ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Пензенский государственный педагогический университет
имени В.Г. Белинского

Кафедра теории и методики обучения математике

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ»

Специальность 050201 – математика с дополнительной специальностью

Пенза-2007

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.Г. БЕЛИНСКОГО

ПРИНЯТО
на заседании Ученого совета
физико-математического факультета
Протокол заседания совета
факультета № 1 от 19.09 2007 г
Декан ф-та
В.И. Паньженский

УТВЕРЖДАЮ
проректор по учебной
работе
М.А. Пятин
«21» сент 2007 г.

ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ **ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ**

ДЛЯ СПЕЦИАЛЬНОСТИ **050201 – математика с дополнительной специальностью**

ФАКУЛЬТЕТ **ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ**

КАФЕДРА **ТЕОРИИ И МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

Пенза – 2007

Требования ГОС по дисциплине и квалификационные требования.

Специальность утверждена приказом Министерства образования РФ №686 от 02.03.2000 г.

Квалификация выпускника – учитель математики и (физики либо информатики).

Нормативный срок освоения основной образовательной программы по специальности 050201 Математика с дополнительной специальностью при очной форме обучения 5 лет.

Квалификационная характеристика выпускника.

Выпускник, получивший квалификацию учитель математики и (физики либо информатики) (в соответствии с дополнительной специальностью), должен быть готовым осуществлять обучение и воспитание обучающихся с учетом специфики преподаваемого предмета; способствовать социализации, формированию общей культуры личности, осознанному выбору и последующему освоению профессиональных образовательных программ; использовать разнообразные приемы, методы и средства обучения; обеспечить уровень подготовки обучающихся, соответствующий требованиям Государственного образовательного стандарт; осознавать необходимость соблюдения прав и свобод учащихся, предусмотренных Законом РФ «Об образовании», Конвенцией о правах ребенка, систематически повышать свою профессиональную квалификацию, участвовать в деятельности методических объединений и в других формах методической работы, осуществлять связь с родителями (лицами, их заменяющими), выполнять правила и нормы охраны труда, техники безопасности и противопожарной защиты, обеспечивать охрану жизни и здоровья учащихся в образовательном процессе.

Область профессиональной деятельности: среднее общее (полное) образование.

Объект профессиональной деятельности: обучающийся.

Виды профессиональной деятельности: учебно-воспитательная, социально-педагогическая, культурно-просветительная, научно-методическая, организационно управленческая.

Требования к обязательному минимуму содержания дисциплины история математики

Курс истории математики составляет важную часть профессиональной подготовки будущих учителей. В соответствии с **требованиями Государственного образовательного стандарта** (2005) высшего профессионального образования содержание дисциплины «История математики» должно включать в себя следующие вопросы:

Основные периоды развития математики. Значение различных цивилизаций (Древний Египет, Римская империя, Греция, Индия и Китай, эпоха Возрождения и др.) в развитии математической науки. Биографии наиболее выдающихся ученых-математиков. Историческое развитие каждой содержательно-методической линии школьного курса математики.

Общие квалификационные требования к профессиональной подготовке учителя математики:

Выпускник должен знать содержание типовых задач профессиональной деятельности, соответствующих его квалификации, и уметь их решать. Типовыми задачами по видам профессиональной деятельности для учителя математики, решаемыми, в том числе, и на занятиях по истории математики, являются:

в области учебно-воспитательной деятельности:

- осуществление процесса обучения математике в соответствии с образовательной программой;

- планирование и проведение учебных занятий по математике с учетом специфики тем и разделов программы и в соответствии с учебным планом;

- использование современных научно обоснованных приемов, методов и средств обучения математике, в том числе технических средств обучения, информационных и компьютерных технологий;

- применение современных средств оценивания результатов обучения;

- воспитание учащихся как формирование у них духовных, нравственных ценностей и патриотических убеждений;

- реализация личностно-ориентированного подхода к образованию и развитию обучающихся с целью создания мотивации к обучению;

в области культурно-просветительной деятельности:

- формирование общей культуры учащихся;

в области научно-методической деятельности:

- выполнение научно-методической работы, участие в работе научно-методических объединений;

- самоанализ и самооценка с целью повышение своей педагогической квалификации;

в области организационно-управленческой деятельности:

- организация контроля за результатами обучения и воспитания;

- организация самостоятельной работы и внеурочной деятельности учащихся;

Основными **задачами** изучения истории математики в педагогическом вузе являются:

1. Знакомство студентов с основными вехами формирования базовых математических понятий, ведущих идей, методов и целостных теорий; характером и особенностями развития математики у отдельных народов в отдельные исторические периоды; вкладом, внесенным великими математиками прошлого и современности.
2. Переосмысление изученного ранее математического материала с новых, исторически обусловленных, позиций; осознание логической структуры и диалектики развития математической науки, полноценная реализация ее гуманитарного потенциала.
3. Выявление оптимальных возможностей использования сведений из истории математики в школьной практике с целью формирования устойчивого познавательного интереса учащихся к предмету и создания позитивного эмоционального фона на уроках.

История математики (ДПП.Ф.15) относится к блоку дисциплин предметной подготовки. При этом специфика подготовки учителей математики в педагогическом вузе, как известно, предполагает два аспекта изучения исторического материала (общенаучный и методический), определяющих его **роль** во всем предметно-содержательном тезаурусе: во-первых, знания об истории развития науки являются необходимым компонентом общетеоретической подготовки студентов, во-вторых, будущие учителя математики должны познакомиться с возможностями использования этого материала непосредственно в практике преподавания математики в школе. Поэтому особенностью предлагаемой программы является ее четко выраженная методическая ориентация. В соответствии с данной ориентацией, содержание занятий сориентировано на освещение, прежде всего, тех вопросов, которые получили конкретную методическую интерпретацию в школьном математическом курсе.

Содержание курса состоит из двух частей.

Первая часть (раскрываемая в основном на лекциях) посвящена рассмотрению особенностей развития математики у различных человеческих цивилизаций в хронологическом порядке. Уже на первой лекции целесообразно затронуть вопрос о значении исторического материала при обучении математике в школе, выделить основные функции этого материала и проиллюстрировать некоторые конкретные пути знакомства школьников со сведениями по возникновению и развитию математических знаний. На дальнейших лекциях особое внимание уделяется истории развития тех математических разделов, которые имеют конкретное воплощение в школьных математических курсах (проблема разрешимости алгебраических уравнений в радикалах; возникновение и развитие понятия функции; расширение понятия числа в историческом контексте и т.д.), регулярно предлагаются соответствующие самостоятельные задания для студентов, а также исторические задачи, которые можно использовать в школьной практике.

Содержание второй части предполагается изучать на семинарских занятиях. Тематика этих занятий затрагивает закономерности развития тех математических разделов, которые лежат в основе соответствующих содержательно-методических линий школьных математических курсов, и имеет более существенную методическую "окраску". Это позволяет обеспечивать специфические потребности в историческом материале, как специальных математических, так и методических дисциплин. Каждое занятие затрагивает свой аспект реализации **межпредметных** взаимосвязей математических курсов, курса истории математики и методики обучения математике и, соответственно, предполагает свой вид ведущей деятельности студентов на семинаре (выступление с докладом, проведение деловой игры в виде урока или фрагментов урока, решение исторических задач и т.д.).

В приведенной ниже таблице представлено распределение учебного времени по семестрам и видам учебных занятий для специальности «Математика» с дополнительной специальностью для очной и заочной формы обучения.

Вид учебной работы	Очная форма обучения по специальностям по учебным семестрам	Заочная форма обучения по специальностям по учебным семестрам (6 лет)	Заочная форма обучения по специальностям по учебным семестрам (3,5 года)
	10 семестр	11 сем.	7 сем.

1.	2.	3.	4.
Общая трудоемкость, всего часов	52	102	92
Аудиторные занятия (АЗ)	26	12-	14
Лекции (Л)	13	12-	10
Практические занятия (ПЗ)	13	-	4
Семинары (С)	-	-	-
Лабораторные занятия (ЛЗ)	-	-	-
Другие виды аудиторных занятий	-	-	-
Самостоятельная работа (СР)	26	90	78
Контрольная работа	+	+	+
Компьютерное тестирование	+	-	-
Форма итогового контроля	Зачет	Зачет	Зачет

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ ОБУЧЕНИЯ

ОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

№ п.п	ТЕМА И СОДЕРЖАНИЕ	ОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АЗ		СР
		Л	ПЗ	
1.	2.	3.	4.	5.
1	Предмет истории математики. Математика Древнего Востока.	2		Подбор и решение исторических задач (2 ч).
2	Математика в странах греко-римской культуры. Александрийская научная школа.	2		Подбор и решение задач из наследия античных ученых Разработать фрагменты по использованию исторического материала на уроках математики с использованием программных средств (2 ч).
3	Математика средневековой Европы и эпохи Возрождения.	1		Подготовка рефератов (2 ч).
4	Начало периода переменных величин. Создание аналитической геометрии. Возникновение первых понятий	2		Разработать фрагменты по использованию

	математического анализа.			исторического материала на уроках математики (2 ч).
5	Основные предпосылки возникновения дифференциального и интегрального исчисления.	1		Решение исторических задач (4 ч).
6	Математика в конце 18-го начале 19-го в.в. Развитие абстрактной алгебры.	1		Подготовка рефератов(2 ч).
7	Развитие математического анализа в 18-19в.в.	1		Решение исторических задач (4 ч).
8	Основные направления развития математики в 19 веке. Открытие неевклидовой геометрии.	1		Подготовка рефератов (2 ч).
9	Основные направления развития математики в первой половине 20-го века.	1		Подготовка рефератов (2 ч).
10	Развитие отечественной математики в 19 и 20 веках.	1		Подбор задач из наследия ученых (4 ч).
11	Эволюция понятия числа.		2	
12	История возникновения и развития тригонометрических функций.		2	
13	Формирование понятий функции и предела.		2	
14	История возникновения дифференциального и интегрального исчисления.		2	
15	Геометрические фигуры в историческом контексте.		1	
16	Геометрические построения в историческом контексте.		2	
17	Возникновение и развитие различных ветвей геометрии.		2	
	ИТОГО	13	13	26

ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

(срок обучения 6 лет)

№ п.п	**ТЕМА И СОДЕРЖАНИЕ**	**ЗАОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ**		**СР**
		АЗ		
		Л	**ПЗ**	
1.	2.	3.	4.	5.
1.	Предмет истории математики. Основные периоды развития математики.	2		Подбор и решение исторических задач (15 ч).
2.	Математика Др. Востока (Др. Египет, Др. Вавилон, Др. Индия, Др. Китай). Возникновение числовой символики и различных систем счисления).	2		Разработать фрагменты по использованию исторического материала на уроках математики с использованием программных средств (15 ч).
3.	Математика Древней Греции (Пифагор, Фалес, Архимед, Евклид, Евдокс, Аполлоний, Диофант).	2		Подбор и решение задач из наследия античных ученых

				(15 ч).
4.	Предпосылки возникновения дифференциального и интегрального исчисления (Ферма, Декарт, Кеплер, Валлис, Ньютон, Лейбниц).	2		Подбор и решение исторических задач (15 ч).
5.	Л. Эйлер, Даламбер, братья Бернулли, Лагранж, Лаплас, Дирихле. Развитие понятия функции.	2		Разработать фрагменты по использованию исторического материала на уроках математики (15 ч).
6.	Проблема разрешимости целых алгебраических уравнений (Кардано, Бомбелли, Лагранж, Абель, Галуа, Жордан, Кэли).	2		Подготовка фрагментов факультативных занятий (15 ч).
	ИТОГО	12		90

ЗАОЧНАЯ ФОРМА ОБУЧЕНИЯ

(срок обучения 3,5 года)

№ п.п	ТЕМА И СОДЕРЖАНИЕ	ЗАОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АЗ		СР
		Л	ПЗ	
1.	2.	3.	4.	5.
1.	Предмет истории математики. Основные периоды развития математики. Математика Др. Востока (Др. Египет, Др. Вавилон, Др. Индия, Др. Китай). Возникновение числовой символики и различных систем счисления).	2		Подбор и решение исторических задач. Разработать фрагменты по использованию исторического материала на уроках математики с использованием программных средств (18 ч).
2.	Математика Древней Греции (Пифагор, Фалес, Архимед, Евклид, Евдокс, Аполлоний, Диофант).	2	2	Подбор и решение задач из наследия античных ученых (15 ч).
3.	Предпосылки возникновения дифференциального и интегрального исчисления (Ферма, Декарт, Кеплер, Валлис, Ньютон, Лейбниц).	2		Подбор и решение исторических задач (15 ч).
4.	Л. Эйлер, Даламбер, братья Бернулли, Лагранж, Лаплас, Дирихле. Развитие понятия функции.	2	2	Разработать фрагменты по использованию исторического материала на уроках математики (15 ч).
5.	Проблема разрешимости целых алгебраических уравнений (Кардано, Бомбелли, Лагранж, Абель, Галуа, Жордан, Кэли).	2		Подготовка фрагментов факультативных

				занятий (15 ч).
	ИТОГО	10		78

СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ И ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

1.Значение различных цивилизаций в развитии математической науки

1. Предмет истории математики.

Предмет математики, ее состав, структура, специфические особенности. История математики как наука, ее предмет, функции, связь со школьным математическим образованием. Основные периоды развития математики. Формирование первых математических представлений.

2. Древние цивилизации Востока.

Значение различных цивилизаций (Древний Египет, Вавилон, Индия и Китай) в развитии математической теории. Различные системы нумерации, приемы счета, решение арифметических задач и измерение фигур, элементы алгебры уравнений.

3. Математика в странах греко-римской культуры.

Преобразование математики в абстрактную дедуктивную науку. Арифметика целых и рациональных чисел в школе Пифагора. Открытие несоизмеримых отрезков. Теория отношений Евдокса.

4. Александрийская научная школа.

Концепция дедуктивной науки у Аристотеля. Структура «Начал» Евклида и их место в развитии математических наук, дальнейшее развитие аксиоматического метода. Биография Архимеда. Инфинитезимальные методы Архимеда и их значение. Аполлоний и его теория конических сечений. Алгебра и теория чисел в период упадка греко-римской цивилизации, Диофант и решение неопределенных уравнений в целых положительных числах.

5. Математика арабов в Средние Века.

Багдадская школа. Арабская система нумерации. Происхождение арабских цифр. Алгебра ал-Хорезми и его преемников. Развитие геометрии, плоской и сферической тригонометрии у арабов (ал-Бируни, ал-Коши и других).

6. Математика средневековой Европы и эпохи Возрождения.

Усвоение античного наследия. Геометрия в средневековой Европе. Решение уравнений 3-й и 4-й степеней в радикалах в ✠✞✌ веке (Кардано, Феррари и другие). Построение буквенной алгебры и ее усовершенствование Ф. Виетом.

7. Научная революция ✠✞✌✌ - ✠✞✌✌✌ веков и оформление новой картины мира.

Потребность в новых средствах вычисления, открытие логарифмов Непером и Бюрги, первые вычислительные машины (Паскаль, Лейбниц).

Аналитическая геометрия Р. Декарта и П. Ферма. Осознание необходимости выдвижения на передний план математической науки идеи переменной величины и связанных с ней понятий функции, непрерывности и движения.

8. <u>История открытия дифференциального и интегрального исчисления</u>.

Основные предпосылки возникновения дифференциального и интегрального исчисления. Предшественники Ньютона и Лейбница (Б. Кавальери, П. Ферма, Дж. Валлис, И. Барроу и другие). Биография И. Ньютон, Г. Лейбниц.

9. <u>Развитие математического анализа в ✠✞✋✋✋ - ✠✋✠ веках</u>.

Задача о колебании струны и первые достижения математической физики (вклад Даламбера, Бернулли, Эйлера, Лагранжа) Дифференциальные уравнения как математический аппарат естествознания и техники (Ж. Фурье, С. Пуассон, П.С. Лаплас) Проблема обоснования математического анализа и его перестройка в работах Б. Больцано, О. Коши, К. Вейерштрасса.

10. <u>Развитие алгебры в первой половине ✠✋✠ века</u>.

Эволюция алгебры. Биография К.Ф. Гаусса. Основная теорема алгебры; исследования Лагранжа по группам подстановок. Проблема разрешимости в радикалах уравнений высших степеней, теорема Абеля. Теория Галуа. Теория групп и ее значение для формирования нового взгляда на алгебру как на теорию алгебраических структур.

11. <u>Открытие неевклидовых геометрий</u>.

Биография Н.И. Лобачевский. Основные положения геометрии Лобачевского. Дальнейшее обобщение предмета геометрии Б. Риманом. Интерпретация новых геометрических систем. Обоснование евклидовой геометрии Д. Гильбертом. Проблема аксиоматического построения математики.

12. <u>Математика на рубеже ✠✋✠ - ✠✠ веков</u>.

Рождение новых дисциплин (теория множеств, функциональный анализ, вариационное исчисление). Ведущие ученые периода – жизнь и творчество (А. Пуанкаре, Д. Гильберт, Г. Кантор и другие). Основные направления развития математике в первой половине ✠✠ века.

13. <u>Развитие математики в России до ✠✞✋✋✋ века</u>.

Первые математические рукописи на Руси. Славянская нумерация. Состояние арифметики и геометрии в России в ✠✞✋✋ веке. Л.Ф. Магницкий и его «Арифметика». Биография Л. Эйлера.

14. <u>Развитие отечественной математики в ✠✋✠ и ✠✠ веках</u>.

М.В. Остроградский, П.Л. Чебышев и формирование Петербургской математической школы. С.В. Ковалевская – жизнь и творчество. Д.Ф. Егоров и Н.Н. Лузин – основатели Московской математической школы. Видные отечественные математики ✠✠ века.

2. <u>**Историческое развитие основных содержательно-методических линий школьного курса математики**</u>.

1. <u>История развития понятия числа</u>.

Краткий обзор развития понятия числа. Происхождение дробей, положительных и отрицательных чисел. Иррациональные числа в древности и в Средние Века. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби (✠✞✋ - ✠✞✋✋✋ века). История числа π. Комплексные числа в ✠✞✋ - ✠✞✋✋✋ веках; геометрическое истолкование комплексных чисел. Путь формально-логического расширения понятия числа.

2. <u>Геометрические построения в историческом контексте</u>.

Практическая геометрия древних египтян и вавилонян. Геометрическая алгебра в Древней Греции. Классические задачи древности. Проблема построения правильных многоугольников с помощью циркуля и линейки.

3. Геометрические фигуры в историческом контексте.

Открытие метрических соотношений в треугольнике. История исследования свойств многоугольника и круга. Многогранники и круглые тела; нахождение объема пирамиды. Вычисление объема шара на основе принципа Кавальери.

4. История развития понятия функции.

Функциональные зависимости в древности и в арабской науке. Кинематико-геометрическая концепция функциональной зависимости. Переменные величины и функции в ✠✞✋✋ веке. Аналитическое представление функции; расширение понятия функции в связи с потребностями математической физики. Поиск наиболее общего определения понятия функции в ✠✞✋✋✋ - ✠✋✠ веках; критический анализ различных подходов.

5. Из истории развития геометрических преобразований.

Подобие фигур в Древней Греции. Примеры применения геометрических преобразований при решении задач у Архимеда, Аполлония и арабских математиков. Возникновение и совершенствование проективной геометрии в ✠✞✋✋ - ✠✞✋✋✋ веках. Геометрические преобразования и теория групп; «Эрлангенская программа» Ф. Клейна.

6. Происхождение и развитие тригонометрии.

Расширение понятий угла и дуги, их измерение. Тригонометрия в Древней Греции и Индии; открытие тангенса. Обзор развития тригонометрических функций до Эйлера и при Эйлере. Открытие основных формул тригонометрии.

7. Из истории развития векторного исчисления.

Исчисление отрезков в ✠✞✋✋ - ✠✞✋✋✋ веках. Различные пути совершенствования векторного исчисления. Разработка основ векторной алгебры В. Гамильтоном и теории геометрического исчисления Г. Грассманом.

ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Александрова Н.В. Математические термины. М., 1978.
2. Белл Э.Т. Творцы математики: Предшественники современной математики. Пособие для учителей.- М.: Просвещение, 1979.
3. Глейзер Г.И. История математики в школе: В 3-х кн. Пособие для учителей.- М.: Просвещение, 1981-1983.
4. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России.- М.; Л.: Гостехиздат, 1946.
5. Гнеденко Б.В. Математика и математическое образование в современном мире. М.,1985.
6. Депман И.Я. История арифметики: Пособие для учителей.- М.:Просвещение,1965.

7. История математики с древнейших времен до начала ✠✋✠ века. Т.т. 1-3./Под ред. А.П. Юшкевича.- М. :Наука, 1970-1972.

8. Клайн М. Математика. Утрата определенности.- М. :Мир, 1984.

9. Колмогоров А.Н. Математика – БСЭ. 2 изд., 1954, т.26, с.464-483.

10. Марков С.Н. Курс истории математики. Учебное пособие.- Иркутск: Изд-во Иркутск. Ун-та, 1995.

11. Математика: Хрестоматия по истории, методологии, дидактике /Сост. Г.Д. Глейзер.- М.: УРАО, 2001.

12. Рыбников К.А. Возникновение и развитие математической науки: Книга для учителя. - М.: Просвещение, 1987.

13. Рыбников К.А. История математики. Учебное пособие. - М.:МГУ, 1974.

14. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики.- М. :Наука, 1978.

15. Хрестоматия по истории математики / Под ред. А.П. Юшкевича.
В 2-х кн. – М.: Просвещение, 1976-1977.

16. Юшкевич А.П. История математики в средние века. – М.:Физматгиз,1961.

17. Юшкевич А.П. История математики в России до 1917 года. – М.:Наука,1968.

18. Чистяков В.Д. Старинные задачи по элементарной математике. 3-е изд., испр.- Минск., 1978.

19. От Архимеда до наших дней: Видеоэнциклопедия для народного образования – М.: ЛЕННАУЧФИЛЬМ, «КВАРТ», 2006.

20. Геометрия Евклида: Видеоэнциклопедия для народного образования – М.: «КВАРТ», 2006.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

21. Алгебра и начала анализа. Учебн. для 10-11 кл.ср.шк./ А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницин и др.- М. :Просвещение, 1991.

22. Аль-Каши Д.Г. Математические трактаты. – М.:Гостехиздат,1956.

23. Аль-Хорезми Мухаммед. Математические трактаты. – Ташкент,1964.

24. Архимед. Сочинения/ пер., вступительная статья и коммент. Н.И. Веселовского; пер. с арабских текстов Б.А.Резенфорд.- М.:Физматгиз, 1962.

