://www.day.kiev.ua /279053/> .
10. Николай Николаевич Боголюбов. Собрание научных трудов: в 12 томах. РАН. – М.: Наука, 2005–2009. (Классики науки).

НИЖЕГОРОДСКИЙ МАТЕМАТИК АРТЕМИЙ ГРИГОРЬЕВИЧ МАЙЕР И ЕГО КУРС ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ*

*Версии, гипотезы, теории
спорят о минувшем заразительно,
истинную правду об истории
знает только Бог. Но приблизительно.*

* * *

*Из тихого житейского угла
мне видно, как разбой по свету рыщет,
и ясно понимаю: не могла
история светлее быть и чище.*

Игорь Губерман



Артемий Григорьевич Майер
(6 сентября 1905 – 20 сентября 1951)

* Первый вариант этой статьи опубликован в сетевом журнале «Семь искусств», №2(60), февраль 2015 – см.

<http://7iskusstv.com/2015/Nomer2/Polotovskiy1.php>

Имя замечательного нижегородского математика Артемия Григорьевича Майера хорошо известно специалистам по качественной теории дифференциальных уравнений и теории бифуркаций динамических систем. Однако, насколько мне известно, не существует ни одной сколько-нибудь обстоятельной публикации о его жизни и научно-педагогической деятельности.

Настоящая статья представляет собой попытку заполнить этот пробел в историко-математических исследованиях и, в частности, собрать в одном месте как опубликованные, так и неопубликованные воспоминания об Артемии Григорьевиче Майере. Мы начнём с краткого описания научных результатов А.Г. Майера, затем перейдём к биографической части, включающей очень интересную родословную семейства Майеров, после чего опишем деятельность А.Г. Майера в Горьковском (ныне Нижегородском) университете, завершившуюся драматической кампанией 1950–51 гг. по осуждению «идеологических ошибок профессора А.Г. Майера в курсе истории математики».

Научные результаты и публикации

Список опубликованных работ А.Г. Майера по нынешним меркам совсем короткий, так что его удобнее поместить прямо в тексте, не заставляя читателя листать страницы до списка цитированной литературы. Известные библиографические справочники [1] (стр. 435–436) и [2] (стр. 826) приводят всего 17 работ А.Г. Майера. Оказалось,

что ещё 8 работ пропущены составителями [1] и [2], они помечены в приводимом ниже списке звёздочками¹.

Список опубликованных работ А.Г. Майера

М1. *Об одном неравенстве, связанном с интегралом Фурье* // ДАН СССР, 4 (1934). С. 353–360 (совм. с Е.А. Леонтович).

М2. *Доказательство существования предельных циклов у уравнений Рэля и Ван-дер-Поля* // Горький, Учён. зап. ГГУ, вып. 2 (1935). С. 19–35.

М3.**К теории связанных колебаний двух самовозбуждённых генераторов* // Горький, Учён. зап. ГГУ, вып. 2 (1935). С. 3–12.

М4.**Исследование уравнений Рэля и Ван-дер-Поля* // Изв. ГГУ, вып. 2 (1936).

М5.**К теории вынужденных колебаний в сложном генераторе* // Горький, Учён. зап. ГГУ, вып. 6 (1937). С. 25–36.

М6. *О траекториях, определяющих качественную структуру разбиения сферы на траектории* // ДАН СССР, 14 (1937). С. 251–254 (совм. с Е.А. Леонтович).

М7. *Грубое преобразование окружности в окружность* // Горький, Учён. зап. ГГУ, вып. 12 (1939). С. 215–229.

М8.**De trajectoires sur les surfaces orientées* // Comptes Rendus (Doklady) de L'Académie Des Sciences de L'URSS. Vol. 24, №1 (1939). P. 673–675.

М9.**О задаче Вышнеградского в теории прямого регулирования* // ДАН СССР, 43 (1945). С. 345–348 (совм. с А.А. Андроновым).

¹ Трудно удержаться от замечания, что с такой «публикационной активностью» – за без малого 20 лет работы «всего» 25 публикаций, да ещё не входящих в Web of Science или Scopus, – А.Г. Майер не мог бы в наши дни претендовать на руководство проектом по гранту Российского научного фонда.

- M10. *О траекториях на ориентируемых поверхностях* // Матем. сб. 12(54) (1943). С. 71–84.
- M11. *Задача Мизеса в теории прямого регулирования и теория точечных преобразований поверхностей* // ДАН СССР, 43 (1944). С. 58–60 (совм. с А.А. Андроновым).
- M12. *Простейшие линейные системы с запаздыванием* // Автоматика и телемеханика, т. 7, вып.2–3 (1946). С. 95–106 (совм. с А.А. Андроновым).
- M13.**Задача Вышнеградского в теории прямого регулирования. I* // Автоматика и телемеханика, т. 8, вып. 5 (1947). С. 314–334 (совм. с А.А. Андроновым).
- M14. *Об одной задаче Биркгофа* // ДАН СССР, 55 (1947). С. 477–480.
- M15. *О траекториях в трёхмерном пространстве* // ДАН СССР, 55 (1947). С. 583–586.
- M16. *Об одной проблеме Биркгофа* // УМН, том 2, вып.2(18) (1947). С.193–194.
- M17. *Общая качественная теория*. В кн.: Пуанкаре А. «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями». – М.–Л.: ГИТТЛ, 1947. С. 267–300 (совм. с Е.А. Леонтович).
- M18. *Центр*. В кн.: Пуанкаре А. «О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями». – М.–Л.: ГИТТЛ, 1947. С. 301–321.
- M19. *О порядковом числе центральных траекторий* // ДАН СССР, 59 (1948). С. 1393–1396.
- M20. *О центральных траекториях и проблеме Биркгофа* // Матем. сб., 26 (1950). С. 265–290.
- M21.**Задача Вышнеградского в теории прямого регулирования. II. Теория регулятора прямого действия при наличии кулоновского и вязкого трения (продолжение)* // Автоматика и телемеханика, т. 14, вып. 5 (1953). С. 505–530 (совм. с А.А. Андроновым).

М22.**Теория «ударной машины»* // Горький, Учён. зап. ГГУ, вып. 27 (1954). С. 3–22 (совм. с А.А. Андроновым).

М23. *О схеме, определяющей топологическую структуру разбиения на траектории* // ДАН СССР, 103 (1955). С. 557–560 (совм. с Е.А. Леонтович).

М24. *Качественная теория динамических систем второго порядка.* – М.: Наука, 1966. – 568 с. (совм. с А.А. Андроновым, И.И. Гордоном и Е.А. Леонтович).

М25. *Теория бифуркаций динамических систем на плоскости.* – М.: Наука, 1967. – 487 с. (совм. с А.А. Андроновым, И.И. Гордоном и Е.А. Леонтович).

Не являясь специалистом в области динамических систем, ниже я попытаюсь кратко охарактеризовать математическое наследие А.Г. Майера, опираясь на имеющуюся у меня небольшую (менее двух машинописных страниц) неопубликованную заметку Е.А. Леонтович-Андроновой² «О работах Артемия Григорьевича Майера», ссылки на которую будут помечаться инициалами «Е.Л.» Первые две фразы этой заметки дают ёмкую общую характеристику: *«Артемий Григорьевич Майер был математиком высокой культуры, который наряду с чисто-математическими работами не только мог, но и любил заниматься прикладными задачами. Математические работы А.Г.Майера в настоящее время являются классическими»* [Е.Л.].

Представляется естественным разделить все результаты А.Г. Майера на следующие пять групп.

² Евгения Александровна Леонтович-Андропова (1905–1997) – профессор Нижегородского университета, жена и сотрудник академика А.А. Андропова, сотрудничала с А.Г. Майером на протяжении всего периода его работы в Нижнем Новгороде. О жизни и деятельности Е.А. Леонтович-Андроновой см. [3], [4].

I. *«Это, во-первых – его работа, касающаяся динамических систем на двумерных поверхностях»* [Е.Л.]. Здесь речь идёт о работах М6, М8*, М10 из списка выше и о кандидатской диссертации «О траекториях на ориентируемых поверхностях», защищённой А.Г. Майером в Институте Математики при МГУ в 1939 г. *«Содержанием её является установление возможного характера траекторий на поверхностях. Для систем на двумерных поверхностях им создана теория, аналогичная классической теории Пуакаре–Бендиксона в случае плоскости (или сферы) <...> Эта работа Артемия Григорьевича является основой почти любого изучения динамических систем на двумерных поверхностях»* [Е.Л.].



Евгения Александровна
Леонтович-Андропова

II. *«Работа, в которой исследуется грубость преобразований окружности в окружность»* [Е.Л.]. Это статья М7, в которой *«установлены некоторые основные факты – например, необходимые и достаточные условия грубости диффеоморфизмов окружности, непрерывная зависимость числа вращения от параметра и указано, что функция, дающая зависимость числа вращения от параметра, есть, вообще говоря, функция Кантора»* [Е.Л.].

III. *«Наиболее сильной математической работой Артемия Григорьевича является его работа “О центральных траекториях в проблеме Биркгофа”»* [Е.Л.]. Здесь речь идёт о статьях М14, М15, М16, М19 и М20, на которых основана докторская диссертация А.Г. Майера «О централь-

ных траекториях и проблеме Биркгофа», защищённая им в 1947 г.

IV. В этот раздел входят работы, посвящённые прикладным задачам. К ним относится самая первая работа А.Г. Майера, M1, о которой Л.П. Шильников³ писал в [3]: *«Она относится к теории линейных систем и содержит ответ на прос Л.И. Мандельштама о ношении между прочностью радиоимпульса и тостью. По существу, Е.А. Леонтович и А.Г. Майер в этой заметке дали точную формулировку классического аналога квантового соотношения неопределённости, имеющего фундаментальное значение для теории связи».*



Леонид Павлович
Шильников

О другой работе из этой группы, M11, во введении к книге [5] написано: *«Трёхмерная нелинейная задача, получающаяся при учёте сухого трения в муфте, оставалась нерешённой из-за своей большой математической трудности, несмотря на то, что ею занимались Н.Е. Жуковский, Стодола, Грдина, Мизес и многие другие исследователи. Эта задача была решена А.А. Андроновым и А.Г. Майером».*

О работе А.Г. Майера над прикладными задачами Е.А. Леонтович пишет: *«Трудно указать математика, который*

³ Леонид Павлович Шильников (1938–2011) – профессор Нижегородского университета, один из крупнейших специалистов по теории бифуркаций многомерных динамических систем. О жизни и научных результатах Л.П. Шильникова см. [6], [7].

при решении конкретных задач проявлял такую быстроту ориентировки, способность использовать всевозможные математические средства и мастерство» [Е.Л.].

V. В отдельную группу выделим работы M6, M23, посвящённые построению инварианта, названного «схемой динамической системы».

Построение схемы динамической системы и многие другие вопросы качественной теории динамических систем на плоскости подробно изложены в двухтомной монографии [M24], [M25]. В предисловии к [M24] говорится: «Настоящая книга была начата в 1949 году А.А. Андроновым совместно с Е.А. Леонтович и А.Г. Майером и после смерти А.А. Андропова (в 1952 г.) и А.Г. Майера (в 1951 г.) дописана Е.А. Леонтович и И.И. Гордоном⁴. Окончательный вариант принадлежит Е.А. Леонтович».

Основные идеи и результаты Майера получили развитие в работах математиков последующих поколений. Так, динамические системы на поверхностях интенсивно изучались и изучаются до сих пор, в том числе в Нижнем Новгороде. В частности, результаты Майера, касающиеся асимптотического поведения траекторий динамических

⁴ Израиль Исаакович Гордон (1910–1985) – математик, выпускник Ленинградского университета, первый аспирант Л.С. Понтрягина. В 1935 г. в своей диссертации, опубликованной позже в [8], ввёл кольцо когомологий. Таким образом, построение кольца когомологий было независимо и одновременно осуществлено тремя математиками – А.Н. Колмогоровым, Дж. Александером и И.И. Гордоном, причём все трое сделали на эту тему доклады на международной топологической конференции 1936 года в Москве. Конструкция умножения когомологий, предложенная И.И. Гордоном, отличалась от конструкций А.Н. Колмогорова и Дж. Александера, которые были одинаковыми. С 1944 г. И.И. Гордон – доцент Горьковского университета. Подробнее об И.И. Гордоне см. [9].

систем на поверхностях, и идеи А. Вейля и Д.В. Аносова позволили С.Х. Арансону и В.З. Гринесу получить топологическую классификацию транзитивных потоков на ориентируемых поверхностях, подробности можно посмотреть в обзоре [10].

О роли преобразований окружности в изучении динамических систем говорить излишне. Отмечу только, что некоторые результаты Майера из [М7] были переоткрыты В.И. Арнольдом в [11] и В.А. Плиссом в [12].

Работа Майера о проблеме Биркгофа – одна из первых работ, показавших, что трёхмерные системы могут быть чрезвычайно сложными. Исследование проблемы Биркгофа тоже получило продолжение: один из примеров Майера был усилен Л.П. Шильниковым в 1969 г. [13], а в 2000 г. результаты Майера были передоказаны другим методом в диссертации С.А. Шаповалова (МГУ).

Наконец, продолжалась и тематика, связанная со схемой динамической системы: так, в работах С.Ю. Пилюгина [14] и Я.Л. Уманского [15] подобные конструкции введены для определённых классов динамических систем размерности ≥ 3 , в работах Л.М. Лермана и Я.Л. Уманского по четырёхмерным гамильтоновым интегрируемым системам (см., например, [16]) одним из истоков также является геометрический подход Майера.

Родословная Майеров

«...служащий при Академии из вестфальских уроженцев у продажи книг Вильгельм Майер до вступления его в Академию, проживая в СП-бурге по билету иностранного отделения адрес-конторы, занимался содержанием частного пансиона и нигде в службе не находился; а 1811 г. июля 1-го

дня по особенной рекомендации бывшего министра народного просвещения графа Алексея Кирилловича Разумовского, объявленной Комитету через предложение его сиятельства, принят в Академию на ваканцию комиссара у продажи книг, каковую должность до сего времени отправляет с отличным усердием и пользой для Академии»⁵. По воспоминаниям Г.И. Филипсона⁶ [19], Вильгельм Майер был «крепкого сложения, бодрый умом и телом 70-летний старик ... крайних либеральных убеждений; он был масон и деятельный член некоторых тайных политических обществ, которых было множество в Европе между 1809 и 1825 гг. Как учёный секретарь Академии, он получал из-за границы книги и журналы без цензуры. Это давало ему возможность следить за политическими событиями и за движением умов в Европе». И далее: «Старик кончил жизнь самоубийством. Добрая жена его умерла. Старший сын пропал без вести. Младший – Николай остался круглым сиротой». Согласно [16], воспоминания Филипсона несколько уточняются материалами Архива Академии: Вильгельм Майер «в течение 16 лет (с 1811 по 1827 г.) был комиссаром книжной лавки Академии наук. Он вёл деятельную переписку с заграничными книготорговцами, получая от них иностранные издания и сбывая им издания Академии наук». В переписке по Академии, начатой 15 марта 1827 г., в частности, говорится, что Вильгельм Майер «не выполняет сделанного с ним в

⁵ Архив Академии наук (Ленинград), фонд № 4, опись № 2 за 1817 г., дело № 1, лл. 6–9. Здесь и ниже цитаты даны по [17], где приведена ссылка на указанный архивный документ. Об авторе этой очень интересной статьи [17] Н.И. Бронштейн мне удалось узнать из [18] только то, что она была научным сотрудником Института русской литературы АН СССР и погибла в Пятигорске в 1942 г. во время оккупации.

⁶ Григорий Иванович Филипсон (1809–1883) – русский генерал, сенатор, участник Кавказской войны.

1818 г. условия и не представляет по себе 5.000 рублей поручительства». Далее из материалов Архива следует, что последний срок взноса указанной суммы был назначен на 1 мая 1827 г. В ночь на 2 мая Вильгельм Майер скрылся из дома, оставив записку, 1.250 рублей ассигнациями, несколько серебряных монет и полную лавку книг – казённых и ему лично принадлежавших. По этому поводу Комитет правления Академии наук писал 2 мая 1827 г. санкт-петербургскому обер-полицеймейстеру: «На второе число сего мая, в ночи, отлучился неизвестно куда служивший при Академической книжной лавке комиссар – иностранец Вильгельм Майер, вследствие чего Комитет покорнейше просит ваше превосходительство дать предписание кому следует, чтобы упомянутого Майера, который от роду имеет за 60 лет, волосы на всей голове довольно плотно выстриженные и седые, нос большой и вообще склад лица, свойственный евреям, по-русски говорит нечисто, нигде не держать и, ежели где окажется, то немедленно представить в Академию наук». Согласно [17], «дальнейшая судьба Вильгельма Майера по делам Академии наук остаётся невыясненной, но впредь он уже именуется “покойным”». Конечно, читатель давно понял, что Вильгельм Майер помянут не случайно, а как известная нам отправная точка в родословной А.Г. Майера. Но естественно возникает вопрос, по какой причине мы знаем разные детали о жизни и деятельности вполне рядового служащего начала XIX века? Ясно, что воспоминания Филипсона, написанные в XIX веке, никак не могли быть инициированы появлением в XX веке математика А.Г. Майера. Ответ состоит в том, что младший сын Вильгельма Майера, Николай Васильевич Майер, был человек совершенно неординарный и необычайно яркий. Кроме Филипсона, который писал: «Из новых знакомых особенно

замечателен был Н.В. Майер. Дружбе его я многим обязан и потому очень бы хотел изобразить его таким, как он был, но едва ли сумею: так много сталкивалось разнообразных, а нередко и противоположных качеств в этой личности, далеко выступавшей из толпы», воспоминания о Н.В. Майере оставили Н.П. Огарёв⁷ [20] и Н.М. Сатин⁸ [21]. Наконец, Николай Васильевич Майер был приятелем М.Ю. Лермонтова и послужил прототипом доктора Вернера из «Княжны Мери». По утверждениям литературоведов, доктор Вернер – единственное действующее лицо романа «Герой нашего времени», чей прототип не вызывает сомнений. По словам Сатина (см. [21]), «Лермонтов снял с него портрет поразительно верный; но умный Майер обиделся, и, когда «Княжна Мери» была напечатана, он писал ко мне о Лермонтове: «Pauvre sire, pauvre talent» («Ничтожный человек, ничтожный талант!»)»



Николай Васильевич
Майер

Вот этот словесный портрет доктора Вернера-Майера из «Княжны Мери»: *«Вернер был мал ростом, и худ, и слаб, как ребёнок; одна нога была у него короче другой, как у Байрона; в сравнении с туловищем голова его казалась огромна: он стриг волосы под гребёнку, и неровности его черепа, обнаруженные таким образом, поразили бы фре-*

⁷ Николай Платонович Огарёв (1813–1877) — русский поэт, ближайший друг А.И. Герцена.

⁸ Николай Михайлович Сатин (1814–1873) – русский поэт-переводчик.

ногола странным сплетением противоположных наклонностей. Его маленькие чёрные глаза, всегда беспокойные, старались проникнуть в ваши мысли. В его одежде заметны были вкус и опрятность; его художавые, жилистые и маленькие руки красовались в светло-жёлтых перчатках. Его сюртук, галстук и жилет были постоянно чёрного цвета. Молодёжь прозвала его Мефистофелем... Мы друг друга скоро поняли и сделались приятелями, потому что я к дружбе неспособен».

У профессора Майера имелся показанный здесь автопортрет Н.В. Майера, который он предоставил известному советскому лермонтоведи И.Л. Андронику (1908–1990) по просьбе последнего⁹. Андроник считал, что «кроме глаз Вернера, которым Лермонтов сообщил чёрный цвет, в остальных деталях его наружность совершенно совпадает с автопортретом Майера и впечатлениями очевидцев».

Про Н.В. Майера много и интересно написано в [17]–[21] и [23]. Здесь отметим только, что он действительно был доктором: в 1827 г. окончил Медико-хирургическую академию в Санкт-Петербурге, в 1833 г. служил уездным врачом в Пятигорске, а в 1834 г. был переведён в распоряжение «начальника Кавказской области» генерал-лейтенанта А.А. Вельяминова. Зимой доктор Майер проводил в Ставрополе, сохранился дом в бывшей усадьбе Щербаковых (сейчас ул.

⁹ Как рассказала дочь А.Г. Майера Наталия Артемьевна Казакова, И.Л. Андроник с трудом расстался с этим портретом – пришлось специально ездить в Москву, чтобы вернуть портрет. Заметим ещё, что в архиве академика А.А. Андропова (1901–1952) сохранилось письмо от 18.05.1948 (оно опубликовано в [22]), в котором он приглашал Андроникова принять участие в изучении биографии Н.И. Лобачевского. Ответил ли на это письмо Андроников мне неизвестно, но в изучении биографии Лобачевского он участия не принимал.

Дзержинского, 183), где он квартировал, и построенный им позже собственный каменный одноэтажный дом (сейчас сильно видоизменённый дом 90А по ул. К.Маркса, см. рис.1).



Рис. 1

В 1841 г. в Керчи, где Н.В. Майер жил с 1839 г., он женился на немке Софье Андреевне Дамберг. В 1842 г. у них родились близнецы Николай и Григорий. Умер Н.В. Майер 7 февраля 1846 года в возрасте 40 лет и погребён на городском кладбище в Керчи.