25. Бэлл Э.Т. Творцы математики. Предшественники современной математики. Пособие для учителей. Пер.с англ. В.Н. Тросникова, С.Н. Киро, Н.С. Киро/ Под. ред. и с доп. С.Н. Киро.- М.,1979.

26. Больяи Я. Аппендикс. Приложение, содержащее науку о пространстве, абсолютно истинную…-М.:Гостехиздат,1950.

27. Вейль Г. О философии математики. М.-Л.:ГТТИ,1934.

28. Галуа Э. Сочинения. –М.-Л.:ОНТИ,1950.

29. Гильберт Д. Основания геометрии. Пер. с 7-го нем. изд. И.С. Градштейна / Под. ред. и с вступ. статьей П.К. Рашевского.- М.,Л., 1984.

30. Гусев В.А. и др. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах/ Под. ред. С.И. Шварцбурда.- М., 1977.

31. Дедекинд Р. Непрерывность и иррациональные числа. – Одесса,1914.

32. Декарт Р. Геометрия.-М.-Л.:Гошти,1938.

33. Декарт Р.Рассуждение о методе. –М.-Л.:Изд-во АН СССР,1953.

34. Евклид. Начала. –М.-Л.:ГТТИ,1948-1850.-Т.1-3.

35. Кавальери Б.Геометрия неделимых.-М.:Л.:ГТТИ,1935.

36. Кеплер И. Новая стереометрия винных бочек.-М.-Л.:ГТТИ,1935.

37. Клейн Ф. Лекции о развитии математики в Х1Х столетии. Ч.1.-М.:Наука,1989.

38. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей. / Пер. с нем. Под. ред. В.Г. Болтянского.- М., Наука, 1987

39. Колосов А.А. Книга для внеклассного чтения по математике в старших классах.

40. Лейбниц Г.В. Избранные отрывки из математических сочинений // Успехи математических наук. –1943. –Т.3.-Вып.1(23).

41. Леонардо да Винчи. Избранные естественнонаучные произведения. -М. :Изд.-во АН СССР,1955.

42. Лобачевский Н.И. Собрания сочинений. М.:Гостехиздат,1946.-Т.1-5.

43. Лопиталь Г.Ф. Анализ бесконечно малых. –М.-Л.:ГТТИ,1935.

44. Лузин Н.Н. Интеграл и тригонометрический ряд. – М.-Л. :Изд-во АН СССР,1940.

45. Математика в современном мире (под. ред. Р. Куранта) - М., 1967.

46. Маркушевич А.И. Очерки по истории аналитических функций. – М.-Л.:Гостехиздат,1951.

47. Ньютон И. Всеобщая арифметика. – М.-Л. :Изд-во АН СССР, 1948.

48. Ньютон И. Математические работы. –М.-Л.:ОНТИ,1937ю

49. Осипенко И.Н. "Начала" Евклида. - М.: Наука, 1994.

50. Попов Г.Н. Сборник исторических задач по элементарной математике. - М., Л., 19

51. Риман Б. Сочинения.- М.:Гостехиздат,1948.

52. Силин А.В., Шмакова Н.А. Открываем неевклидову геометрию. М., 1988.

53. Хайям О. Трактаты. - М.: Изд-во АН СССР, 1961.

54. Цейтен Г.Г. История математики в древности и в средние века. Изд.2. –М.-Л.:ГТТИ,1938.

55. Цейтен Г.Г. История математики в XYI и XYII веках.- М.-Л.:ГТТИ,1938.

56. Чебышев П.Л. Полное собрание сочинений. -М.-Л.:АН СССР,1941-1951.-Т.1-5.

57. Четыре сочинения о квадратуре круга. Архимед, Гюйгенс, Ламберт, Лежандр.-М.-Л.:ГТТИ,1936.

58. Щербаков Р.Н., Пичурин Л.Ф. От проективной геометрии к неевклидовой. М., 1979.

59. Эйлер Л. Универсальная арифметика. –С.-Пб.,1768-1769. – Т.1-2.

Статьи из журналов "Математика в школе" и "Квант"

60. Александр Яковлевич Хинчин//Мат. в шк.1984, №4.
61. Алексей Николаевич Крылов //Мат. в шк.1980, №5.
62. Андрей Андреевич Марков //Мат. в шк.1982, №1.
63. Андрей Андреевич Марков //Мат. в шк.1984, №3.
64. Абаляев Р.Н. Петр Семенович Гурьев //Мат. в шк.1987, №1.
65. Александров А.Д. О геометрии Лобачевского //Мат. в шк.1993, №1.
66. Александров А.Д. Несколько слов по поводу речи Лобачевского //Мат. в шк.1977, №2.
67. Аль-Бируни //Мат. в шк.1980, №3.
68. Андронов И.К. Первый учитель математики российского юношества Леонтий Филиппович Магницкий//Мат. в шк.1969, №6.
69. Атанасян Л.С. и др. Выдающийся ученый современности (к 80 –летию А.Н.Тихонова) //Мат. в шк.1986, №6.
70. 11.Ахулков Е.С., Петрова М.А., Сафравзбекян Р.А. Иван Козмич Андронов//Мат. в шк.1984, №5.
71. Бабышин С.Д. О книге Р.А. Симонова "Математическая мысль Древней Руси"//Мат. в шк.1978, №4.
72. Баврин С.Д. Система мер//Мат. в шк.1994, №2.
73. Башмакова И.Г. Карл Фридрих Гаусс (к 200-летию со дня рождения) //Мат. в шк.1977, №2.
74. Бескин Н.М. Воспоминания о Н.Н.Лузине //Мат. в шк.1983, №6.
75. Блез Паскаль //Мат. в шк.1983, №3.
76. Болгарский Б.В. Воспоминания о работе в первых советских школах //Мат. в шк.1980, №2.
77. Бонавентура Кавальери // Мат. в шк.1985, №6.
78. Бородин И.А., Каменская М.В. К истории логарифмов //Мат. в шк.1991, №5.
79. Гнеденко Б.В. Московский университет и математическое просвещение//Мат. в шк.1980, №2.
80. Гнеденко Б.В. Михаил Васильевич Остроградский//Квант 1988, №10.
81. Гнеденко Б.В., Погребысский И.Б. Леонтий Магницкий и его "Арифметика"//Мат. в шк.1969, №6.
82. Гнеденко Б.В. Абак, десятичная система счисления и десятичные дроби //Мат. в шк.1994, №1.
83. Гнеденко Б.В. Симон Дени Пуассон (к 200-летию со дня рождения) //Мат. в шк.1981, №3.
84. Гнеденко Б.В. Ученый, учитель, гражданин (А.Н. Колмогоров) //Мат. в шк.1990, №5.
85. Добровольский В.А. Юность и зрелость Коши //Мат. в шк.1989, №6.
86. Дорофеева А.В. Декарт и его "Геометрия"//Мат. в шк.1987, №5.
87. Дорофеева А.В. Десятичные дроби (их изобретение и распространение) //Мат. в шк.1985, №5.

88. Дорофеева А.В. Иордан Неморарий – выдающийся ученый Х111в. //Мат. в шк.1991, №6.

89. Дорофеева А.В. Омар Хайям //Мат. в шк.1989, №2.

90. Дорофеева А.В. Создание первых ЭВМ //Мат. в шк.1996, №2.

91. Дорофеева А.В. Чарльз Бебидж и его аналитическая машина //Мат. в шк.1995, №2.

92. Дорофеева А.В. Школа математических и навигацких наук //Мат. в шк.1986, №1.

93. Дорофеева А.В. Юбилей великого открытия //Мат. в шк.1984, №6.

94. Жан Лерон Д′Аламбер //Мат. в шк.1983, №5.

95. Иоганн Кеплер//Мат. в шк.1983, №6.

96. Иоганн Мюллер (Региомонтан) //Мат. в шк.1989, №4.

97. Исаак Ньютон //Мат. в шк.1983, №1.

98. Карл Вейерштрасс//Мат. в шк.1985, №5.

99. Кауфман А.М. Первая русская женщина-алгебраист Любовь Николаевна Запольская//Мат. в шк.1982, №1.

100. Колмогоров А.Н. Ньютон и современное математическое мышление//Мат. в шк.1982, №5.

101. Колмогоров в воспоминаниях учеников//Квант. 1988, №11.

102. Колмогоров//Мат. в шк.1987, №6.

103. Крапивин З.И. Памяти Н.Ф. Четверухина//Мат. в шк.1983, №1.

104. Кузичева З.А. Аниций Манлий Торкват Северин Боэций//Мат. в шк.1991, №4.

105. Кузичева З.А. Лейбниц и его роль в математике нового времени //Мат. в шк.1996, №3.

106. Кузичева З.А. Лука Паччоли и его математическое творчество//Мат. в шк.1995, №3.

107. Кузичева З.А. Рене Декарт (к 400 – летию со дня рождения)//Мат. в шк.1996, №6.

108. Курдюмова Н.А. Джордж Буль как основоположник математической логики//Мат. в шк.1995, №6.

109. Курдюмова Н.А. Формальное и интеитивное в процессе развития понятия числа //Мат. в шк.1994, №4.

110. Курт Гедель //Мат. в шк.1981, №3.

111. Лаптев Б.Л., Юшкевич А.П ., И.Г.Ламберт//Мат. в шк.1979, №5.

112. Леонард Эйлер//Мат. в шк.1980, №6.

113. Лобачевский Н.И. О важнейших предметах воспитания//Мат. в шк.1977, №2.

114. Маслова Г.Г. Николай Федоровиче Четвертухин//Мат. в шк.1983, №1.

115. Маргулис А.Я. Андрей Петрович Киселев//Мат. в шк.1948, №4.

116. Метельский Н.В. Идеи движения за реформу современны//Мат. в шк.1992, №1.

117. Миньковский В.Л. Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовский//Мат. в шк.1976, №4.

118. Михаил Васильевич Остроградский//Мат. в шк.1980, №6.

119. Мишин В.И., Чернецов М.М. К 100-летию Е.С. Березанской//Мат. в шк.1990, №1.

120. Молодший В.Н. Историко-математические исследования//Мат. в шк.1978, №3.

121. Нафиков Н.Н. Гипотеза об истоке золотого сечения//Мат. в шк.1994, №3.

122. Наш великий современник//Мат. в шк.1994, №5.

123. Нечаев В.И. Академик Иван Матвеевич Виноградов//Мат. в шк.1981, №4.

124. Нильс Генрих Абель//Мат. в шк.1981, №4.

125. Николай Иванович Лобачевский//Мат. в шк.1979, №4.

126. Новинский Г.Д. Первые логические машины//Мат. в шк.1985, №5.

127. Пифагор Самосский//Мат. в шк.1980, №3.

128. Прасолов В.В. Формула Брахмагупты//Мат. в шк.1991, №5.

129. Пьер Ферма//Мат. в шк.1981, №5.

130. Рене Декарт//Мат. в шк.1981, №5.

131. Рыбников К.А. Тригонометрия в школе и в системе математических наук//Мат. в шк.1981, №2.

132. Семен Кириллович Котельников//Мат. в шк.1986, №3.

133. Сергей Алексеевич Чаплыгин//Мат. в шк.1981, №2.

134. Софья Васильевна Ковалевская//Мат. в шк.1980, №1.

135. Таги-Заде А.К. Ариабхата – "Коперник Востока" (к 1500-летию со дня рождения) //Мат. в шк.1975, №4.

136. Тукмаков И.М. Анри Лебег (к 100-летию со дня рождения) //Мат. в шк.1975, №4.

137. Улугбек//Мат. в шк.1980, №4.

138. Хавинсон С.Я. А.И.Маркушевич как математик //Мат. в шк.1980, №1.

139. Христиан Гюйсенс //Мат. в шк.1979, №6.

140. Цукерман В.В. О судьбе великого наследия//Мат. в шк.1994, №3.

141. Чарльз Бэбидж //Мат. в шк.1981, №6.

142. Чебышев Пафнутий Львович //Мат. в шк.1979, №6.

143. Черкасов Р.С. Академик Андрей Николаевич Колмогоров и школьное математическое образование //Мат. в шк.1992, №1.

144. Черкасов Р.С. История отечественного школьного математического образования//Мат. в шк.1997, №4.

145. Черкасов Отечественные традиции и современные тенденции в развитии школьного математического образования //Мат. в шк.1993, №4.

146. Чистяков И.И. Математическая олимпиада ЛГУ им. А.С. Бубнова //Мат. в шк.1994, №4.

147. Шабашова О.В. Геометрия в древних практических задачах//Мат. в шк.1995, №5.

148. Шепелева З.В.,Шепель М.Н. Франсуа Виет //Мат. в шк.1992, №4-5.

149. Щегольков Е.А. Николай Николаевич Лузин //Мат. в шк.1983, №6.

150. Эванджелиста Торричелли//Мат. в шк.1983, №4.

151. Эварист Галуа//Мат. в шк.1981, №4.

152. Эмиль Борель//Мат. в шк.1981, №1.

153. Эмми Нетер //Мат. в шк.1980, №1.

154. Юшкевич А.П. Демидов С.С. Бернгард Риман (к 150-летию со дня рождения) //Мат. в шк.1977, №4.

155. Юшкевич А.П. Леонардо Эйлер и математическое образование в России //Мат. в шк.1983, №5.

156. Якоб Бернулли //Мат. в шк.1979, №6.

157. Янош Больяи//Мат. в шк.1979, №4.

Статьи из газеты "Математика" (приложение к "Первому сентября")

158. Алтайский М. Из истории индийской математики – 1997.-№38. – С.2-3.

159. Бурлакова М. Памяти С.И Шорох-Троцкого.-1993 -№7-8. – С.2.

160. Власова И., Малых А. Исторические фрагменты для уроков геометрии- – 2001. -№35. – С.1-4, №36. – С.1-3, №37. – С.1-4.

161. Глейзер Г. Поговорим о теореме Пифагора. – 1996. -№13. – С.4,13,15.

162. Глейзер Г. 1682 г.; первая русская печатная математическая книга. – 1996.-№21. –С.3.

163. Единицы длины на Руси в X-X11 веках. – 1996. №1. –С.15.

164. Котова Ю. Дуальные числа геометрии Галилея. –1995. -№2. – С.6-8; №7. –С.4-5.

165. Куланин Е. Вокруг теоремы Морлея. 1995. -№21. – С.7-8; №25. – С.7-8.

166. Рене Декарт. К 400-летию со дня рождения. – 1996.-№12.-С.15-16.

167. Смирнов С. Античный мир. – 2005. -№2. – С.11-14. -№4.-С.10-14, - №6. – С.11-14.

168. Тихомиров В. Великие математики прошлого и их великие теоремы. – 2006. -№2. –С.38-45.

169. Тригонометрия. Страницы истории. – 1994. -№4. –С.14-15; №5. –С.8; №16.-С.8; №21. –С.8.

170. Феоктистов И. История геометрии. –1994. - №33. –С.14-15; №37. –С.6.

171. Феоктистов И. История геометрии. – 1995. -№21. – С.8; №22. – С.6-7; №28. –С.4,7-8; №30. – С.7-8; №34. – С. 7-8; № 47. –С.14-15.

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

В результате изучения курса историко-математическая подготовка студента должна отвечать следующим квалификационным требованиям:

Иметь представление

(1). о характере развития математики у отдельных народов в отдельные исторические периоды.

(2). об особенностях проявления логики и психологии научного творчества в биографиях великих математиков прошлого и современности.

Знать

(1). историю происхождения и развития важнейших математических разделов, понятий и идей, нашедших свое отражение в школьном курсе математики.

(2). особенности развития математического образования в России и за рубежом.

Уметь

(1). работать с историко-математической литературой и электронными дидактическими средствами соответствующей направленности с целью подбора и методической обработки материала, связанного с изучением той или иной темы школьного курса математики.

(2). решать значимые в содержательном и в методическом отношении исторические задачи, как современными, так и старинными способами.

Вопросы к зачету для студентов очного отделения

. На зачете предлагается один вопрос и одна задача (примеры задач даны в тексте контрольной работы).

1. Предмет истории математики, ее функции, связь со школьным математическим образованием. Основные периоды развития математики. Формирование первых математических представлений.
2. Древние цивилизации Востока. Приемы счета, решение арифметических задач и измерение фигур, элементы алгебры уравнений.
3. Математика в странах греко-римской культуры. Арифметика целых и рациональных чисел в школе Пифагора. Открытие несоизмеримых отрезков. Теория отношений Евдокса.
4. Александрийская научная школа. Структура «Начал» Евклида и их место в развитии математических наук, дальнейшее развитие аксиоматического метода. Инфинитезимальные методы Архимеда и их значение.

5. Аполлоний и его теория конических сечений. Алгебра и теория чисел в период упадка греко-римской цивилизации, Диофант и решение неопределенных уравнений в целых положительных числах.

6. Математика арабов в Средние Века. Багдадская школа. Арабская система нумерации. Происхождение арабских цифр. Алгебра ал-Хорезми и его преемников. Развитие геометрии, плоской и сферической тригонометрии у арабов.

7. Математика средневековой Европы и эпохи Возрождения. Решение уравнений 3-й и 4-й степеней в радикалах в 15-16 веках (Кардано, Феррари и другие). Построение буквенной алгебры и ее усовершенствование Ф. Виетом.

8. Научная революция 17-18 веков и оформление новой картины мира. Потребность в новых средствах вычисления, открытие логарифмов Непером и Бюрги, первые вычислительные машины.

9. Аналитическая геометрия Р. Декарта и П. Ферма. Развитие идеи переменной величины и связанных с ней понятий функции, непрерывности и движения.

10. История открытия дифференциального и интегрального исчисления. Основные предпосылки возникновения дифференциального и интегрального исчисления. И. Ньютон, Г. Лейбниц – жизнь, творчество, основные научные открытия.

11. Развитие математического анализа в 18-19 веках. Задача о колебании струны и первые достижения математической физики. Дифференциальные уравнения как математический аппарат естествознания и техники. Проблема обоснования математического анализа и его перестройка в работах Б. Больцано, О. Коши, К. Вейерштрасса.

15. Развитие алгебры в первой половине 19 века. К.Ф. Гаусс, основная теорема алгебры; исследования Лагранжа по группам подстановок. Проблема разрешимости в радикалах уравнений высших степеней, теорема Абеля. Теория Галуа. Теория групп и ее значение для формирования нового взгляда на алгебру как на теорию алгебраических структур.

16. Открытие неевклидовых геометрий. Н.И. Лобачевский, Я. Бойяи – жизнь и творчество. Дальнейшее обобщение предмета геометрии Б. Риманом. Интерпретация новых геометрических систем.

17. Обоснование евклидовой геометрии Д. Гильбертом. Проблема аксиоматического построения математики.

18. Математика на рубеже 19-20 веков. Рождение новых дисциплин (теория множеств, функциональный анализ, вариационное исчисление). Ведущие ученые периода – жизнь и творчество (А. Пуанкаре, Д. Гильберт, Г. Кантор и другие). Основные направления развития математике в первой половине 20 века.

19. Развитие математики в России до 19 века. Первые математические рукописи на Руси. Славянская нумерация. Состояние арифметики и геометрии в России в 18 веке. Л.Ф. Магницкий и его «Арифметика». Л. Эйлер – жизнь и творчество.

20. Развитие отечественной математики в 19-20 веках. М.В. Остроградский, П.Л. Чебышев и формирование Петербургской математической школы. С.В. Ковалевская – жизнь и творчество. Д.Ф. Егоров и Н.Н. Лузин – основатели Московской математической школы. Видные отечественные математики 20 века.

21. Краткий обзор развития понятия числа. Происхождение дробей, положительных и отрицательных чисел. Иррациональные числа в древности и в Средние Века. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. История числа π. Комплексные числа в 18-19 веках; геометрическое истолкование комплексных чисел.

22. Геометрические построения в историческом контексте. Практическая геометрия древних египтян и вавилонян. Геометрическая алгебра в Древней Греции. Классические задачи древности. Проблема построения правильных многоугольников с помощью циркуля и линейки.

23. Геометрические фигуры в историческом контексте. Открытие метрических соотношений в треугольнике. История исследования свойств многоугольника и круга. Многогранники и круглые тела; нахождение объема пирамиды. Вычисление объема шара на основе принципа Кавальери.

24. История развития понятия функции. Функциональные зависимости в древности и в арабской науке. Кинематико-геометрическая концепция функциональной зависимости. Переменные величины и функции в 17-18 веках. Аналитическое представление функции; расширение понятия функции в связи с потребностями математической физики. Поиск наиболее общего определения понятия функции в 19-20 веках; критический анализ различных подходов.

25. История развития геометрических преобразований. Подобие фигур в Древней Греции. Примеры применения геометрических преобразований при решении задач у Архимеда, Аполлония и арабских математиков. Возникновение и совершенствование проективной геометрии в 18-19 веках. Геометрические преобразования и теория групп; «Эрлангенская программа» Ф. Клейна.

26. Происхождение и развитие тригонометрии. Расширение понятий угла и дуги, их измерение. Тригонометрия в Древней Греции и Индии; открытие тангенса. Обзор развития тригонометрических функций до Эйлера и при Эйлере. Открытие основных формул тригонометрии.

27. История развития векторного исчисления. Исчисление отрезков в 17 - 18 веках. Различные пути совершенствования векторного исчисления. Разработка основ векторной алгебры В. Гамильтоном и теории геометрического исчисления Г. Грассманом.

Вопросы к зачету для студентов заочной формы обучения

1. Краткий обзор развития понятия числа. Происхождение дробей, положительных и отрицательных чисел. Действительные числа. Происхождение и развитие понятия комплексного числа.

2. Аксиоматическое определение натуральных чисел. Путь формально-логического расширения понятия числа.

3. Тригонометрические функции в Индии. Открытие тангенса. Краткий обзор развития тригонометрии до Эйлера и при Эйлере. Открытие основных формул тригонометрии

4. Открытие метрических соотношений в треугольнике. Из истории изучения многоугольников, окружности и круга.

5. Многогранники и фигуры вращения в историческом контексте. Измерение объемов. Усеченная пирамида и ее объем. Центр тяжести и

теорема Паппа - Гульдина. Цилиндр и шар у Евклида и Архимеда. Объем шара и принцип Кавальери.

6. От "Начал" Евклида до "Оснований геометрии" Гильберта. Сущность аксиоматического метода. Учение о параллельности в древности и в средние века. Открытие неевклидовой геометрии

7. Подобие фигур в историческом контексте. Геометрические преобразования (история развития). Ф. Клейн и его Эрлангенская программа

8. Пути развития векторного исчисления. Геометрическое исчисление в Древней Греции. Исчисление отрезков в XYII – XYIII вв. Развитие векторного исчисления в трудах У. Гамильтона и Г. Грассмана.