На рис. 2 приведён фрагмент генеалогического дерева Майеров. Мы пройдем только по двум ветвям этого дерева. Первая из них, идущая через крупного горного инженера Григория Николаевича Майера (1842–1920) и его сына, участника сражений Первой мировой войны полковника-артиллериста Николая Григорьевича Майера (1873–1939), описана в [24], откуда мы узнаём, что дочь последнего, Мария Мальм-Майер (1906–1984), является матерью современного музыканта Евгения Мальм-Майера. Отец Евгения,

преподававший в Нейрохирургическом институте в Ленинграде, был репрессирован. С началом войны многочислен-

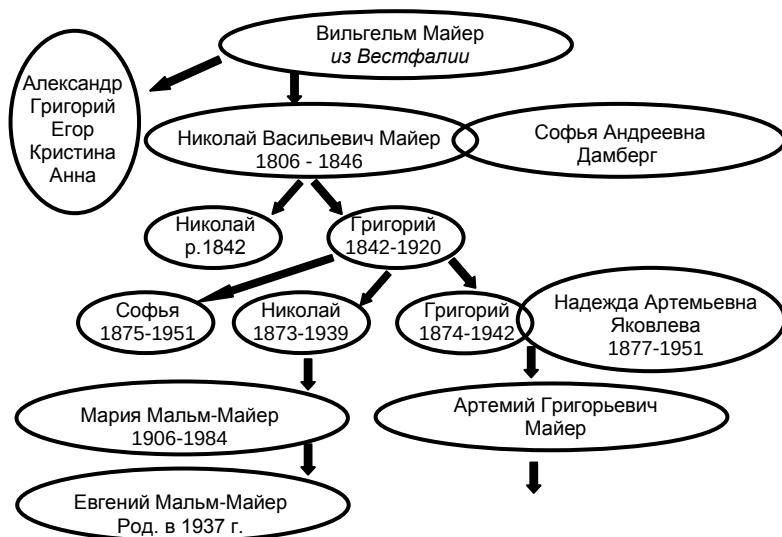


Рис. 2

ная семья из Севастополя эвакуировалась в Элисту, но под немецкую оккупацию всё же попала. Позже, через лагерь для перемещённых лиц в Австрии, семья попала в Аргентину, где Евгений Мальм окончил школу, техникум и консерваторию по классу дирижирования, был организатором и руководителем русских хоров «Ивушка» и «Знаменный», работал переводчиком, преподавал. В 1976 году Е. Мальм участвовал в постановке «Бориса Годунова» в оперном театре Буэнос-Айреса. Позже он был стипендиатом Института им. Гнесиных¹⁰ в Москве. После окончания курса Е. Мальм на короткий срок возвращается в Аргентину, а затем пере-

¹⁰ Современное название – Российская академия музыки имени Гнесиных.

езжает с женой в Барселону, где семья живёт уже более 30 лет. Здесь он стал носить двойную фамилию, поскольку в Испании носят фамилии и отца, и матери. Е. Мальм-Майер работал с хором Каталонской православной церкви, готовил передачи для национального радио Испании, занимался со студентами, читал лекции по истории музыки, сотрудничал с испанскими музыкальными театрами. В настоящее время он руководит камерным хором «Арс-Аниме» (сайт этого хора в Интернете <http://www.arsanimae.org>).



Евгений Мальм-Майер

Судя по всему, ни автор статьи [24], ни Евгений Мальм-Майер ничего не знают о судьбе представителей другой ветви дерева Майеров, которая идёт от Григория Николаевича Майера через его второго сына, инженера Григория Григорьевича (1876–1943). В 1905 г. у Григория Григорьевича Майера и его жены Надежды Артемьевны (в девичестве Яковлевой) и родился будущий математик Артемий Григорьевич Майер.

Биография А.Г. Майера

В архиве сохранился рукописный черновик автобиографии, написанный А.Г. Майером в 1947 году – см. рис. 3. Почерк А.Г. Майера вполне разборчив, так что есть возможность привести расшифровку этого документа, что и сделано ниже; прямым шрифтом в скобках – некоторые добавленные мной дополнительные сведения.

Автобиография Майера А. Г. 70-126
 р. 1905 г. Отец - инженер (умер в 1942 г.), мать - дом.
 (ныне живёт в Москве).
 с 1926 г. физ.-матем. факультет Моск. Гос. Универс.
 по специальности "теория чисел". В 1930 г. закончил
 курс в Ин-те Матем. и мех. при МГУ.
 с 1931 г. ассистент кафедры физики.
 1932 г. был курсовым ассистентом на физико-математическом
 факультете МГУ;
 с 1938 г. работает ст. ассистентом в Ленин. Сталинск.
 СССР.
 1939 г. преподавал на подготов. отделении Моск.-Ленин. Ун-та
 на Камен.-Математ.;
 1940 г. был ст. ассистентом в Моск. мех.-матем. Ин-те
 и. Таулина.
 затем ассистентом была назначен НК Проф. в Ленин.
 ун-та, доцентом по кафедре математической физики
 с 1930/31 - 1931/32 гг.
 с 1931 г. работал ст. науч. сотр. Ленин. Инст. Физико-
 Матем., с осени 1931 г. - доцентом кафедры математической
 физики Моск. Университета; с сентября 1946 г. - заведующий
 кафедрой физики в области квантовой электродинамики
 физико-математического факультета МГУ.
 Всего напечатано 10 работ,
 из них 2.
 работ на тему квантовой электродинамики в 1939 г.,
 в Матем. при МГУ
 много книг, при этом.
 7

А. Майер

Рис. 3

Автобиография Майера А.Г.

Родился в 1905 г. (В г. Дмитриев Курской губернии.)
 Отец - инженер (умер в 1942 г.), мать - дом. хозяйка (ныне живёт в Москве).

Окончил в 1926 г. физ.-матем. факультет Моск. Гос. Университета по специальности «теория чисел». В 1930 г. закончил аспирантуру в Ин-те Матем. и Мех. при МГУ. (Руководителем А.Г. Майера в аспирантуре был известный математик А.Я. Хинчин (1894–1959)).

Во время аспирантуры работал:

В 26/27 г. вёл курс высшей математики на геолого-географическом факультете МГУ.

(?)–1928 гг. работал ст. статистиком в Центр. Статист. [управлении] СССР.

В 8/9 г. преподавал на подготов. отделении Мех.-Маш. Ин-та им. Каган-Шабшая.

В 29/30 г. был ст. ассистентом в Моск. Мех.-Маш. Ин-те им. Баумана.

По окончании аспирантуры был направлен НКПрос'ом в Горьк. Педаг. Ин-т, доцентом по кафедре математики, где и работал в 1930/31 и 1931/32 гг.

С 1931 г. работаю ст. научн. сотр. Горьк. Иссл. Физико-Техн. Ин-та, с осени 1931 г. – доцентом кафедры математич. анализа Горьк. Гос. Университета; с сент. 1946 г. – заведую ею.

Научную работу вёл в основном в области качественной теории дифференц. уравнений и её приложений к теории колебаний и к теории автоматич. регулин. Всего напечатано 10 работ, [готовятся] 2.

Диссертацию на степень кандид. ф.-м. наук защитил в 1939 г., в Ин-те Матем. при МГУ.

Имею семью: жена, трое детей.

1947

А. Майер

А.Г. Майер не упомянул, что с 25 апреля 1933 года по 8 февраля 1934 года он был деканом физико-математического факультета¹¹.

В 1996 г. Е.И. Гордон¹² и я посетили Е.А. Леонтович-Андронову специально с целью поговорить о Майере, у меня хранится аудиозапись этой беседы. Приведу фрагмент расшифровки из этой записи – рассказ Е.А. Леонтович-Андроновой о том, как А.Г. Майер попал в ГИФТИ¹³ в группу Андропова: *«Он [А.Г. Майер] был по распределению распределён в Нижний Новгород. Так что когда мы сюда приехали с Александром Александровичем [Андроновым], то он уже там был, он работал в пединституте, и Александр Александрович его к себе перетянул и пригрозил. В пединституте он чем-то занимался, он чем-то очень трудным, по моему, он занимался теорией чисел. Он говорил, что вот когда он работал по той тематике, которая у него была в Москве, что он как-то доходил до пределов мысли, что это очень тяжело. Так что он с большим удовольствием, по моему, связался с Александром Александровичем. Сменил тематику, которая для него была очень тяжела».*

Ещё один момент в тексте автобиографии требует разъяснения и заслуживает отступления от основной линии по-

¹¹ ЦАНО (Центральный архив Нижегородской области), ф.377, оп.6, д.9, л.53а. Приказ № 374 от 27.04.33 о назначении доцента А.Г. Майера деканом физико-математического факультета.

¹² Евгений Израилевич Гордон, профессор Восточного Иллинойского университета (США), сын И.И. Гордона. В описываемое время был профессором Нижегородского университета.

¹³ Горьковский (сейчас Нижегородский) научно-исследовательский физико-технический институт, был образован в 1930 г. как самостоятельное научное учреждение республиканского значения, затем в 1932 г. был включен в систему Горьковского государственного университета (ГГУ).

вестования. Дело в том, что сейчас мало кто знает, что это за учебное заведение «Мех.-Маш. Ин-т им. Каган-Шабшая» и кто такой Каган-Шабшай.

Институт, на подготовительном отделении которого А.Г. Майер преподавал в 1928 – 1929 гг., был образован в 1920 году и позже получил название «Государственный Электромашиностроительный Институт имени Каган-Шабшая» (ГЭМИКШ). Это был весьма необычный ВТУЗ, созданный с целью образования полноценных инженеров за 2–3 года против обычных в то время 6–7 лет. Основным путём для реализации этой цели было создание органичной связи между образованием и промышленностью. Вступительных экзаменов было пять – три устных: алгебра, геометрия и тригонометрия – и два письменных: геометрия и алгебра с тригонометрией. 4 дня в неделю студент работал на заводе, 2 дня в неделю по 10–12 часов (!) происходило теоретическое обучение. Институт имел шесть курсов и только один месяц каникул, так что в год проходило по три курса, и через два года студент получал звание инженера, если не проваливался на каком-нибудь экзамене. В случае хотя бы одного провала студент оставался на курсе второй раз. Третий раз оставаться на одном курсе было нельзя. Максимальный срок пребывания в институте – три года.

Не следует особенно удивляться, что такой нестандартный институт принимался в штыки тогдашним Министерством образования – Наркомпросом. Руководство института решило искать защиту, и 9 мая 1928 года в ЦК ВКП(б) состоялась двухчасовая беседа бюро фракции ВКП(б) ГЭМИКШа и Я.Ф. Каган-Шабшая со Сталиным. Стенограмма этой беседы опубликована в [25] (см. также [26]). В частности, Сталину было доложено, что «у нас есть Рабфак и физико-математическая школа (средняя школа)», «имея еже-

годный контингент 330 человек, выпускаем 150 человек». Сам Каган-Шабшай, отвечая на вопросы Сталина, говорил: «Мы должны сказать с полной ответственностью, что мы даём промышленности научно крепко воспитанного и образованного человека, но на другой, принципиально иной научной базе <...>. Мы приблизили почти к университетскому развороту главным образом вопросы математики и механики, ибо это есть действительно научная база инженера – работника индустрии, а не её чиновника. <...> Вопросы университетской науки математики и механики в количественном и качественном отношениях поставлены у нас, как нигде. Здесь мы вытягиваем на максимум»¹⁴.

Тем не менее, в 1933 году ГЭМИКШ был расформирован. Позднее в его здании (Страстной бульвар, дом 27/16) располагался МАТИ (Московский авиационный технологический институт)¹⁵, а станкоинструментальный факультет ГЭМИКШа был преобразован Каган-Шабшаем в Московский станкоинструментальный институт¹⁶.

Но, пожалуй, самое необычное состоит в том, что слово «государственный» в названии ГЭМИКШа не отвечает действительности – институт был создан Каган-Шабшаем на его личные средства. Таким образом, в 20-е годы в Советском Союзе существовало частное высшее учебное заведение!

Яков Фабианович Каган-Шабшай (1877–1939) получил разностороннее образование и благодаря чрезвычайной энергичности и работоспособности воплотил в жизнь мно-

¹⁴ В это легко поверить, зная, что на подготовительных курсах работали математики такого уровня, как А.Г. Майер.

¹⁵ Нынешнее название: МАТИ – Российский государственный технологический университет имени К.Э. Циолковского.

¹⁶ Сейчас он называется МГТУ «Станкин».

гие свои проекты. В своей автобиографии он писал: «С 1910 года не был в отпуске» (см. [27]), а близко знавшие его добавляли, что с того же времени он ни разу не имел выходного дня. Из той же автобиографии: «В 1896-м окончил классическую гимназию в г. Могилёве, после чего поступил в Киевский ун-т на медицинский факультет, который не закончил, а перешёл на математический факультет этого же ун-та, который окончил в 1902 году¹⁷. В том же году поступил в Льежский электротехнический институт (в Бельгии) на 3-й курс и окончил его с отличием. После окончания Льежского института в качестве молодого инженера около года пробыл в Берлине на з-де «Сименс и Шуккерт», откуда в 1920 г. поступил инженер-электриком на Московский Электрический завод Вестингауза. В 1910 году стал заниматься научной деятельностью и консультационной работой. В 1920 году организовал Институт инженеров-электриков производителей, в дальнейшем Государственный электромашиностроительный институт моего имени, где был вплоть до конца 1931 года директором и профессором электромашиностроения, заведующим той же кафедрой».



Яков Фабианович
Каган-Шабшай

В упоминавшейся выше беседе Каган-Шабшай сказал о себе Сталину: «Я ведь сам человек Запада и должен вам ска-

¹⁷ Я.Ф. Каган-Шабшай закончил университет не в Киеве, а уже в Одессе (примечание автора).

зять, что там именно инженер высшей квалификации и составляет кадр инженеров-производственников». Этот «человек Запада» не был членом партии, но по убеждениям был патриот и государственник. Ещё в 1905 году он писал¹⁸ о необходимости создания в России «национального производства, развивающегося на собственные средства и силы, а не идущего на поводу у иностранцев» – тезис, не утративший злободневности и сегодня.

Вот фрагмент яркого описания личности Я.Ф. Каган-Шабшая в [27]: «Это был человек, обладавший способностью – где бы он ни находился, на каких поприщах бы ни выступал – будоражить мысль. Каган-Шабшай считал наилучшим способом для выяснения истины научный спор и имел репутацию непобедимого полемиста. В нём присутствовало редкое сочетание качеств. Он был крупным инженером-практиком и глубоким теоретиком – физиком и математиком. Незаурядность этой богато одарённой натуры проявлялась ещё и в том, что при «повышенной», как он сам выражался, технической подготовке он был человеком классического образования и широких гуманитарных интересов. Он знал по меньшей мере пять иностранных языков – из древних латынь, древнегреческий и, по-видимому, иврит, из живых – французский, немецкий, не говоря уже об идише. Это был человек, сумевший проявить себя на разных поприщах, и на каждом из них – будь то производство, наука, педагогика или художественное собирательство – осу-

¹⁸ В 1940–1941 годах в Москве было подготовлено трёхтомное собрание сочинений Каган-Шабшая. Это издание не было осуществлено, но сохранилась издательская вёрстка первого тома (ЦММЛС, ф. 70, ед. хр. 20), который, помимо научных статей, включал в себя развёрнутую «Автобиографию» Каган-Шабшая (1939), а также некрологи и воспоминания о нём.

ществить собственный неординарный подход к делу. В любой области, где бы он ни начинал работать, Каган-Шабшай становился ведущим лицом, если не формально, то по существу».

Про ГЭМИКШ сейчас мало кто знает. Больше известна деятельность Я.Ф. Каган-Шабшай на «культурном фронте». Почти сразу после приезда в Москву в конце 1900-х годов он начал собирать произведения искусства, и уже к середине 1910-х годов был одним из самых авторитетных коллекционеров Москвы. Он мечтал создать первую еврейскую художественную галерею в Москве. Но галерею открыть не удалось – Моссовет отказал в просьбе выделить участок под строительство галереи на собственные средства Каган-Шабшай. Его коллекция к началу 1920-х годов «включала свыше 300 произведений живописи, скульптуры и графики более чем 30 мастеров. Её ядром была исключительная по полноте и художественной ценности подборка работ Шагала...» [27]. Сам Марк Шагал писал в [28]: «Каган был одним из первых покупателей моих картин. Он выбрал несколько штук для национального музея, который собирался основать». Каган-Шабшай в разные годы поддерживал Шагала и других художников как меценат. Подробности об этом, как и о судьбе коллекции Каган-Шабшай, см. в [26], [27].

Вернёмся теперь к биографии А.Г. Майера – к пункту *«Имею семью: жена, трое детей»* его автобиографии. А.Г. Майер женился в 1926 году на Нине Фёдоровне Морошкиной (1901–1971), внучке известного русского юриста, профессора Московского университета Фёдора Лукича Морошкина (1804–1857). Их старший сын Александр Артемьевич Майер (1927–1997) был заслуженным деятелем науки и техники, профессором Российского химико-технологического

университета им. Д.И. Менделеева, заведовал кафедрой химической технологии керамики и огнеупоров (1974–1976) и кафедрой химии и технологии кристаллов (1976–1995). Второй сын, Николай Артемьевич Майер (1932–2012), тоже был крупным химиком, членом-корреспондентом НАН Бе-



Александр
Артемьевич
Майер



Николай
Артемьевич
Майер

ларуси. В органической химии известна реакция Разуваева–Ольдекопа–Майера¹⁹. Дочь Артемия Григорьевича и Нины Фёдоровны, Наталия Артемьевна, 1937 года рождения, в замужестве Казакова – кандидат физико-математических наук, преподавала в Нижегородском архитектурно-строительном университете (ННГАСУ).

В 1950 г. А.Г. Майер оставил семью, вне семьи у него в 1950 г. родился сын Алексей.

¹⁹ Реакция инициированного декарбоксилирования диацилатов ртути; Н.А. Майер и член-корреспондент НАН Беларуси Ю.А. Ольдекоп (1918–1992) были учениками академика АН СССР Г.А. Разуваева (1895–1989), основателя Института металлоорганической химии (в настоящее время – Институт металлоорганической химии им. Г.А. Разуваева РАН).

**А.Г. Майер в Нижегородском (Горьковском)
университете**



Артеми́й Григо́рьевич Ма́йер начал работать в Нижегородском университете с осени 1931 г. в должности доцента кафедры математического анализа, а с 1946 г. до конца своей жизни заведовал этой кафедрой. После защиты (1947 г.)

докторской диссертации он в 1948 г. был утверждён ВАК в звании профессора. Этот короткий послужной список совершенно не раскрывает активное участие А.Г. Майера в жизни университета и его особую роль в развитии математики в Нижнем Новгороде. Об этом и будет рассказано ниже на основании архивных документов и собранных автором как опубликованных, так и неопубликовавшихся воспоминаний о Майере.



2-й курс отделения «Теория колебаний» физфака ГГУ, 1933 г.
В центре за столом сидят А.А. Андронов (слева) и А.Г. Майер

Начнём с заметки из архива профессора Д.А. Гудкова²⁰, которая, насколько мне известно, не публиковалась и пред-

²⁰ Дмитрий Андреевич Гудков (1918 – 1992) – замечательный математик, решивший знаменитую задачу о кривых степени 6 из первой части 16-й проблемы Гильберта. Отметим также его совершенно нетривиальное исследование нижегородского периода биографии Н.И. Лобачевского [22]. О жизни и деятельности Д.А. Гудкова см. [29] – [31].

назначалась, вероятно, для местной или стенной печати. Краткость заметки позволяет привести её текст полностью.

Артемиий Григорьевич Майер

Профессор А.Г. Майер играл заметную роль в повышении математической культуры в Горьковском госуниверситете. А.Г. Майер участвовал в разработке курса математического анализа (наряду с проф. И.Р.Брайцевым²¹ и проф. А.Г.Сигаловым²²).

Традиции, созданные им, сильны и сейчас. Читал А.Г. Майер и многие другие курсы: дифференциальные уравнения, теорию чисел, качественную теорию дифф. уравнений и т. д. Отмечу содержательный курс истории математики. Этот курс в Горьковском университете теперь забыт. Я особенно сожалею об этом, т. к. ценю исторический подход к развитию математических теорий в современной математике.

А.Г. Майер принадлежал к коллективу учёных, организованному академиком А.А. Андроновым. А.Г. Майер вёл большую научную работу и был симпатичным и привлекательным научным руководителем для своих учеников.

Вспоминается, что создание кафедры математики на радиофаке и «уход» с физмата был идеей Артемия Григорьевича. Очень жаль, что он не дожил до осуществления

²¹ Иван Романович Брайцев (1870–1947) – инициатор создания (1931 г.) и первый декан (до 1939 г.) физико-математического факультета Нижегородского университета, с 1942 г. до конца жизни заведовал кафедрой теории функций, созданной по его инициативе. Был также профессором Горьковского пединститута. И.Р. Брайцеву посвящена книга [32].

²² Александр Григорьевич Сигалов (1913–1969) – выдающийся математик, решил 20-ю проблему Гильберта. Об А.Г. Сигалове см. статью [33].

этой идеи, т. к. живо интересовался применением математики к радиофизическим проблемам.

Артеми́й Григо́рьевич любил стихи, математику и людей.

23.9.76 г.

Ученик проф. А.Г.Майера проф. Д. Гудков.

По поводу написанного в приведённой заметке сразу отмечу, что именно Д.А. Гудков реализовал идею Майера «ухода с физмата»: Гудков организовал в 1961 г. кафедру математики радиофизического факультета, которой руководил до 1978 г. рейдя на мехмат в качестве заведующего кафедрой геометрии и высшей алгебры (1978–1988 гг.), Д.А. Гудков восстановил чтение лекций по истории математики – он разработал новый курс, который, постоянно перерабатывая, читал до 1992 года. Что же касается подписи «ученик...», то, конечно, Гудков, как и многие другие нижегородские математики, может считать А.Г. Майера своим учителем, но научным руководителем Гудкова Майер считался, скорее всего, лишь формально: Д.А. Гудков неоднократно говорил и писал, что задачу строения теории грубости для алгебраических кривых предложил ему А.А. Андронов. По каким-то причинам нову было неудобно числиться руководителем, и он попросил об этом Майера.