9. Развитие координатного метода на плоскости и в пространстве. Идея Декарта о единой математике, о соединении методов алгебры и геометрии. Зарождение аналитической геометрии в трудах Р. Декарта "Рассуждение о методе". Вклад П. Ферма и Л. Эйлера в становление и развитие аналитической геометрии.

10. Развитие математики в России до XIX века. Математика и математическое образование на Руси в допетровскую эпоху. Создание учебных математических книг в эпоху Петра 1. Леонард Эйлер и математическое образование в России. Математическое образование в России второй половины XYIII в

11. Развитие математики в России в XIX веке (Остроградский, Чебышев, Лобачевский и др.).

12. Ведущие отечественные математики XX века. Особенности развития математики в России в XX веке. Характеристика научных достижений отечественных математиков.

13. Возникновение алгебры как науки о решении уравнений. Решение уравнений 3-ей и 4-ой степени в радикалах. Н. Абель. Основная теорема алгебры. К.Ф. Гаусс.

14. Зарождение современной алгебры. Проблема разрешимости в радикалах уравнений выше четвертой степени. Вклад Э. Галуа в развитие теории алгебраических уравнений. Решение алгебраических уравнений в радикалах с точки зрения теории Галуа. Некоторые пути формирования новой алгебры в XIX-XX вв. Понятие группы, кольца, поля.

15. Элементы комбинаторики и теории вероятности в историческом контексте. Основные понятия комбинаторики. Формула бинома Ньютона. Понятие вероятности и зарождение науки о закономерностях случайных явлений. Краткий обзор дальнейшего развития теории вероятностей.

16. Задачи на максимум и минимум в историческом контексте. Основные идеи метода отыскания экстремумов Ферма, Лейбница, Эйлера. Примеры решения задачи этими методами. Использование учения о максимумах и минимумах в нашу эпоху. Открытие вариационного исчисления.

17. Идея функциональной зависимости. Определение функции в VШ веке. Дальнейшее развитие понятия функции в XIX и XX веках. Развитие понятий показательной, логарифмической и степенной функций.

18. Идея предела в древности. Метод исчерпывания и метод неделимых. Понятие предела и непрерывности функции в VП – VШ веках. Современное определение предела.

19. Происхождение понятия производной. Производная и дифференциал. Понятие неопределенного интеграла в VП-VШ веках. Ньютон, Л’Опиталь, Эйлер.

20. Происхождение понятия определенного интеграла. Инфинитезимальные методы Архимеда. (Архимед, Кеплер, Кавальери, Паскаль, Ферма, Валлис, Ньютон, Лейбниц).

21. Прогрессии и ряды в историческом контексте. Арифметические и геометрические прогрессии в древности и в средние века. История развития учения о прогрессиях и бесконечных рядах. Вклад Л. Эйлера в теорию рядов. Вклад С.Н. Бернштейна, А.Н. Крылова, Н.Н. Лузина и др. в разработку теории тригонометрических рядов.

22. Выдающиеся математики XX века. Группа Н. Бурбаки.

23. Из истории развития теории чисел с древности до XIX века. Диофант и диофантовы уравнения. Великая теорема Ферма.

Сведения о переутверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений по схеме:

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата, подпись зав.кафедрой)	Внесенные изменения	Номера листов (страниц)		
			Заме-ненных	Новых	Ану-лиро-ванных

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

Изменение	Номера листов (стр.)			Всего листов (стр.) в документе	Номера распорядительного документа	Подпись	Дата	Срок введения изменений
	Замененных	новых	аннулированных					

Учебная программа составлена на основе ГОС ВПО 2005 г. для специальности

050201_Математика с дополнительной специальностью, рег. №692 пед./сп (новый)

Программу составители:

1. Д. п. н., профессор Родионов М.А.
2. К. п. н., доцент Марина Е.В.
3. К.п. н., доцент Кондратьева Е.В.

Программа одобрена на заседании кафедры теории и методики обучения математике 5.09.07г протокол № 1 от 5.09.07г
наименование кафедры, дата заседания и номер протокола

Заведующий кафедрой
Теории и методики обучения математике _______________ Родионов М.А.

Программа одобрена учебно-методическим советом факультета
«7» сентября 2007 г.

Председатель учебно-методического совета _______________ Сурина О.П.

Программа одобрена учебно-методическим советом университета
«10» сентября 2007г.
Начальник учебно-методического управления _______________ Шалаева Г.Н.

Материалы для проведения лекционных занятий по истории математики.

Лекция 1.

Предмет истории математики

1. Предмет математики, история математики
2. Основные периоды развития математики
3. История математики в школе
4. Возникновение первых математических представлений, различные системы счисления

1. <u>Предметом изучения математики</u> являются пространственные формы и количественные отношения реального мира. Эти формы и отношения не существуют в действительности, но отражают с определенной степенью абстракции реальные объекты и явления.

<u>В состав математики входят:</u>

1. факты, накопленные в ходе ее развития
2. гипотезы, т.е. теоретические предположения, нуждающиеся в проверке
3. математические теории и законы, являющиеся результатом обобщения фактического материала
4. методология математики, общие теоретические истолкования математических законов и теорий.

История математики занимается изучением вопроса о том, как происходит развитие указанных компонентов и куда ведет.

<u>Функции истории математики:</u>

1. возникновение, изучение и развитие математических методов, понятий, теорий
2. выяснение характера и особенности развития математики у отдельных народов, в отдельные исторические периоды
3. раскрытие многообразных связей математики с практическими потребностями, социально-экономическими условиями, другими науками
4. раскрытие логической структуры диалектики развития в современной математике, помогающей правильно оценить роль ее различных разделов и понять их возможные перспективы

2. <u>1 период – период зарождения математики (каменный век – VI-V вв. до н.э.)</u> связан с практическими измерениями и вычислениями, формированием понятия числа и фигуры. Здесь берут свое начало арифметика и геометрия как своды эмпирических установленных правил для решения практических задач. Для него характерно накопление математических фактов в рамках единой неразделенной науки.

<u>2 период – период элементарной математики (математики постоянных величин) (VI-V вв. до н.э.)</u> Возникает понимание математики как самостоятельной научной дисциплины, имеющей собственный предмет исследования (число и фигура) и собственные методы исследования.

Возникает дедуктивный метод, получает развитие в работах *Евклида, Евдокса, Архимеда, Аполлония.*

Разрабатывается специальная математическая символика. Возникает алгебра.

3 период – период математики переменных величин (XVII в – сер. IXX в. н.э.) начало периода знаменуется введением переменной величины в работах *Декарта* и *Ферма* и возникновением дифференциального и интегрального исчисления в работах *Ньютона* и *Лейбница*.
Начиная с этого времени, в математике на первый план выходит понятие функции и связанные с ним понятия непрерывность и движение. Открытие аналитической дифференциальной геометрии позволило осознать тесную взаимосвязь между алгеброй, геометрией и анализом, до этого существовавших изолированно.
В этом периоде большое значение приобрел аксиоматический метод, позволивший начать исследование природы математики.
Здесь закладываются все научные дисциплины, получившие название «классические основы современной математики».

4 период – период современной математики (сер. IXX в. По наст. время). Для него характерно крайне широкое разветвление математики и глубокое развитие аксиоматического метода, результатом которого стало новое фундаментальное понятие – понятие новой математической структуры. В качестве предмета изучения математики стали рассматриваться операции и отношения, определенные на множествах произвольной природы, которые в зависимости от управляющей ими системы аксиом образуют различные математические структуры. Все математические дисциплины стали рассматриваться как модели этих структур. Таким образом, современная математика определяется как наука об абстрактных структурах и их моделях.

3.Основные задачи преподавания истории математики в школе

1. повышение общей культуры учащихся, включение математических знаний в определенный исторический контекст;
2. повышение познавательного интереса к математике;
3. переосмысление и систематизация соответствующего материала.

Возможности использования исторического материала.
1. рассмотрение истории возникновения и развития математических понятий, идей, методов;
2. знакомство с биографиями выдающихся математиков, их открытиями и достижениями, ошибками и заблуждениями;
3. решение старинных занимательных задач;
4. использование исторического материала при непосредственном введении математического материала.

4. Система исчислений.

Существует несколько типов систем исчисления:
1. иероглифическая, непозиционная, – каждая из них строит систему числовых чисел 1, 10, 100, … обозначаем индивидуальным символом или иероглифом. Остальные числа образуются приписыванием к исходному числу справа и слева др. узловых чисел и их повторения.
2. алфавитная система; в таких системах буквы алфавита, взятых по 9, используются для обозначения единиц, десятков, сотен; каждой букве дается отличительный знак, указывающий, что она используется как число.
3. позиционная система характеризуется использованием лишь несколько символов с указанием их значений положением.

Принципы построения изображения чисел:
1) Числа изображаются с помощью иероглифов, букв и цифр

2) Позиционный принцип (от места конкретного символа в записи числа зависит, какое он имеет значение)
3) Выделяют три основных принципа образования чисел из знаков m и n
   а) аддитивный (mn - это m + n)
   б) субстрактивный (mn - это m – n)
   в) мультипликативный (mn - это m*n)

«Почти в каждой древней системе счисления имеются узловые и алгоритмические числа»

Рассмотрим узловые числа Римской системы счисления

Знак	I	V	X	L	C
Его значение	1	5	10	50	100

Она является субстрактивно-аддитивной, т.е. два знака в записи числа означают или их разность, или их сумму (в зависимости от того, какое число стоит сначала: меньшее или нет)

В Греческой Геродиановой системе счисления (применявшейся до 3 в до н.э) числа обозначались иероглифами. В ней применялся мультипликативный принцип. Однако умножение записывалось так же, как сейчас записывается возведение в степень.

Знак	I	Г	Δ	H	X
Его значение	1	5	10	100	1000

К примеру, 50 записывалось так $\tilde{A}^{\Delta}$, а 500 так $\tilde{A}^{I}$ (это буква Г, а не А).

Перечислим основные непозиционные системы счисления:

1. Иероглифические:Римская, египетская, финикийская, критская, сирийская, аттическая, старо-Китайская, старо-Индусская

иероглиф	$\vert$	$\cap$
Его значение	1	10

Скажем, число 12 записывалось так : $\Vert\cap$ (читать надо справа налево).

2. Алфавитные:греческая (Ионическая), древнеславянская (кириллица и глаголица), еврейская, арабская, грузинская, армянская.

В Ионической существовало три числовых ряда. Для единиц, десятков и сотен. Однако в Греческом алфавите всего было 24 буквы, а каждый ряд требовал 9 букв. Поэтому для счета использовались еще три архаические буквы. Для того, чтобы отличать букву от цифры, над ней ставили черточку. Приведем часть первого ряда.

Обозначение	$\bar{\alpha}$	$\bar{\beta}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{\delta}$	$\bar{\varepsilon}$	$\bar{\zeta}$	$\bar{\theta}$
значение	1	2	3	4	5	6	9

К примеру, число 142 записывалось так: $\overline{\rho\mu\beta}$

В Кириллице, созданной в 10-11 веке, также использовалась черточка над буквой. По указу Петра I в 1708г. в России стали использовать нынешнюю (арабскую) систему счисления. Эта система счисления на самом деле индусская, она пришла к нам через арабов. Потому и получила такое название.

Теперь обратимся к позиционным системам счисления:Вавилонская (с основанием 60), двоичная, племени Майа, современная (десятичная) система счисления

Для примера обратимся к Вавилонской системе счисления. В ней было всего два знака: $\vee$, означает $60^{\pm n}$; <, означает $10 \cdot 60^{\pm n}$ для n=0,1,2…К примеру, число 71 записывалось так: $\vee < \vee$

Стоит отдельно отметить важный знак – ноль. О его происхождении есть масса гипотез, однако нет единого мнения. Точно известно, что в 150-ом году ноль уже был в записях Птолемея. У вавилонян его не было. Однако его роль играл разделительный знак, обозначим его через $\dagger$, хотя это не соответствует тому, что было на лекции. Его использовали только если в записи числа отсутствовал разряд.

К примеру, число 3604 записывалось так: $\vee\dagger\frac{\vee\vee\vee}{\vee}$. При этом дробь не имеет значения деления, а всего лишь позволяет более компактно разместить четыре знака $\vee$.
Лекция 2. **Древние цивилизации Востока.**

1.Древний Египет. Источники. Арифметические и геометрические знания.
2.Древний Вавилон. Источники. Арифметика и числовая "алгебра".
3.Математика Древней Индии и Древнего Китая.

Как мы помним, математические документы дошли от двух древних цивилизаций: это математические документы Древнего Египта и Древнего Вавилона.
Краткая история: Объединение Египта – 3000-ый год н.э. Страна объединилась под знаком Фараоном Миноса. До 2700 года считается раннее царство.Далее 2700-2000 год – древнее царство. Столица – Мемфис (недалеко от Конгра). Намечается письменность: иероглифическая и иеротическая (напоминает письмо).
Источники: папирус Ринда и Московский папирус. Папирус – это такая бумага, очень дорогостоящая. Папирус делался из лотоса. Папирус Ринда (или Райнда), назван по имени владельца, его длина 5,25 метра, ширина - 32 см, содержит 84 задачи, и Московский папирус, его длина 5,44 м, ширина 8 см, хранится он в Пушкинской музее.
Эти папирусы – задачники. Были написаны для того, чтобы упражняться начинающим в школе писцов. Следует отметить, что часть задач не предназначена для практических нужд, они чисто умозрительные, которые один писец-математик предлагает для решения другому. Это определяет прогресс математики.

Системе счисления в Египте непозиционная, иероглифическая, аддитивная, десятичная. Все знаки записываются справа налево (более высокие знаки справа). В арифметике были только целые числа и дроби. Денег в Египте не было, происходили только обмены. Дроби были только вида 1/n – это так называемые аликвотные (или основные) дроби. Обозначение дроби у исследователей– ставилась черта над числом. Т.е. дробь 1/n записывалась так $\overline{n}$. Особые обозначения получили дроби 1/2, 1/3, 3/4, 1/4, 2/3. Для техники счёта были особые разложения, которые писцы знали наизусть:
Египтяне осознали, что в общем случае разложения дроби на основные очень важно делить 2 на n. Были составлены таблицы для нечетных n от 3 до 101. Разложения должны быть как можно меньше. Поэтому таблицы были очень сложными.
Алгебра Египтян. Она сводилась к решению линейных и простых квадратных уравнений. К ним приводили задачи на нахождение «аха» - т.е. неизвестного. Р.26.: Количество и его четверть дают 15. В современной записи – x+1/4x=15.
Применялось «Правило ложного положения». Берем в качестве ложного положения число x=4. Далее производим с ним необходимые в задаче действия. Т.е. прибавляем к нему его четверть. 4 + 1 = 5. Теперь 15 делим на 5, получаем 3. На него домножаем наше ложное положение 4. Ответ: x=12.
Вообще говоря, решение задачи в Египте сводилось к выполнению указаний типа «Делай так и так». Общих положений не было, доказательств также не было. Это еще не дедуктивная наука. Такая математика появляется только в Греции.
Геометрия была «замечательной для этого времени». Египтяне знали правильные формулы для вычисления площадей треугольника, прямоугольника, трапеции. Что касается четырехугольника, была приближенная формула $\frac{(a+c)}{2}\frac{(b+d)}{2}$, где полусумма бралась по длинам противоположных сторон.

Очень хорошее приближение было для числа π. Отметим, что число π возникало не из задач с длиной, а из задач с площадями. И его можно интерпретировать как площадь единичного круга

Египтяне знали объемы прямолинейных тел. А именно: куба, параллелепипеда, цилиндра, призмы и усеченной пирамиды. Есть также предположение о том, что им были знакомы объемы криволинейных тел. Объем шара впервые нашел и доказал Архимед.

2.Математика древнего Вавилона, так называют культуру междуречья, образованного между Тигром и Евфратом.

Вавилон появляется к 2му тысячелетию до новой эры. Основан династией Хаммурапи. Примерно в это время, как и в Египте Вавилон завоевывают Эламиты и Америтяне. Отметим еще, что древневавилонская астрономия была совершенна, и многое от них переняли Греки, в том числе и Птолемей пользовался этим.

Система счисления позиционная, иероглифическая, 60-ричная, аддитивная. Один клин был 60 в какой-то степени, а другой – 10*60 в какой-то степени, запись неоднозначна таким способом. В эту эпоху появляется разделительный знак, поскольку нулей не было. Что касается дробей, дроби были 60-тиричные конечные, вообще вавилоняне были очень искусными счетоводами. Так как основание очень большое, а именно 60, то у вавилонян было очень много таблиц – корней, дробей, квадратов, квадратов + кубов. Знали они и формулу Герона вычисления корней.

Математика вавилонян носила ярко выраженный арифметико-алгебраический характер. У Вавилонян была замечательная алгебра. Прежде всего, они умели решать квадратные уравнения, также они умели решать системы и уравнения. В Вавилоне было известно суммирование некоторых рядов.

Ван-дер-Варден нашел громадную табличку, из нее следует, что там, где отношение x/y близко к единице, кусок таблицы отколот. Это катеты прямоугольного треугольника. Там написано примерно то же самое, что и у Евклида. Таблички еще говорят о том, что вавилоняне знали очень большие числа.

Таким образом, получается, что теорема Пифагора (6 век до новой эры), была известна вавилонянам (2000 год до новой эры), но ранее она еще появилась в Китае (1100 год до новой эры), потом в Индии, в Сульмасутре.

У Пифагора она гласит, что квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов, у китайцев была такая интерпретация – строится квадрат, одна из его сторон – а+б

Геометрические знания вавилонян были гораздо слабее египтянских, формулы по большей части просто неверны. Число пи приближалось - 3.2. Площади треугольника и трапеции-правильные, для усеченного конуса формул точных нет, примечательно, что они стали рассматривать площади многоугольников.

3.<u>Древний Китай.</u> Основная работа "Математика в 9 книгах (Чжан Цан).

Она являлась математической энциклопедией своего времени. Изложение в ней догматическое. Формулируются задачи и даются ответы. После нескольких задач формируется общий алгоритм, нет никаких выводов, обоснований, доказательств.

1. задачи на нахождение круга, сектора, объем шара.
2. правила извлечения квадратных, кубических корней.
3. дается метод решения СЛУ на основе матричных преобразований.
4. первые упоминания об отрицательных числах.
5. метод решения квадратных уравнений (найти размер двери, у которой диагональ *c*, а разница между длиной и шириной *a*)

Математика Древней Индия носила арифметико-алгебраическую направленность. Геометрия рассматривалась как средство для составления аналитических формул. Отсутствовали попытки построения дедуктивных систем.

Бхаскара – математическая работа «*Лигавати*» (в переводе «*прекрасно*»).

1. задания на вычислительные приемы

2. решение линейных квадратных уравнений их систем
3. задания комбинаторного характера
4. введение положительных и отрицательных чисел на модели «*имущества – долга*»
5. введение тригонометрических функций и составление тригонометрических-таблиц

$\sin vers\ \alpha = 1 - \cos\alpha$ $(синус\ -\ версус)$ использовалось в солнечных часах.

Лекция 3. **Математика в странах греко-римской культуры.**

1. Возникновение первых математических теорий в Древней Греции. Фалес.
2. Пифагорейская школа. Открытие несоизмеримых отрезков. Его следствие.
3. Афинская школа.

1. Греческая цивилизация возникла в 6-5 вв. до н.э. Греческая математика возникла в атмосфере рационализма. Для греков имело значение строгое решение, полученное путем логических рассуждений. Это привело к разработке математической дедукции. Восточная математика в высших своих достижениях так и не подошла к методу математической индукции. Отличительной чертой греческой науки с момента ее зарождения была ее теоретичность, стремление к знаниям ради самого знания, а не ради тех выгод, которые из него можно получить. Основной вопрос этой математики «почему?». Основная черта – доказательство всех ее утверждений, стремление строгости рассуждений.

С этого времени математика начинает превращаться из набора разрозненных алгоритмов в целостную систематическую теорию.

Особенности греческой математики.

1.Слово математика в переводе с греческого языка имеет два смысловых оттенка:
во-первых это слово переводится как "знать";
во-вторых - изучать.

Причем второй перевод этого слова для нас более значимый, чем первый.

2. В греческой математики мы видим преимущественное развитие геометрии.
3. Математика имеет конструктивный характер, большое значение приобретают задачи на построение, основа геометрии отрезок.
4. Чрезвычайная строгость доказательства.
5. Создание теории отношений и открытие несоизмеримых отрезков.
6. Создание теории исчерпывания, постановка и некоторое решение теории бесконечных процессов.
7. Деление математики на чистую и прикладную, выделение логистики, т.е. вычислительных методов в математике.
8. В греческой математике принято выделять три периода:
начало греческой математики,
"золотой век греческой математики",
закат.

В Древней Греции сложилось несколько типов мировоззрений.

1. Ионийская школа. (Фалес) 6 в. до н.э.
2. Пифагорейская школа. (Пифагор) 6-5 вв. до н.э.
3. Афинская школа. (Гиппократ, Хиосский, Платон, Аристотель, Евдокс) 3-2 вв. до н.э.
4. Александрийская школа. (Евклид, Архимед, Аполлоний) 2 в. до н.э.

2. Корифеем греческой математики считается Фалес (624-647 до н.э.) родился в Милете. Образованная Фалесом школа разрабатывала ряд общефилософских вопросов о сущности вещей, происхождении Земли и Вселенной и т.д.

Фалесу приписывают первые публикации доказательств математических утверждений, ввел в математику понятия доказательство и провел доказательства первых геометрических теорем. Основным методом доказательства у Фалеса был метод наложения, но иногда он использовал симметрию. Фалесу приписывают доказательство теорем о равенстве вертикальных углов, углов при основании равнобедренного треугольника, признак равенства треугольников по стороне и прилежащим к ней углам, теорема Фалеса, диаметр делит круг пополам. Фалес не имел по-видимому прямых продолжателей. Хотя он создал школу натуральной философии, неизвестно, чтобы кто-нибудь из его последователей занимался математикой серьезно, поэтому заслуга принадлежит школе Пифагора.

2. В г. Кротона Пифагором (580-500 гг. до н.э.).была организована научная школа Здесь была сделана первая попытка связать отдельные геометрические факты в целостную систему. Пифагорейцы развивали математику как по форме, так и по содержанию. По форме они строили математические теории как теоретические доказательства науки. По содержанию они открыли много новых математических фактов.

Основой их философии был тезис " Все сущее есть число". Пифагорейцы делят числа на четные и нечетные и изучают их свойства. Они придумали замечательный способ доказательства утверждения о числах. Они стали изображать их точками. Тогда нечетные числа имели средние точки, а четные нет. Затем они стали усложнять фигуры, так появились треугольные числа, затем пятиугольные (5,12,26), 6-ти угольные (6,15).Пифагорейца не ограничились плоскими фигурами, из точек складывали куб, пирамиду и др. Они пытались с помощью числа выразить такие понятия, как справедливость, любовь, дружбу. У пифагорейцев встречаются и другие классификации чисел.

Важным достижением является доказательство теоремы ,которая носит имя Пифагора.

.Важнейшей задачей в школе Пифагора были задачи "замощение плоскости различными фигурами, в частности правильными многоугольниками. Были изучены свойства правильных многоугольников и методы их построения.

Большую роль в школе Пифагора играли задачи на построение с помощью циркуля и линейки.

Разрабатывалась делимость чисел, помимо теории чисел, которая привела Пифагора к идеи рациональной дроби, к учению о пропорциях.

Открытие несоизмеримых отрезков повлекли первый кризис в истории математики, что подорвало веру в числа, пришлось делить величины на дискретные и непрерывные (длины, площадь, объемы) Для непрерывных величин использовать числа было возможно не всегда. Грекам пришлось создавать новую теорию, которая получила название геометрическая алгебра.

Объектами геометрической алгебры были отрезки, прямые плоскости

Все теоремы доказывались построениями. Главное назначение геометрического построения заключалось в доказательстве существования объекта.

3. В Афинах сконцентрировались два научных учреждения: <u>Академия Платона. Ликей Аристотеля.</u>

Платон (427 – 347 гг. до н.э.). был представителем аристократической идеологии, выступал против демократии, получил образование в Египте и Вавилоне. Его учреждение просуществовало до 529г.н.э.В научных школах, которые создал Платон математика рассматривалась как некоторая объективная реальность, существующая в идеальном мире. Человек может лишь до некоторой степени познать математику используя органы чувств. Основной наукой Платон считал философию , математика должна являться своеобразным введением в неё.

К числу открытий Платона относятся: систематическое применение анализа при решении геометрических задач на построение; метод геометрических мест при решении задач на построение; доказательство существования пяти правильных многогранников, а также попытки решения классических задач древности.

Учениками Платона были: *Евдокс, Менехи, Аристотель.*

Аристотель- знаменитый ученик Платона, учитель Александра Македонского. Он пытался понять связь математики с внешним миром, подчеркивая, что математика не возникает на пустом месте. Именно Аристотель разделил математику на аксиомы, теоремы и т.д., заложил основы дедуктивного метода. Он первым стал употреблять буквы греческого алфавита для определения неопределённых количеств.

"Определение не гарантирует существования",

"Знать – это установить с помощью доказательств", "Множество натуральных чисел имеет бесконечную мощьность по отношению к сложению".

Евдокс (408 г до н.э – 355г. до н.э). Сам Евдокс из города Книда, это такой город в малой Азии. Он по праву может считаться аналитиком, т.к многие его методы относятся к анализу. Он был и врачом и географом и астрономом и философом. Очень рано преуспел в математике. В 23 года Евдокс приехал в Афины и посещал академию Платона. Построил первую модель солнечной системы. В астрономии он сделал очень многое – измерил длину меридиана, показал, что Солнце больше Земли и т.д.

Евдокс понял необходимость создания общей теории, способной определять, ввести операции, применяемые как к рациональным так и иррациональным величинам. Эта теория получила название **теории отношений.**

Евдокс строил свою теорию аксиоматически. Под числом он понимал отношения некоторых величин, обладающих определёнными свойствами.

Евдокс принадлежит открытие метода исчерпывания. Название методу было дано в 17 веке.

.Если раньше теоремы теории отношений приходилось доказывать отдельно от чисел, отрезков, площадей и объемов, то теперь это стали одни и те же теоремы. С помощью леммы Евдоксу удалось справиться с иррациональностями. Лемма:

Если для какой-либо величины отнять величину большую ее половины и этот процесс повторять много раз, то на определенном шаге мы всегда можем получить величину меньшую наперед заданной.

В реализации данного метода можно выделить 3 шага:

1. Построить монотонно возрастающую последовательность.
2. Каким-то образом найти ее предел.
3. Методом «от противного» показать, что этот предел и есть искомый, т.е показать, что остаток может быть сделан меньше любой наперед заданной величины.

С помощью леммы доказал, что площадь круга относится как квадрат их чисел, объем пирамиды равен одной третий объема призмы с тем же основанием и высотой.

Развитие метода исчерпывания является заслугой Архимеда. Существенный недостаток этого метода в том, что надо заранее знать ответ. Глубина теории отношений Евдокса была оценена во второй половине 19века в трудах Дедекинда, Вейерштрасса и Коши.

Благодаря методу исчерпывания преодолен кризис в математике. Теория отношений Евдокса была чисто геометрически изложена в аксиоматической форме.

У греческих математиков было два метода для вычисления объемов тел – "атомарный" ,который облегчает нахождение новых результатов, но не имеет строгих доказательств и метод исчерпывания. В современных школьных учебниках введение иррациональных чисел идет фактически по методу исчерпывания.

Лекция 4. Александрийская научная школа.

1. "Начала " Евклида и их место в развитии математических наук.
1. Инфинитезимальные методы Архимеда и их значение.
2. Теория конических сечений Аполлония.
3. Алгебра и теория чисел последнего столетия античной цивилизации. Диофант и решение неопределенных уравнений.

После завоевания Александром Македонским Восток попал под власть греков. Прямым следствием стало проникновение греческой цивилизации в районы востока. Греческая математика в новой среде сохранила свои особенности, однако испытывала влияние восточной математики. Центром цивилизованного мира была Александрия. В ней был построен научный центр с библиотекой, в которой работали ученые, одним из них был Евклид (3 в.д.н.э.), который основал в Александрии научную школу и написал свой фундаментальный трактат «Начала».

Труды Евклида подводят черту под всем ранее сделанным и открывают возможности для движения вперед.

Евклид вавилонянин, живший в Александрии в 3 в. до н.эр. Книгу "Начала" он написал на греческом языке. Его сочинения были первой попыткой построить математику в виде логически совершенной науки. Содержание начал не исчерпывается элементарной геометрией, в них подведен итог более чем 3-х вековому развитию науки и создана прочная база для дальнейшего развития.

Значение начал состоит не только в том, что в них открыты новые математические факты, сколько в систематизации известных к тому времени теоретических теорий:

1. теория отношений Евдокса Книдского
2. теория иррациональностей Теэтета Афинского
3. теория правильных многогранников, истоки от пифагорейской школы.

«Начала» Евклида состоит из 13 книг, выстроенных по единой схеме:

Каждая книга начинается с определения понятий, используемых в ней.

На основе небольшого числа основных положений, аксиом и постулатов строится математическая теория.

Определения Евклид рассматривал как способ введения математических понятий, и это является самой слабой стороной его работы.

Особенности метода мат. суждения и формы изложения «начал» Евклида.

1. Изложение «Начал» по традиции чисто геометрическое т.е. числа есть отрезки.
2. Метод рассуждения синтетический. Для доказательства теорем исходили из заведомо справедливого утверждения, из которого последовательно развиваются следствия, приводящие к искомому утверждению.
3. Доказательство строилось по единой схеме:
   - формулировка задач
   - ввод чертежа
   - ввод вспомогательных линий
   - доказательство
   - вывод
4. Средства геометрических построений принципиально не употребляется как средство измерения длин и площадей этих величин.

Система аксиом Евклида не полная, отсутствуют аксиомы движения. Отсутствуют вычислительные методы, нет теории конических сечений.

Обзор «начал».

Первые 4 книги охватывают геометрию, их содержания восходят к трудам Пифагорейской школы:

1 книга: Основные построения, действия над отрезками и углами, свойства прямолинейных фигур, сравнение между площадями прямоугольника и квадрата.

2 книга: соотношение между площадями прямоугольника и квадрата.

3-4 книги: свойства круга и окружности и сопутствующих элементов.

5 книга: учения о пропорции, которое примыкает к Евдоксу.

6 книга: геометрия приложения теории отношений.

7-9 книги: содержат некоторые эквиваленты теории действительных чисел.

10 книга: примечательна громоздкостью и сложной классификацией 25-ти возможных видов биквадратных иррациональностей. В качестве леммы приведена лемма метода исчерпывания: если от данной величины вычесть часть большей ее половины, с остатком повторить то же самое, то при достаточно большом числе шагов можно получить величину, меньшую любой заданной. Здесь же способы нахождения Пифагоровых троек (3 4 5).

11-12 книга: стереометрия. 11: много определений, ряд теорем о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве.12: отношение объемов геометрических тел (пирамида, цилиндр, шар, конус), найденных с помощью метода исчерпывания.

13 книга: содержит построение пяти правильных многогранников, доказывается, что других правильных многогранников не существует.

«Начала» до нашего времени составляли основы школьной геометрии. Неоднократно были изданы в России: 1 издание – 1739г., последнее вышло в трех томах в течении 1948 – 1950 годов. Последний, самый совершенный перевод с греческого был осуществлен профессором Д. Л. Мордухай - Болтовский.

1. Архимед (287 – 212 гг. до н.э.) родился на Сицилии , учился в Александрии, но потом всю жизнь прожил в Сиракузах.. Отец-известный математик Фидий. Сочинения Архимеда дошли до нас преимущественно в виде писем. Особенностью сочинения Архимеда было применение строгих математических методов решения задач в механике и оптике, а также применение механических соображений при решении математических задач. Архимед был самым ярким представителем прикладного направления в греческой математике выходящего за пределы разработанных ранее замкнутых математических систем.

Направления исследований Архимеда:

1. Построение касательных к кривым.
2. Измерение площадей криволинейных фигур и объемов тел.
3. Задача об экстремумах.

Известные его произведения:

1. «О равновесии плоских тел», или «О центрах тяжести». Включено в основу статики. «О плавающих телах» Основные законы гидростатики, свойства плавающих тел.
2. «Катоприка» Изображения предметов в плоских, выпуклых и вогнутых зеркалах. О том, как он поджигал вражеские корабли при помощи параболоидных зеркал.
3. «О цилиндре»
4. «О спирали»
5. «Послание к Эратосфену» Здесь он определяет объём шара, используя механические соображения. Используя свойства рычага (им же установленные) он определяет объём шара используя равнообъёмные срезки соответствующего цилиндра. Потом – использует инфинитизимальные верхние и нижние суммы.
6. «Псамнит» - исчисление песка. Содержит названия чисел сколь угодно больших десятичных разрядов. 10000 назывались мериадой.

Наиболее важный вклад Архимеда в математику относится к области, которую сейчас называют «Дифференциальным, интегральным исчислением». Методы, используемые Архимедом, являются *инфинитезимальными* или *бесконечно малыми*:

- метод исчерпывания;
- метод интегральной суммы.

Пример1: Задача об объеме шара (решена в послании *Эратосфену*)

Пример2.: Определение площади параболического сегмента.

(Работа о квадратуре параболы.)

Рассмотрим пример использования метода интегральных сумм.

Пример 3. Вычисление площади первого витка Архимедовой спирали.(Работа о спиралях.)

Кроме интегральных методов Архимед использовал так же некоторые приемы, относящиеся к элементам дифференциального исчисления. В частности он впервые рассмотрел построение касательной к спирали Архимеда, ввел понятие дифференциального треугольника Паскаля, катетами которого служат бесконечно малые величины.

Оценивая вклад Архимеда в развитие математики можно отметить, что геометрия Евклида неохотно использовала понятия измерения и непрерывности, математика больше оперировала переменными величинами, что вводило движение в геометрию. Архимед рассматривал метод неделимых как эвристический прием, наводящий на открытие теорем, считал общим доказательством метод исчерпывания. Впервые ввел в рассмотрение верх-

ние и нижние суммы, ограничивающие искомую величину, разность между которыми при увеличении числа сторон становится как угодно малой.
Аполлоний (-270 –170 гг .до н.э.) –математик и астроном. Учился и работал в Александрии. Наиболее широкую известность получил трактат «Конические сечения»(8 книг). До нас дошли не всех. Он пользовался и аналитическими, и проективными методами при исследовании конических сечений. В данной работе были систематизированы все сведения о конических сечениях известных ранее, дал собственные научные результаты. Все кривые второго порядка Аполлоний получает как результат сечения конуса плоскостями, проведенными под различными углами к образующей и оси конуса, каждую из полученных кривых Аполлоний рассматривает по отношению к некоторому диаметру и семейству сопряженных с ним хорд, используя, таким образом, зачатки метода координат. Аполлоний вводит названия всех конических сечений, отражающие свойства привязанных к этим сечениям прямоугольников (эллипс, гипербола, парабола).
Аполлоний установил характеристические свойства этих кривых(их уравнения в некоторой системе координат).

$y^2 = 2px - \frac{p}{a}x^2$ – уравнение эллипса.

$y^2 = 2px + \frac{p}{a}x^2$ -уравнение гиперболы,

$y^2 = 2px$ - уравнение параболы.

Получив эти уравнения, Аполлоний сумел указать как построить этии кривые методом приложения площадей.
Исследуя свойства конических сечений Аполлоний открыл много зависимостей изучаемых в аналитической геометрии, в частности была выведена теория главных осей , асимптот, сопряженных диаметров, фокусов кривых второго порядка и рассмотрены способы их построения. Хотя Аполлоний формулировал все открытые им свойства в терминах геометрической алгебры, формы их представления позволяют легко перевести эти свойства на координатный язык.
4. После творчества Аполония начинается спад, связано это с завоеваниями Римлян.
Поговорим о математиках, живших в период «застоя»:
Диокл - известен тем, что ввел одну из трансцендентных кривых. $y^2=x^3/(a-x)$
Зенодор (3-2 вв) – занимался изопериметрическими фигурами, у него есть трактат под названием «Об изопериметрических фигурах». Есть у него утверждение, что из всех фигур одинакового периметра максимальной площадью обладает круг. Тоже самое и для объёмных фигур. Следует отметить, что его рассуждения были неполными.
Гипсикл (2 век до н.э) – автор 14 книги начал Евклида. Он сравнивал объем икосаэдра и додекаэдра, вписанных в сферу.
Далее с 1 века начинается подъём в математике. Появляются два замечательных математика:

Герон Александрийский – формула Герона - это его формула, он был инженером, работал в Му-Сейоне. Он занимался изобретением всяких машин, игрушек, часов. Осталось и несколько сочинение, одно из них называется «Метрика». Это просто сводка различного рода формул без доказательств. В частности там есть и знакомая нам формула Герона, тоже без доказательства. У него также разъяснено приближенное вычисление:
Корень из N примерно равно ½(a+N/a).

Менелай Александрийский – известно, что в 98 году он жил в Риме и занимался там астрономическими наблюдениями. Дошла до нас его книга, под названием «Сферика», с некоторыми теоремами сферической тригонометрии. Вот один результат: в сферическом треульнике сумма углов всегда больше чем пи. Дошла она до нас в Арабском переводе Сабита ибн Корра. ,. С тех пор элементы неевклидовой геометрии и появлялись.
Второй век уже отмечен таким именем, как Клавдий Птолемей – это автор знаменитой книги «Математические построения». Умер приблизительно около 170 года. Альмагест

(тоже его книга)– в этой книги излагается геоцентрическая система мира, в ней есть мощные астрономические таблицы, содержит наблюдения вавилонян с 8 века до нашей эры. Он берет от Вавилонян 60-ти ричную систему, но он вводит в нее знак нуля. Область чисел у него все положительные действительные числа. Эта книга стала основным трудом на многие века. Ему там нужны знания тригонометрии, и он их развивает, причем роль синуса у него выполняют хорды в круге заданного радиуса. Были получены интересные тригонометрические формулы. Одна из них формула Птолемея для вписанного в окружность четырёхугольника ABCD.:BD*AC=BC*AD+AB*CD.Ему эта теорема понадобилась для вычисления синуса суммы двух углов: sin(a+b) = sina cosb + sinb cosa.

4. Диофант Александрийский (3в)– от него дошло 2 книги: «Арифметика» и «О многоугольных числах». "Арифметика" Диофанта была написана около 250г н.э.содержала 13 книг, до нас дошло только 6. Известно, что эта книга была утерена во время великого александрийского пажара и найдена спустя более, чем 1000 лет великим математиком Региомонтаном. Этой книгой много занимались арабские математики. Потом переведена на латынь, и именно на полях этой книги будет написана знаменитая теорема Ферма.

Прежде всего он вводит свою символику. Во первых у него появляется неизвестное. Это фактически начала алгебры, в которой впервые вводится символ для обозначения арифметических выражений и операций..

К примеру у него есть задача: заданный квадрат разложить на два квадрата. Для решения он рассматривает частный случай, поскольку у него нет символики, чтобы записать общий. Он разбирает метод на примере, но не надо думать, что он приводит метод только для этого примера, он понимает, что на самом деле рассматривает общую задачу. Далее он напишет, что заданный квадрат можно разбить на два квадрата бесконечным числом способов. По существу Диофант говорит, что-либо уравнение не имеет ни одного рационального решения, либо бесконечно много.

Далее он рассматривает уравнение третьей и четвертой степени. Рассматриваются нами известные методы касательных Ферма и метод секущих Коши, оказывается, что они уже есть у Диофанта. Замечательно то, что он хорошо чувствует и понимает, что он делает и рассматривает все возможные различные случаи, и на каждый из случаев приводит по несколько примеров.

Подводя итог сказанному, мы получаем два направления развития дальнейшей математики: первое, что он расширил понятие числа, теперь число, это решение уравнения и второе, это его уравнения – в том числе и знаменитое уравнение, которое впоследствии будет носить название – теорема Ферма.

Арифметика Диофанта была последним крупным произведением математики, далее шли одни комментаторы.

Например, в 4 веке жил Папп Александрийский. Ему принадлежит сочинение: «Математический сборник». Там есть и его собственные достижения, и пересказы предыдущих математиков. Есть там и известная теорема Дезарга. Также там есть частный случай теоремы Паскаля.

Еще можно назвать одного комментатора: Теон Александрийский, у него была дочь Гепатия, она тоже была комментатором. Говорят, что она комментировала одну из неизвестных рукописей Диофанта. Она погибла в 418 году. Теон издал "Начала"Евклида с некоторыми дополнениями и изменениями. Ему принадлежат комментарии к "Оптике" Евклида и "Альмагесту" Птолемея.

И еще одно имя: Прокл Диадох (410-485). Он дал очерк истории геометрии от Фалеса до Евклида. В 6 веке жил Евтокий, который дал комментарии к трудам Архимеда.

В 6 веке начался подъём.

Около 630 г.н.э Александрию завоевывают арабы. С этого момента начинают происходить необратимые изменения : вытесняются греческий и латинский языки, центр математики и науки в целом переносится в Индию и Китай.

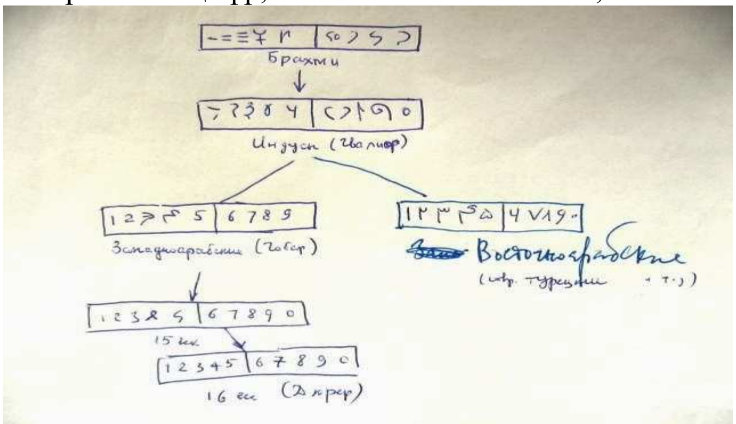
Лекция 5. Математика арабов в Средние века.

1.Арабская система нумерации. Происхождение арабских цифр.

2. Алгебра Ал-Хорезми и его приемников.

3..Развитие геометрии, сферической тригонометрии у арабов.

Цифры 1 2 3 4 5 6 7 8 9 мы называем арабскими, но вообще-то они пришли к нам из Индии. Эволюция символов изображающих цифры показана на рисунке, как варьировалось изображение цифр, и как они стали такими, какими мы привыкли их видеть.



Наша позиционная система счисления, которую мы называем арабской происходит от индийской – брахми, которая сформировалась между 200 годом и 600 новой эры. В то время было два способа изображения цифр от 1 до 9 (нуля пока не было): брахми и кхароштиі. Потом брахми преобразовались в Индийские (Гвалиор), и затем в западно-арабские, они еще называются Гобар (Гобар это пыль, дело в том, что писали они не на бумаге, а пользовались при счете на абаке, доской, покрытой пылью) и Восточно-арабские. От западно-арабских произошло наше изображение цифр (в Европе на них окончательно перешли к 16 веку нашей эры). А восточно-арабские цифры теперь используются, например, в Турции.

Индийская система счисления стала известна арабам. Как мы все знаем, к 9 веку новой эры сформировался арабский халифат. Один из известных халифов Ал-Мамун (это внук халифа, который фигурирует в сказках о Шехерезаде «1000 и одна ночь») построил дом мудрости по типу «Му-сейона» в Александрии. И вот один из первых величайших арабских математиков Ал-Хорезми (измененный вариант его имени означает алгоритм) написал книгу об Индийском счете, арабский оригинал этой книги был утерян, но она была переведена на латинский язык и к 12 веку попала в Европу. Кстати до сих пор оригинал этой книги не найден.

Ранее этого Папа Сильвестр 2(светское его имя – Генберт) в 10 веке пытался ввести эти цифры. Он пытался переделать абак (счетная доска). Вместо жетончиков (камешки) на струнах (современные счеты) двигал вырезанные арабские цифры. Но никто на это не отреагировал, т.к. в те времена новшества прививались очень тяжело. И ещё в 15 веке вся Европа пользовалась Римскими цифрами. Особенно сопротивлялись введению новой системы счисления торговцы, т.к. они говорили, что из нуля легко сделать и 6-ку и 9-ку и это нанесет большой вред их бизнесу.

Победное шествие арабской системы началось после того, как Леонардо Пизанский написал книгу об абаке. Это во многом и решило проблему проникновения этой системы счисления. В 15 веке арабско-индийская система окончательно укоренилась.