Дмитрий Андреевич
Гудков

Мне известны несколько воспоминаний о лекциях А.Г. Майера. Так, Б.Н. Верещагин²³, однокурсник Д.А. Гудкова по физико-математическому факультету ГГУ и его многолетний товарищ, вспоминал:



Борис Николаевич
Верещагин

«Одним из близких и талантливых сотрудников Андропова, игравшим также весьма серьёзную роль в преподавании таких важных дисциплин, как теория дифференциальных уравнений и уравнения в частных производных математической физики, был доцент, впоследствии профессор математик Артемий Григорьевич Майер. Его прекрасные лекции давали нам, студентам, очень много».

Об отношении студентов к А.Г. Майеру (или А.Г. Майера к студентам?) много говорит фрагмент из воспоминаний неизвестного мне автора А. Борисова (газета «Горьковский Университет» за 28 сентября 1965 года):

«Студент получил двойку и уходит с экзамена без тени недовольства. Ему ясно, где его ошибки, что он недоработал. Вам случалось видеть такое? Мне вспоминается в

²³ Борис Николаевич Верещагин (1918–2008) студентом участвовал в работе семинара А.А. Андропова по качественной теории дифференциальных уравнений, защитил дипломную работу на тему "Некоторые случаи рождения циклов для квадратичного уравнения". Однако обстоятельства его жизни сложились так, что он оставил математику и стал крупным дипломатом-китаистом. Опубликовал книгу воспоминаний [34]. Приводимый далее фрагмент взят из <http://www.mccme.ru/~smirnoff/family/>.

этих случаях экзамен по математическому анализу у профессора А. Майера».

Вот пример буквально восторженных воспоминаний о лекциях А.Г. Майера из книги М.А. Миллера²⁴ [35]:

Напомню, что главным Математиком у нас можно было считать Артемия Григорьевича Майера. Это был пример антипеданта. Никакого занудства. Никакого «профессорства». Блестящая сообразительность и лёгкость. Последняя служила предметом осуждения со стороны некоторых его коллег. Я думаю, он был Математиком Полёта. Поэтому иногда его заносило.

В пламенных лекциях, экспромтных, свежееизготавливаемых прямо на виду у публики, он достигал максимального успеха, какой только можно представить: в конце каждого присутствия мне хотелось стать математиком! Возможно, не только мне! Пожалуй, не такой плохой критерий оценки «захватываемости профессией»!



Михаил Адольфович
Миллер

Ниже будут ещё воспоминания о лекциях Майера, но сейчас отмечу, что, помимо интенсивной научной работы и выполнения разнообразной учебной нагрузки, А.Г. Майер активно участвовал в университетской жизни. В характеристике²⁵, подписанной ректором университета, в частности говорится: «За время работы в

²⁴ Михаил Адольфович Миллер (1924–2004) – известный физик-теоретик, профессор и заведующий кафедрой электродинамики радиофизического факультета Нижегородского университета.

²⁵ Хранится в ЦАНО, ф.377, оп.8а, д.44, л.46.

университете тов. Майер принимал и принимает активное участие в общественной работе – работал членом бюро секции научных работников, хорошо работал на трассе оборонного строительства, за что получил грамоту Горьковского Комитета Обороны. Сейчас работает председателем²⁶ ревизионной комиссии Месткома и является председателем студенческого научного общества при университете».

О работе Майера на строительстве оборонных сооружений в октябре–декабре 1941 г. сохранился и ещё один документ²⁷, в котором сказано: «В работе на трассе особо отличились начальник колонны ассистент А.К. Шевелев, начальники и политруки сотен: ассистент М.С. Федотов, доцент А.Г. Майер, аспирант А.И. Кокорин, старший преподаватель Прилучный, О.Н. Шалыганова, доцент Н.А. Жулин, бригадиры аспирант Щербаков, студент Конаков, студентка Харченко, аспирант И.Г. Сумин и десятки других товарищей, отмеченных руководством строительства и Городским Комитетом Обороны».

В голодные военные годы А.Г. Майер был назначен членом «столовой комиссии»:

«1. Утвердить столовую комиссию при студенческой столовой № 24 в составе: Тарасова – студ. ГГУ, председатель; Гладышевой Л. – студ. ГПИ, зам. председателя; Бокаревси Л. – студ. ГПИ, член; Исаевой Н. – студ. ГПИ. член. Кокорина А.И. – аспирант ГГУ, член; Майер А.Г. – доцент ГГУ, член; Чупровой – студ. ГГУ, член < ...>

3. Установить, что в обязанности членов комиссии входит контроль за завозом продуктов в столовую и буфеты: контроль за качеством подготовки обедов в столовой: контроль за правильностью выполнения раскладки продуктов по пор-

²⁶ В цитируемом документе здесь описка – написано «преподавателем».

²⁷ ЦАНО, ф.377, д.53. Цитируется по [36].

циям в столовой и буфетах, <...> контроль за правильностью наценки на блюда в столовой и буфетах, <...> дежурство членов комиссии в столовой и буфетах по особому расписанию ...» (Из Приказа №1 ректора ГГУ от 23 января 1942 года, см. [37]).

По рассказу Н.А. Казаковой, дочери А.Г. Майера, в военные годы Артемий Григорьевич ездил со студентами на лесозаготовки, сдавал кровь для раненых.

О работе А.Г. Майера председателем оргбюро созданного в ГГУ в 1948 г. научного общества студентов (НСО) упоминает А.Я. Левин²⁸ (личное сообщение, январь 2014 г.). Воспоминания А.Я. Левина представляются мне очень интересными и ниже приводятся полностью.

Арте́ма Григорьевича Майера я довольно близко знал. Он был научным руководителем студенческого научного общества, а я сменил Витю Зверева²⁹ на посту то ли заместителя Майера, то ли председателя этого общества. Мы постоянно встречались с ним на заседаниях президиума общества. Он обычно приносил с собой виноград или другие фрукты для угощения студентов. После заседания мы вместе шли домой, так как он



Авраам Яковлевич
Левин

²⁸ Авраам Яковлевич Левин (род. в 1922 г.) в 1951 г. окончил с отличием исторический факультет Горьковского университета. Заведовал кафедрой психологии Нижегородского университета. С 1999 г. живёт в США.

²⁹ Виталий Анатольевич Зверев (род. в 1924 г.) – известный советский и российский физик, член-корреспондент РАН (*примечание автора*).

жил в домах на Алексеевской³⁰, и разговаривали. Он уговаривал меня заняться историей русской денежной системы времён Ивана Грозного. По его мнению, это очень интересная тема, так как сложность этой системы свидетельствует, что математические знания того времени были более продвинутыми, чем принято считать³¹. Я тогда сказал, что уже влез в историю Флоренции 14 – 16 веков. Он со знанием дела стал обсуждать со мной историю дома Медичи. Разносторонность его знаний была потрясающей. На юбилее профессора Некрасова³² он заявил, что может прочитать получасовую лекцию по любой заданной теме. Не помню, какие две темы ему предложили, но, как рассказывали очевидцы, он справился с ними блестяще.

Как-то во время такой прогулки мы подошли к ларьку на углу Октябрьской и Алексеевской, и он купил много разных овощей. Начал подсчитывать свой долг и сбился. Продавец, подсчитав в уме, назвал сумму и прибавил с укоризной: "А ещё в иляпе. Считать надо уметь". Артём Григорьевич засмеялся и сказал: "Не только в иляпе, но ещё и профессор математики". Когда мы отошли, он, продолжая смеяться, сказал: "Теперь до конца дней ему будет, чем гордиться". Он нарочно представился профессором, чтобы воздать должное и доставить удовольствие продавцу. Была в нём некоторая ребячливость. Как-то у лест-

³⁰ А.Я. Левин жил на улице Октябрьской, пересекающей улицу Алексеевскую (примечание автора).

³¹ Мне представляется, что эта мысль А.Г. Майера находит подтверждение в недавних исследованиях – см., например, [38], [39] (примечание автора).

³² Алексей Дмитриевич Некрасов (1874–1960) – советский зоолог, эмбриолог и историк биологии. С 1928 г. заведовал кафедрой зоологии Нижегородского университета (примечание автора).

ницы в тогдашнем главном здании на Свердловке³³ ко мне подошел незнакомый мужчина и сказал: "Здравствуй. Уже сдал сессию?" Я посмотрел недоуменно. Он расхохотался. А.Г. сбрил бороду и разыгрывал знакомых.

За те четыре года, которые я общался с Артёмом Григорьевичем и участвовал в университетской жизни, никаких проявлений особой приверженности официальной идеологии и политике у него я не наблюдал. Напротив, он весьма скептически реагировал на проявления особого рвения в демонстрации приверженности к линии партии. Вот, например, такой эпизод, который я вчера вспомнил. А.Г. был остроумен и быстро реагировал на ситуацию. Был у нас в университете профессор Воронцов³⁴. Он заведовал кафедрой зоологии на биофаке и занимал должность проректора по науке при ректоре Мельниченко³⁵. Он был ревностным борцом за выполнение очередных партийных постановлений. В 47–48 годах в соответствии с постановлением ЦК КПСС развернулась борьба против иностранного влияния (против преклонения перед иностранщиной). Например, на общеуниверситетском комсомольском собрании Воронцов выступил с обличительной речью, обвиняя студентов, что они толпами посещают кинотеатр «Палас»³⁶ (он был рядом с университетом в помещении нынешнего кукольного театра), где шла трофейная лента

³³ Улица им. Я.М. Свердлова, сейчас ей возвращено историческое название Большая Покровская (примечание автора).

³⁴ Евгений Михайлович Воронцов (1899 – 1971), с 1 января по 22 апреля 1946 г. – и.о. ректора ГГУ, с 1947 г. заведовал кафедрой зоологии Нижегородского университета (примечание автора).

³⁵ Андрей Николаевич Мельниченко (1904 – 1998), биолог, ректор ГГУ с апреля 1946 г. по август 1952 г. (примечание автора).

³⁶ Сейчас кинотеатр «Орлёнок» (примечание автора).

"Девушка моей мечты" с Марикой Рокк³⁷, и смотрят эту зарубежную порнографию. Из зала спросили: "А Вы видели этот фильм?" Воронцов с негодованием отклонил такое предположение. Тогда тот же голос спросил: "А откуда Вы знаете, что он порнографический?" Весь зал взорвался хохотом. Так вот, с этой же борьбой Воронцова против иностранщины связан эпизод столкновения Воронцова и Майера.

На Учёном Совете университета (тогда защиты проходили на общеуниверситетском совете) шла защита физической диссертации. Я не помню, был Горелик³⁸ руководителем соискателя или оппонентом. В ходе обсуждения Воронцов взял слово и, признавшись, что он ничего не понимает в содержании диссертации, упрекнул диссертанта в злоупотреблении иностранными словами. Горелик взорвался: "Так что, вместо скинэффекта говорить шкурэфф-фект? Есть международные термины".

После защиты в повестке дня Совета был отчёт Воронцова о работе кафедры зоологии. Докладывая о различных направлениях, он сказал: "В области орнитологии ..."

Тут Майер прервал его и бросил реплику: "Уважаемый коллега, Вы, вероятно, имеете в виду птицеведение?" Воронцов застыл, раскрыв рот. Члены совета рассмеялись. Потом хохотал весь университет.

Вот такие ехидные реплики были характерны для Майера.

³⁷ Марика Рёкк (1913–2004) – немецкая киноактриса венгерского происхождения (примечание автора).

³⁸ Габриэль Симонович (Семёнович) Горелик (1906–1956) – физик, автор знаменитого учебника «Колебания и волны», за «идеологические ошибки» в котором в 1952 г. подвергся травле. О жизни и деятельности Г.С. Горелика см. книгу [40] (примечание автора).

Он любил всякие розыгрыши. Например, когда кто-нибудь в отделе ГИФТИ чихал, он не реагировал. Потом, после какого-нибудь чихания, неожиданно говорил: "Будьте здоровы". Оказывается, он считал эти чихания и желал здоровья только на пятый чих. Объяснял эту странность поговоркой: "На каждый чих не наздравствуешься".

Здесь уместно привести ещё несколько свидетельств М.А. Миллера:

Но когда-то («в своё время») моё поколение – ну, его выделенная часть – любило такую интеллектуальную забаву, подсказанную нам удивительным и неповторимым человеком – профессором математики Артёмом Григорьевичем Майером (1905–1951) <...>. Игра-забава состояла в придумывании рассуждений, связующих два или несколько произвольно названных событий, фактов, «случаев из науки и жизни». И чем отдалённее – по смыслу – были эти случаи, и чем изощрённее и неожиданнее оказывались придумываемые связи, тем выше была оценка победы³⁹. (Из книги [41]).

Даже в житейском юморе он умел придавать своим высказываниям теоремно-подобную форму. Он говорил, например: «Миша, – его обращения почти ко всем нам были именные, – я знаю почти всех людей, которых могу и должен знать. Но я не умею их всех расставлять по именам и должностям! С возрастом число знакомых неуклонно растёт, а число запоминаемых и узнаваемых уменьшается.

³⁹ Например, воскрешение Иисуса Христа и какая-нибудь из теорем Ферма... или (пример В.И. Гапонова) – через сколько целований участника состязания «связывались», скажем, с У. Черчиллем. (Выигрывает тот, кто набирает меньше поцелуев. Помню, В.И. нашёл путь через Папу Римского и победил! А другой участник двигался через целование церковных икон и проиграл!)

Равновесие наступает где-то посерединке жизни, лет под сорок!» <...> А вот ещё одна забавная и вполне педагогичная «теоремка Майера» (увы! Но в моей обработке!): «Всякую мысль, сколь угодно сложно выраженную, можно представить в ещё более сложном виде, причём любым сколь угодно сложным образом усложняя её далее и далее» (из книги [35]).

Узнав из сообщения А.Я. Левина, что член-корреспондент РАН Виталий Анатольевич Зверев («Витя Зверев») был связан с А.Г. Майером, я попросил В.А. Зверева поделиться воспоминаниями, основная часть которых (личное сообщение, январь 2014 г.) приводится ниже.

Артеми́й Григо́рьевич действительно организовал научное студенческое общество, а меня, как самого сильного студента курса, поставил его председателем. Но сильным студентом я действительно был, а общественником был абсолютно никудышным. Не знал, что надо делать, и меня пришлось заменить. Но не это главное. Главное то, что из меня сделали научного работника, способного получать новые научные результаты, два преподавателя нашего ГГУ. Это Габриэль Семёнович Горелик и Артеми́й Григо́рьевич Майер. Причем последний – в наибольшей степени.

Мне довелось испытать на себе влияние Артемия Григорьевича как учёного и педагога. Что это сильно повлияло на меня сказать мало, почти ничего не сказать. Под его



Виталий Анатольевич
Зверев

влиянием и только под его влиянием я что-то новое смог самостоятельно сделать в науке!

Все мои научные подвиги описываются одним общим очень простым алгоритмом. Я получал новые результаты по физике, используя общее математическое описание физических явлений, относящихся к разным областям физики или к различным областям применения физики. Иных результатов у меня нет, а таких результатов довольно много, а этим методом меня вооружили два преподавателя ГГУ – Габриэль Семёнович Горелик (физическая основа метода) и Артемий Григорьевич Майер (математическая суть метода, вся его практическая основа).

Теперь как это было. С физикой и Г.С. Гореликом было просто, так как он именно этому методу настойчиво учил своих студентов на примере физики колебаний и волн. С математикой всё описать гораздо сложнее, и придётся начать очень издали. Будучи студентом, я с невероятным наслаждением, прямо с упоением слушал лекции Артемия Григорьевича. В его изложении математика выглядела необычайно увлекательной наукой, с необыкновенной захватывающей интригой. Лекции Артемия Григорьевича я слушал в ГГУ, в который поступил учиться, демобилизовавшись из армии после войны, по рекомендации своего близкого друга Михаила Адольфовича Миллера.

Лекции Артемия Григорьевича мне были понятны сходу и необычайно интересны. Помню такой случай. Только что закончилась лекция Артемия Григорьевича, в которой он блестяще рассказал о конформных преобразованиях. После лекции лабораторная работа. Я в этой работе применил только что услышанное конформное преобразование. У меня в результате работы появился график, в котором благодаря конформному преобразованию координат резуль-

таты измерений равномерно покрыли теоретически построенную зависимость. У преподавателей, принимавших у меня эту работу, глаза на лоб полезли от удивления таким результатом лабораторной работы.

Главное, что математика при всей её необычайной удивительности и увлекательности, превосходящей самые увлекательные детективы во много раз, абсолютно точная наука. Это неизменно подчёркивал и доказывал Артемий Григорьевич в своих лекциях. Лекции он читал без бумажки, беседуя с аудиторией запросто, все формулы выписывал по памяти. Он пояснял нам при этом, что каждая лекция от него требует длительной и тщательной подготовки, что у него есть и припасена шпаргалка, которая лежит в кармане и в любой момент может быть задействована, но таких моментов не было.

Но всего того, что сказано выше о педагогической деятельности Артемия Григорьевича, ещё крайне мало. Он умел много больше. Он передавал слушателям, а точнее мне, как его слушателю, своё наслаждение научной работой. Это неизвестно, как и чем передаётся, но как-то это передаётся. Для этого необходимо самому испытывать это наслаждение в такой сильной степени, чтобы оно, существенно ослабляясь с дистанцией, достигало до слушателя ещё в такой сильной дозе, которая способна его зажечь. У меня Артемий Григорьевич не только разжигал наслаждение наукой во время своих лекций, а научил меня самостоятельно разжигать этот огонь у себя впоследствии. Это то же самое, что научить человека ловить рыбу, а не кормить его искусно пойманной рыбой.

Артемий Григорьевич говорил нам, что преподаватели водят нас по им известным тропинкам, кем-то уже протоптанным и исхоженным. Наука находится в стороне от

этих тропинок, но никто не учит тому, как надо свернуть с исхоженной тропки и начать прокладывать свою, лежащую в стороне. Так вот, нас Артемий Григорьевич этому учил. Научились не все, но я этому научился именно от него, а без него нипочём бы не научился. Всё дело в том, что меня восхищала и притягивала к себе та математика, которую нам рассказывал Артемий Григорьевич.

Мне Артемий Григорьевич указал и открыл прямую дорогу к счастью, которая лежит через науку. Другим альтернативным путём к счастью является обладание деньгами, к чему многие стали стремиться в 90-е годы. Но это путь весьма сложный, который даже в случае успеха не всегда ведёт к цели, так как счастье за деньги не всегда купишь. Наука ведёт к счастью сразу, и оно при этом для всех доступно, но не все эту возможность осознают и не все преодолевают тот путь, который к этому ведёт, и ещё не все его знают. Артемий Григорьевич был человеком, который прошёл этот путь. Он был счастлив в науке, был счастлив, беседуя с нами, его учениками. У нас были при этом точно те же отношения, которые были с учениками у тех греческих мудрецов, которые делали науку в древние времена. Он владел секретом того пути, который ведёт человека в науку и счастье, и умел его показать!

Ещё об одной стороне педагогической деятельности А.Г. Майера рассказал мне П.Э. Сыркин⁴⁰: в 1939 году, учась в 10-м классе, он был слушателем цикла лекций для школьников, читавшихся известными нижегородскими учё-

⁴⁰ Павел Эммануилович Сыркин (род. в 1922 г.) – профессор Нижегородского государственного технического университета, создатель семейства V-образных автомобильных двигателей.

ными – А.А. Андроновым⁴¹, Г.С. Гореликом, Л.П. Радзишевским⁴², С.С. Четвериковым⁴³ и другими. Был в их числе и А.Г. Майер, который рассказывал школьникам, что такое топология. По-видимому, это была первая лекция по топологии, прочитанная в Нижнем Новгороде.



Выпускная фотография группы
радиофизического факультета ГГУ.
На прямоугольных фотографиях по краям
А.Г. Майер и А.А. Андронов.

⁴¹ Интересно, что, согласно рассказу П.Э. Сыркина, А.А. Андронов прочитал лекцию по астрономии, экстренно заменив отсутствовавшего лектора-астронома.

⁴² Леонид Павлович Радзишевский (1904 – ?) – профессор, первый заведующий кафедрой высшей алгебры ГГУ, созданной в 1938 г.

⁴³ С.С. Четвериков (1880 – 1959) – выдающийся советский генетик.

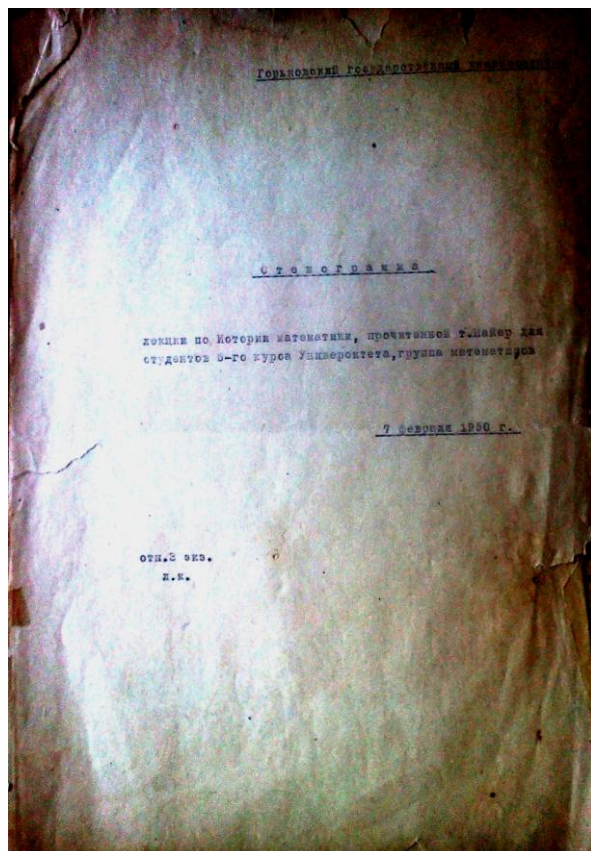
Следует сказать, что А.Г. Майер вообще уделял школьному математическому образованию большое внимание – он был хорошо известен школьным учителям как лектор Горьковского областного института усовершенствования учителей, организовал в университете математическую олимпиаду для школьников.

Курс А.Г. Майера по истории математики

Кроме курсов лекций по различным чисто математическим дисциплинам А.Г. Майер много лет читал «содержательный курс истории математики» (слова из приведённой выше заметки Д.А. Гудкова). Долгое время мне была известна только одна лекция из этого курса⁴⁴ – точнее, у меня был документ, озаглавленный «Стенограмма лекции по Истории математики, прочитанной т. Майер для студентов 6-го курса Университета, группа математиков» с указанием даты «7 февраля 1950 г.» и с несколько неожиданной пометкой «отп. 3 экз. л.к.» (рис. 4). Этот документ представляет собой 17 страниц машинописного текста в формате А4. Как выяснилось недавно (см. об этом ниже), один из «отп. 3 экз.» хранится в Архиве РАН (ф.1938, оп.1, д.461, лл.33–42).

Лекция начинается «с некоторых общих обзоров географии математики в первой половине и в начале второй половины XVIII века», приводятся «социальные и политические причины» того, что две из ведущих математических стран 17-го века, Англия и Германия, в начале 18-го века

⁴⁴ Кроме этого, в архиве Д.А. Гудкова я обнаружил написанный А.Г. Майером в 1948 году неоконченный текст «Александр Михайлович Ляпунов» (6 машинописных страниц).



Титульный лист стенограммы лекции,
прочитанной А.Г. Майером 7 февраля 1950 г.

Рис. 4

отошли в тень, а вместо них лидирующие позиции заняли Швейцария и Россия (обе последние цитаты из стенограммы). Далее рассказывается о создании Петербургской академии наук и довольно подробно – о деятельности Л. Эйлера, с включением в рассказ некоторых элементов его биогра-

фии, в том числе его взаимоотношений с М.В. Ломоносовым. Завершается лекция описанием подходов Эйлера к обоснованию анализа. Трудно адекватно судить о лекции по имеющейся стенограмме⁴⁵, а не по живому восприятию или хотя бы по авторскому тексту, но всё же можно отметить два обстоятельства: отсутствие каких-либо точных математических формулировок⁴⁶ и стремление А.Г. Майера излагать историю математики прежде всего как историю идей, что, конечно, непросто.

Три года назад в той части архива академика А.А. Андропова, которая хранится в Архиве РАН, обнаружили⁴⁷ четыре документа, касающиеся курса Майера по истории математики. Один из них – только что описанная выше лекция, второй (Ф.1938, оп.1, д.461, л.1) – написанный рукой Майера черновик «Программа по курсу истории математики» – представляет собой вполне стандартное по содержанию описание первых трёх пунктов хронологически построенного курса: 1. Общее введение; 2. Первобытный счёт, египетская математика; 3. Вавилонская математика. В качестве приметы времени стоит процитировать фрагмент из пункта 1: «Тезис Маркса об изменении мира. Значение руководящей роли партии и правительства в развитии математики в СССР; основные причины успехов советской математики».

Третий документ (ф.1938, оп.1, д.461, лл.2, 2об., 3) – написанные рукой А.Г. Майера черновые наброски, озаглав-

⁴⁵ Из текста стенограммы очевидно, что она не профессиональна как с точки зрения стенографирования, так и с точки зрения понимания стенографистом содержания.

⁴⁶ Может быть, в те годы для понимания лекции студентами 6-го курса достаточно было указать только название объекта или теоремы?

⁴⁷ При поиске Е.В. Губиной материалов для её статьи об А.А. Андропове [42].

ленные «О природе (зачёркнуто) математике». Это девять тезисов философского характера, которые касаются происхождения математики, её сопоставления с другими науками, проблемы появления и роли математических доказательств. Прочитую несколько интересных, на мой взгляд, утверждений А.Г. Майера: «Обычная концепция: научная математика смешивается с логической. Это противоречит всему представлению о науке и ставит математику в особое положение»; «По происхождению своему математика не отличается от других наук о природе: отдельные замечания дают возможность в отдельных случаях связать разные явления»; «Роль традиции в догреческой математике особо велика. Поэтому сравнительная слабость приёмов решения более простых задач, созданных в более раннюю эпоху, по сравнению с приёмами решения задач более сложных, рассмотренных позднее. Критерий истинности научного факта: согласие с опытом и традицией. <...> Нужны совершенно особые условия, чтобы вырвать математику из этого ряда наук. В отношении математики это – сравнительная с другими науками простота, бедность конкретных признаков изучаемого объекта, большая поэтому её развитость. Особые условия древней Греции эпохи VI – IV вв.: огромный накопленный материал, отсутствие традиции»; «Возникновение двух отношений к математике: демокритовского и пифагорейски-платоновского. <...> Беспомощность и неприменимость чистой платоновской концепции в чистом её виде». Далее следуют замечания по поводу «Начал» Евклида: «Ничтожность ряда постулатов. Отсутствие у Евклида ряда математических фактов. Особое внимание к математическим проблемам, имеющим мистический смысл». И в конце текста: «Крах абсолютной истинности – роль Лобачевского. Его неосознан-

ность до настоящего времени. Концепция аксиом в современной математике, воззрения Энгельса. Смысл доказательства в настоящее время в его фактическом употреблении».

Перейдём к наиболее объёмному документу – ф.1938, оп.1, д.461, лл.4–31 (среди этих листов имеются ещё несколько оборотных), при ссылках на который ниже будет указываться просто номер листа. Это записанный в разливном блокноте формата А4 неизвестным мне почерком курс лекций А.Г. Майера по истории математики, озаглавленный «История математики. 1950 – 1951 год» (рис. 5). Сразу замечу, что содержание этого документа, увы, не оправдало моих ожиданий. Нельзя сказать, что в нём мало интересного, но это не запись лекций, а весьма краткий (некоторые лекции занимают всего один лист) конспект, причём довольно странный. Странность эта заключается, прежде всего, в том, что в лекциях по истории математики совершенно нет геометрических чертежей и почти нет указания конкретных дат, формулировок математических утверждений, конкретных задач и т. п. Кроме того, на каждом листе блокнота красным карандашом отведены довольно широкие поля (рис. 6), на которых отмечаются ссылки, данные лектором (в том числе на труды классиков марксизма-ленинизма), а также моменты, когда на лекции возникала дискуссия. Запись весьма аккуратная, причём первые после титульного три листа документа (лл.5–7) первоначально вполне разборчиво написаны на отдельных листах, а затем дословно переписаны более аккуратно тем же почерком в блокнот (лл.7, 8, 8об.). Создаётся впечатление, что этот конспект составлялся по какому-то особому заданию.

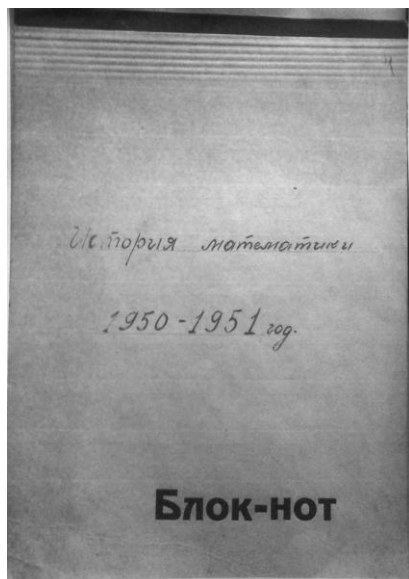


Рис. 5

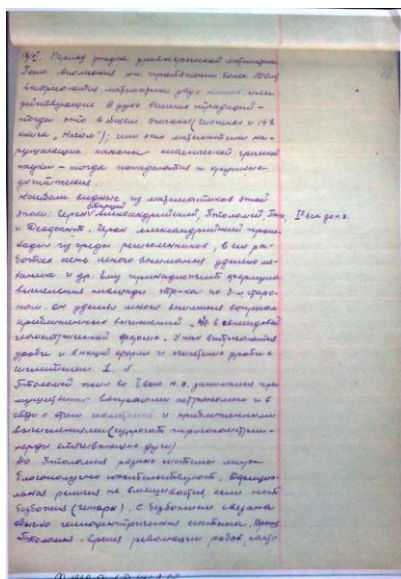


Рис. 6

Всего законспектированы 19 лекций: один раз в неделю с 2.09.1950 до 30.12.1950, плюс последняя лекция 12.02.1951. После вводного материала о математике как науке и о предмете курса изложение идёт хронологически, начинаясь с математики Древнего Египта и заканчиваясь предысторией анализа (Кеплер, Роберваль, Ферма, Паскаль, Валлис, Кавальери). Не имея возможности из-за большого объёма привести здесь конспект лекций полностью, ограничусь некоторыми цитатами, нужными для изложения следующего раздела.

Мнение А.Г. Майера о роли традиции уже встречалось нам в его наброске «О математике». В конспекте лекции 5 (30.09.1950, л.14) читаем: «О примерах силы традиций в

наше время. (Работы Лепешинской⁴⁸, её предшественников, долгая борьба за признание)» с указанием ссылки на полях: «"Большевик" №16, 1950 г.» Чуть ниже: «Сталин о традиции и её преодолении – умение преодолеть устаревшие традиции характерно и для передовой науки нашего времени» со ссылкой на полях: «Май 1938 – приём научных работников». В конспекте этой же лекции дважды утверждается об определяющей роли острой классовой борьбы в возникновении логического доказательства в Древней Греции.

В конспекте лекции 7 (14.10.1950, л.17) написано: «Эвклид и его «Начала», обычная оценка Эвклида как высокого образца логической строгости, оказавшего тем самым существенное и положительное воздействие на последующее развитие математики. Моя личная точка зрения: сознательный отрыв от практики, закреплённый в логической строгости изложения, гибелен для науки. Наличие в Эвклиде обобщений ради обобщений – первый признак ложного пути. Вопрос о возможных ложных путях в современной математике – самокритический пример А.Д. Александрова (Уч.Зап. ЛГУ №2, 1950 год)⁴⁹».

В конспекте лекции 9 (28.10.1950, л.19): «Научная несостоятельность проблемы совершенных чисел: Ленин о партийности в науке; точка зрения, диктуемая нам нашим классом, и понятие научности. О научности теоремы Ферма:

⁴⁸ Ольга Борисовна Лепешинская (1871–1963) – советский биолог, академик АМН СССР. Автор лженаучной теории о «неклеточном живом веществе», удостоенная за неё Сталинской премии первой степени.

⁴⁹ Александр Данилович Александров (1912–1999) – выдающийся геометр, академик АН СССР, в 1952–1964 гг. – ректор Ленинградского университета. Автор ряда статей по философии математики, написанных с позиций марксистско-ленинской идеологии. Указанную статью (и сам журнал за этот год) обнаружить не удалось, возможно, приведённая ссылка ошибочна.

уж очень много вокруг неё полезного построено – воздерживаюсь от осуждения». Чуть ниже: «Общая оценка Эвклида, идеалистический пифагорейский дух его и сознательный подчёркнутый отрыв его от практических задач. Применение ленинской формулы о гносеологических корнях идеализма. Последующее влияние Эвклида. <...> Резюме: в последующем Эвклид икона, на которую охотно молятся, но которой фактически не пользуются (масса почтения, мало применения)».

Из конспекта лекции 15 (9.12.1950, л.26): «Алгебра Омара Хайяма. О его личности (ещё раз об определении национальности математика по культуре, а не по племенной принадлежности)».

Из конспекта лекции 16 (16.12.1950, л.28об.): «Классовая борьба между демосом и аристократией древней Греции ввела в математику логику, классовая борьба между феодалами и буржуа зарождающегося капитализма ввела в математику элементы диалектики».

Ну и, разумеется, на протяжении всего курса – многочисленные ссылки на Энгельса. Примеры я не привожу, не сомневаясь, что читатель поверит и без примеров, поскольку рудимент ссылок на Энгельса жив и в современных курсах истории математики в России. Мне уже доводилось писать [43], что после того, как стало известно (см. [44]) о полном непонимании Энгельсом не только современной ему, но и совсем элементарной математики, такие ссылки вряд ли могут служить подкреплением какой-либо точки зрения.

«Хроника великой контroversы»

Заголовок этого раздела поставлен в кавычки, поскольку он заимствован из замечательной книги [45] Р.С. Гутера

и Ю.Л. Полунова о жизни Джироламо Кардано. Здесь речь пойдёт о, мягко говоря, контроверзе⁵⁰ между учёным советом физмата ГГУ и А.Г. Майером. Сразу надо сказать, что эти события отражены в работах нижегородского философа А.А. Касьяна и его школы (см., например, [46]–[48]), однако считаю необходимым вернуться к этому ещё раз. Дело в том, что работы [46] и [48] представляют собой широкое и объёмное исследование, в которых история с Майером является только одним из эпизодов, а статья [47], посвящённая конкретно «делу Майера», совсем небольшая. В результате, несмотря на аккуратное использование массива архивных материалов, документы «дела Майера» цитируются мало, а они, на мой взгляд, интересны и весьма поучительны. Кроме того, вся ситуация рассматривается в [46]–[48] с другой точки зрения, а мои оценки событий и их героев не всегда совпадают с изложенными в этих работах.

Ещё в 1947 году на закрытом университетском партсобрании ректор А.Н. Мельниченко говорил, что «доцент А.Г. Майер в своих лекциях по истории математики совершенно не говорит о борьбе материализма и идеализма в науке, не рассматривает диалектическое развитие науки, не говорит об историческом процессе того или иного течения в науке»⁵¹. Когда конкретно началось «подтравливание» А.Г. Майера, сказать трудно. Приведу фрагмент из статьи Е.И. Гордона [29] в его переводе.

«Вот один из рассказанных мне Д.А. [Гудковым] эпизодов травли А.Г. Майера, весьма ярко отражающий эпоху. На заседании кафедры математического анализа, которое

⁵⁰ Контроверза (от лат. *controversia*) – спор, полемика, дискуссия по спорному вопросу.

⁵¹ ГОПАНО (Государственный общественно-политический архив Нижегородской области), ф. 377, оп. 8, д. 360. Цитируется по [46], с. 259.

ведёт А.Г. Майер, заведующий кафедрой, являются с опозданием двое сотрудников совершенно пьяные. Громко топая сапогами, они проходят в аудиторию, садятся за стол и начинают вслух разговаривать на посторонние темы. А.Г. Майер требует, чтобы они ушли. Они в грубой форме отказываются. После того, как это повторяется несколько раз, Майер прекращает заседание кафедры. На следующий день ему объявляют выговор "за срыв заседания кафедры".

Д.А. говорил, что эти сотрудники выполняли партийное задание. Конечно, вряд ли было прямое поручение, но была создана такая обстановка, при которой подобные действия фактически поощрялись начальством. Вообще, Д.А. считал, что организаторы этой кампании травли А.Г. Майера сознательно хотели довести его до смерти, прекрасно зная о его тяжелой гипертонии.

Естественно, эти люди преследовали чисто корыстные цели. После изгнания настоящих математиков и педагогов с механико-математического факультета они сами возглавили кафедры, бездельничали и бдительно стремились избавляться от постоянно появлявшихся способных молодых людей, чувствуя в них потенциальную угрозу».

Возможно, по описанным причинам, возможно, в силу требований времени, а может быть, и в силу внутреннего побуждения А.Г. Майера, на кафедре математического анализа, которой он заведовал, ставились его доклады с явным идеологическим оттенком – например, в 1949 г. он докладывал «Об элементах идеализма в изложении курса анализа» (см. [48], с. 136). Доклад А.Г. Майера «О преподавании истории математики на физико-математическом факультете» на совете факультета 24 июня 1950 г. послужил прелюдией к обсуждению «идеологических ошибок профессора А.Г. Майера» в конце 1950 – начале 1951 гг. По-видимому,

материалы к этому обсуждению долго и тщательно готовились – я думаю, что описанные выше стенограмма «отп. 3 экз.» и конспект лекций служили именно этой цели. Кроме того, некоторые преподаватели факультета иногда появлялись на лекциях – А.Г. Майер назовёт их «гастролёры-посетители» (см. ниже).

Основные события развернулись на трёх заседаниях совета физико-математического факультета: 20 и 23 декабря 1950 года и 5 января 1951 года. В Государственном архиве Нижегородской области (ГАО) сохранилась стенограмма этих заседаний – фонд 377, опись 7, дело 130. Ниже при ссылках на это дело будут указываться просто номера его листов. Стенограмма содержит доклад А.Г. Майера «Предыстория создания математического анализа» (20.12.1950) и ответы докладчика на вопросы (39 машинописных листов формата А4), тезисы этого доклада в двух экземплярах (лл.103, 103об. и 112, 112об.; тезисы были розданы участникам заседаний), обсуждение этого доклада на заседании 23.12.1950 (50 листов) и продолжение обсуждения, заключительное слово докладчика, обсуждение проекта решения Совета и принятие решения на заседании 05.01.1951 (66 листов). Привести здесь такой объёмный материал не представляется возможным, но мне кажется важным, чтобы желающие могли прочитать основные документы полностью, поэтому они выложены в Интернет: см.

<http://www.unn.runnet.ru/nmo/abstracts/2014-04-08/>

Но есть более короткий документ, во многом характеризующий существо и стиль обсуждения, позиции участников, принятые решения (и, конечно, дух времени) – это статья «Об идеологических ошибках профессора А.Г. Майера в

курсе истории математики» в многотиражной газете «За Сталинскую науку»⁵² от 19 февраля 1951 года (см. рис. 7).



Рис. 7

Приведу выдержки из этой статьи (текстовые выделения мои).

За последние годы Совет физико-математического факультета уделял большое внимание вопросам улучшения идейно-теоретического содержания читаемых лекций. Совет неоднократно обсуждал на своих заседаниях препода-

⁵² Сейчас газета называется «Нижегородский университет».

вание курса истории математики проф. А.Г. Майера. <...> Выступавшие отметили, что проф. Майер допустил в докладе, а ранее и в вводной лекции по истории математики, **серьёзные ошибки антимарксистского и космополитического характера.**

Несмотря на стремление некоторых членов Совета (доцент Сигалов, доц. Гордон, доц. Неймарк) смазать остроту критики при обсуждении решения, Совет принял развёрнутое и острое решение, осуждающее ошибки проф. Майера. <...>

Профессор Майер неправильно характеризует роль теоретической науки в развитии техники и взаимоотношение между теорией и практикой. Он утверждает, что «не создание новых областей техники и новых орудий, а попытка объяснить уже известное – вот задача теоретической науки в описываемое время» (XVI – XVII века). <...>

Проф. Майер ошибочно указывает на отсутствие сознательного использования метода диалектического материализма советскими математиками.

Безусловно, ошибочна оценка эвклидовых «Начал», данная проф. Майером. Он пытался охарактеризовать «Начала» и лежащее в их основе стремление к формальной логической строгости как явление реакционное, сыгравшее «очень тяжёлую роль» в развитии математики.

Позиция проф. Майера в этом вопросе находится в резком противоречии с общепринятой в советской математике точкой зрения. <...>

Например, в вводной лекции по курсу истории математики он явно принизил значение работ Лобачевского. Говоря о Лобачевском, он не показал его как революционера в науке, не раскрыл научное историческое значение Лобачевского. Рассказ о геометрии Лобачевского в лекции проф.

Майера, по существу, свёлся к «доказательству» антинаучного и, объективно, космополитического утверждения о том, что «геометрия Лобачевского могла быть установлена и в древнее время». <...>

Следует отметить, что в заключительном слове проф. Майер в категорической форме отверг критику членов Совета и продолжал упорно отстаивать свои взгляды.

Странным было и поведение доц. Сигалова, который не присутствовал на первых двух заседаниях Совета (следовательно, не слушал доклад и прения) и в то же время нашёл возможным выступить против всех пунктов проекта решения. В грубой и демагогической форме он обвинил всех членов Совета в незнании основных фактов истории математики.

И под этим – подписи: «Доц. Беневоленский – декан физико-математического факультета, проф. Я. Шапиро, проф. В. Котов, доц. И. Лохин, доц. Н. Отроков».

Напомню, что этот текст опубликован в начале 1951 года, поэтому ряд сформулированных в нём обвинений можно сравнить с обвинениями в преступлениях уголовного характера.

Здесь нет места, чтобы подробно описать доклад А.Г. Майера. Отмечу только, что, на мой взгляд, это был в большей степени философско-математический, чем историко-математический доклад, хотя, конечно, история и философия математики тесно связаны. И в докладе, и в тезисах А.Г. Майер ещё раз высказал своё отношение к Евклиду: «"Начала" Эвклида создавались не в эпоху подъёма рабовладельческого строя, не в эпоху его развития, а в эпоху упадка. И черты этой эпохи упадка нашли своё отражение в "Началах" Эвклида. И, благодаря этому, "Начала" Эвклида

в дальнейшем сыграли очень тяжёлую роль на последующих этапах» (л.26об.). Кроме того, в докладе А.Г. Майер выделил четыре этапа в развитии математики: «Я бы сказал так, что в истории математики можно отметить четыре крупных этапа, три из которых осуществились, а один нет.