2.Переходим к математике стран Ислама. Религия Ислама возникла в 7 веке (точнее 654г).Ислам означает "покорность". Вначале уничтожалась культура, насажденная греками, но потом поняли, что неправильно, и решили, что надо бы открыть несколько научных центров.

Первым таким центром стал Багдат (9-10вв.). Турки –сельжуки сделали центром Исфахан в Иране (11в), в 13 веке –Марага(южный Азербайджан), основан внуком Чингис-Хана. Наконец , 15 век – это то, что когда-то относилась с СССР- Ташкент, Бахара, Улугбек.

Одна из основных работ арабских математиков - это сбор рукописей и перевод их на арабский язык.
Мухаммед ал-Маджуси ал-Хорезми (783- 850). Им был написан трактат "Об индийском счете". Это были "правила вычисления"- алгоритмы. Из-за его фамилии, считается, что его предки были магами. Более цельным сохранился его трактат по алгебре "Китаб ал-джебр ал-Мукабала", в котором впервые алгебра рассматривалась как самостоятельный раздел математики.
Аб-джебр –операция воспорлнения,
Ал-Мукабала –операция сокращения одинаковых слагаемых в разных частях уравнения.
Слово алгебра возникло от операции восполнения.Центральное место в трактате занимают квадратные уравнения. И красной нинью на 1000 лет идет уравнение $x^2+10x=39$. Автор дает формулу его решения и доказательство (та самая формула, которой мы пользуемся сейчас) – алгоритм добавления до полного квадрата. В работее содержится классификация квадратных уравнений (всего 6 различных классов), т.к у них не было отрицательных чисел. Для решения каждого он давал свое правило: «Делай так!» Также были у него и задачи о разделе наследства.
Ал-Кораджи продолжает работу Ал-Хорезми, добавляя уравнения иррациональностями и рассматривая уравнения с иррациональными коэффициентами.
Аль-Беруни (973 – 1048). Написал трактат «Канон Мас уда», в котором изложен тригонометрический метод определения географических долгот, близкий к современным триангуляционным геодезическим методам.. Беруни принадлежит сведение задач о трисекции угла, удвоении куба и определение сторон правильного девятиугольника к уравнению 3-й степени.

Омар Хайам (1048-1123). Он тоже занимался решением кубических уравнений. Он как автор трактатов, так и стихов. «О доказательствах задач алгебры и мукабалы» - это один из его трактотов. Он имеет дело с добавлением в обе части уравнения одного и того же для последующего сокращения, например: $2x^2+100-20x=58$
$2x^2+100=58+20x$
$x^2+50=29+10x$
$x^2+21=10x$ ну а это уже решается.
$X^3+ax=b$ он приводит к виду $x^3+p^2x=p^2q$, а это приводит к пересечению параболы и окружности. Они составляли астрономические таблицы, которые назывались Зиджами. У них в соотношениях треугольников возникают понятия синуса, косинуса, тангенса. Кстати, таблицы у них были достаточно точные (имеется ввиду синуса и косинуса).
Последним представителем арабской науки был Джемшид Ал-Каши(----1430) . Его главное сочинение-"Ключ к арифметике", представляет собой руководство по элементарной математике.В работе изложены приемы извлечения корней, более систематично, чем ранее в Китае, и на арабском Востоке разработана система десятичных дробей, описаны правила действия над ними. Он дал правила приближенного решения уравнений высших степеней.. Второе сочинение – трактат "Об окружности" Он вычислил пи до 17 знаков, вписав правильный многоугольник с числом сторон, равным $3\cdot2^{28}$, то есть порядка миллиарда. Ну, а в Европе у Виета(значительно позже) был всего лишь $3\cdot2^{17}$-угольник и всего 9 знаков. Была дана классификация уравнений первой и второй степени.
3. 9- век- все тригонометрический функции были известны. Как получилось название для функции косинус "Джайб-тамам" значит дополнительный синус. На латыни это, complementi sinus, то есть точки косинус. Были известны тригонометрические тождества.
Тригонометрия средневекового Востока стала отдельной математической наукой. Из совокупности вспомогательных средств астрономии она преобразовалась в науку о тригонометрических функциях в плоских и сферических треугольниках и о способах решения этих треугольников. Алгоритмические вычислительные средства стали играть преобладающую роль. С введение специфической символики тригонометрия приобретала привычный нам аналитический облик.

Лекция 6.
Математика средневековой Европы и эпохи Возрождения

1. Общая характеристика периода.
2. Решение уравнений 3,4 степени в радикалах. Расширение понятия числа.
3.Буквенная алгебра и ее усовершенствование Виетом.

В то время как арабы строили и расширяли свои цивилизации в западной Европе зарождалась новая цивилизация. В период средневековья в этой части мира был достигнут высокий уровень культуры. В европейской Культуре того времени господствовало христианская религия, а ее доктрины, при всех своих достоинствах, совсем не способствовали познанию физического мира.

Первый университет появился в середине 11 века, назывался он Салерно. Там была в основе всего медицина, поэтому он особо и не был университетом.

Ок 1100 года появился итальянский университет Болонье.

Потом в конце 12 века появляются Парижский и Оксфордский университеты.

1209 г - появляется в Кембридже.

А в 14 веке появляются университеты в Праге(1348), Неопале(1224), Вене (1367) и т.д..

В университете было 4 факультета: искусств, богословия, права, и медицины.

Каждый студент обучался вначале на факультете искусств, на нем обучение продолжалось 6 лет, потом на остальных 8 лет. Математика проходилась на факультете искусств.

Хотя математика была в университете лишь вспомогательной дисциплиной, из стен университета вышли замечательные математики Орезм во Франции, Региомонтан в Германии, Коперник в Польше.

Особенности математики рассматриваемого периода:

1.Центр математических исследований переносится в Европу. Математика развивалась в Италии, затем Франции, Германии, Голландии.

2. Развитие математики определяется торговлей, ростом ремесел, созданием городов, мореплаванием. Эпоха Возрождение – бурное время , время романтиков, искателей, время турниров (математических).

4. В течение всей этой эпохи математикам Европы не по силам не только сделать в геометрии что-либо сопоставимое с достижениями Евклида, Аполлония, Архимеда, но даже усвоить до конца результаты великих геометров. Однако нельзя сказать, что геометрия вообще не развивалась. В это время происходит бурное развитие теории перспективы.
5. Основные достижения этого периода – решение уравнений 3-4 степеней, появление в математике комплексных чисел, выработка навыков работы с этими числами.
6. Появляется удобная символика в алгебре, что способствует ее бурному развитию. Разрабатываются новые способы решения уравнений высших степеней.
7. Появляются таблицы логарифмов.
8. Повсеместно вводится десятеричная позиционная система счисления, арабские цифры, десятичные дроби.

Имена математиков средних веков:

Леонардо Пизанский (ок.1170-1228). Он известен как Фибоначчи. Самая знаменитая его книга – это «Книга об абаке», написанная им в 1202, доработанная в 1228 году. Это была очень хорошая практическая книга. Там же появляется его знаменитый ряд Фибоначчи. Также в этой книге была теория алгебраических уравнений. Он был сыном купца, много путешествовал. Он в основном пересказывает арабскую математику.

Леонардо да Винчи (1452-1519) представитель итальянской эпохи Возрождения, был не только великим художником , но и математиком. в 1515 г. Леонардо да Винчи написал работу , где был изложен геометрический метод необходимый с скульптуре и строительстве. Значительное место в нем занимали вопросы о равносоставленности и равновеликости пространственных тел. Леонардо да Винчи нашел центр тяжести тетраэдра, исследовал свойства золотого сечения, да и сам термин ввел. При определении площади и объема фигур Леонардо использовал метод "неделимых", который получил затем свое развитие в трудах Кавальери.

Лука Пачоли. Родился ок 1454 года и умер ок 1514 года. Он был другом Леонардо да Винчи. Он очень популярен сегодня, т.к придумал двойную бухгалтерию. Написал книгу «Сумма знаний по арифметике, геометрии учение о пропорции пропорциональность». Что замечательно, там были рассмотрены уравнения 2,3,4 степени. В этой книге уже появляется некий символизм. После этой книги использование арабских цифр стало общепринятым. Пачоли заканчивает книгу ошибочными замечаниями, что уравнения x^3+ах=в, x^3+а=вх не возможно ,как и квадратура круга. Его авторитет был велик, что многие математике считали, что такое уравнение в общей ситуации решить нельзя. Но неудачи одних математиков, не могли остановить прогресса. В 16 веке итальянскими математиками были решены уравнения 3 и 4 степеней, при этом обогатили математику новыми числами –комплексными.

После Фибоначчи наметилось 2 направления в развитии математики. Совершенствование алгебраической символики и оформление тригонометрии и самостоятельную науку. среди ученых этого периода был профессор Парижского Университета Никола Орезм (1328-1382), который обобщил понятие степени, введя понятие степени с дробным показателем.

1	p
2	27

$= 27^{1/2}$

Изображая графически зависимость интенсивности физических явлений от времени, он заметил, что изменение вблизи точек экстремума самое медленное, но это не получило развитие и тем более применение.

Бакалавр Парижского Университета Н. Шюке вводит понятие степени с отрицательным и нулевым показателем, обозначения арифметических операций и корней: $\overline{P}(+)$, $\overline{m}(-)$, $R^2 16(\sqrt{16})$.

Следующий ученый – Иоганн Мюллер (1436-----1476), известный под именем Региомонтан. Работа – 5 книг о треугольниках, в которой впервые геометрия была отделена от астрономии. В этой книге систематизированы сведения о плоских и сферических треугольниках, впервые рассмотрена задача на минимум и максимум. Он впервые в Европе составил таблицы для вычисления тригонометрических функций. Региомонтан обогатил понятие числа, введя радикалы и операции с ними. Это позволило ставить проблему решения более широкого класса уравнений в радикалах.

В средневековье были очень хорошие идеи. Так рассмотрение функций уже было в парижском университете. Уже начали размышлять об устройстве континуума. Также уже не работали ограничении о понятии числа, все теперь есть число, т.е не было разницы между целыми числами и отношениями.

Работы математиков 16-17 и даже 18 вв. носили характер религиозного поиска. Многие исследователи считают, что соображения подобного рода не позволили Гауссу опубликовать открытую им в 1799 году неевклидову геометрию, так как считал, что при создании мира должна была заложена одна определенная геометрия пространства.

2). Решение уравнений степени ,больше 2 привлекали математиков эпохи Возрождения. В Италии были популярны математические турниры, победителем которых считался тот кто найдет больше корней предложенных уравнений. Как правило это были кубические уравнения.

Профессор Болонского университета Сципион дель Ферро (1496-1526) нашел способ решения кубического уравнения x^3+px=q

Он не опубликовал найденного им метода, но некоторые ученики знали о его открытии. В конце жизни, перед смертью он сообщим способ решения уравнения своему другу, приемнику по кафедре Марио Фиоре, который решил после смерти учителя воспользоваться доверенной ему тайной по решению задач. Далее историю этого открытия напоминала драму. В то время в г. Вероне жил небогатый учитель математики Николо Фонтано(1500-1557) прозванный Тартальей. В 1935г Фиори сумел спровоцировать Тартатья и тот вызвал его на поединок. Все 30 предложенных уравнений имели вид $x^3+px=q$ при различных p ,q.

Когда истекли 50 дней после которых надо было сдать решения натариусу, до тартья дошел слух, что Фиори владеет формулой Сципиона Ферро.Перспективе угощать обедом друзей Фиори в колличестве, равном числу корней найденных победителем, таковы были условия поединка, совсем не привлекали Тарталья (нет денег).Тартатья прилагает титанические усилияи за 8 дней до конца находит формулу. Фиори не смог решить ни одного уравнения, прдложенных Тартатья. :?

Все дело в том, что получив формулу. было не легко воспользоваться, кроме того тарталья нашел способ решения уравнения $x^3=px+q$.

Метод Тартальи как и Метод Ферро состоит в подборе подходящей формулы алгебраической иррациональности для выражения корня уравнения:

Тартальи не опубликовал свои результаты, т.к.

1. он приберегал это как оружие в научном поединке;
2. невозможность справиться с неприводимым случаем.

Тартальи сообщил свои рассуждения Кардано. Годы жизни 1501 – 1576. Он много путешествовал. Его задачей по жизни было увековечить свое имя, и он все делал ради этого, он утверждает, что сделал 40000 открытий. Замечательным в его открытиях были теория о баллистике, написал книгу об игре в кости, карданов вал. Услышав о секрете Тарталья Кардано загорелся желанием украсить свою книгу, которую писал. Тарталья долго не соглашался, но Кардано дал клятву не публиковать этого открытия. Кардано получил от Тарталья готовый способ решения уравнения без намеков на доказательство. Кардано затратил много сил на тщательную проверку и обоснование формулы.

Нежелание похоронить результаты, привело к тому что Кардано включил их в книгу «Великое искусство». Кардано изложил историю открытия, подчеркивая, что получил эту формулу от Тарталья. Тем не менее этот формула носит названия Кардано. Однако Кардано нельзя рассматривать как злодея, укравшего формулу у Тартатья. Работы Кардано сыграли большую роль в дальнейшем развитии математики. К числу открытий Кардано можно отнести признание существования отрицательных мнимых корней уравнения. Он смог правильно рассмотреть решение уравнения 3-й степени.

Но появляется случай, когда может возникнуть неприводимый случай в случае решения $x^3=px+q$.Но дальше он приводит пример, когда уравнение неприводимо, а решение все-таки есть.Например: $x^3=7x+6$. Так впервые появились мнимые числа. Кардано не смог до конца справится с неприводимым случаем. Это сделал другой математик Рафаэль Бомбелли (1526-1572). Основная работа – «Алгебра», в которой дает таблицу мнимых чисел: $(+i)(+i)=1$, рассматривает действия с комплексными числами, показывает как получить действительные корни в неприводимом случае. .

Он установил, что входящее «в выражение, содержащее софистические» минусы Кардано, преобразуются к виду a+bi. На конкретном примере Бомбелли показал, что в неприводимом случае вещественный корень получается как сумма 2-х комплексных чисел: a+bi и a-bi.

Он выделил полный квадрат, получил алгебраический вывод формулы и для корней квадратного уравнения (до этого посредством геометрической алгебры осуществляли) После книг Бомбелли комплексные числа стали использоваться в промежуточных вычислениях, они перестали быть чем-то сверхъестественным. Впервые мнимые числа в алгебру вошли в связи с решением кубического уравнения, а не в теории квадратных уравнений, как они появляются в школьных учебниках. В книге Кардано присутствует решение уравнения 4 степени. Но это сделал не он, а его ученик Л.Феррари (1522-1565), который доказал, что, если уравнение имеет один мнимый корень, то у него обязательно будет мнимый корень, комплексно сопряженный с первым. Последнее его открытие – способ решения полного кубического уравнения: с помощью специальной замены он смог свести его к уравнению вида, который рассмотрел Тартальи и нашел решение уравнения 4-й степени, сведя его к уравнению 3-й степени.

3. Дальнейшее развитие математики было тесно связано с совершенствованием математической символики. В данный период отмечается быстрое развитие алгебры путем сокращения слов. Возникновение алгебры как общей науки об алгебраических уравнениях связано с именем Франсуа Виета (1540-1603). Он был чиновник высокого ранга. Был хороший математик, шифровальщик. Был советником и Генриха 3 и Генриха 4. Его самая замечательная книга «Введение в аналитическое искусство». Он вводит алгебраическую символику. Всю алгебру он делит на общую и числовую. Он говорит, что все должно быть одинаковой размерности. Поэтому он каждое уравнение будет записывать с учетом этого требования. Знаки действия использует такие:

+,-, умножение – in, деление – A/B. В символике гласными буквами обозначаются неизвестные, а согласными – известные.

$x^2+2ax=c$ он записывает это уравнение как:

A quad +B 2 in A aequetur z plano.

Формулы Виета он доказывать не будет, просто напишет правила. Т.е вначале просто пишет уравнение n-ой степени, дальше просто формулирует все формулы словами.

В итоге мы видим совершенствование алгебраических символик, получает мощное развитие понятия числа – это два важнейших момента нашей истории.

Виет создал аналитический метод решения уравнений с помощью особых подстановок.

Основная заслуга Виета – целенаправленное введение символов для степеней, скобок. Его символика позволила усовершенствовать всю теорию уравнений. Он подробно излагает все известные сведения об уравнениях 1-4-х степеней и строит эти сведения в виде целостной системы. Для работ Виета характерно сопоставление алгебраических и тригонометрических записей. например, уравнение x^3-3x=a сопоставил с тригонометрическим уравнением $(2\cos\varphi)^3-3\cos\varphi= 2\cos3\varphi$. Виет открыл рекуррентные формулы тригонометрии. Наиболее известная его теорема была открыта в 1591 году: зависимость между корнями и коэффициентами уравнения. Однако он не смог полностью выразить зависимость, т.к. он признавал только положительные корни.

Виет проводил параллель между решением алгебраических уравнений и геометрическими построениями. При этом были заложены основания аналитической геометрии.

Лекция 7 **Потребности в новых средствах вычислений в 17-18 веках. Открытие логарифмов Непером и Бюрги, первые вычислительные машины.**

1. Краткая характеристика периода.
2. Новые формы организации науки – научные общества, академии, журналы.
3. Развитие вычислительных средств - открытие логарифмов Непером и Бюрги.

1. 17-й и 18-й века в истории называют новым временем. Связан с НТР. В наиболее развитых европейских странах устанавливается капитализм. Техническая революция заключалась в переходе от мануфактур к фабрикам. Создали паровую машину. Развивается механика, астрономия. Утвердилась гелиоцентрическая система. 1543й год – заслуга Коперника. Сразу после выхода труда Коперника многие учёные сумели подтвердить выводы этого труда. Когда Галилей открыл свою подзорную трубу (10х зум) он увидел горы на Луне, спутники Юпитера. Значит, космические тела состоят из обычного вещества, а не какого-то там небесного.

Ньютон открыл закон всемирного тяготения. Он вывел его из законов движения планет Кеплера, который он вывел в 1609 году (3 закона, вы их проходили по механике).

В 1687 году это всё было издано Ньютоном в труде «Математические начала натуральной философии» В 17-18 веках сильно развивалась механике. 1708 год – первый микроскоп (в Голландии). Законы динамики (движения тел) были установлены Галилеем. Законы гидродинамики – его учеником Торричелли. Гюйгенсом и Ньютоном созданы корпускулярная и волновая теории света.

Математика испытывала огромные трудности вычислительно-практического характера. Эти трудности концентрировались вокруг задач составления тригонометрических функций и связанной с этим задачи определения значения числа п. Другой задачей являлось отыскание простых и надежных алгоритмов численного определения корней уравнений с данными числовыми коэффициентами. Арифметические средства вычислений ограничивались операциями с целыми числами и дробями; десятичные дроби только пробивали себе дорогу.

2. В науке нового времени начинает присутствовать эксперимент. В античной науке никакого эксперимента не было, было сильное влияние Платона. Ранее все проблемы дружно обсуждались на площади. В 13м-14м веках появляется убеждение, что математика лежит в основе движения общества. Роджер Бекен говорил, что истинный ключ к пониманию лежит в математике. На смену дилетантам и одиночкам приходят профессионалы. Образуются академии. Первая академия создана в 1603 году в Риме. Первый её член – Галилей. Это «Академия рысей».

Вторая: 1662 год – Лондонское королевское общество. Лорд Броункер – первый президент. С 1703 года до 1727 года возглавлял Исаак Ньютон.

1666 год - Парижская академия наук (там фиксированное количество членов). Первый президент – голландец Гюйгенс.

1700 год Берлинская академия наук. Первый президент и создатель – Лейбниц.

Пятая – 1725 год – Петербургская академия наук. (по проекту Петра I го. Он обсуждал её проект с Лейбницем)

Это период, когда математика начинает изучать движение. Появилась система координат. Самое важное- создание математического анализа Ньютоном и Лейбницем. Но не только эти двое были создателями математического анализа, многие ученые занималиякь дифференциальным и интегральным исчислением.

Первой страной, в которой произошел всплеск науки, это была Италия. Это, апример, такие ученые, как Галилей, Кавальери, Торричелли. НО тут инквизиция. Галилея преследовали. Германия была раздробленной в княжества страной, поэтому это не способствовало прогрессу и развитию науки. Подъем произошел позже, во времена Эйлера. Но это уже следующий век.

Англия и Шотландия. Д.Непер-шотланский барон, создатель логарифмов. Были еще Валлис, Барроу(учитель Ньютона). Кроме того, многие призжали в Англию, потому что по религиозным взглядам многие не выдерживали Европы.

Н. Меркатор и Г.Меркатор развивали теорию логарифмов, создали географические карты.

Франция. Ключевые фигуры –Ферма и Декарт. Ферма был юристом. Декарт был из небогатых дворян, но хватало на то, чтобы прожить.

Мерсенн(священник) был координатором переписки многих ученых. Ему писали многие ученые, он пересылал их письма другим ученым.

3. Дальнейший прогресс связан с открытием логарифмов. В 17 веке в финансовом и страховом деле требовались таблицы сложных процентов. главной трудностью било умножение и деление многозначных чисел. Возникли идеи приведения умножения к сложению, деления к вычитанию. Некоторые тригонометрические формулs умножение свовили к сложению. Например, 2sina sinb=cos(a-b)-cos(a+b).
4. 15в. Николь Шюке заметил, что степени при умножении складываются. Он открыл закон $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ В /

5. 16 в.Михаэль Штифель (1486-1567) идр. ученые отметили связь между геометрической прогрессией $a^{-2},a^{-1},1,a^1,a^2,a^{-3}\ldots$ и арифметической -2,-1,0,1,2,3

6. Здесь уже создана идея логарифмов, как показателя степени. Но дальше нин не прдвинулся. Отметил"Я мог бы написать целую книгу про свойства этих чисел, но я должен пройти митмо с закрытыми глазами". Развивая эти идеи в 17 веке, независимо барон Джон Непер(1550-1617) и Иост Бюрги (1552-1632) открыли логарифмы.

Современный вид логарифма и всякая прочая теория принадлежит Эйлеру.

Джон Непер опубликовал своё открытие в 1614 году (а осуществил его на 20 лет раньше). Бюрги на 10 лет позже пришёл к этому открытию. В 1619 году Бюрги опубликовал своё исследование. Наиболее удобным оказался вариант Непера.