Первый крупный этап – это создание математического метода, это выработка общего метода, которым решаются те или иные задачи. Это в основном догреческая математика, это эпоха очень ранняя, трудно сказать, когда она осуществилась в Египте, но от математики-рецепта пришли к математике-методу, выработав общий метод, однообразный.

Второй этап, и я считал бы, может быть, более важный по своему значению, это введение в математику формальной логики. Это самое блестящее завоевание древнегреческой математики, эпоха её подъёма, эпоха её развития <...>.

И третий этап, когда математика стихийно, помимо желания её работников, включила в себя те вещи, которые связаны с диалектикой <...>.

Четвёртый этап, на грани которого мы сейчас стоим, это сознательное введение диалектики в математику, это то, что ещё не сделано полностью» (л.26, 26об.).

В ходе доклада А.Г. Майером были подвергнуты резкой критике средневековая «схоластическая математика, эти самые вещи, которые так высоко расцениваются современными и прошлыми идеалистами в области истории науки» (л.35об.) и персонально – П. Дюгем⁵³, Ф. Клейн,

⁵³ Пьер Морис Мари Дюгем (Дюэм) (1861–1916) – французский физик, математик, философ и историк науки, упоминался В.И. Лениным в «Материализме и эмпириокритицизме» как приверженец махизма. Дюгем одним из первых развивал представления о духовном подъёме в европейской культуре во время, предшествовавшее эпохе Возрождения.

И. Цейтен⁵⁴, Э. Белл⁵⁵, которые в своих сочинениях давали в той или иной мере положительную оценку роли схоластики, и «ученик схоластической школы» Б. Кавальери⁵⁶ (л.36).

Само собой, с современной точки зрения доклад перенасыщен цитатами из классиков марксизма-ленинизма. Вот только один пример (л.25): «... зачитанное мной место у Энгельса с полной отчётливостью говорит, что предыстория создания математического анализа – это история того, каким образом в математику стала входить диалектика...»

После доклада А.Г. Майер ответил более чем на 20 вопросов, после чего заседание было закрыто.

Обсуждение доклада А.Г. Майера на заседании совета 23 декабря 1950 г. начал профессор В.Ф. Котов. В его весьма длинном (17 страниц стенограммы – лл.1–9 с оборотными) и неуважительном по отношению к докладчику⁵⁷ выступлении и доклад, и тезисы, и курс лекций А.Г. Майера по истории математики были подвергнуты крайне резкой критике: «Тезисы и доклад называются «Предыстория создания математического анализа». Термин «предыстория», мне кажется, не является строго научным. Если Майер думает иначе, пусть он попробует дать научное определение предмета «истории» и «предыстории» создания науки» (л.1). «Тезисы и доклад содержат огромное количество

⁵⁴ Иероним Георг Цейтен (1839–1920) – датский математик и историк математики, на русский язык переведены его книги [48] и [49].

⁵⁵ Эрик Темпл Белл (1883–1960) – американский математик шотландского происхождения, на русский язык переведена его книга [51].

⁵⁶ Бонавентура Кавальери (1598–1647) – итальянский математик, автор «метода неделимых».

⁵⁷ В этой части стенограммы почти всюду напечатано без звания и без инициалов «Майер», а «проф.» приписано чернилами позже, чему найдётся явное объяснение в дальнейшем тексте стенограммы – см. ниже ссылку на лист 61).

серьёзных ошибок, и Совет факультета не выполнит своей задачи, если он терпеливо и шаг за шагом не распутает клубок, запутанный проф. Майером. Легче, конечно, разрубить узел, чем его развязать, но, я полагаю, что перед нами стоит вторая задача. Пусть члены совета простят меня за резкий тон критики, но проф. Майер дал достаточно поводов для этого» (л.2). «Вряд ли можно представить себе в советской науке более глубокий разрыв с марксизмом в вопросах взаимоотношения науки и практики» (л.2; сказано по поводу восьмого тезиса Майера (л.103об.) о том, что до конца XVII века теоретические науки «развивались в хвосте экспериментально выработанной техники»). «Вряд ли нужно доказывать, что острие борьбы проф. Майера направлено не в сторону идеализма, а в сторону математики. От такой борьбы выигрывает не материализм, а идеализм» (л.4). «Совершенно очевидно, что идейный и научный уровень тезисов и доклада является крайне низким. <...> Курс истории математики, как и тезисы доклада, по-прежнему кишат грубейшими ошибками антимарксистского характера. Я посетил ряд лекций проф. Майера, просмотрел ряд студенческих записей. В текущем семестре я был на вводной лекции по истории математики. Везде одна и та же картина» (л.5об.). «Проф. Майер уже давно пропагандирует ложное учение о реакционности “Начал” Эвклида» (л.6об.). «Фундаментальные извращения допущены проф. Майером при изложении успехов русской математики. Он утверждает, например, что геометрия Лобачевского могла быть установлена ещё в древности. <...> Это утверждение <...> является по своему существу реакционным утверждением космополитического характера» (лл.6об., 7). «Говоря о четвёртом периоде⁵⁸,

⁵⁸ Здесь имеется в виду четвёртый этап развития математики по Майеру, см. выше (*примечание автора*).

проф. Майер утверждает, что в сущности этот период ещё не начался. <...> Выходит, что до сих пор не только в буржуазной, но и в советской математике господствует стихийно-диалектический метод. <...> Только проф. Майеру неизвестно, что, начиная с Великой Октябрьской революции, советская наука, в частности, советская математика, базируется на сознательном и последовательном применении диалектико-материалистического учения, на марксистско-ленинской теории» (л.7об.). «Естественно спросить, какие задачи разрешаются курсом истории математики проф. Майера, чьи политические интересы отражают те фундаментальные ошибки, которые содержатся в высказываниях и лекциях проф. Майера» (л.8об.). «Чем объяснить крайне низкий идейный и научный уровень тезисов, доклада и лекций профессора Майера? Мне кажется, что всё это объясняется высокомерным, пренебрежительным отношением проф. Майера к изучению марксистско-ленинской теории. Проф. Майер не занимался и сейчас не занимается вместе с коллективом научных работников университета повышением идейно-теоретического, философского уровня⁵⁹» (л.9).

Затем примерно в той же манере и с тем же набором аргументов, но несколько менее резко и более коротко, выступили доценты И.Ф. Лохин, А.Н. Марков, профессор Я.Л. Шапиро, декан факультета В.И. Беневоленский, доцент Н.Ф. Отроков, проректор А.К. Шевелёв. Эти выступления тоже были перенасыщены ссылками на Маркса-Энгельса-Ленина-Сталина, причём иногда повторялись те же цитаты, которые были в докладе А.Г. Майера.

⁵⁹ По-видимому, имеется в виду, что А.Г. Майер не посещал занятия городского философского семинара, которым руководил Котов (*примечание автора*).

Обсуждение продолжилось 5 января 1951 года. Первым выступил Д.А. Гудков. Его речь разительнo отличалась от предшествующих как по тону, так и, главное, по содержанию. Это была конструктивная критика с профессиональных позиций. Ни единого раза Д.А. Гудков не упомянул классиков марксизма и не привёл ни одной цитаты. Приведу несколько фрагментов его выступления.

«1. Профессор Майер читает курс истории математики очень давно и из года в год и несомненно, что в его лекциях есть положительные стороны. К ним относятся, на мой взгляд: а) богатство фактического материала; б) интересное решение вопроса о возникновении формально-логического доказательства в древней Греции; в) освещение отдельных фактов вавилонской и греческой математики.

Имеются также и недостатки, которые я буду разбирать на материале доклада. При этом замечу, что в лекциях⁶⁰, на мой взгляд, имеются аналогичные недостатки.

2. Недостатки, имеющиеся в докладе, я разобью на две группы:

а) Недостатки изложения: излишнее многословие, частые отклонения в сторону, слишком большое внимание второстепенным моментам.

б) Идеологические ошибки: неправильное объективно, для слушателей, освещение: деятельности и заслуг отдельных учёных, соотношения науки и практики, оценка Эвклида, периодизация истории математики <...>.

4. Почему же происходят эти ошибки в применении диалектического материализма проф. Майером? По-моему, по-

⁶⁰ Замечу, что в отличие от многих других участников заседания, Д.А. Гудков слушал весь курс Майера, поскольку ему был интересен предмет, а не появлялся случайным образом на одну-две лекции для сбора компромата.

тому, что он сам совершенно убеждён, что он владеет диалектическим материализмом, в то время, как в действительности этого нет. Доказывается это тем, что в практическом изложении истории математики, с точки зрения диалектического материализма, он сбивается с этой точки зрения, сбивается в сторону эклектики и софистики» (лл.48, 48об.).

Далее Д.А. Гудков объясняет «на что, по-моему, должен обращать основное внимание диалектический материализм в истории математики» (л.49) и примерами из доклада Майера аргументирует свои слова из п.4 выше. Первые два примера – это освещение исторического значения системы Коперника и приведённое Майером высказывание Эйлера о том, что нельзя нападать на теологию за её заблуждения – в математике ещё больше путаницы, а всё же она верна. По поводу третьего примера – утверждения Майера, что основной причиной появления в математике диалектики является классовая борьба буржуазии и феодализма – Гудков говорит: «Эту постановку вопроса мы должны отвергнуть с порога, даже не входя во все детали, т. к. нам ясно, что основной причиной введения диалектики являлась невозможность без этого дальнейшего развития науки» (л.50).

В заключение Д.А. Гудков, хорошо представляя себе истинные цели организаторов обсуждения-осуждения и зная, по-видимому, о готовящемся решении, сказал:

«Вот я не знаю, могу ли я делать предложение по поводу выводов для совета, поскольку не являюсь членом совета⁶¹. Я считаю, что из всей этой дискуссии вытекают такие

⁶¹ Д.А. Гудков, получив диплом с отличием об окончании университета 21 июня 1941 года, сразу попал на ускоренные артиллерийские курсы и затем прошёл всю войну, участвовал во взятии Берлина. В университет вернулся в 1948 году и в 1951 году в свои 32 года он был аспирантом и не являлся членом совета факультета.

выводы: во-первых, по-моему, нужно потребовать от проф. Майера, чтобы он остающееся полугодие в своём курсе истории математики относился более строго, учёл результаты этой дискуссии, не применял не апробированных положений, которые являются его личным мнением. Это первое.

Второе, я считаю, что нужно в дальнейшем практиковать чередование в чтении курса истории математики, а, именно, на следующий год назначить кого-либо из наших коммунистов.

И третье – я думаю, что эту дискуссию нужно будет продолжать на философском семинаре для того, чтобы Артемий Григорьевич, который думает над этими вопросами, мог апробировать свои положения и подверг бы их соответствующей критике в научном обществе» (л.51).

Как и можно было ожидать, попытка Д.А. Гудкова перевести обсуждение в деловое русло не увенчалась успехом. После Д.А. Гудкова выступил М.А. Муzychuk: «Может показаться странным, что в 1951 году Н.И. Лобачевский вновь нуждается в защите своих революционных идей и своей гениальной роли в истории наук. <...> я поставил перед Артёмом Григорьевичем вопрос – как Вы осветили студентам роль идей Лобачевского в формировании теории относительности? Профессор Майер безапелляционно заявил «роль Лобачевского в формировании теории относительности равна нулю» (л.51). Далее, после долгого перечисления аргументов о величии Лобачевского со ссылками на «очень видных мужей науки» (л.51) и с прямым зачитыванием длинных цитат из предисловий к изданиям сочинений Лобачевского и т. п., выступающий резюмирует: «Мне кажется, что советские математики вооружены всепобеждающими идеями диалектического материализма, поднятого на высшую ступень в трудах Ленина и Сталина, и руково-

дствуясь только этими идеями, А.Г. должен найти правильный вывод и правильно оценить существо и метод истории математики» (л.52об.).

Наконец, А.Г. Майеру предоставляется «последнее слово» (в стенограмме сказано мягче – заключительное слово). Это весьма продолжительное выступление (лл.53–66об.) будет передано в изложении, лишь с отдельными цитатами.

Прежде всего следует сказать, что никакого покаяния не было. Майер безоговорочно согласился только с замечанием Гудкова по поводу освещения вклада Коперника. Затем Майер сказал, что, возможно, по его собственной вине («нечётко донёс свою мысль»), его пример с высказыванием Эйлера был неверно интерпретирован. По поводу инкриминировавшейся ему в нескольких выступлениях недооценке Лобачевского А.Г. Майер сказал следующее: «... речь шла не об искажении роли Лобачевского и его идей, а речь шла об упоминании Лобачевского в вводной лекции при учёте того обстоятельства, что этой работе в дальнейшем посвящаются ещё две лекции. В прошлом году Я.Л. [*Шапиро*. – *Г.П.*] был у меня на лекции, которую я делал по поводу Лобачевского. <...> Почему, спрашивается, не сделали до него, 2 тыс. лет висела в воздухе проблема и до Лобачевского не сделали. Это была загадка, которая была задана с тем, что потом она будет разобрана. Те студенты, которым была сделана эта вводная лекция, они не умерли и умирать не собираются, и думаю, что они сумеют это понять» (л.53об.).

После этого А.Г. Майер сказал, что дальше он будет вести своё заключительное слово по подготовленной им записи.

«Первое. Курс истории математики я веду не по доброй воле – каждый год я прошу меня от него освободить.

Почему он мне труден? Он требует охвата огромного материала – большего, чем тот, которым я располагаю, и у меня нет даже надежды овладеть всем этим материалом. Таково, например, положение с историей Индии, историей арабов – иногда я просто заявляю студентам, что не знаю истории этих народов, по крайней мере, не знаю настолько, что мог бы её им вкратце рассказать. <...> Главная трудность заключается в том, что число советских работ по истории математики всё ещё очень невелико, а исторического учебника нет. <...>

Иными словами: больше 10 лет я пытаюсь, используя общие положения диалектического материализма и отдельные, более точные, указания классиков марксизма-ленинизма, вскрыть действительный ход развития науки, отделить верные факты и обобщения от идеологических извращений» (лл.54, 54об.).

В ответ на критику предложенных им четырёх этапов развития математики (см. выше цитату с листов 26, 26об. стенограммы) А.Г. Майер заявил, что неосторожно употреблённое им слово «этап» не означает попытки периодизации истории математики: «Заявляю, что я не имел намерения предлагать какую-то периодизацию истории математики. Я хотел указать на такие моменты в истории математики, которые могли бы служить параллелью к рассматриваемым в докладе событиям. <...> Но выразился я неудачно, и это моя вина. Однако когда я говорил, что этап сознательного использования диалектики в математике ещё не пройден полностью, что мы фактически лишь в преддверии его – я считаю, что я был прав» (л.55об.).

Не меняет А.Г. Майер и свою позицию, касающуюся Евклида, подробно поясняя её ещё раз с подкреплением многочисленными новыми цитатами из классиков марксиз-

ма. Однако основная его логика остаётся прежней – по Майеру главным определяющим фактором развития является классовая борьба, а одним из критериев оценки математика служит его классовая принадлежность.

Оставляя в стороне другие моменты «заключительного слова», следует отметить, что в целом оно выдержано в духе резкой полемики, прежде всего – с В.Ф. Котовым: «Всё время я напрашиваюсь на доклады, на обсуждение. Но, к сожалению, это обсуждение зачастую склоняется к так называемой «проработке», с искажением и буквы, и духа моих слов – как, например, в выступлении проф. Котова, как имеет место и в выступлении доц. Беневоленского. <...> Мне нужны не угрозы, предупреждения, и прочее»⁶² (лл.54 об., 55). «Проф. Котов объявил название бессмысленным – нет предыстории, есть история. Я не настаиваю на названии – но должен заметить, что 29 глава книги проф. Кагана о Лобачевском называется «Предыстория неевклидовой геометрии» (издание 2-е, 1948 г.). Главлит не протестовал против такого названия» (л.57). «...проф. Котов, не задумываясь, подменил слово «объяснение» словом «описание», найденным им в другом месте моих тезисов, и получил махистскую концепцию науки. Так как она была скомпилирована им из разных слов, встречающихся у меня, то он приписал её мне. Я очень благодарен проф. Котову, что он проявил такую умеренность, ограничившись превращением меня в махиста. Развитием того же метода, путём перестановки отдельных букв, он мог бы с той же лёгкостью превратить меня в фашиста» (л.57об.). «... в обращении со мной проф.

⁶² Отвечая после этого выступления на вопрос об угрозах А.Г. Майер сказал, что «в стенограмме эти угрозы несколько смягчены» и справедливо указал (л.66) на слова Котова о разрубании Гордиева узла (см. выше ссылку на л. 2 стенограммы).

Котов не стесняет себя условностями вроде предрассудка о том, что одно упоминание фамилии без «профессор», или «товарищ», или хотя бы «гражданин» считается невежливым...» (л.61).

Из стенограммы видно, что и до описываемых заседаний у А.Г. Майера уже были стычки с В.Ф. Котовым: «Мне было заявлено, что, мол, я смотрел, как Вы читаете, никакой бумажки нет, цитаты приводятся на память. Но никаких заявлений, что я неверно цитирую, никаких заявлений, что я искажаю, не было. Было сказано, что это производит такое впечатление, что Вы просто ходите по аудитории и брякаете, что в голову придёт. Я сказал, что это является оскорбительным и это слово «брякаете» я прошу взять назад»⁶³ (л.23). Кроме того, нет особых сомнений в том, что А.Г. Майер понимал, кто является его главным гонителем.

Уже практически завершая своё выступление, А.Г. Майер заявил: «Должен сказать ещё раз: читать не то, что я думаю, я не буду» (л.65). «И ещё одно: читать я буду, как и читал, для студентов. Если же гастролёры-посетители, столь у меня частые, не нападут на лекцию, где разбираются основные, принципиальные установки – а придут лекцией раньше или лекцией позже – я для них комкать курс не буду» (л.66).

После «заключительного слова» А.Г. Майера был объявлен небольшой перерыв, затем некоторое время полемика продолжалась в том же общем направлении и стиле (выступили философ доцент И.П. Белоусов (по моему мнению, довольно путаное выступление) и с короткими репликами –

⁶³ Котов извиняться не стал, пояснив, что «брякать» означает «сказать не подумав» (л.23).

В.Ф. Котов, А.Г. Майер, В.И. Беневоленский, З.Г. Пинскер⁶⁴ (его реплика не касалась А.Г. Майера и его доклада)).

Наконец, Н.Ф. Отроков огласил подготовленный «комиссией по выработке предложений», избранной ещё на предыдущем заседании 23 декабря, проект решения совета. Состав комиссии полностью совпадает со списком подписавших статью в газете «За Сталинскую науку» (при выборах комиссии А.Г. Майер дал отвод В.Ф. Котову, против чего последний не возражал, вместо кандидатуры Котова рассматривалась кандидатура Леонтьева⁶⁵, но члены совета голосованием 8:4 высказались в пользу Котова (л.23об.)).

Проект решения был чрезвычайно жёстким, в частности, он требовал от А.Г. Майера предоставить к 20 января переработанный в соответствии с указаниями совета доклад о предыстории развития математического анализа. На это А.Г. Майер заявил: «Я даже не считаю возможным спорить против предложенного проекта резолюции. Всё, что я говорил, всё это было пущено насмарку. Мне приписано всё, что захотели приписать. Я не представляю теперь, как я при таких условиях могу читать курс истории математики. <...> Я предупреждаю: до 20 числа никаких материалов письменных я не могу предоставить...»

Первым в защиту А.Г. Майера выступил А.Г. Сигалов. Это выступление приводится полностью.

Я считаю, что резолюция в целом неверна и хотел бы в целом мотивировать своё мнение. Мне кажется, что резолюцию нельзя принять за основу. В резолюции содержится целый ряд добавлений, категорических утверждений, ко-

⁶⁴ Зиновий Григорьевич Пинскер (1904–1986) – профессор, известный физик, основоположник структурной электронографии.

⁶⁵ Алексей Фёдорович Леонтьев (1917–1987) – член-корреспондент АН СССР (1970), специалист по теории функций комплексной переменной.

которые относятся к некоторым конкретным вопросам истории математики. Скажем, как вопрос о роли Эвклида в истории математики, как вопрос о том, какова роль практики, конкретно, в XV–XVI веке, и другие вопросы. Рассмотрение этих вопросов требует от тех, кто берётся эти вопросы решать, каких-то конкретных определённых знаний по истории математики. Я этих знаний не имею и голосовать за резолюцию не буду, и я сомневаюсь, хотя бы один член совета обладает такими знаниями, включая и всю комиссию.

Я не берусь защищать проф. Майера, но кажется, самым справедливым было бы отослать доклад и выступления, которые были по докладу, на кафедру истории математики Московского университета, попросив кафедру дать отзыв об этих материалах. Если же члены совета решат, не будучи компетентны в этих вопросах, которые здесь какие-либо конкретные высказывания содержатся по этим вопросам, я не берусь голосовать за такую резолюцию в целом. А вся резолюция в таком духе и написана.

Относительно принципиальной стороны этого вопроса, я позволю себе напомнить одно из замечательных высказываний из работы товарища Сталина по языкознанию. Он говорит, что начётчики и талмудисты⁶⁶ рассматривают марксизм, как собрание догм, которые никогда не изменяются, несмотря на развитие общества, в расчёте, что заученные выводы и формулы пригодятся им для всех времён и стран.

Я думаю, что составители этой резолюции поступили, как начётчики, не зная существа дела, взяв отдельные положения марксизма, цитируя их вкривь и вкось. Приме-

⁶⁶ Вероятно, стенографистка не поняла это слово – в стенограмме вместо него стоит многоточие.