Мы начнём рассмотрение с Бюрги. Иост Бюрги, швейцарец, в 1603 году переехал в Прагу, там стал ассистентом Кеплера. Там он был превосходным мастером астрономических инструментов и часов. У Кеплера было невероятное количество расчётов. Тихо Браге поручил Бюрги исследовать форму орбиты Марса. На это ушло 8 лет. Он побуждался стимулом найти способ более быстрых вычислений. В то время требовалось очень много вычислений в различных областях (кстати, там было и страхование). Он понял, что это эллипс, и Солнце находится в одном из его фокусов.

Бюрги написал таблицы для $r=1/10^4$. Расписал $a_п \cdot 10^8$, и тогда он составил в своём труде две прогрессии:

(1) 0, 10, 20, 30,…100,..

(2) 10^8, $10^8(1+1/10^4)$, $10^8(1+1/10^4)^2\ldots$

Числа верхнего ряда он напечатал красной краской и назвал красными, чмисла нижнего ряда черной и назвал черными. В таблице Бюрги красные числа представляли собой логарифмы черных разделенных на 10^8 при основании $\sqrt[10]{1,0001}$

Джон Непер учился в Эдинбурге, в 21 год закончил университет, потом жил в своем поместье. Он очень активный человек, был "предводителем дворянства", и конкретно протестовал против католиков. Его антицерковные книги пользовались большой популярностью во Франции, Англии, Голландии, Германии. Его таблицы были известны гораздо меньше в народе. В 1614 году вышла из печати книга Непера "Описание удивительной таблицы логарифмов" ("лотос" – знание, "арифмос"- число). Но графиков там не было. То есть нарисовать функцию, обратную к экспоненте не могли. Непер определяет логарифм непрерывной величины. Приходит он к этому определению из кинематических соображений. Делали так: брали два единичных отрезка AB и A_1B_1 .

A B

M_0 M_1 M_2

A_1 B_1

m_0 m_1 m_2

Пусть по ним движутся точки М и m (дискретно, шагом в $\frac{1}{10^7}$, причем m движется равномерно, а скорость М равна в точности длине того пути, который ей остался до конца отрезка.) $A_1\,m_к$=x, $МкB_1$=1-y

В наших обозначениях $\frac{d(1-y)}{y}=-dy$. Итого получаем решение Iny=-x. Таблица логарифмов была такого вида: $x_n = n\cdot\frac{1}{10^7}$, $y_n=(1-\frac{1}{10^7})^n$

Лекция 8. **Создание аналитической геометрии. Возникновение первых понятий математического анализа.**

1. Особенности математики 17 века.
2.Рождение аналитической геометрии. Р. Декарт.
3.Первые понятия математического анализа.

1.Математика 17 го века. Новый период - особой в истории математики. С начала 17го века до 1870-го года - это математика переменных величин.

В 17 веке математическое творчество ученых протекало в атмосфере давления практических обстоятельств. С 1662 начитает свою деятельность Лондонское королевское общество. Тем самым положено начало эпохи организации научных учреждений. В рамках академий создавались библиотеки, обсерватории, ботанические сады. Их члены получали зарплаты. Они имели свои научные журналы. В 17 веке начинают создаваться первые периодические научные издания.

С 1665 года выходит Philosophical Transactions до сих пор.

Математические появляются с 19го века.

Изменяется роль математики. К изучению чисел (постоянные величины) добавляется движение и преобразование. Содержание математики приобретает облик математики переменных величин.

2). В 17 веке формируется аналитическая геометрия, как метод выражения численных соотношений размеров, свойств геометрических объектов. Используется метод координат, который ввели Декарт и Ферма.

3). Появляется понятие функциональной зависимости, т.е. создается начала анализа.

4). Создается интегральное исчисление в работах Кеплера и Кавальери.

5). Бурно развивается механический стиль.

6). В работах Ньютона и Лейбница устанавливается связь между дифференциальным и интегральным исчислением.

7). Происходит снижение уровня строгости в математике.

8). Математика развивается преимущественно в Европе.

2 .Открытие метода координат принадлежит Р.Декарту (1596-1650) и П.Ферма (1601-1665 Почти одновременно в 1657 году – рассуждения о методе Декарта и сочинение Ферма

«Введение в изучение плоских и телесных мест». Очень плохо было с публикацией. Тогда еще было принято обмениваться информацией по переписке. Было ещё опасение что все узнают о вашем методе и можно будет прогадать. Ферма опубликовал своё сочинение очень поздно – в 1679 году (а написал в 1637). Декарт всё опубликовал в 1637 году.

Начнём с Декарта (1596-1650). Он исключительный учёный. Латинское произнесение его фамилии – Картезий. Родился в Лау в дворянской семье. Его отец настоял, чтобы тот нанялся волонтёром к голландскому полководцу, когда ему было 20. Около 20 лет он провёл в различных сражениях, в частности в осаде крепости Ларошель. Потом он поехал в Голландию и там 20 лет провёл в уединении. На это он говорил, что «хорошо прожил тот, кто хорошо укрылся». Протестанты голландцы воспротивились его философским убеждениям и рассуждениям. Он поехал в Швецию, где занялся математикой. Там он заболел воспалением лёгких и умер. Всю жизнь он мечтал о нахождении универсального метода познания в науке. Основное произведение Декарта: «Рассуждение о методе координат». Положило начало философскому рационализму. Декарт считал, что, начиная исследования нужно выделить некоторые основные положения. Всякую проблему нужно разбивать на части и опираясь на найденные положения, переходить от простого к сложному, и все исследуемые объекты нужно классифицировать. Сочинение Декарта имеет 3 приложения, последний из которых называется «геометрия», где изложены основные идеи, позволившие ему создать метод координат, с помощью которого была установлена связь геометрии с алгеброй и наоборот.

Основные идеи Декарта:

1). Неизвестные он обозначал последними буквами латинского алфавита (u,v,x,y), а известные – начальными..(a,в,c…)

2). Основной элемент геометрии – отрезок, операции с ним: a+b=c у древних греков: a*b – S прямоугольника. А Декарт предложил в качестве произведения рассматривать отрезок x, который находиться из пропорции: $\frac{x}{a}=\frac{b}{1}$. Аналогично $x=\frac{b}{a}-изпропорции\ _-\frac{x}{1}=\frac{b}{a}$

3). Он ввел ось абсцисс – прямая, на которой отмечена начальная точка и единичный отрезок. С помощью него измерялась длина любого отрезка. Положение точки на плоскости определялось двумя точками (x;y), где x – длина отрезка OP, y – высота подъема точки над осью. Для кривой у Декарта появляется запись: y=f(x) – функциональная зависимость.

4). Алгебраическое уравнение f(x;y)=0 соответствовало некоторой кривой, координаты точек которых удовлетворяют уравнению. Если уравнение $x^2+y^2=4$ прежде мыслилось как уравнение 2 степени с двумя неизвестными теперь то уравнение окружности.

5). Так как можно вводить координаты, независимо от кривой, то записывая уравнений различных кривых и решая систему можно выяснить их взаимное расположение. Для решения систем уравнений можно прибегать к графическим иллюстрациям.

6). Знаки + и – Декарт предложил использовать не только как знаки действия, а и для определения положения точки на плоскости. $x^2=1$ имеет два корня. Один истинный, другой ложный, которые изображаются на оси точками симметричными относительно оси. Но с точки зркгия геометрии эти решения становятся равноправными. Таким образом, Декарт дал геометрическую интерпретацию отрицательных чисел, хотя сам не признавал их.

7). По мнению Декарта уравнение $y^2=-1$ имеет два "воображаемых" корня, которым не соответствуют ни какие точки плоскости, но с помощью таких корней легче строить общую теорию алгебраических уравнений.

8)В "Геометрии" Декарт изложил общую теорию алгебраических уравнений, причем он стал записывать уравнение в форме $a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_пx^п=0$.

Он сформулировал теоремы о том, что алгебраическоке уравнение степени п имеет ровно п корней, если считать положительные, отрицательные и "воображаемые" (основная теорема алгебры).До Декарта оно была сформулирована А. Жираром (1509-1633).

9) Декарт считал, что имеет смысл рассматривать кривые, заданные алгебраическими уравнениями. Он разработал метод нахождения касательных к алгебраическим кривым, изучал свойства кривых заданных уравнением:$x^3+y^3-3axy=0$ – Декартов лист.

В результате образовалась ветвь математики, которая получила свое новое развитие. Что касается ограниченности на алгебраичность кривых, то она была преодолена во 2 половине 17 века. В работах Ньютона и Лейбница, который разработал общие приемы исследования кривых.

Современное введение координат в пространстве было дано в трудах Эйлера (18 век). В 19 веке возникла многомерная геометрия, в 20 веке – бесконечномерная.

В трудах Декарта нет того что носит название аналитической геометрии им был сделан только первый шаг. Большая заслуга в деле создания аналитической геометрии принадлежит Ферма. Именно он ввел ПДСК на плоскости, аффинные координаты, он показал что уравнение 1ой степени задают кривую 2 ой степени – гиперболу, эллипс, параболу.

Пьер Ферма был юристом, работал в суде. Он был самоучкой. В 1679 году опубликовал тот самый труд. Ферма придерживался античной строгости всего. У него такая классификация задач: плоские задачи – с помощью циркуля и линейки, телесные – с помощью сечений. И линейные.

Ферма записал канонические уравнения кривых второго порядка. Он делал преобразования координат, приводил общие уравнения к каноническому виду. Он использовал принцип однородности и пользовался символикой Виета.

3. Одной из проблем математического анализа была необходимость представления функциональных зависимостей самого различного вида, которое позволило бы распространить все операции мат. анализа на известные к тому времени функции. Для этого необходимо дать общее понятие о функциях, классификацию функций и выделить универсальные методы оперирования с ними. Т. о. теория функций – основная задача мат. анализа – была решена в 1748 г. в работе «Введение в анализ бесконечно малых» Эйлером. До него введение функции было предложено впервые Декартом. Декарт считал, что надо упорядочить правила, по которым ведётся познание. Его поиски универсального метода привели к созданию аналитической геометрии. Декарт рассматривает переменные величины. Основной объект – понятие функции. Потом – функциональной зависимости. Понятие функции утверждается в двух школах: Парижской и Оксфордской. Приходит понимание, что законы природы надо записывать в виде зависимостей и в виде функций. Декарт делит все функции на механические и геометрические. Декарт таким образом изгнал механические из анализа, т.к. не смог дать им аналитическое выражение. Он считал, что каждую аналитическую кривую можно построить с помощью шарнирного механизма. Трансцендентные функции он так построить не смог. Вот он и выбросил их из математики, тем самым затормозив развитие анализа. Механические он классифицировал по родам. К одному роду у него могли относиться функции, которые задавались полиномами n и n-1 й степени. По порядку уравнения классификация была проведена Ньютона. Декарт изучал кривые методами алгебры. Он отменил принцип однородности Виета. Декарт сумел все аналитические кривые при помощи метода координат описать функциями. Более последовательно геометрия была построена Пьером Ферма, но из-за неудачной символики и использования принципа Виета его геометрия не стала популярной

1

Лекция 9. **Основные предпосылки возникновения дифференциального и интегрального исчисления.**

1. Развитие интеграционных форм.
2. Развитие дифференциальных методов.
3. О связи дифференциальных и интегральных методов.

1.Создание дифференциального и интегрального исчисления - основное событие математики 17 века. На первом плане – изучение функций. Понятие функций существовало в античности.

К 17му веку было понятно, что законы природы – это законы функционального типа. Законы появились в виде формул. Главное достижение – Ферма и Декарт записали уравнениями выражение всех алгебраических функций.

За 15 веков практически никаких результатов в этой области не было.

Были интегралы от xdx, x(ax+b)dx, sin x dx

9-10 века: Ибн-Кура – вычислил интеграл от корня. Ал-Хайсан (арабский математик) провёл исследования, вычислил интеграл от четвёртой степени x.

17 век начался с того, что инфинитезимальные методы стали развиваться.

Для открытия дифференциального и интегрального исчисления к 17 в. сложился ряд предпосылок:

- формирование символической алгебры и прогресс вычислительной техники. Кардано, Виет, Непер, Шнеке, Стевич, Роберваль;
- введение в метрику переменной величины и координатного метода. Рене Декарт, Ферма;
- усвоение инфинитезимальных идей и методов древних. Евдокс, Архимед;
- накопление частных методов, решение задач на вычисление квадратур, центр тяжести, касательных и нормалей к кривым, кубатур.

Непосредственной причиной для открытия математического анализа была революция в астрономии, многие задачи которой требовали применения инфинитезимальных соображений.

В дальнейшем задачи небесной механики дали возможность пополнить и земную механику рядом аналитических методов.

Ионн Кеплер *(1571 – 1630)*. Он был профессором математики и морали в университете города Грац (Австрия)

Основная работа Кеплера «Новые стереометрии винных бочек».

В данной работе предлагается особый метод оперирования с бесконечно малыми величинами, который состоял в разбиении измеряемой величины на очень мелкие части и нахождение их суммы с помощью некоторых геометрических соображений.

Вычислим площадь круга методом Кеплера.

Разобьем круг на очень большое количество секторов, каждый из которых можно приближенно принять за треугольник. Тогда площадь каждого треугольника можно рассчитать как

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} r \frac{2\pi r}{n},$$

$$S_{кр} = S_{\Delta} \cdot n = \pi r^2$$

Метод Кеплера был не строгим и основывался на ряде индуктивных допущений, однако с его помощью Кеплеру удалось вычислить объемы разнообразных тел вращения: тора, яблока, вишни, лимона.

Таким образом, Кеплер осуществил первую попытку создания регулярного алгоритма с бесконечно малыми, которая послужила исходным пунктом для возникновения более строгих и общих методов.

Б.Кавальери (1598 - 1647).

Главным делом его жизни стало создание метода неделимых, который был изложен в работе «Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых непрерывного». Она была опубликована в 1635 г.

Неделимыми для него являлись параллельные хорды, проведенные внутри фигуры и параллельные сечения, проведенные внутри пространственного тела.

Сравнивая площади и объемы различных фигур, Кавальери вводит понятие суммы всех неделимых заполняющих данные площади или объемы.

В качестве обобщения метода он сформулировал принципы: два тела, основания которых равновелики, равновелики, если равновелики их сечения, взятые на одинаковой высоте параллельно основанию.

Кавальери рассматривал и отношения степеней неделимых, решая таким образом группу задач, эквивалентных вычислению определенных интегралов вида:

$$\int_0^a x^n dx, \ \text{где } n = 1,2,3,4,...$$

Несмотря на общий характер теории Кавальери, она имела ряд недостатков:

1. Нельзя было вычислить длину кривой, поскольку точки без размера.
2. Не было объяснено понятие неделимого.
3. Использование очень сложной архаичной символики.

После Кавальери усилия математики были сосредоточены на попытках достижения с помощью метода неделимых возможно более общих результатов.

Блез Паскаль *(1623 - 1662)*

На основе идеи Кавальери он открыл метод интегрирования тригонометрических функций, которые в настоящее время можно записать с помощью следующих формул:

$$\int_0^{\varphi} \cos\varphi \, d\varphi = \sin\varphi,$$

$$\int_0^{\varphi} \sin\varphi \, d\varphi = -\cos\varphi$$

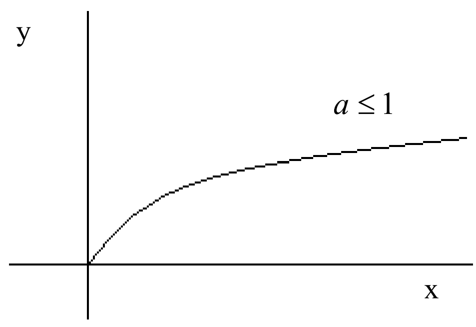
П.Ферма *(1601 - 1665)*

Ввел деление квадрируемой площади прямыми, отстоящими друг от друга на равные расстояния, это дало ему возможность вычисления значения выражений эквивалентных вычислению определенного интеграла вида:

$$\int_0^a x^n \, dx$$, где n – дробное, отрицательное число.

Пример: рассмотрим функцию $f(x) = x^{\frac{p}{q}}$

абсциссы	x	ax	a^2x	a^3x
ордината-ты	$x^{\frac{p}{q}}$	$a^{\frac{p}{q}} x^{\frac{p}{q}}$	$a^{2\frac{p}{q}} x^{\frac{p}{q}}$	…
ширина полос	$(1-a)x$	$a(1-a)x$	$a^2(1-a)x$	…



Суммируя все полоски Ферма получает бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, взяв значение ее суммы.

Можно получить значение площади фигуры расположенной между абсциссами *0* и *x*, что эквивалентно вычислению определенного интеграла вида:

$$\int_0^x x^{\frac{p}{q}} dx = \frac{q}{p+q} x^{\frac{p+q}{q}}.$$

С каждым новым результатом определенное интегрирование, открытое Архимедом как специфический геометрический метод, все более принимает черты общего метода математики, в основе которого лежат известные численные методы.

Характерно в этом отношении является творчество английского математика ***Д. Валлиса*** *(1616 - 1703)*.

Арифметика бесконечного (1655 г.).

В этой работе Валлис перевел на арифметический язык отношение сумм неделимых, которые Кавальери рассматривал лишь геометрически.

$$\frac{S_{треуг}}{S_{параллелогр}} = \frac{0+1+2+...+n}{n+n+n+...+n} = \frac{1}{2}, \ при\ n \to \infty,$$

$$\frac{0^k+1^k+2^k+...+n^k}{n^k+n^k+n^k+...+n^k} = \frac{1}{k+1}, \ при\ n \to \infty.$$

Таким образом, открытые к концу 17 в. методы интегрирования охватили обширные классы алгебраических и тригонометрических функций. Встала задача рассмотреть эти методы с некоторой единой точки зрения.

В это время Пьер Ферма сумел найти такие интегралы (методом интегральных сумм) для всех рациональных n (1635), а затем году он распространил это для всех действительных показателей, но без доказательства. Пьер Ферма получил свои результаты с помощью интеграционных методов Архимеда. Он взял $y=x^p$, и отрезок [0,a] он разделил на отрезки, с убывающими как геометрическая прогрессия длинами. Построил прямоугольники и получил искомый результат.

Интеграционные методы развивал и Ферма, и Паскаль.. Невероятные усилия в 17 веке привели не к таким уж и сильным результатам.

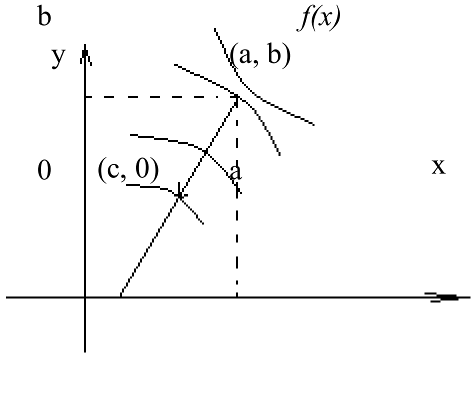
Что касается дифференциальных методов, то в то время потребовалось понятие мгновенной скорости. Изменилось понятие касательной. То есть теперь это – предельное положение секущей, а не прямая, лежащая по одну сторону от кривой и имеющая с ней одну общую точку.

Пример.. 1. *Кинематический (Галилей (1564 - 1642), Торричелли (1608 - 1647), Роберваль (1602 - 1675))*

В соответствии с этим методом, касательная к кривой определялась как диагональ параллелограмма, сторонами которого являются горизонтальные и вертикальные составляющие скорости тяжелой материальной точки, брошенной в горизонтальном направлении с некоторой начальной скоростью. Соответственно нахождение касательной свелось к сложению скоростей по правилу параллелограмма. Данный метод оказался не очень удобен (потому что он исходил из индивидуальных особенностей кривых, описывающих различные движения).

2. *Метод нормалей (Р.Декарт (1596 - 1650))*

Декарт родился во Франции в г. Тезрене. Всю жизнь служил военным инженером европейских армий. Целью научных занятий Декарта была разработка общего дедуктивного метода изучения естественных математических вопросов. Концепция Декарта признавала только разум, строгую дедукцию и поэтому не признавалась церковью. Конкретным приложением метода Декарта к математике стала его работа «геометрия» (1637 г.), в которой впервые в математику была введена переменная величина и координатный метод.



Необходимо провести нормаль к алгебраической кривой *f(x)* и проходящую через точку *(a, b)*/

Исходная задача свелась к нахождению значения с. Далее Декарт рассматривает точку и координату *(c, 0)* как центр семейства концентрических окружностей, одна из которых касается

кривой в точке *(a, b)*. Для нахождения *c* рассматривается система уравнений окружности и кривой, поскольку окружность имеет с кривой две общие точки, сливающиеся в одну (двойной корень), уравнения получившиеся в результате решения системы может быть записано в виде $(x-a)^2 \cdot P(x)=0 \quad (1)$, *P(x)* – полином (многочлен).
Далее Декарт приравнивая левые части уравнения, получившегося в результате решения системы и уравнения *(1)* с помощью метода неопределенных коэффициентов, находит значение *c*.

Несмотря на то, что к концу 17 в. был разработан большой набор средств для решения задач дифференциального и интегрального исчисления, математический анализ еще не выделился в отдельную науку, а формировался в недрах геометрии, алгебры и механики, не было выделено особых операций дифференцирования. Интегрирования, понятия производной, дифференциала, интеграла. Для этого необходимо было выяснить взаимосвязь дифференциальных и интегральных методов.

3. Главнейшим мотивом для установления взаимообратимости дифференциальных и интегральных методов были так называемые обратные задачи на касательные, состоящие в определенных кривых, исходя из общих свойств всех касательных. В общем случае эти задачи сводились к решению дифференциальных уравнений первого порядка с двумя переменными. Первым, кто их пытался решать, был Рене Декарт. Он предложил классифицировать и расположить все кривые в ряд, найти их касательные и проверить, обладают ли они заданными свойствами. Данный подход оказался очень громоздок и неудачен. Некоторые обратные задачи на касательные были решены шотландским ученым Грегори (1638 - 1675) и Валлисом (1616 – 1703). Они в основном решали задачи, сводящиеся к непосредственному интегрированию обеих частей уравнения типа:

$$\frac{dy}{dx}=f(x)$$

Общий результат относительно взаимообратной зависимости задач на квадратуры и задач на касательные получил И. Барроу (1630 - 1677).
Барроу, пользуясь кинематическими соображениями показал, что если путь материальной точки *S* при равноускоренном движении равен:

$$Ry=\int_0^x vdx \iff v=\frac{dy}{dx}R$$

Данная запись означает теорему Ньютоне-Лейбница.

Развитие дифференциальных и интегральных методов в первой половине 17 века и установление связи между этими методами создало теоретические предпосылки для построения основ общего дифференциального и интегрального исчисления с тем, чтобы можно было решать по единому способу все более часто выдвигающиеся практикой различные задачи на нахождение квадратур, касательных и экстремумов.

Это сделали одновременно и независимо тремя учёными: Исаак Ньютон, Джеймс Грегори, Вильгельм Лейбниц
Исаак Ньютон (1643-1727гг) Родился в деревне Гулсток в 72 км от Кембриджа. Его мать потеряла мужа за 3 месяца до рождения Ньютона. У него был отчем – священник. Это была семья фермеров.. Первое время он занимался только философией. Сначала он хотел заниматься греческим языком, потом философией. Но потом он заинтересовался астрономией. А там надо было знать тригонометрию, он накупил много книг, в частности, «Начала Евклида». Ньютон изучил алгебру Альфреда, геометрию Декарта. В 1696 году он уезжает из Кембриджа. Ему предложили работать в монетном дворе. В 1699 году он стал там директором. В 1703 году он был избран президентом Лондонского королевского общества. Умер он в ореоле славы. Ещё ему не везло с женщинами. Только в 1872 году Стокс и Адамс получили доступ к коллекции бумаг Ньютона, а так к ним не было никакого доступа и уж тем более нельзя было их публиковать. В 1967 году началось печатание бумаг Ньютона. Напечатали 8 томов.

Вариант исчисления бесконечно малых у Ньютона назывался Методом флюксий.

1. Анализ с помощью уравнений с бесконечным числом членов (1699 год, опубликовано в 1711 году).
2. Метод флюксий и бесконечных рядов (1670-1671, опубликовано в 1736 году).
3. Рассуждение о квадратуре кривых (1690-1691, опубликовано в 1704 году).
4. .2 письма к Лейбницу (1676 год) .

В чём состоит метод: он рассматривает 1) функции-флюенты x(t), y(t), z(t), 2) флюксии x'(t),y'(t),z'(t), 3) Момент величины ox'(t), oy'(t)

В бумагах потом нашли все правила дифференциального исчисления. Как находил производные неявной функции – давал приращение аргументу, рассматривалась разность значений функций в этих точках, он получал производную для неявной функции.

Ньютон считал, что интегрирование – это задача, обратная к дифференцированию. Поэтому он ввёл неопределённый интеграл (флюксию). Определённый интеграл задавался по формуле Ньютона-Лейбница. Ньютон не придавал большого значения обозначениям, потом он стремился перенять у Лейбница.

Джеймс Грегори (1638-1675)

Родился в Овердине, закончил Овердинский университет. В последний год он там был профессором. В теории рядов он часто опережал Ньютона. Его вариант исчисления бесконечно малых не прошёл, так как были плохие обозначения. Надо сказать, что они все скрывали свои результаты. Вот одно письмо: «Узнав о рядах Ньютона посылаю свои ряды».

Г.В.Лейбниц (1646-1716) Учился в Гене. Родился в семье профессора философии, закончил юридический факультет. Математикой начал заниматься под влиянием Гюйгенса очень поздно. Он был буквально генератором идей, увлекался всем. Открыл вслед за Паскалем счётную машину, искал универсальный метод для познания математики (как и Декарт). Всю жизнь провёл на службе у герцогов в Германии. Лейбниц часто посещал Париж и Лондон, докладывал там свои результаты, в частности о рядах. Они, правда, были довольно слабыми. Что касается варианта интегрального и дифференциального. Исчисления – все результаты были сделаны на 10 лет позднее, но ему принадлежит первая публикация – в 1684 году. Выведены все правила дифференцирования, признаки сходимости (без доказательства).

У Лейбница преобладал геометрический подход. Он пользовался дифференциальным треугольником

«Следует заботиться о том, чтобы знаки были удобны при открытии…» - вот так он говорил. Определённый интеграл него – это бесконечная сумма бесконечно малых дифференциалов. Дифференциал и интеграл в его подходе – обратные операторы. Сначала интеграл у него обозначался суммой. У него был операционный подход.

Лекция 10.

Математика в конце 18-го начале 19-го вв. Развитие абстрактной алгебры.

1. Условия и особенности развития математики в 18 в.
2. К.Ф.Гаусс, основная теорема алгебры.
3. Проблема разрешимости в радикалах уравнений высших степеней, теорема Абеля.
4. Теория Галуа. Теория групп и ее значение для формирования нового взгляда на алгебру.

1. К 18 в. решение научно-технических задач становится делом государственной важности. Наиболее актуальны проблемы электромагнетизма, теплоты в физике, методы изображения сферы на плоскости в картографии, изобретение хронометра, совершенство-

вание вооружений, астрономические наблюдения. Для решения всех этих задач необходим был новый математический аппарат. 18 век – век развития анализа и его приложений. Часто этот век называют "золотым веком анализа"

В этот век создается вариационное исчисление.

Создается и получает развитие теория дифференциальных уравнений.

Важным достижением этого века является формула Тейлора.

Закладываются основы теории функции комплексного переменного.

Создается начало дифференциальной геометрии.

Получают развитие методы решения уравнений.

Основные достижения в математике принадлежат представителям двух математических школ 18 века: базельской (Швейцария) и французской.

В конце 18 века в математике сформулированы четыре великие проблемы, решения которых в 19 веке преобразовали математику, изменили подход к математике как к предмету. Это проблемы:

а) 5 постулат Евклида;

в)решение уравнений высших степеней;

с)обоснование природы комплексных чисел;

d) обоснование математического анализа.

Ученые 18 века:

В Англии – Ньютон, Муавр, Маклорен.

Во Франции – Клеро, Даламбер, Лагранж, Лаплас, Лежандр.

В Германии – Гаусс, Эйлер (он Швейцарец, но один период работает там), Ламберт, также там работал Лагранж.

В Италии – Риккати, Рофини.

Было противостояние англичан и французов: они спорили о форме земли, да и вообще обо всем. Ну и конечно это, как всегда, развивалось философами. Вольтер писал про эти два лагеря ученых очень едко (право, забавно написано).

Этот век отличается тем, что происходит невероятное количество споров между Эйлером и Даламбером.

2 .Основная теорема алгебры.

Из курса алгебры нам известна теорема, что уравнение п-степени имеет над полем С ровно п корней с учетом кратности.

Как было ранее замечено, что комплексные числа появились у Бомбелли в 1572году.

В 1629 г Альбер Жирар сказал, что любое уравнение имеет ровно п корней, с учетом невозможных и кратностей. Декарт (1637г) называл из воображаемыми. Как истинные , так и ложные (отрицательные) корни, могут быть действительными, так и мнимыми. Мнимые-они же комплексные (imaginaire-вображаемый, мнимый)

Эйлер отбросил кусок слова imaginaire и получил обозначение i. Однако, что касается общей теории, то были одни формулировки.

При интегрировании рациональных дробей возникает разложение на множители.Бернули говорил, что всегда млжно разложить, если оно не линейные, то хотя бы на квадратичные с отрицательным дискриминантом.

После первых доказательств основной теоремы алгебры в середине 18 века, стало ясно, что дальнейшее исследование пойдет в двух направлениях: доказательство существование решения и непосредственный поиск этого решения.

Как видим,первые формулировки теоремы были даны еще в 17 веке, но доказательств еще никаких не было. Эта проблема долго решалась. И только в 1746 году впервые ее доказал Даламбер. Тогда это доказательство не было оценено, т.к математики считали, что эту теорему можно доказать только алгебраическими методами. Таким методом ее доказал Эйлер.

Итак, первое доказательство одно из самых простых. Идея очень красивая.

Подправленное доказательство Даламбера (раскрыта основная идея):

1 шаг. $|P(z)|$, как комплексный многочлен непрерывный функционал при $|z|<R$, $|P(z_0)|$ - min
2.шаг Лемма Аргана-Даламбера:
если $P(z)$ не равен 0, то существует точка z_1 такая, что $|P(z_1)|<|P(z_0)|$
(1) назовем образом $w=P(z)$
(2) $z-z_0 = (sum)\ A_k(w-w_k)^{rk}$, $r_1<r_2<\dots$ (разложение в ряд по многоугольнику Ньютона)
Доказывается от противного, рассматриваются образы $w=0$ – образ z_1, предполагаем, что $w = 0$ не является образом и из соотношения (2) приходим к противоречию.

В 1749 году Эйлер опубликовал свое доказательство. Очень долго спорили о том, кто же из них первый доказал эту теорему, т.к в 1742 году у них обоих нашли наброски формулировки теоремы. На самом деле первый доказал Даламбер.

Вообще, чисто алгебраического доказательства этой теоремы не существует. Эйлер использует несколько утверждений из математического анализа.
1. Любой многочлен нечетной степени имеет хотя бы один корень действительный корень.Если корней несколько, то их число нечетно (теорема Коши о промежуточных значениях функции)
2.Многочлен четной степени с отрицательным свободным членом имеет по крайней мере один положительный и один отрицательный корень.
Все остальное алгебра. Идея, представить этот многочлен в виде произведения многочленов нечетной степени. Дальше он проводит редукцию. Это просто идея доказательства, на самом деле оно у него очень сложное.
Но их доказательства содержат пробелы. Поэтому эти доказательства потом подверглись большой критике, например, основной пробел- почему многочлен является непрерывной функцией? Большим критиком на эту тему стал Гаусс. Он же сам дал 6 доказательств данной теоремы. Можно сказать, что одно из доказательств у него было топологическое.
Его критика отрицательно сказалась на развитии этого направления. Даламбера он критиковал за непонимание комплексных бесконечно малых, а также он придирался к сходимости этого ряда. По поводу доказательства Эйлера он сказал, что там есть «порочный круг»,т.е что Эйлер хочет доказать, тем он и пользуется. И, только в 1882 году Кронекер показал, что в доказательстве Эйлера никакого порочного круга нет (он рассматривал для этого подполя комплексных чисел). Тем самым к 19 веку эти доказательства были приняты.

Вторая проблема – «Решение общих алгебраических уравнений в радикалах».
Доказательство первой проблемы вдохновило математиков, они подумали, что так они смогут и вторую проблему доказать, но не тут то было. Решением этой проблемы занимался Эйлер, но более 3-й степени он достичь ничего не смог.
Потом этим занимался Лагранж в 1771-1772, оказалось, что можно свести уравнение к уравнению меньшей степени. Кстати, такие уравнения Эйлер назвал разрешающими.
Уравнение 4 степени можно свести к уравнению третей степени,т.к
$Y_k=f(x_1,x_2,x_3,x_4)$, $y_1 = x_1x_2+x_3x_4$, $y_2=x_1x_3+x_2x_4$, $y_3=x_1x_4+x_2x_3$. Тогда получается, что
$\Phi(y) = (y-y_1)..(y-y_k) = y^k – (y_1+..+y_k)y^{k-1} +..+(-1)^k y_1..y_k$
Тем самым Лагранж свел эту задачу к исследованию группы подстановок корней. Он показал, что порядок этой группы является делителем порядка группы всех подстановок данной степени.
Таким образом, если существует такая нетривиальная подгруппа, то уравнение разрешимо.
Но в этом доказательстве есть пробелы:
1. было доказано, что подгрупп индекса между 2 и 5 нет.
2. у многочлена много корней и непонятно, какой из корней надо брать. Лагранж не смог справиться с этим вопросом.

3. В 1824 году молодой норвежский математик будучи студентом Н.Х Абель (1801-1829) дал доказательство неразрешимости уравнения 5 степени в радикалах, в 1826 году он уже

дал строгое доказательство этой теоремы. Оно было опубликовано в одном из первых периодических изданий –журнале Крейля.
А когда он понял, что не для всех уравнений все так плохо, он написал работу про класс уравнений, которые разрешимы. Крейль послал работу Абеля Гауссу и Якоби. Получил положительные отзывы.
Итак, Н.Х. Абель ввел область рациональности уравнения, то есть множества всех величин, рационально выражающихся через коэффициенты и корни уравнения (их называют алгебраическим расширением, полученным присоединением коэффициентов и корней уравнения). Так, $Q(\sqrt{2}\ )\supset Q$ – поле расширения уравнения x^2-2=0. Кроме того, он вводит понятие нормального уравнения (то есть когда все корни выражаются рационально через один из них) После этого Абель выводит теорету: уравнение разрешимо, если оно нормально и группа монодромии абелева (отсюда и название для коммутативных групп, которые, конечно,же разрешимы). Далее, он показал, что абелевы группы разлагаются в произведение циклических групп. Но он не успел завершить своего дела.
;4. Эворист Галуа (1811-1832). Тоже очень мало жил. Погиб на дуэли. Обладал очень тяжелым характером. Два раза провалился при поступлении в политехническую школу, т.к считал вопросы экзаменатора очень неинтересными. Написал работы и послал их Коши, а Коши сказал, что их потерял. Ему так и не удалось почти ничего опубликовать, т.к по большей части его работы никто не понял. В 1831 году его посадили за то, что на какой-то вечеринке он произносил тост с ножом в руке. Перед смертью он написал свое завещание, где он и завел вопрос о разрешимости уравнения в радикалах. И в 1846 году вышел маленький томик «Собрание сочинений Галуа». Основные идеи его теории такие:
Рассмотрим уравнение вида P(x)

1. Существует группа уравнения или группа Галуа.
2. Всякий многочлен, инвариантный относительно этой группы, есть многочлен от коэффициентов.
3. Обратно, если многочлен P(x1,..xn) рационально выражается через коэффициенты, то он инвариант.
4. Рассматривается G in G_1 in G_2 in …. In G тогда
   A) любой G_i in G_{i+1}
   B) G_{i+1}/G_i коммутативна для любого i

Истоки понятия группы.
Одним из простых понятий в математике, это понятие группы. Этот термин появляется у Галуа, но само понятие появляется намного раньше. Одним из истоков это вопрос о разрешимости уравнения в радикалах. Основным источников является труд Гаусса. «Арифметические исследования» его книга. Там есть три теории: тория бинарных квадратичных форм, теория сравнения, теория алгебраических чисел.
Гаусс развивает теорию бинарных квадратичных форм.
Это формы вида: $G(x.y) = ax^2+bxy+cy^2$
Лагранж ввел преобразование форм. Вслед за ним Гаусс рассмотрел классы эквивалентности этих форм. Другие примеры групп появляются в теории сравнений.
Известная древняя задача: $x^n-1=0$. Одна из первых работ Гаусса о построении правильного семнадцатиугольника была на основе корней этого уравнения. Далее уравнение
$(x^n-1)/(x-1)=x^{n-1}+\ldots+1$ имеет корни равномерно расположенные на окружности.
Потом Гаусс показал, что с помощью циркуля и линейки можно построить многоугольник с количеством сторон, равным числу Ферма.
Абстрактное определение группы было дано в 1854 году. Появление конечной и бесконечной группы появляется уже в 189- году.
Несколько слов в завершение теории групп. В арифметических исследованиях Гаусса 1801 года были даны три теории. Все они изобилуют новыми понятиями, которые стали употребляться в алгебре. Это и понятие группы, и отношение эквивалентностей, факторгруп-

пы, фактор-множества. Он построил группу билинейных квадратичных форм. Появляются вычеты. Кольца. Названий нет. Название группы появляется у Галуа. Это относится к началу 30х годов. Этих названий не было даже у Абеля, который построил теорию Галуа для коммутативных групп. После этого начинается «победное шествие» теории групп. Она проявляет себя во всех областях математике. В 1870 году – трактат Жордана. Он был очень популярен – это было единственное пособие по теории групп.

Вспомним, что английская математика была отделена от континентальной. Основными центрами были Берлин и Париж. В Париже была новая наука, там пропагандировались новые идеи, теория групп. Там работал Жордан. Софус Ли и Феликс Клейн очень подружились, они вместе слушали курс Жордана. В теории ОДУ Софус Ли сумел сделать теорию, похожую на теорию Галуа. Что касается Феликса Клейна – он сумел положить всю геометрическую науку на теорию групп. Анри Пуанкаре ввёл группы в матанализ. Он же ввёл ряд новых групп. В Физике наш кристаллограф Фёдоров с помощью теории групп завершил классификацию кристаллов. В квантовой физике – открытия Пауле. Таким образом, понятие группы, которое появилось в начале века, получило распространение в конце века.

Лекция 11. **Развитие математического анализа в 18-19 ве**ке.

1. Развитие понятия функции.
2. Л.Эйлер. Жизнь и творчество.
3. Проблема обоснования математического анализа и решение ее в 19 веке.
4. Мнимые числа. Окончательное оформление теории функции комплексного переменного.

1. Сложилось 3 основных подхода к функции:

1) геометрический (Декарт: функция – движущаяся точка);
2) аналитический (основан на разложении функции в степенные ряды - Бернулли);
3) механический (функция – зависимость пути от времени - Ньютон).

Потребность в математическом анализе выделил аналитический подход к функции, который оказался наиболее удобным для оперирования с функциями. Данная трактовка поддерживалась Эйлером, который дал следующее определение функции: функция переменного количества – это аналитическое выражение, состоящее из этого переменного количества и постоянных количеств. При этом Эйлер допускал, что аргумент функции может быть как действительного, так и комплексного значения. Эта трактовка позволила присоединить к известным алгоритмическим функциям и трансцендентные функции. Эйлер дополнил приведенную классификацию по свойствам однородности, многозначности, четности, нечетности, периодичности, монотонности и постоянства. Все функции, по мнению Эйлера, должны представляться степенными рядами, что ограничило представление о функции классом аналитических функций. Эйлер определил непрерывную функцию как функцию, заданную на всей своей области существования одним аналитическим выражением.

В качестве основных средств для оперирования с функциями Эйлер рассматривал их разложение в степенные ряды, разработал соответствующий аппарат в свое введение. Эйлер последовательно распространил его на известные классы алгебраических и неалгебраических функций. Он дал аналитическое выражение для тригонометрических функций, которое после этого оказалось возможным уже не соотносить с геометрическими образами.

$e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$ - формула Эйлера.

Эйлер разработал метод представления тригонометрических функций бесконечными произведениями, что необходимо для вычисления логарифма. Эйлер совместно с Даламбером открыл первые факты теории функций комплексного переменного (1717 - 1783). В частности, Даламбер открыл соотношения, связывающие действительные и мнимые части функции, известные сейчас как условие Коши – Римана. Известен признак Даламбера сходимости рядов. Даламбер почти открыл основную теорему алгебры, имел работы по теории вероятности.

В процессе разработки теории функций Эйлер столкнулся с определенными трудностями – с определением функции как линии, начерченной свободным движением руки. Возникла проблема соотнесения объемов функций, выразимых аналитически в указанном понимании. Эту проблему оказалось возможным решить в результате обогащения средств аналитической выразимости функции. Это произошло в результате введения тригонометрических рядов.

Эйлер с Бернулли дали одно из частных решений задачи о колебании струны в виде тригонометрического ряда

$$y = \alpha \sin\frac{\pi x}{l} + \beta \sin\frac{2\pi x}{l} + \gamma \sin\frac{3\pi x}{l} + \ldots$$, где l – длина струны.

Возникла новая задача – выяснить, любая ли функция представима тригонометрическим рядом. Решение ее выходит за рамки 18 века и принадлежит Фурье, который показал, что любая связанная линия представима на некотором участке рядом вида:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos x + b_n \sin nx)$$

Поэтому все линии оказались охвачены аппаратом тригонометрических рядов. Но далее фр. математик Дюбуа - Рейман показал, что существуют такие непрерывные функции, для которых ряд Фурье в некоторых точках оказывается расходящимся. Таким образом, кривых оказалось больше, чем формул. Кроме этого, Кантор и Пеано открыли такие кривые, которые относятся к классу Жордановых кривых, которые невозможно представить одним аналитическим выражением.

Большую роль сыграли результаты Вейерштрасса, который исследовал вопрос по аппроксимации функций. Он доказал, что любая функция, непрерывная на промежутке *(a;b)* аналитически выразима как сумма равномерно сходящегося ряда алгебраических полиномов. Однако сложности, возникающие при разработке средств аналитических выразимости, привели математиков к мысли о необходимости общего взгляда на функцию, выраженную в определениях Дирихле.

Определение. Y – это функция переменного x, если каждому значению x соответствует совершенно определенное значение y, причем безразлично, каким образом установлено это соответствие – аналитической формулой, графиком, таблицей или словесно.

Такое понимание позволило рассмотреть теорию функций не как введение в анализ, а как самостоятельную область.

В качестве введения в анализ стали рассматривать теорию пределов и теорию действительно числа.

2.. *Леонард Эйлер* (1707-1783) Швейцарец по происхождению. Родился в Базеле. В 1725 году была по указу Петра образована Петербургская академия наук, куда было привлечено много иностранных ученых. У него было 2 Петербургских периода:

1. 1727-1741 пригласили его на кафедру физиологии работать математиком. Работал Эйлер невероятно много. Он изучил в совершенстве русский язык. Занимался составлением карт и потерял на этом один глаз. Он, по продуктивности, один из самых продуктивных математиков. Известно более 800 его работ. Сделал три работы по анализу: «Введение в анализ бесконечных» (1748г), «Дифференциальное исчисление» (1755г), «Интегральное исчисление» (1768 – 70). В 1741 году он был вынужден уехать.
2. 1766- 1783. На этот период он приехал благодаря Екатерине, которая предлагала ему приехать в Россию на любых условиях.

В 18 веке все были заняты анализом. Все стали критиковать анализ. Примечательно то, что пока жил Ньютон, никто не осмелился его критиковать, как только он умер, так сразу занялись его критикой. Что же было сделано Эйлером в анализе. Эйлеру принадлежит та классификация алгебраических функций, которой мы пользуемся до сих пор. Он снял с анализа геометрико-механическое обозначение. Он все делал аналитически. Учитель Эйлера был Иоганн Бернулли. Эйлер дает определение функции. Эйлер владел двумя определениями функции: функция – как соответствие и, более удобное, функция – заданная формулой. Здесь же он дает классификацию функций. Делит он функции на трансцендентные и алгебраические. Алгебраические делятся на рациональные и иррациональные. А рациональные, в свою очередь, делятся на целые рациональные и дробно-рациональные. Эйлер также определял действительную функцию комплексного переменного. Этой классификацией мы пользуемся до сих пор.

Для аналитического представления функций Эйлер рассматривал несколько форм:

1. Ряды.
2. Интегралы. (Гамма и Бета функции)
3. Бесконечное произведение (Дзета функция Римана).

Было много больших споров в то время:

1. Спор о логарифмах отрицательных чисел – именно Эйлер показал, что у логарифма много корней..

2. Спор об уравнении колебания струны.