няя их к отдельным эпохам, глубокий анализ им был не под силу, потому что они им не занимались (лл.72об., 73).

Мне представляется, что это выступление поразительно по своей смелости, особенно если учесть, что в это время в совете МГУ находилась не защищённая ещё (успешная защита состоялась позже в том же 1951 г.) докторская диссертация⁶⁷ А.Г. Сигалова!

В завершение несмотря на усилия Г.В. Ароновича⁶⁸, И.И.Гордона, Д.А. Гудкова, Ю.И. Неймарка⁶⁹, З.Г. Пинскера и А.Г. Сигалова смягчить формулировки, совет факультета принял решение, содержание которого отражено в цитированной выше газетной статье. «Дирижёры» обсуждения В.И. Беневоленский и Н.Ф. Отроков отступили только в отношении двух пунктов: исключили обвинение Майера в «идеалистической периодизации истории математики» и сдвинули явно нереальный срок представления «исправленного» доклада с 20 января на 10 марта.



Александр Григорьевич
Сигалов

⁶⁷ Напомню, что эта диссертация содержит положительное решение 20-й проблемы Гильберта.

⁶⁸ Григорий Владимирович Аронович (1907–1975) – доктор технических наук, профессор, инициатор создания кафедры прикладной математики и её первый заведующий (1964–1968), известный специалист в области аэро- и гидродинамики.

⁶⁹ Юрий Исаакович Неймарк (1920–2011) – доктор технических наук, профессор, один из организаторов в ГГУ первого в СССР факультета Вычислительной математики и кибернетики.

Считаю необходимостью (не слишком приятной для меня) высказаться по вопросу «а судьи кто», имея в виду членов «комиссии по выработке предложений» как основных организаторов и исполнителей «контroversы» (у меня нет возможности охарактеризовать всех участвовавших в заседаниях, да и из этих пятерых, подписавших статью в многотиражке, я застал только Н.Ф. Отрокова и Я.Л. Шапи-ро).

Насколько я понимаю, декан В.И. Беневоленский не оставил в математике никакого заметного положительного следа⁷⁰. И.Ф. Лохин имеет ряд публикаций по теории аналитических функций в центральных математических журналах, в 1952 г. он переехал в Москву «на оборонную работу», в 1955 г. защитил докторскую диссертацию. Н.Ф. Отроков в молодости, по-видимому, подавал большие надежды — Б.Н. Верещагин в уже цитировавшихся выше воспоминаниях описывает эпизод из 40-го года: «После конференции было решено организовать семинар по качественной теории дифференциальных уравнений, на котором обсуждались бы работы научных сотрудников университета. В семинаре участвовали А.А. Андронов, А.Г. Майер, Е.А. Леонтович, Н.Н. Баутин, Н.А. Отроков⁷¹ (аспирант) и ряд студентов, в том числе я. На первом занятии семинара мне было поручено изложить работу Н.А. Отрокова. Работа была интересная, Андронов сказал, что она отличается “аналитической фантазией”, однако, будучи достаточно сложной, она и изложена была трудновато». Я думаю, что эти надежды не оправдались — не вдаваясь в подробности, укажу статью [52]. Четвёртый из подписавших статью математи-

⁷⁰ Показательно прозвище, данное ему студентами, о котором мне сообщил А.Я. Левин: «нибениволенский».

⁷¹ Здесь и ниже в этой цитате в инициалах ошибка (*примечание автора*).

ков, Я.Л. Шапиро, был известным специалистом в области дифференциальной геометрии, заведовал (1947–1963) кафедрой геометрии и высшей алгебры. Отмечу ещё, что у Н.Ф. Отрокова и Я.Л. Шапиро были ученики, ставшие впоследствии докторами наук, и что Н.Ф. Отроков редактировал перевод [53] на русский язык книги Г. Дюлака «О предельных циклах» (выполненный, кстати, ученицей А.Г. Сигалова Г.И. Шиловой).

Отдавая себе отчёт в том, что попытка сравнивать математиков, да ещё работавших в разных областях, весьма неблагодарна, я всё же полагаю, что в данном случае прошло достаточно много времени, чтобы можно было сопоставить вклады в науку. Так вот, на языке «уровней Ландау»⁷² это сопоставление, на мой взгляд, выражается так: нет сомнений, что А.Г. Майер располагается на значительно более высоком уровне, чем все его оппоненты.

Что касается перечисленных в конце предыдущего раздела защитников Майера, то «по Ландау» они располагаются примерно на одном уровне с А.Г. Майером: все они получили результаты (зачастую «именные»), сейчас являющиеся классическими.

Про профессора В.Ф. Котова следует сказать отдельно. По специальности он был механиком, с 1936 г. заведовал кафедрой теоретической механики, организовал аэродинамическую лабораторию, оснащённую двумя аэродинамическими трубами. Я не знаю, были ли им получены какие-либо результаты по механике – основные его работы относятся к истории механики, опубликованы в журналах «Под

⁷² Напомню, что Л.Д. Ландау классифицировал физиков-теоретиков по уровням, градуированным логарифмической шкалой, но не упорядочивал физиков внутри каждого уровня – см., например, [54].

знаменем Марксизма», в Трудах института истории естествознания и техники, в Историко-математических исследованиях. Все эти работы сильно идеологизированы – точнее, написаны под знаком критики с идеологических позиций. Нет сомнений, что в этой «идеологической борьбе под знаменем марксизма» и состояло истинное призвание профессора Котова. Кроме лидерства в травле А.Г. Майера, профессор Котов в 1952 г. играл аналогичную роль в травле замечательного физика Г.С. Горелика⁷³. Приведу в подтверждение сказанного три цитаты.

«Главным же травителем ГС⁷⁴ – вне всяких групп – был “теормеханик” В.Ф. Котов – он то работал воистину с упоением хищника! <...> и довёл ГС до состояния агрессивной истерики, а по протоколу всего лишь до обзыва Котова «бесплодной смоковницей» (М.А. Миллер, [35], с. 147).

«Но во мне сидит и прямое, контактное воспоминание о Котове. Как-то ещё в мои студенческие годы Майер завёл меня в общежитие, где его поджидали В.Ф. Котов и И.Ф. Лохин (кстати, по моим представлениям, довольно талантливый математик, он преподавал у нас матфизику, а потом куда-то уехал). Ждал нас полунакрытый стол, так что Майер стал «третьим», а я «четвёртым». После нескольких «приложений» Котов вдруг встал и произнёс фразу, которую я запомнил на всю доставшуюся мне жизнь. Он сказал: «Должен вас покинуть. Меня ждёт работёнка. Мне надо мозги вправлять интеллигентам на семинаре». (Философском, между прочим, и даже, кажется, общегородском)» (М.А. Миллер, [35], с. 148).

⁷³ «Дело Горелика» освещено в разных источниках – см., например [35], [41], [46], [48], [56].

⁷⁴ Габриэля Семёновича Горелика (*примечание автора*).

«Обращение в качестве аргумента в научной полемике к марксистской философии было обычным явлением советского периода нашей истории. Такое обращение могло быть корректным, адекватным, методологически правильным, но могло носить и иной характер – быть некомпетентным, неадекватным сути дела, искажающим содержание аргументационной базы и т.д. Именно последний случай характерен для В.Ф. Котова...» (А.А. Касьян, [48], с. 163).

В 1953 г. В.Ф. Котов уехал в Одессу. Там он, сменив по неизвестной причине отчество на «Федосьевич», в 1954 – 1962 гг. заведовал кафедрой теоретической механики Одесского института инженеров морского флота ([55], с.109). Идеологический пыл его поутих – по-видимому, после смерти Сталина следовало осмотреться, поэтому «основное внимание было направлено на методологические проблемы курса теоретической механики»⁷⁵; есть отзывы о нём как о склочнике и слабом преподавателе (сами соответствующие архивные документы я не видел).

Вместо заключения

«Пришла пора спокойного, взвешенного, объективного осмысления как главных, так и локальных событий, происходивших в советской науке и имевших научно-идеологический характер» ([47], с. 4).

Конечно, к взвешенности и объективности надо стремиться, но вот «спокойно» вряд ли получится: хотя в результате «обсуждения идеологических ошибок профессора А.Г. Майера» никаких репрессий не последовало, курс ис-

⁷⁵ Цитата с сайта Одесского национального морского университета – так сейчас называется бывший Одесский институт инженеров морского флота.

тории математики в университете был уничтожен. Да и кто может поручиться, что ранняя смерть А.Г. Майера (ему было только 46 лет!), последовавшая 20 сентября 1951 года от инсульта, спровоцированного гипертонией, не зависима от описанных событий? М.А. Миллер пишет ([35], с. 112) что на похоронах А.Г. Майера звучало: «Затравили!». А гонители Майера ещё долгое время «правили бал» на факультете.

Каковы же истинные мотивы предпринятого «обсуждения»? Я думаю, что, прежде всего, проявилось «видовое свойство» homo sapiens: людские сообщества, в частности, профессиональные, не любят выдающихся индивидуумов, особенно если те ведут себя независимо. Кроме того, как пишет (возможно, не слишком взвешенно) М.А. Миллер, «поскольку АГМ был талантлив ещё и «экстерьерно», то есть вызывающе талантлив, то окружающая его бездарь, естественно, не упускала возможность подтравливать его разными “пришивами”» ([35], с. 111). Другими словами, люди, не обладающие достаточными способностями, стремились повысить своё положение за счёт идеологической бдительности.

Замечу, что термины «идеологическая дискуссия», «научно-идеологический характер», используемые авторами работ [46]–[48], применительно к «делу Майера» представляются мне не совсем адекватными. Я надеюсь, что несостоятельность мнения о «научных» истоках дискуссии после чтения приведённых документов не требует особой аргументации, хотя, конечно, отдельные моменты обсуждения носили содержательный характер. Что касается идеологии, то обе стороны придерживались одинаковой идеологической позиции, зачастую оперируя одними и теми же аргументами, ссылаясь на одни и те же цитаты. Сейчас, конечно, невозможно установить, насколько искренним привержен-

цем марксизма-ленинизма был тот или иной участник обсуждения – ясно, что в те годы очень многие были вынуждены более или менее искусно мимикрировать. Но именно А.Г. Майера я не подозреваю в притворстве: во время упоминавшейся выше (в разделе «Биография А.Г. Майера») беседы с Е.А. Леонтович-Андроновой (1996 год) я спросил Евгению Александровну, насколько, по её мнению, искренне разделял А.Г. Майер идеологию марксизма-ленинизма, на что получил совершенно чёткий ответ: абсолютно искренне. И хотя я знаю и другие мнения, мне кажется, что Евгения Александровна права.

На мой взгляд, адекватную квалификацию описанных событий даёт термин «травля», и я думаю, что главные оппоненты Майера, проводя тщательную подготовку, хорошо понимали, что они делают. Может быть, Я.Л. Шапиро несколько выпадает из этого ряда: чтение стенограммы наводит на мысль, что он «получил предложение, от которого не смог отказаться»: выступал он мало и исключительно «в защиту Евклида»⁷⁶.

Курс истории математики на механико-математическом факультете, который возобновил Д.А. Гудков, «по наследству» достался мне. Я надеюсь, что многолетнее чтение лекций по этому курсу даёт мне основание высказать собственное мнение об историко-математических воззрениях Майера.

⁷⁶ При этом неаккуратно заявил: «А для нас что такое Эвклид? Ведь это же создатель идеи доказательства» (л.16), на что А.Г. Майер среагировал: «Оставлю в стороне, как факт личной биографии проф. Шапиро, утверждение его, что Эвклид является «создателем идеи доказательства». Надеюсь, что это является просто незамеченной ошибкой стенографистки» (л.62).

Оставляя в стороне «идеологическую» насыщенность лекций и доклада Майера – мне она представляется чрезмерной даже для того времени, и я не знаю, объясняется она неусыпной бдительностью «товарищей» или внутренними устремлениями самого А.Г. Майера, – перейду к некоторым ключевым моментам.

По оценке вклада Евклида в развитие математики, как и по другим вопросам, мнения могут быть разными⁷⁷ – в конце концов, история всегда не только факты, но и их интерпретация. И надо отметить, что А.Г. Майер поступал аккуратно: из конспекта лекций видно, что он чётко оговаривал, что это его личное мнение, и давал достаточно подробное изложение содержания «Начал». Другое дело, что, как известно, история не терпит сослагательного наклонения, и трудно судить, как именно развивалась бы математика без Евклида. Надо сказать, что А.Г. Майер переживал «проблему Евклида» очень серьёзно – в упомянутой выше беседе Е.А. Леонтович-Андропова рассказывала: «С ужасной яростью Майер говорил: “Я с этого Евклида штаны сниму!”»

Я майеровскую оценку Евклида не разделяю, но допускаю – в отличие от его неустанных попыток объяснять все исторические явления исключительно классовой борьбой и оценивать математиков на основе их идеологических пристрастий.

Вопрос с периодизацией истории математики сам по себе довольно сложный. Мне уже доводилось высказываться [43], что общепринятая сейчас в России «колмогоровская» периодизация небезупречна. Что касается «четырёх

⁷⁷ Так, резким критиком Евклида был серьёзный исследователь «Начал» Пётр Рамус (Пьер де ла Раме, 1515–1572), зверски убитый во время событий «Варфоломеевской ночи» (см., например, [57]).

крупных этапов» в развитии математики, то думаю, что А.Г. Майер был прав, утверждая, что «сознательное введение диалектики в математику, это то, что ещё не сделано полностью», поскольку вообще трудно себе представить, как математик, решая какую-то задачу или доказывая теорему, может контролировать себя, вооружён он диалектическим материализмом или нет.

Если следовать стенограммам, то надо сказать, что А.Г. Майер и в докладе, и в лекциях пропускал имена многих заслуживающих хотя бы упоминания математиков, а многим из тех, о ком рассказывал, давал слишком пристрастные характеристики. Кстати, это отмечали и некоторые выступавшие на заседаниях совета.

Таким образом, в лекциях и докладе А.Г. Майера действительно были и ошибки, и недостатки. Однако совершенно ясно, что это не может служить оправданием той травли, которой он был подвергнут.

В заключение – по поводу обвинения А.Г. Майера в недооценке им Н.И. Лобачевского. Мнение Майера о том, что логическая основа для построения неевклидовой геометрии имела уже в Древней Греции, представляется мне верным. Оппоненты намеренно вырвали его из контекста лекций, хотя Майер ставил затем другой вопрос – почему же неевклидова геометрия была открыта через две тысячи лет? Приводившаяся выше цитата из черновой записки Майера «О математике» (*«Крах абсолютной истинности – роль Лобачевского. Его неосознанность до настоящего времени»*) даёт основание полагать, что А.Г. Майер хорошо понимал значение неевклидовой геометрии. А нападки на Майера по поводу Лобачевского – это, кроме всего прочего, проявление не изжитого до сих пор явления: кричать «Лобачевский – наше всё», не зная зачастую ни геометрии Лобачевского, ни

её роли в науке, ни биографии её создателя (см. по этому поводу [58]). А вот Майера биография Н.И. Лобачевского интересовала: Н.И. Привалова⁷⁸, основной сотрудник А.А. Андропова в его исследованиях биографии Лобачевского, писала [59]: «Он [А.А. Андронов] много беседует по этому поводу [о биографии Н.И. Лобачевского], особенно с профессором Горьковского университета А.Г. Майером. В бумагах А.А. Андропова сохранилось письмо Артемия Григорьевича и заметка "Шебаршин и Лобачевский", предназначавшаяся им для газеты, но неопубликованная»; Н.А. Казакова, дочь А.Г. Майера, помнит, как Артемий Григорьевич с воодушевлением рассказывал у себя дома об осмотрах вместе с А.А. Андроновым домовладения Лобачевской–Шебаршина, где родился Н.И. Лобачевский.

В заключение я искренне благодарю В.А. Зверева, Н.А. Казакову, А.Я. Левина, П.Э. Сыркина, поделившихся со мной своими воспоминаниями об Артемии Григорьевиче Майере, Е.И. Гордона, В.З. Гринеса и Л.М. Лермана за полезные обсуждения текста, Н.А. Казакову, Е.Ю. Смирнова и музей ННГУ, предоставивших ряд фотографий. В качестве эпилога приведу ещё две цитаты.

«Биографии великих русских учёных не изучаются или, по крайней мере, пока не изучались с той тщательностью, которая была внесена в последние десятилетия в биографии большинства русских великих писателей. <...> Я думаю, что некоторые из этих биографий столь же поучительны».

А.А. Андронов,
из письма И.Л. Андроникову, 1948 г.

⁷⁸ Надежда Ивановна Привалова (1900–1987) – нижегородский историк и архивист-палеограф, сестра известного математика члена-корреспондента АН СССР И.И. Привалова.

«Мне очень интересно всё, что относится к жизни и творчеству Артёма Григорьевича. Удивительное обаяние исходило от него. Каждая минута общения с ним была подарком».

А.Я. Левин,
личное сообщение, 2014 г.

Литература

1. Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. Том второй. – М.: Наука, 1959. – 821 с.
2. Математика в СССР 1958 – 1967. Том второй, выпуск второй. – М.: Наука, 1970. – 762 с. (нумерация тома начинается со стр. 821)
3. Шильников Л.П. Леонтович-Андропова Евгения Александровна. – Сб. «Личность в науке. Женщины-ученые Нижнего Новгорода», вып.2. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. С. 83–102.
4. Shilnikov L.P. Evgeniya Aleksandrovna Leontovich-Andronova // Methods of Qualitative Theory of Differential Equations and Related Topics, AMS Translations, Ser.2. Vol.200, 2000. P. 1–14.
5. Памяти Александра Александровича Андропова – М.: Изд. АН СССР, 1955. – 718 с.
6. Аносов Д. В., Афраимович В. С., Бунимович Л. А., Гонченко С. В., Гринес В. З., Ильяшенко Ю. С., Каток А. Б., Кащенко С. А., Козлов В. В., Лерман Л. М., Морозов А. Д., Нейштадт А. И., Песин Я. Б., Самойленко А. М., Синай Я. Г., Трещёв Д. В., Тураев Д. В., Шарковский А. Н., Шильников А. Л. Леонид Павлович Шильников (некролог) // УМН. Том 67, вып.3(405), 2012. С. 175–178.

7. Afraimovich V.S., Gonchenko S.V., Lerman L.M., Shilnikov A.L., Turaev D.V. Scientific heritage of L.P. Shilnikov // *Regular and Chaotic Dynamics*. Vol. 19, Issue 14, 2014. P. 435–460. (См. также ещё: Editorial Leonid Pavlovich Shilnikov // *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol.24, №8. 2014. P. 1–7.)
8. Gordon I.I. On intersection invariants of a complex and its complementary space // *Ann. of Math.* Vol.37, No 3. 1936. P. 519–525.
9. Гордон Е.И. Адресат Л.С. Понтрягина – И.И. Гордон (Вступительные заметки) // *Историко-математические исследования*, Вторая серия, вып. 9(44). – М.: Янус-К. 2005. С. 14–26. (См. также <http://7iskusstv.com/2011/Nomer11/EGordon1.php>)
10. Арансон С.Х., Гринес В.З. Топологическая классификация потоков на замкнутых двумерных многообразиях // *УМН*. Том 41, вып.1(247), 1986. С. 149–169.
11. Арнольд В.И. Малые знаменатели. I. Об отображениях окружности на себя // *Изв. АН СССР. Сер. матем.* Том 25, вып.1, 1961. С. 21–86.
12. Плисс В.А. Нелокальные проблемы теории колебаний. – М.–Л.: Наука, 1964. – 369 с.
13. Шильников Л.П. К работам А. Г. Майера о центральных движениях // *Мат. заметки*, т.5, №3, 1969. С. 335–339.
14. Пилюгин С.Ю. Фазовые диаграммы, определяющие системы Морса–Смейла без периодических траекторий на сферах // *Дифф. уравн.*, Т. 14, №2, 1978. С. 245–254.
15. Уманский Я.Л. Необходимые и достаточные условия топологической эквивалентности трехмерных динамических систем Морса–Смейла с конечным числом осо-

- бых траекторий // Матем. сб., Т.181, вып.2, 1990. С. 212–239.
16. Lerman L.M., Umanskii Ya.L. Four-Dimensional Integrable Hamiltonian Systems with Simple Singular Points (Topological Aspects) // Translations of Mathem. Monographs, AMS, v.176, 1998.
 17. Бронштейн Н. Доктор Майер // Литературное наследство. Т. 45/46. 1948, с. 473–496.
 18. Эйхенбаум Б.М. Роман М.Ю. Лермонтова "Герой нашего времени" // Лермонтов М.Ю. Герой нашего времени. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. С. 125–162.
 19. Филиппсон. Воспоминания // Русский Архив, кн. 5, 1883. С. 177–180.
 20. Огарев Н.П. Избранные социально-политические и философские произведения. Т. 1. – М.: Госполитиздат, 1952. – 864 с. (С. 403.)
 21. Сатин Н.М. Отрывки из воспоминаний – в кн. В.Г. Белинский в воспоминаниях современников. – М.: Худож. лит., 1977.
 22. Гудков Д.А. Н.И. Лобачевский. Загадки биографии. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 1992. – 241 с.
 23. Гершензон М.О. Образы прошлого. – М.: ОКТО, 1912. – 564 с.
 24. Громова Е. Доктор Майер гордился бы потомками // Газета «Ставропольская правда» от 9 августа 2013 г.
 25. Газета «Окна» (Израиль), 26.09.02.
 26. Топоровский Я. Человек Запада // Еврейское слово, № 31. Москва, 2006. (См. также <http://archive.is/LvAUx> и <http://archive.is/hZWvg>)
 27. Брук Я. Яков Каган-Шабшай и Марк Шагал // Бюллетень Музея Марка Шагала. Вып. 16-17. Витебск, 2009. С. 85–101. (См. также <http://chagal-vitebsk.com/node/229>)

28. Шарал М. Моя жизнь. – М.: Эллис Лак, 1994. – 204 с.
29. Gordon E.I. Recollection of D.A. Gudkov // In "Topology of Real Algebraic Varieties and Related Topics", AMS Translations, Ser. 2, Vol.173, 1996. P. 11–16.
30. Polotovskiy G.M. Dmitrii Andreevich Gudkov // In "Topology of real algebraic Varieties and Related Topics", AMS Translations, Ser. 2, Vol.173, 1996. P. 1–9.
31. Полотовский Г.М. Дмитрий Андреевич Гудков // Вестник Нижегородского университета "Математическое моделирование и оптимальное управление", вып. 1(23). 2001. С. 5–16.
32. Иван Романович Брайцев (1870–1947) (Серия «Личность в науке») / сост. Кузнецова Н.Б. – Нижний Новгород: Из-во Нижегородского ун-та, 2004. – 192 с.
33. Жислин Г.М. О работах А.Г. Сигалова по математической физике (к 100-летию со дня рождения) // Математика в высшем образовании, №11. 2013. С. 105–114.
34. Верещагин Б.Н. В старом и новом Китае: из воспоминаний дипломата. – М.: Институт Дальнего Востока, 1999. – 253 с. (См. также <http://www.mccme.ru/~smirnoff/family/vereschagin.djvu>)
35. Миллер М.А. Избранные очерки о зарождении и взрослении радиофизики в горьковско-нижегородских местах. – Н. Новгород: Изд-во ИПФ РАН, 1997. – 224 с.
36. Любимов Д.В. «Этот день мы приближали как могли» // Нижегородский музей, №5–6, 2005.
37. Любимов Д.В. Студенты и преподаватели 1941–1942 года. По материалам архивных документов // Газета «Нижегородский университет», №5 (2042), май 2006 г.
38. Цайгер М.А. Арифметика в Московском государстве XVI века. – Беэр-Шева: Берилл, 2010. – 72 с.

39. Симонов Р.А. К истории счёта в допетровской Руси (рецензия на книгу: Цайгер М.А. Арифметика в Московском государстве XVI века. Беэр-Шева: Берилл, 2010) // Математика в высшем образовании, №8. 2010. С. 133–140.
40. Личность в науке. Г.С. Горелик. Документы жизни / Сост. Н.В. Горская, М.Б. Локтева – Нижний Новгород.: ННГУ, 2006. – 298 с.
41. Миллер М.А. Всякая и не всякая всячина, посвящённая собственному 80-летию. – Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. – 479 с.
42. Губина Е.В. Академик А.А. Андронов и его школа (к 110-летию со дня рождения А.А. Андропова) // Математика в высшем образовании, №9. 2011. С. 73–82.
43. Полотовский Г.М. Ещё раз об определении предмета математики и о периодизации её истории. – Труды VIII Международных Колмогоровских чтений. Ярославль, 2010. С. 384–391. (См. также <http://7iskusstv.com/2013/Nomer8/Polotovskiy1.php>)
44. Хейенорт Ж. ван. Ф. Энгельс и математика // Природа, № 8. 1991. С. 90–105.
45. Гутер Р.С., Полунов Ю.Л. Джироламо Кардано. – М.: Знание, 1980. – 192с.
46. Идеология и наука. Дискуссии советских ученых середины XX века / Отв. ред. Касьян А.А. – М.: Прогресс-Традиция, 2008. – 288 с.
47. Касьян А.А. История математики и идеология (Горьковский университет, середина XX века) [Электронный ресурс] // Полином, № 2. 2009. С. 4–9. <http://www.mathedu.ru/polinom/polinom2009-2-view.pdf>

48. Образование – Наука – Идеология (опыт отечественной истории) / Отв. ред. Касьян А.А. – Нижний Новгород: НГПУ, 2012. – 393с.
49. Цейтен Г.Г. История математики в древности и в средние века. – М.–Л.: ГТТИ, 1932. – 230 с.
50. Цейтен Г.Г. История математики в XVI и XVII веках. – М.–Л.: ОНТИ, 1938. – 456 с.
51. Белл Э.Т. Творцы математики: Предшественники современной математики. – М.: Просвещение, 1979. – 256 с.
52. Леонтович Е.А. Письмо в редакцию по поводу статьи Н.Ф. Отрокова “Кратные предельные циклы” // Матем. сб., Том 64(106), №1, 1964. С. 140–144.
53. Дюлак Г. О предельных циклах. – М.: Наука, 1980. – 160 с.
54. Ливанова Анна. Ландау. – М.: Знание, 1983. – 240 с.
55. Учёные вузов Одессы. Вып.2. Естественные науки. 1946–2008 гг. Ч.2. Математики, механики / Сост. И.Э. Рикун – М.: ОННБ, 2010. – 270 с.
56. Касьян А.А. История с физикой (Горьковский университет, середина XX века) – Нижний Новгород, 2004. – 187 с.
57. Матвиевская Г.П. Рамус. 1515–1572. – М.: Наука, 1981. 152 с.
58. Полотовский Г.М. Несколько замечаний о мифотворчестве в истории математики. – Труды IX Международных Колмогоровских чтений. Ярославль, 2011. С. 229–232.
(См. также
<http://7iskusstv.com/2013/Nomer8/Polotovsky1.php>)
59. Привалова Н.И. Изучение А.А. Андроновым биографии Лобачевского –
www.unn.ru/pages/general/brief/lobachevsky/privalova.doc

НИЖЕГОРОДСКОМУ МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОБЩЕСТВУ 15 ЛЕТ*

В 2010 году исполнилось 15 лет со дня образования Нижегородского математического общества (ННМО). Естественная мысль о создании независимого общественного объединения математиков в таком крупном научном и вузовском центре, как Нижний Новгород (Горький), высказывалась неоднократно, но, насколько мне известно, первым начал предпринимать реальные шаги по организации такого объединения профессор Д.А. Гудков¹. В его архиве сохранились фрагменты его переписки по этому поводу (в 1970-е годы) с московскими и ленинградскими коллегами.

19 апреля 1995 г. инициативная группа (М.А. Антонец, Е.И. Гордон, И.С. Емельянова, Г.М. Жислин, М.И. Кузнецов, Г.М. Полотовский, В.Н. Шевченко, Л.П. Шильников) организовала Учредительное собрание, на котором был принят Устав ННМО² и были выбраны руководящие органы общества. Затем ННМО было зарегистрировано в установленном порядке (приказ Управления юстиции Нижегородской области и Свидетельство о регистрации №773 от 03.08.95).

Первым президентом ННМО³ (с 1995 г. по 2001 г.) был Л.П. Шильников, затем до 2008 г. президентом общества

* Опубликовано в журнале «Математика в высшем образовании», №8, 2010. С. 141–144.

¹ О жизни и деятельности Д.А. Гудкова можно прочитать в [1] – [5].

² Устав ННМО, а также другие документы и обновляющуюся информацию о деятельности общества можно найти на сайте ННМО в Интернете: <http://www.unn.runnet.ru/nnmo/index.html>.

³ По Уставу ННМО президент и правление общества избираются на 3 года.

избирался М.И. Кузнецов. С 2008 г. по настоящее время⁴ президентом ННМО является Л.М. Лерман.

17–18 апреля 2010 г. Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (ННГУ) и Нижегородское математическое общество провели в Конференц-центре фундаментальной библиотеки ННГУ конференцию «15 лет Нижегородскому математическому обществу» (со-председатели оргкомитета – президент ННГУ Р.Г. Стронгин и президент ННМО Л.М. Лерман). Конференцию открыл первый проректор ННГУ А.В. Петров. Ниже приводится программа конференции.

Г.М. Полотовский (ННГУ). *О деятельности Нижегородского математического общества в 1995 – 2010 гг.*

Л.П. Шильников (НИИ прикладной математики и кибернетики ННГУ). *Гомоклинические касания и псевдогиперболические аттракторы.*

М.И. Кузнецов (ННГУ). *Простые модулярные алгебры Ли.*

Ю.С. Ильяшенко (МГУ им. М.В. Ломоносова, Независимый Московский университет). *Аттракторы динамических систем на многообразиях с краем.*

В.В. Чистяков (Государственный университет – Высшая школа экономики (Нижний Новгород)). *"Неклассические" свойства оператора суперпозиции в классических функциональных пространствах.*

Н.А. Вавилов (Санкт-Петербургский госуниверситет). *Высшие законы композиции и исключительные группы.*

В.И. Сумин (ННГУ). *Равностепенно квазинильпотентные семейства операторов: определения, признаки, применения.*

⁴ По состоянию на 2010 год.



В перерыве между докладами 17.04.2010: (слева направо) Д.В. Трещёв, В.В. Чистяков, Ю.С. Ильяшенко, Н.А. Вавилов.

В.З. Гринес (Нижегородская государственная сельскохозяйственная академия), О.В. Починка (ННГУ). *О классификации диффеоморфизмов Морса–Смейла на 3-многообразиях.*

И.А. Шерешевский (Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород). *Стохастические деформации динамических систем.*

В.Н. Шевченко (ННГУ). *Триангуляции выпуклых многогранников и реализация их f -векторов.*

Д.В. Трещёв (Математический институт им. В.А. Стеклова РАН). *Осциллятор и термостат.*

В.А. Калягин (Государственный университет – Высшая школа экономики (Нижний Новгород)). *Ортогональные*

*многочлены, разностные операторы и дискретные динамические модели.*⁵

С.К. Ландо (Государственный университет – Высшая школа экономики (Москва), Независимый Московский университет). *Числа Гурвица: на границе комбинаторики и геометрии.*

А.Д. Морозов (ННГУ). *О резонансных зонах в квазигамильтоновых системах.*

Л.М. Лерман (ННГУ). *О симплектических диффеоморфизмах на поверхностях.*

Тезисы докладов можно прочитать на сайте ННМО (см. <http://www.unn.runnet.ru/nnmo/files/15let.pdf>).

Приведём в дополнение к опубликованным ранее (см. [6] – [10]) материалам некоторые сведения о деятельности ННМО за прошедшие 15 лет его работы.

Всего было проведено 126 научных заседаний ННМО (в среднем более 8 заседаний в год), на которых был заслушан 131 доклад. Из них 71 прочитан иногородними (в том числе 22 – зарубежными) докладчиками (см. диаграмму на рис. 1). В среднем на докладах присутствовали по 23 слушателя. Распределение докладов по тематике показано на рис. 2. Многие заседания, отнесённые на рис. 2 к разделу 4, имели мемориальный характер. Среди недавних из них – посвящённое 100-летию со дня рождения Е.С. Вентцель (26.10.07, докладчик Г.А. Зверкина (МИИТ)), посвящённое 90-летию со дня рождения Д.А. Гудкова (15.05.08, докладчик Г.М. Полотовский), посвящённое 100-летию со

⁵ В связи с извержением вулкана Эйяфьятлайокудль в Исландии В.А. Калягин и некоторые другие участники не смогли прибыть на конференцию. По этой причине вместо указанного доклада Г.М. Полотовский прочитал доклад *«Штрихи к портрету Н.Н. Боголюбова»* (см. [11]).

дня рождения Н.Н. Боголюбова (28.05.2009, докладчик Л.П. Шильников).

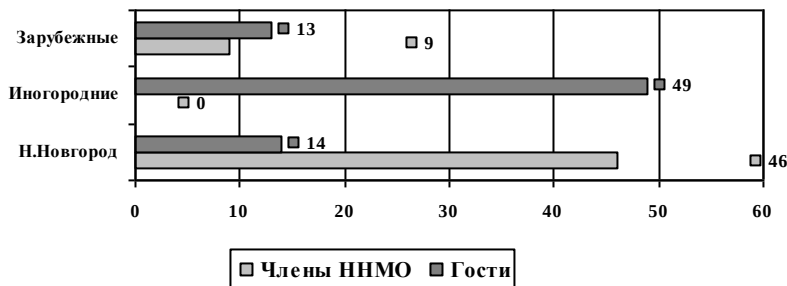
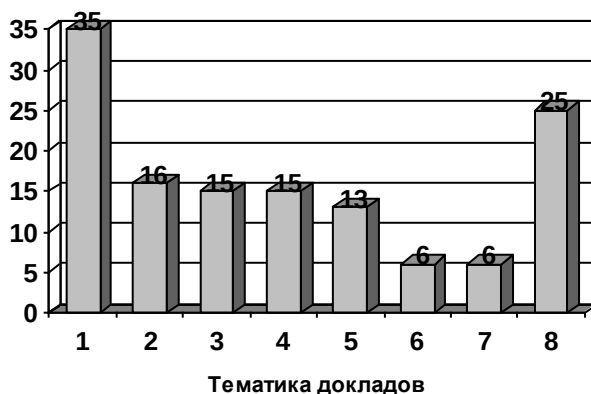


Рис. 1



1 – дифф. уравнения и динамические системы,
 2 – функциональный анализ, 3 – геометрия и топология,
 4 – история науки, 5 – математическая физика, 6 – алгебра,
 7 – дискретная математика, 8 – другие темы (оптимальное управление, математика в экономике, в биологии и др.)

Рис. 2

Среди других форм деятельности ННМО отметим участие в организации и проведении научных конференций

(конференция памяти чл.-корр. АН А.Ф. Леонтьева, Нижний Новгород, 1997 год; международная конференция «Неевклидова геометрия в современной физике и математике» («BGL-VI»), Нижний Новгород, 2004 год; международная конференция «Нелинейный мир», Нижний Новгород, 2005 год), издательскую деятельность (в том числе участие в учреждении и издании настоящего журнала⁶), участие в проведении математических олимпиад, организацию конкурса проектов памятника Н.И. Лобачевскому.

В заключение этой заметки осталось повторить фразу со словами из устава ННМО, завершавшую [9]: Нижегородское математическое общество намерено продолжать свою деятельность по «координации усилий, направленных на сохранение и развитие математических исследований, математического образования и математического просвещения в Нижегородском регионе» и с благодарностью примет замечания и предложения, направленные на улучшение этой деятельности.

Литература

1. В.И. Арнольд, О.Я. Виро, Е.А. Леонтович-Андропова, В.В. Никулин, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, В.М. Харламов. *Дмитрий Андреевич Гудков (к семидесятилетию со дня рождения)* // УМН. 1989. Т. 44. Вып. 1. С. 223–225.
2. В.И. Арнольд, А.М. Вершик, О.Я. Виро, А.Б. Корчагин, Е.А. Леонтович-Андропова, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, Г.А. Уткин, Е.И. Шустин. *Дмитрий Андреевич Гудков (некролог)* // УМН. 1992. Т. 47. Вып. 6. С. 195–198.

⁶ Имеется в виду журнал «Математика в высшем образовании».

3. G.M. Polotovskii. *Dmitrii Andreevich Gudkov* // AMS Translations, Ser. 2. 1996. Vol. 173. P. 1–9.
4. E.I. Gordon. *Recollection of D.A. Gudkov* // AMS Translations, Ser. 2. 1996. Vol. 173. P. 11–16.
5. Г.М. Полотовский. *Дмитрий Андреевич Гудков* (18.05.1918 – 13.03.1992) // Вестник ННГУ им. Н.И. Лобачевского “Математическое моделирование и оптимальное управление”. 2001. Вып. 1(23). С. 5–16.
6. Г.М. Полотовский. *В Нижегородском математическом обществе* // Вестник ННГУ, сер. Математика. 2003. Вып. 1. С. 172–178.
7. Г.М. Полотовский. *В Нижегородском математическом обществе* // Вестник ННГУ, сер. Математика. 2004. Вып. 1(2). С. 289–292.
8. Г.М. Полотовский. *В Нижегородском математическом обществе* // Вестник ННГУ, сер. Математика. 2005. Вып. 1(3). С. 228–236.
9. Г.М. Полотовский. *Нижегородское математическое общество – 11 лет деятельности* // Математика в высшем образовании. 2006. № 4. С. 135–139.
10. Г.М. Полотовский. *В Нижегородском математическом обществе* // Вестник ННГУ, сер. Математика. 2006. Вып. 1(4). С. 138–142.
11. Г.М. Полотовский. *Штрихи к портрету (к 100-летию со дня рождения Н.Н. Боголюбова)* // Математика в высшем образовании. 2009. № 7. С. 161–172.

ФЕНОМЕН ПРОВИНЦИИ **(очерк истории математики в Нижнем Новгороде)***

Иногда приходится слышать, что математика в России есть только в Москве и Санкт-Петербурге. При очевидной гиперболичности этого утверждения его источники понятны – это и всем известная центростремительность нашей культуры, и отражение того факта, что лишь в Москве и Санкт-Петербурге были «покрыты» (по крайней мере, до недавнего времени) практически все области математики. Тем не менее, не следует забывать, что и провинция внесла заметный вклад в развитие отечественной математики, что я и попытаюсь показать на примере Нижнего Новгорода. Естественно, термин «провинция» не несёт здесь никакого негативного оттенка, а означает лишь место, отличное от двух столиц.

Деятельность многих упоминаемых ниже математиков хорошо известна, о многих из них имеется более или менее обширная литература, поэтому ввиду недостатка места я ограничусь лишь ссылками на некоторые публикации и отдельными замечаниями.

Известные математики нижегородского происхождения

Перечислю ряд математиков, родившихся на Нижегородской земле: **Н.И. Лобачевский** (1792–1856) ([1] – [3]); **В.А. Стеклов** (1863–1926) ([4]); **Н.Н. Боголюбов** (1909–1992) ([5]); **В.Е. Дьяченко** (1896–1954); **С.А. Лебедев** (1902–1974) ([6]); **С.П. Новиков** (род. в 1938 г.).

*Впервые опубликовано в книге «Актуальные проблемы истории естественно-математических и технических наук и образования». – Елабуга, 2014. С.107–118.



Н.И. Лобачевский



В.А. Стеклов



Н.Н. Боголюбов



В.Е. Дьяченко



С.А. Лебедев



С.П. Новиков

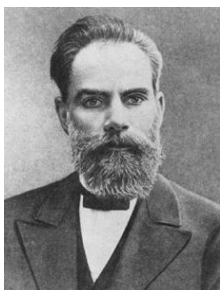
Напомню, что **Вадим Евгеньевич Дьяченко** – украинский математик, чл.-корр. АН УССР (1934), с 1926 г. работал в Киевском университете, а с 1934 г. – и в Институте математики АН УССР. Его основные труды относятся к математической физике, вычислительной математике, теории относительности, общей механике.

Сергей Алексеевич Лебедев – академик АН СССР (1953), под его руководством в 1948 – 1950 гг. была разработана первая в СССР и в континентальной Европе электронно-вычислительная машина (МЭСМ)¹.

¹Сравнительно недавно стало известно (см. [7], с. 57), что на десять дней раньше, чем МЭСМ, была принята в эксплуатацию машина М-1, разработанная под руководством И.С. Брука и Б.И. Рамеева. М-1 была первой в мире ЭВМ, все логические схемы которой были сделаны на полупроводниках.

**Известные математики
не нижегородского происхождения,
в жизни которых были нижегородские периоды**

Александр Михайлович Ляпунов (1857–1918) ([8]) родился в Ярославле, но в 1870 г. он с матерью и братьями переехал в Нижний Новгород, где в 1876 г. окончил с золотой медалью гимназию. Математику и физику преподавал ему талантливый педагог и ученый А.П. Грузинцев, другим учителем, преподававшим математику Ляпунову, был Д.К. Гик.



А.М. Ляпунов



В.В. Бобынин

Виктор Викторович Бобынин (1849–1919) – первый русский историк математики – родился в деревне Шили Рославльского уезда Смоленской губернии. После окончания с золотой медалью Тульской гимназии в 1867 г. он поступил на отделение естественных наук физ-мата Московского университета, а в 1868 г. перешёл на математическое отделение. По окончании университета в 1872 г. Виктор Бобынин не был приглашён в аспирантуру и поступил на службу в Нижегородскую военную гимназию преподавателем математики, физики и космографии. Именно в Нижнем Новгороде определился его интерес к истории математики. С осени 1882 г. В.В. Бобынин присту-

пил к чтению курса истории математики в Московском университете в статусе приват-доцента. С 1917 г. он профессор Московского университета.

Иван Иванович Привалов (1891–1941), член-корреспондент АН СССР (1939), автор знаменитых учебников, среди которых «Введение в теорию функций комплексного переменного», родился в Нижнем Ломове Пензенской губернии. В 1904 г. вместе с семьёй И.И. Привалов переехал в Нижний Новгород, где в 1909 г. окончил гимназию, после чего поступил в Московский университет, который окончил в 1913 г. В 1915 г. И.И. Привалов стал вице-президентом Московского математического общества.



И.И. Привалов



П.С. Новиков

Выдающийся советский математик москвич **Пётр Сергеевич Новиков** (1901–1975), академик АН СССР (1960), несколько лет жил и работал в Горьком (так в 1932 – 1990 гг. назывался Нижний Новгород). Вот как вспоминала об этом профессор Е.А. Леонтович-Андропова (расшифровка аудиозаписи 1996 года): *«Пётр Сергеевич вообще работал в Москве, но одно время он в Москве пропадал. Пропадал потому, что у него была колоссальная педагогическая нагрузка, и он просто работать совершенно не мог. И Александр Александрович [Андронов] его вытаскил. Он вы-*

тащил его сначала в Водный институт, а потом, по-моему, он был просто сотрудником нашего отдела. И Пётр Сергеевич сделал несколько работ и послал их в Москву. И Колмогоров (он ездил в Москву, Пётр Сергеевич) встретил его и сказал: “Вы там расцвели в Вашем Горьком” и пригласил его куда-то в академический институт». Во время пребывания П.С. Новикова и его жены Л.В. Келдыш в Горьком, родился их сын, будущий академик С.П. Новиков.

Начало развития математики в Нижнем Новгороде

У истоков развития в Нижнем Новгороде математики как науки и университетской дисциплины стоял **Иван Романович Брайцев** (1870–1947). В 1896 г. он окончил физмат Московского университета, приват-доцентом которого стал в 1899 г. В 1900 –1915 гг. работал в Варшавском политехническом институте, с 1908 г. – профессор Варшавского университета.

Варшавский политехнический институт в 1915 году был эвакуирован в Москву, затем в 1916 г. он был переведён в Нижний Новгород и в 1917 г. был переименован в Нижегородский. И.Р. Брайцев приехал в Нижний Новгород в 1916 г. вместе с Варшавским политехническим. На базе этого института, Нижегородского Народного уни-



И.Р. Брайцев

верситета и Нижегородских Высших сельскохозяйственных курсов в 1918 г. был создан Нижегородский государственный университет (тогда – НГУ). И.Р. Брайцев был инициатором создания и первым деканом (до 1939 г.) физико-математического факультета НГУ, одновременно преподавал и в других нижегородских вузах.

В университете И.Р. Брайцев был первым заведующим кафедрой математического анализа, а с 1942 г. до конца жизни он заведовал кафедрой теории функций, созданной по его инициативе.

Значение педагогической деятельности И.Р. Брайцева трудно переоценить. Так, в книге [9], посвящённой жизни и деятельности И.Р. Брайцева, отмечается, что в 1937 г. в Горьком работало не менее 220 учителей, получивших у него математическое образование. Приведу не публиковавшийся ранее фрагмент из воспоминаний выпускника Горьковского университета Б.Н. Верещагина (1918–2008), ставшего впоследствии крупным дипломатом-китаистом: *«Основные курсы из области высшей математики читались профессором Иваном Романовичем Брайцевым и его учениками. Иван Романович читал математический анализ, теорию функций комплексного переменного, которая также была его предметом научной работы. В этой области у него были оригинальные научные результаты, часть из них даже впоследствии была “переоткрыта” весьма известным швейцарским математиком². Брайцев, которому в те годы было около 70 лет, конечно, хорошо знал преподававшиеся им разделы математики, однако читал лекции довольно однообразно и скучновато. Иван Романович пользовался немалым уважением, он очень гордился тем, что занимается чистой математикой, и некоторых своих коллег, которые работали в области глубоко математизированных отраслей современной физики, творчески применяя и развивая соответствующие области математики, он математиками не считал, назы-*

² По-видимому, здесь имеется в виду математик венгерского происхождения Д. Пойя (1887–1985), в 1914 – 1940 годах работавший в Высшей технической школе в Цюрихе.

вая их “физиками”, что в его понимании похоже было на то, что они “нематематики”».

Научные интересы И.Р. Брайцева относились главным образом к теории аналитических функций, дифференциальным, интегральным и функциональным уравнениям. Многие из его учеников стали известными учёными, среди них ученик И.Р. Брайцева ещё по Варшавскому университету член-корреспондент АН СССР (1946) астроном М.Ф. Субботин (1893–1966) и крупный специалист по теории функций комплексной переменной член-корреспондент АН СССР (1970) А.Ф. Леонтьев.

Алексей Фёдорович Леонтьев (1917–1987) родился в селе Яковцево Нижегородской губернии, в 1939 г. окончил Горьковский университет³, в 1942 г. под руководством И.Р. Брайцева защитил кандидатскую диссертацию «Дифференциально-разностные уравнения». В 1945 г. он поступил в докторантуру к члену-корреспонденту АН СССР А.О. Гельфонду и в 1948 г. защитил докторскую диссертацию «О классе функций, определённых рядами полиномов Дирихле». В 1942 – 1954 гг. А.Ф. Леонтьев преподавал в ГГУ, а после этого заведовал кафедрой в МЭИ, с 1962 года работал в МИАН им. В.А. Стеклова. В 1971 г. А.Ф. Леонтьев переехал в Уфу, где под его руководством сфор-



А.Ф. Леонтьев

³Интересно, что А.Ф. Леонтьев в своей дипломной работе, выполненной под руководством Е.А. Леонтович-Андроновой, изучил основную бифуркацию рождения предельного цикла из сложного фокуса для 3-мерных аналитических систем. Эта работа осталась неопубликованной, а А.Ф. Леонтьев после окончания ГГУ сменил тематику.

мировалась известная школа по теории функций комплексной переменной.

Школа академика Андропова

Ученик выдающегося физика академика Л.И. Мандельштама (1879–1944), академик АН СССР (1946) **Александр Александрович Андронов** (1901–1952) переехал в Нижний Новгород из Москвы в 1931 г. Об А.А. Андронове и о созданной им научной школе по теории нелинейных колебаний и качественной теории дифференциальных уравнений написано очень много – укажу только [10]–[13].



Александр Александрович
Андронов

А.А. Андронову удалось довольно быстро сплотить группу сильных учёных, которые через некоторое время воспитали исследователей следующего поколения. В результате образовалась научная школа настолько мощная, что, несмотря на наши достижения последних двадцати лет в области организации науки и образования, эта школа

функционирует до сих пор и в значительной мере сохраняет свои мировые позиции. Нет никакого сомнения, что сам А.А. Андронов и его школа явились для Нижнего Новгорода основными наукообразующими факторами в области физики и математики.



Е.А. Леонтович-
Андропова

В книге [11] приведено «генеалогическое дерево» школы Андропова, начинающееся от самого А.А. Андропова и доведённое до 2000 года. В это дерево⁴ включено более трёхсот имён, и, хотя часть из них принадлежит физикам, ясно, что в настоящем тексте невозможно даже называть всех математиков. По этой причине список упоминаемых ниже учёных ни в какой мере не претендует на полноту, а их выбор, конечно, отчасти субъективен, поэтому я приношу извинения тем, кого за недостатком места не смог упомянуть.

Ближайшими сотрудниками А.А. Андропова были его жена **Евгения Александровна Леонтович-Андропова** (1905–1997) ([14]–[16]) и **Артеми**



А.Г. Майер

Григорьевич Майер⁵ (1905–1951), специалисты в области качественной теории дифференциальных уравнений. Отмечу, что во многом благодаря усилиям Е.А. Леонтович-

⁴К сожалению, в нём имеются различные неточности.

⁵Единственные известные мне сколько-нибудь подробные тексты о замечательном математике А.Г. Майере – это статья на стр. 210–294 этой книги по докладам [17], [18] и её первый вариант [19], опубликованный в Интернете.

Андроновой математическая часть школы Андропова была сохранена после безвременной смерти её лидеров А.А. Андропова и А.Г. Майера.

Из учеников А.А. Андропова, ставших затем его близкими сотрудниками, назову здесь **Николая Николаевича Баутина** (1908–1993) ([20], [21]) и **Юрия Исааковича Неймарка** (1920–2011) ([11]), одного из основателей и



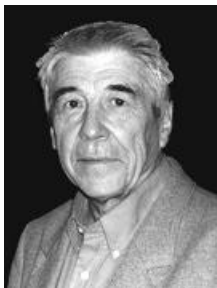
Н.Н. Баутин

организаторов в Нижегородском университете первого в СССР факультета ВМК (1963). Назову ещё некоторых математиков следующих поколений: Л.Н. Белюстина (1919–1998), В.Н. Гольберг, С.Х. Арансон, Я.Л. Уманский (ученики Е.А. Леонтович-Андроновой), В.А. Брусин (1937–2003), Ю.И. Городецкий (1930–2006), М.Л. Тай, Р.Г. Стронгин, М.А. Федоткин, М.М. Коган, М.И. Фейгин, С.В. Шильман (1935–1995) (ученики Ю.И. Неймарка).

В 1962 г. после аспирантуры (руководитель Ю.И. Неймарк) **Леонид Павлович Шильников** (1934–2011) ([22], [23]) защи-



Ю.И. Неймарк



Л.П. Шильников

тил кандидатскую диссертацию «Рождение периодических движений из особых траекторий». Вскоре после этого Л.П. Шильников обнаружил принципиально новое явление: хаотичность систем, имеющих петлю сепаратрисы седлофокуса с положительной седловой величиной. Очень быстро Л.П. Шильников становится одним из крупнейших в мире специалистов по теории бифуркаций многомерных динамических систем. Вокруг него концентрируется большая

группа учеников – Н.К. Гаврилов (1938 –?), Л.М. Лерман, В.С. Афраймович, А.Д. Морозов, С.В. Гонченко, В.В. Быков, М.И. Малкин, Д.В. Тураев, И.В. Белых и др., – многие из которых продолжают активно работать, но не все в России. Л.П. Шильников был одним из организаторов и первым Президентом (1995–2001) Нижегородского математического общества.

Назову ещё группу исследователей, «происходящую» от С.Х. Арансона – В.З. Гринес, Е.В. Жужома, В.С. Медведев, О.В. Починка, продолжающих интенсивно работать в теории динамических систем.

К школе Андронова следует отнести и **Дмитрия Андреевича Гудкова** (1918–1992) ([24]–[26]⁶): как неоднократно отмечал он сам, в 1948 г. именно А.А. Андронов предложил ему построить теорию грубости для плоских алгебраических кривых данной степени, а руководителем Д.А. Гудкова (впрочем, формальным) был А.Г. Майер. В результате многолетних исследований Д.А. Гудков решил (1969) задачу о топологической классификации неособых вещественных кривых степени 6 из первой части



Д.А. Гудков 16-й проблемы Гильберта и открыл (в виде гипотезы) сравнение по модулю восемь для M -кривых чётной степени, что послужило толчком к интенсивному развитию топологии вещественных алгебраических многообразий в последней четверти XX века. Из учеников Д.А. Гудкова этой тематикой продолжают заниматься Е.И. Шустин (Тель-Авивский университет), А.Б. Корчагин и Г.М. Полотовский (оба ННГУ). Отдельно следует отметить, что книга Д.А.

⁶ См. также стр. 5–25 этой книги.

Гудкова [1] фактически завершила исследования нижегородского периода биографии Н.И. Лобачевского, которыми в середине XX века занимались А.А. Андронов и созданная им для этого группа.

Исследования в других направлениях

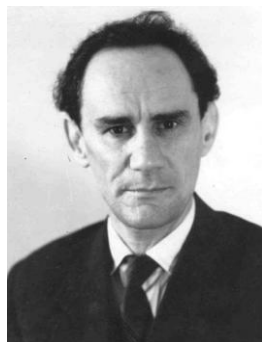
В Нижнем Новгороде работали ещё многие замечательные математики. Так, с 1944 года в Горьком жил **Израиль Исаакович Гордон** (1910–1985), первый аспирант Л.С. Понтрягина. В своей диссертации (1935 г.) он ввёл кольцо кохомологий. Таким образом, построение кольца кохомологий независимо и одновременно осуществили *три* математика – А.Н. Колмогоров, Дж. Александер и И.И. Гордон, причём все трое сделали на эту тему доклады на одной конференции – международной топологической конференции 1936 года в Москве.



И.И. Гордон

Конструкция умножения кохомологий, предложенная Гордоном, отличалась от конструкций Колмогорова и Александера, которые были одинаковыми.

Александр Григорьевич Сигалов (1913–1969) ([27]) внёс вклад в исследование 19-й, 20-й и 23-й проблем Гильберта, причём в 1951 году 20-я проблема была им решена. Его ученики Г.М. Жислин, В.И. Плотников (1922–1988), И.М. Сигал (в настоящее время работает в Торонто) стали известными математиками. Его учеником был и



А.Г. Сигалов

Юрий Васильевич Глебский (1927–1977) ([28]), открывший «Закон 0 или 1» в математической логике и создавший в Нижегородском университете школу по математической логике и дискретной математике, к которой относятся его ученики А.А. Марков (1937–1994), В.Н. Шевченко, В.А. Таланов, Д.И. Коган, М.И. Лиюгонький, Е.И. Гордон (сын И.И. Гордона, с 1999 года работает в США) и др.



Ю.В. Глебский

Назову ещё ряд активно работающих нижегородских математиков с указанием основных областей их научных интересов: В.Е. Алексеев (теория графов), В.Н. Белых (теория бифуркаций), В.М. Галкин (алгебра, теория чисел), Н.И. Жукова (теория слоений), В.А. Калягин (ТФКП), М.И. Кузнецов (алгебры Ли), В.И. Сумин (оптимальное управление), М.И. Сумин (оптимальное управление), В.В. Чистяков (функциональный анализ), И.А. Шерешевский (математическая физика), Е.И. Яковлев (геометрия, топология, компьютерная топология).

Феномен провинции

Попытаюсь в заключение кратко сформулировать некоторые выводы из обзора развития математики в Нижнем Новгороде, характерные, на мой взгляд, для математики в провинции.

1. Трудности информационного обмена (как получения информации, так и обнаружения собственных достижений) и заметная изолированность от научного сообщества. Особенно сильно это проявлялось в советские годы ввиду политической закрытости государства. Развитие Интернета

несколько смягчило эти трудности, но все математики знают, что «правильное размахивание руками» при личном общении зачастую гораздо эффективнее штудирования толстых текстов.

2. Существенно неполное покрытие разделов математики. Ограничусь цитатой из А.М. Вершика [29]: *«Я не устаю повторять, что только позже, когда мы начали ездить по свету, мы поняли, что таких математических факультетов, как в ЛГУ, в мире было очень мало, а такого, как мехмат в МГУ, в мире просто не было нигде – по концентрации и по охвату всей математики, существующей на то время; по научному молодежному потенциалу».*

3. Наличие мощной научной школы в каком-то направлении, что, с одной стороны, позволяет концентрировать усилия, с другой – поднимает уровень исследований и в других направлениях.

4. Разработка очень сложных и трудоёмких проблем. По-видимому, в провинции был другой ритм деятельности и не было такой острой соревновательности, как в столицах, что позволяло идти на риск занятий очень трудными задачами. Возможно, это частично объясняет факт крупного вклада нижегородских математиков в решение нескольких проблем Гильберта (см. выше о Д.А. Гудкове и А.Г. Сигалове).

5. Взаимодействие с математиками из столиц. В случае Нижнего Новгорода истоки этого взаимодействия идут от связей А.А. Андропова и Е.А. Леонтович с московскими учёными. Кроме того, здесь Нижнему Новгороду повезло и географически.

6. Математика в провинции ещё существует. Этот последний тезис можно рассматривать и как оптимистический, и как пессимистический.

Литература

1. *Гудков Д.А.* Н.И. Лобачевский. Загадки биографии. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1992. – 241 с.
2. *Полотовский Г.М.* Как изучалась биография Н.И. Лобачевского // Историко-математические исследования. Вторая серия. – 2007, Вып. 12(47). С. 32–49.
3. *Полотовский Г.М.* К 220-летию со дня рождения Николая Ивановича Лобачевского // Математика в высшем образовании, 2012. № 10. С. 135–140.
4. *Губина Е.В.* Владимир Андреевич Стеклов – учёный с нижегородской родословной – в кн. Труды VIII Международных Колмогоровских чтений. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2010. С. 427–436.
5. *Полотовский Г.М.* Штрихи к портрету (к 100-летию со дня рождения Н.Н. Боголюбова) // Математика в высшем образовании, 2009. № 7. С. 161–172.
6. *Малиновский Б.Н.* История вычислительной техники в лицах. – Киев: «КИТ», ПТОО «А.С.К.», 1995. – 384 с.
7. *Одинец В.П.* Зарисовки по истории компьютерных наук. – Сыктывкар: Коми гос. пед. Инст., 2013. – 420 с.
8. *Шибанов А.С.* Александр Михайлович Ляпунов. – М.: Молодая гвардия, 1985. – 336 с.
9. Иван Романович Брайцев. Серия «Личность в науке» (составитель Н.Б. Кузнецова). – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2004. – 192 с.
10. *Бойко Е.С.* Школа академика А.А. Андропова. – М.: Наука, 1983. – 198 с.

11. *Неймарк Ю.И.* Сухой остаток. К истории в лицах научной школы А.А. Андропова. – Н.Новгород, Нижегородский гуманитарный центр, 2000. –142 с.
12. Александр Александрович Андронов (1901–1952). Серия «Личность в науке» (составители Н.В. Горская, Э.Е. Митякова, О.И. Московченко, И.Г. Назина). – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 2001. – 287 с.
13. *Губина Е.В.* Академик А.А. Андронов и его школа (к 110-летию со дня рождения А.А. Андропова) // Математика в высшем образовании, 2011. № 9. С. 73–82.
14. *Шильников Л.П.* Леонтович-Андропова Евгения Александровна (1905–1996)⁷ – в кн. Женщины-учёные Нижнего Новгорода. Серия «Личность в науке», вып. 2 – Н.Новгород: Изд-во ННГУ, 1999. С. 83–102.
15. *Шильников Л.П.* К 100-летию со дня рождения Евгении Александровны Леонтович-Андроновой (1905–1997) // Вестник ННГУ, серия Математика, 2005. Вып. 1(3). С. 191–204.
16. *Shil'nikov L.P.* Evgeniya Aleksandrovna Leontovich-Andronova (1905–1996)⁷ // AMS Translations, Ser. 2. 2000, V. 200 (Methods of Qualitative Theory of Differential Equations and Related Topics). P.1–14.
17. *Polotovskiy G.M.* Nizhni Novgorod mathematician Artemy Grigorievich Mayer and his course of the history of mathematics – в кн. Attractors, Foliations and Limit Cycles, International conference dedicated to Yulij Ilyashenko's 70th birthday, Independent University of Moscow, Yanyary 13-17. – 2014. P. 18.

⁷ Здесь ошибка – Е.А. Леонтович-Андропова скончалась 4 января 1997 года.

18. *Полотовский Г.М.* Нижегородский математик Артемий Григорьевич Майер и его курс истории математики – в кн. Двдцатая первая международная конференция «Математика. Компьютер. Образование». Тезисы. Москва-Ижевск, 2014. С. 288.
19. *Полотовский Г.М.* Нижегородский математик Артемий Григорьевич Майер и его курс истории математики // «Семь искусств» №2(60). 2015. <http://7iskusstv.com/2015/Nomer2/Polotovskiy1.php>
20. *Андропова Е.А.* К 95-летию со дня рождения Н.Н. Баутина // Вестник ВГАВТ. Н. Новгород, 2004. – Вып. 9. С. 172–182.
21. *Андропова Е.А., Скрябин Б.Н.* Николай Николаевич Баутин (к 100-летию со дня рождения) // Математика в высшем образовании, 2008. № 6. С.111–122.
22. *Afraimovich V.S., Lerman L.M., Gonchenko S.V.* Leonid Pavlovich Shilnikov. On His 75th Birthday // Regular and Chaotic Dynamics, 2010. Vol. 15, Nos. 2–3. P. 101–106. (На русском языке: Нелинейная динамика, 2010. Т.6, № 1, с. 5–22.)
23. Editorial – Leonid Pavlovich Shilnikov // International Journal of Bifurcation and Chaos, 2014. V. 24. No. 8.
24. *Polotovskiy G.M.* Dmitrii Andreevich Gudkov // AMS Translations, Ser. 2. 1996. Vol. 173 (Topology of Real Algebraic Varieties and Related Topics). P. 1–9.
25. *Gordon E.I.* Recollection of D.A. Gudkov // AMS Translations, Ser. 2. 1996. Vol. 173 (Topology of Real Algebraic Varieties and Related Topics). P. 11–16.
26. *Полотовский Г.М.* Дмитрий Андреевич Гудков // Вестник ННГУ “Математическое моделирование и оптимальное управление”, 2001. Вып. 1(23). С. 5–16.

27. *Жислин Г.М.* О работах А.Г. Сигалова по математической физике (к 100-летию со дня рождения) // Математика в высшем образовании, 2013. № 11. С. 105–114.
28. *Лиогонький М.И., Таланов В.А.* О законе «0 или 1», открытом Ю.В. Глебским, и связанных с ним результатах, полученных на кафедре математической логики и алгебры ННГУ // Математика в высшем образовании, 2014. № 12. С. 93–102.
29. *Вершик А.М.* Как прорастает математика / <http://polit.ru/article/2013/03/18/vershik2/>

Содержание

Предисловие	3
Дмитрий Андреевич Гудков	5
Кто был отцом Николая Ивановича Лобачевского? (По книге Д.А. Гудкова «Н.И. Лобачевский. Загадки биографии»)	26
Как изучалась биография Н.И. Лобачевского (к 150-летию со дня смерти Н.И. Лобачевского).....	41
К 220-летию со дня рождения Николая Ивановича Лобачевского.....	70
Топология вещественных алгебраических кривых: история и результаты.....	82
В.В. Морозов, Д.А. Гудков и первая часть 16-й проблемы Гильберта	138
Ещё раз об определении предмета математики и о периодизации её истории.....	162
Несколько замечаний о мифотворчестве в истории математики	174
Штрихи к портрету (к 100-летию со дня рождения Н.Н. Боголюбова).....	188
Нижегородский математик Артемий Григорьевич Майер и его курс истории математики.....	210
Нижегородскому математическому обществу 15 лет.....	295
Феномен провинции.....	302

Григорий Михайлович Полотовский
Очерки истории российской математики

Формат 60х84 1/16
Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 18,6 Уч.-изд. л. 15,4
Заказ №446. Тираж 120 экз.

Издательство Нижегородского госуниверситета
им. Н.И. Лобачевского
603950, Нижний Новгород, пр.Гагарина, 23

Отпечатано в типографии
Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского
603000, Нижний Новгород, ул. Большая Покровская, 37