3. Мы знаем что $1/1+x = 1-x+x^2-x^3+..$ подставив x=1, получим ½=1-1+1-1…что это такое? Так вот именно Эйлер и предложил правильное разрешение этого спора. Он предожил ввести «нормальное» определение суммы ряда. Это и легло в основу метода суммирования.

3. Одной из существенных черт математики 18 века было то, что в рассматриваемый период способы обоснования математических теорий, резко отставали от развития самого математического содержания.

В частности многие математики, доказывая то или иное утверждение, опирались на аналогичные утверждения, справедливые для другой области математики, использовались неоправданные обобщения, интуитивные геометрические допущения.

*Т*еорема о прохождении непрерывной функции через нулевое значение не доказывалась, опиралась на интуитивное предположение, что линия соединяющая точки A и B, обязательно пересечет ось абсцисс.

Приведенные соображения в полной мере относятся к дифференциальному и интегральному исчислению, для которого была характерна невыясненность исходных положений.

Выделяют следующие подходы.

I мистическое дифференциальное исчисление (*Ньютон, Лейбниц*)

Ни Ньютон, ни Лейбниц не смогли обосновать свои бесконечно малые, введенным ими принципами отбрасывания бесконечно малых, эти бесконечно малые сравнивались с песчинками.

За такую слабость обоснования указанные ученые подвергались уничтожающей критике епископами: *Ниовентейн, Беркли*.

II рациональное дифференциальное исчисление (*Эйлер, Даламбер*)

а) теория нулей Эйлера

Эйлер трактовал dx и dy как вспомогательные символы, точно равные нулю. $A + dx = A$. Ему пришлось давать интерпретации ряду сомнительных правил, типа $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}$. Эти интерпретации не выдерживали никакой критики и не соответствовали многим математическим требованиям.

б) теория предела Даламбера. Даламбер в основу представлений о dx и dy ввел понятие о пределе, берущее свое начало в Др.Греции. dx, dy - переменные величины.

Определение предела по Даламберу не отличалось логической четкостью: предел есть постоянное количество, к которому монотонно изменяющаяся величина приближается так,

что разность между ними может быть доведена до количества меньше наперед заданного и вместе с тем не превосходит постоянного количества.
Не смотря на перспективность подхода Даламбера, он не был признан в 18 веке в силу крайней запутанности и не алгоритмичности.

III аналитическое дифференциальное исчисление (*Лагранж (1736 - 1813)*)
Лагранж попытался обосновать дифференциальное исчисление на чисто алгебраической основе. Он полагал, что всякая функция представимая в виде $y=f(x+h)$ может быть представлена в виде степенного ряда:

$$f(x+h)=f(x)+Ah+Bh^2+Ch^3+...$$

где коэффициенты *A, B, C, ...* представляют собой последовательные производные данной функции. Таким образом, Лагранж свел дифференциальное исчисление к решению чисто алгебраической задачи нахождения коэффициентов соответствующего уравнения. Однако представление Лагранжа содержало в себе порочный круг, т.к. неявно предполагало, что данная функция уже разложима в ряд Тейлора. Не смотря на данный недостаток, концепция Лагранжа важна тем, что в ней впервые в ясном виде вводится понятие производной функции, которая раньше использовалась лишь неявно.
Указанные теории хотя и не послужили способом обоснования бесконечно малых, тем не менее стали составляющими частями обоснованного математического анализа в 19 веке, произведенного Коши и Вейерштрассом.

В начале 19 века больной точкой математики стало обоснование математического анализа.

Эта проблема привлекала внимание К. Гаусса, Н. Абеля, Б.Больцано.

Бернардо Больцано (1781-1848) преподавал богословские дисциплины в пражском университете. Он существенно продвинулся в деле обоснования математического анализа, его работы долгое время были не доступны и не оказали влияния на развитие математики. Еще в 1817г Больцано сформулировал и доказал теорему, что если множество вещественных чисел ограничено сверху (снизу), то оно имеет точную верхнюю (нижнюю) грань. За несколько лет до О. Коши Больцано вывел критерий сходимости последовательностей и дал строгое определение непрерывности функции. Он изучил свойства непрерывности функций и доказал относительно них ряд замечательных теорем. Ему принадлежит введение односторонней непрерывности.

Немало для развития математического анализа сделал Нильс Генрих Абель (1802-1829), но был в самом начале пути.

Гауссом была показана эффективность математического анализа при исследовании кривых и поверхностей. Он постоянно настаивал на обоснование математического анализа.

Наступило время для точного выяснения полученных результатов, связанных с функцией, которая настолько различно ведет себя в случаях разложения в степенные ряды и ряды Фурье. Предельные переходы и особенно суммирование рядов нуждались в точных понятиях.

Заслуга обоснования этих понятий принадлежит Огюстен-Луи Коши (1789-1857), который решил положить в основу своего исчисления понятие предела (у него были предшественники. У Ньютона – понятие флюксий, мгновенная скорость, но не было четких определений). Особое значение имели труды Даламбера. Он сформулировал понятие предела, в котором требовал, чтобы из $x \to a$ вытекало бы неравенство $x-a < 0$. О.Коши отбросил это требование. Кроме того, Даламбер не развил свою идею о пределе применительно ко всему анализу. О. Коши предложил идею – свести определение предела, непрерывности функции и др. вещи к системам некоторых неравенств. Коши установил свойства основных понятий анализа: функции, предела, непрерывности производной, интеграла. Ввел различие между рядами, имеющими сумму в указанном им смысле на языке неравенств. Коши ввел понятие сходимости и расходимости рядов.

Работы Коши по основанию математического анализа имели сенсационный характер. После заседания Парижской академии наук на которой О.Коши изложил теорию сходимости рядов Лаплас поспешил домой и оставаясь взаперти до тех пор, пока не проверил их на сходимость все ряды, которые он использовал в своей «Небесной механике» все ряды сходящиеся.

О.Коши принадлежат ряд теорем в области математической физики, Коши по существу создал теорию функций комплексного переменного. Он дал доказательство существования дифференциальных уравнений. После работ О.Коши долгое время казалось, что основное понятие дифференциального исчисления является понятие производной. Но современное понятие дифференцирование занимало свое место в математическом анализе. Под дифференциалом стали понимать часть приращение функции, пропорциональную приращению аргумента и такую что остальная часть приращения исчезла мало по сравнению с дифференциалом. В таком виде понятие дифференциала удалось распространить и на функцию многих переменных. Труды О. Коши вызвали много работ по обоснованию математического анализа.

Среди них работы К.Вейерштрасса (1815-1897) Ему суждено было завершить обоснование математического анализа. О.Коши определил функцию, предел , непрерывность, которые были по существу точными, но язык которым он пользовался не отличался ни ясностью, ни точностью. Подобно своим сверстникам О.Коши считал, что из непрерывности вытекает дифференцируемость.

В 1861 К.Вейерштрасс осознавал, что это не так. Он в 1872г представил пример функции при всех вещественных значениях, но не дифференцируема ни при одном значении. Труды К.Вейерштрасса полностью освободили математический анализ от какого-либо зависимости от движения, интуитивности представлений и геометрической наглядности. Он создал новый язык анализа, так независимый и дал на этом языке все основные определения. Сам В. был лектором, доступно излагал сложные понятия анализа. Он первым понял, что обоснование математического анализа остается независимым, если можно добиться глубокой теории вещественных чисел. Он предложил строгое определение и вывел свойства иррациональных чисел. Свои исследования начал еще в 40г 19 века, но результаты стали известны из лекций, прочитанных им в 60 годы. Примерно в это же время Дедекинд и Кантор создали свою теорию действительных чисел.

3.. Теория действительных функций комплексного переменного оформилась в 18 веке. Итак, в 17 веке аналитические функции представлялись степенными рядами, за исключением, быть может, нескольких точек. В 18 веке рассматриваются уже функции комплексного переменного. Эйлер с помощью гидромеханики вывел условия Коши-Римана:
f(z)=u+iv, z=x+iy.
du/dx = dv/dy, du/dy=dv/dx.
Ввел он понятие конформного отображения, рассмотрел многие элементарные функции.
Но все эти факты пока еще не были объединены в одну общую теорию. Тормозило развитие то, что еще не было геометрической интерпретацией комплексного числа.
Когда эта интерпретация появилась?
Рассмотрим уравнение : x^3=7x+6, все его корни действительные, но по формулам Кардана получаются корни из отрицательных чисел. Это и заставило Кардана рассмотреть мнимые числа, он их называл невозможными. Он все же пытался как-то геометрически их интерпретировать, принимая площадь квадрата минусовой. Та же идея была в в 1616 году у Валлиса. И очень долгое время не могли понять природу этой мнимости. Только в 18 веке этот вопрос разрешился. В 1799 году была впервые дана геометрическая интерпретация комплексного числа, как вектора, сделал это датчанин Вессель в каком-то земельном журнале. Поэтому обнаружили эту публикацию только через 100 лет.
В 1806 году Арган тоже опубликовал работу по этому поводу, но на нее никто не обратил внимания, поэтому он ее реопубликовал в 1813 году. Многочлен комплексного перемен-

ного тоже теперь интерпретируется Арганом, как вектор на плоскости, по ходу он доказывает основную теорему алгебры.
Отметим, что за две такие публикации камплексные числа никто не заметил, только после публикации Гаусса, геометрическую интерпретацию комплексного числа приняли. Развитие ТФКП.
Интегрирование в комплексной области возникает еще в 18 веке.
Сначала заметили, что интеграл от -1 до 1 от $1/x^2$ считать по формуле Ньютона-Лейбница считать нельзя.
Первый интеграл в комплексной области определил Гаусс.
Интеграл от f(x) для x=a+bi, он понимал как предел интегральных сумм. Следует отметить, что у него совершенно точное определение интеграла функции комплексного переменного.
Первые результаты по интегрированию в комплексной области дал О.Коши:
«Мемуар о теории определенных интегралов».
Он доказывает, что если функция непрерывна в квадрате, то интегрирование от одной вершины до другой можно вести по двум путям (интеграл не зависит от порядка интегрирования).
Он рассматривает функцию F(x+iy) = u+iv, удовлетворяющую условию Коши-Римана, для нее от показывает, что интеграл от (x_0,y_0) до (x,y) не зависит от пути интегрирования. Для вывода условия Коши-Римана он рассмотрел функцию F(x+iy) = u+iv и просто продифференцировал ее, сначала по x, потом по y. Потом говорит, что раз производная существует, то она должна быть одна и та же. Из равенства двух комплексных чисел и следует это условие.
$\int f(z)dz=\int(u+iv)(dx+idy) = \int udx-vdy+ i\int udy+vdx =\ldots$ далее применяется формула Грина, и оба слагаемых приравниваются к 0 – так условия Коши-Римана выводят в технических вузах. Коши получил очень много результатов в ТФКП.
В 1825 году была получена предыдущая теорема в общем виде, т.е интегрирование не только по прямоугольнику – «если функция в некоторой области не обращается в бесконечность, то интеграл не зависит от пути интегрирования. Далее, если есть в области особая точка, то интегралы не равны, таким образов у него появляются вычеты. Определяет он их с помощью разложения в ряд. Общая теорема о вычетах была дана в 1846 году. Было определено название - голоморфная функция. Дальше Коши получил все теоремы, которые мы рассматриваем в ТФКП:
Теорема о среднем – 1851(1841). Результатов очень много. Из этой теоремы, например, получается разложение этой функции в ряд Тейлора и находятся коэффициенты разложения. В 1843 году Пьер Альфонс впервые получил представление функции рядом Лорана. Коши также вывел формулу радиуса сходимости степенного ряда. И в этой области(изучение степенного ряда с комплексной переменной) очень много достиг Абель.
Теперь перейдем к Риману. Это был просто удивительных человек.

<u>Бернард Риман (1826-1866).</u>

Родился в королевстве Ганновер. Учился в Геттенгенском университете. Поступил на богословский факультет, по стопам отца. Одновременно он посещал курсы математики. Потом перевелся в Берлин и там занимался математикой. Долгое время Риман не мог найти работу. Только после смерти Гаусса Риман смог устроиться. У него была потрясающая докторская диссертация по теории функции комплексного переменного. Далее идут отличные результаты в теории абелевых функций. В 56-57 году и Вейерштрасс и Риман опубликовали свои работы, но как только Вейерштрасс прочитал его работу, свою забрал. Затем, когда умирает Дирихле, Риман занимает его место. Риман определяет функцию комплексного переменного, как конформное отображение. Также Риман изучает многозначные функции. Гениальная его идея, изучать функции над поверхностью Римана.
Свои работы Риман основал на принципе Дирихле, дело в том, что он посещал его лекции.

Вейерштрасс (1815-1897)- великий педагог. Он навел строгость везде и в анализе и в ТФКП. Учился он на юридическом факультете, проучился 4 кода, потом решил стать учителем математики. И, действительно, стал им и преподавал математику.. В математике был самоучкой. В 1856 году его берут в университет и он становится знаменитостью.
Он рассматривал функцию, как представление рядом Лорана.

Лекция 12. Основные направления развития математики в 19 веке. Открытие неевклидовой геометрии.

1. Условия и особенности развития математики в 19 в.
2. Предыстория создания неевклидовой геометрии.
3. Основные положения геометрии Н.И. Лобачевского. Первые интерпретации.

Точкой отсчета служит великая Французская революция.
В 1794 году образуются две школы: политехническая и нормальная. В них математическое образование было основным. От них в дальнейшем пошло много учебных заведений. Растет роль университетов. К примеру в России в 18 веке был только один университет, в 19 веке сформировалась сеть замечательных университетов. В конце 18 века появляется в значительной мере математический журнал, . Первым таким журнал стал, издаваемый с 1795 года журнал первого политеха.
В 1810 – 1831 выходит журнал «Каналы чистой и прикладной математики».
В 1826 году Крелл начинает издавать свой журнал, который, кстати издается до сих пор, называется он «Журнал чистой и прикладной математики». В 1836 году Лиувилль тоже начинает издавать журнал с таким же названием, который также выходит до сегодняшнего дня. В 1866 году также выходит еще один, издаваемый до сих, пор журнал. В 1868 появляется “Math. Ann.”. Примечательно, что уже в 40 годах меняется взгляд на математику вообще, раньше считали, что математика, это всего лишь прикладная к астрономии наука. Появляются понятия чистая и прикладная математика. Математика значительно дифференцируется, все математики уже начинают специализироваться на своих областях. Появляется несколько ведущих школ: Французская и Немецкая. И они начинают между собой конкурировать. Процветает математика в Скандинавии (Абель), России. 19 век это также век образования математический обществ, одним из крупных, стало Московское математическое общество – 1864 год. В следующем 1865 году образовывается Лондонское математическое общество. В 1874 появляется Французское математическое общество. 1888 году появляется Нью-Йоргское математическое общество, которое впоследствии перерастет в американское. 1890 год – образуется математическое общество Германии, кстати, его стремился организовать Георг Кант.
В 1871 году появляется книга, содержащая все работы до 1868 года, написали ее в германии.
В 1987 году состоится первый математический конгресс в Цюрихе.

В 19 веке были решены четыре великие проблемы математики, решение которых полностью преобразовали предмет. Все они имели долгую и часто мучительную историю. Их решение привело к современному понятию алгебры, геометрии,

1.Была решена проблема 5 постулата Евклида и создана неевклидова геометрия. Изменилось представление о том, что такое геометрия и что она изучает.

2.Была выявлена природа комплексных чисел и создана теория функций комплексного переменного. Произошло расширение понятия чисел. Созданы новые алгебраические структуры: кватернионы, алгебра Грассмана.

3. Была решена проблема разрешимости уравнений высших степеней. Создается новая алгебра. Если до теории Галуа основной задачей алгебры было решение уравнений,

то теперь ее основной заслугой становится изучение групп, подгрупп, колец и др. алгебраических структур.

4.Было проведено обоснование математического анализа. Получили расцвет новые дисциплины: дифференциальная геометрия, функциональный анализ, создается топология.

5. В связи с обоснованием анализа была создана теория множеств. В ней обнаружились противоречия, произошла ее модернизация.

6.Произошло разделение математики на чистую и прикладную. Связь математики с практикой оказывается в тени, математика начинает развиваться внутренним образом.

7.Продолжается соперничество 2 крупных математических школ: немецкой и французской.

8.Геттенгенская школа является крупнейшей математической школой конца 19 века начала 20 века.

9.Математика начинает работать в обособленных областях, только одаренные, такие как К. Гаусс, Н. Абель, А. Пуанкаре, работают в разных областях. Наиболее мощное воздействие на математику 19 столетия оказали работы К. Гаусса, Б. Римана, Ф. Клейна и А. Пуанкаре. Карл Гаусс был признан королем математики 19 века.

2. Проблема 5 постулата была самой продолжительной и мучительной в истории математики. Она поставлена в 4 веке до нашей эры и решена в 19 веке. Проблема 5 постулата была поставлена видимо самим Евклидом. Именно он не использовал 5 постулат, а пытался его заменить более простым утверждением.

Аристотель связал 5 постулат и утверждение о сумме углов треугольника. Архимед показал, что если мы сумеем доказать, что ГМТ, расположенных на заданном расстоянии от прямой, есть прямая, то справедлив 5 постулат.

Птолемей и Прокл показали, что любой из современных признаков параллельности прямых эквивалентен 5 постулату.

В 5-6 веках в Византии проблема 5 постулата занимался Анание и Симпликий, в 9=12 веках математики Востока аль-Джаухари, Ат-тути, Сибий ибн Корра, Ибн-Сина, Омар Хайям, Аль-Абхаоа и др.

В работах Ибн-Коры было доказано, что из существования   следует пятый постулат.

Ибн-сина и Ибн-Хайсала писали, что существование подобных треугольников эквивалентно 5 постулату.

Омар Хайям показали, что гипотенуза прямого угла для четырехугольника вида эквавалентна 5 постулату.

С 14 века проблемой 5 постулата занимались европейские математики Герсонид, Альфонсо, Грисогоно, Катальди, Борели, Джардано.

В 17-18 в к решению проблемы вплотную подошли Джон Валлис, Саккери и Ламберт,

19 век выдающихся результатов достигли Лежандо, Бертран, Больяи.

В работах Саккери и Ламберта фактически содержались многие теоремы неевклидовой геометрии. Наибольшее распростронение попытка жоказать аксиому паралллельности от противного, но в доказательства неявно использовалось утверждение эквивалентное 5 постулату.

Честь решения 5 постулата разделили Яныш Бойя (Больяи), Н.И. Лобачевский и К.Ф. Гаусс. Почти одновременно неевклидова геометрия была создана в 3 странах мира России, Германии и Венгрии.

Приоритет в этом открытии принадлежит Лобачевскому, ему принадлежит первая публикация (1829 год). Эта геометрия возникла в результате того, что при попытках доказать пятый постулат решили попробовать отказаться от него. В течении 2х тысяч лет были попытки доказать 5й постулат Евклида из «начал»: «Если прямая, пересекающая две прямые, образует внутренние односторонние углы меньше 2х прямых, то продолженные неограниченно, они пересекутся». До нас дошли сведения о том, что Архимед пытался доказать этот постулат. Документов не осталось. Есть доказательство Клавдия Птолемея. Есть и ещё другие. Нам он известен в формулировке: «Через точку вне данной прямой можно провести только одну прямую, параллельную данной». Очень большое внимание теории параллельных было в арабской математике.

Аджул Хари доказал, что через точку внутри угла можно провести прямую, пересекающую обе стороны угла. Он думал, что из этого выступает 5й постулат. Но он в самом доказательстве использовал утверждение, эквивалентное 5му постулату. Остальные в своих доказательствах ошибались аналогичным образом. Есть невероятное количество эквивалентов 5-му постулату Евклида. Постулат Волеса: «Существуют два подобных, но не равных треугольника». Самое главное, что сделали арабские математики – рассмотрели 4хугольники с прямыми углами. Они не смогли опровергнуть гипотезу об остром 4м угле. Ал-Хайсан и Сабит ибн Кора рассматривали вот какой 4хугольник: брали отрезок АВ, делали 2 перпендикуляра AD и BC, в С проводили ещё один перпендикуляр. Но никакой вывод сделать не смогли. Сакелли привёл некоторые положения неевклидовой геометрии. Ал-Джайлхари, Амар-Хайан рассматривали ещё один 4хугольник. Потом и Ламберт (1766) его изучал. Сакелли всё ещё считал что 5й постулат доказуем, в отличии от Ламберта. Ламберт значительно продвинулся. Вот какие были у него положения: существуют 2 прямые, которые в одну сторону асимптотически расходятся, а в другую – асимптотически сближаются. Но эти все были ещё очень неуверенны в своих суждениях. Первый самоуверенные – Швейкарт – пришёл к открытию астральной геометрии. Он был самоучкой. Он написал Гауссу о своём открытии, но тот ему не ответил. Его племянник тоже писал Гауссу, но ему Гаусс тоже не ответил. Они осознавали, что развивают новую геометрию. Гаусс никого не поддержал. У Гаусса уже у самого всё было.

Яныш Бойяи. Его отец, Фаркош, был другом Гаусса, и когда тот увидел, что у его сына математические способности, решил отправить его на образование к Гауссу. Но тот вежливо отказал. Тогда Яныша отправили в офицерскую школу. Яныш был очень вспыльчивым, постоянно участвовал в дуэлях. В 1832 году Яныш изложил в книге Бойяи свои рассуждения. Гаусс в ответ написал, что по сути он это всё сумел исследовать и сам, однако он не успел её ещё напечатать. Яныш Бойяи пришёл в отчаяние, он совершенно отошёл от занятий математикой. Когда появилась первая публикация Лобачевского (29год), то она не была замечена. Гаусс заметил только публикации 34 года. Гаусс даже в некотором смысле поддержал его, если он вообще мог кого-то поддержать.

3. Николай Иванович Лобачевский (20 ноября 1792г – 12 февраля 1856г: эти даты были установлены в 1956 году), великий русский учёный-математик. Даты рождения и смерти Лобачевского были установлены… Его отец – Иван Максимович – землемер. Потом выяснилось, что настоящим отцом был Сергей Шабаршин – настоящего землемера. Он воспитывался в очень культурной семье, в среде книг. Он числился как воспитанник Шабаршина. А Иван Максимович быстро исчез. Тот тоже был женат на Праскофье Александровне. Вызывало недоумение, что все жили у Шабаршина, и что он дал ей векселя, превышающие всё его состояние. В 1802 году из Нижнего Новгорода, мама отвезла всех своих детей в Казанскую гимназию. В гимназии Лобачевский учился у Корташевского – прекрасного математика. При открытии казанского университета (1805) были приглашены замечательные математики. 1808 год – астроном Литров, Ренор (физик), механик Бронор. Преподаватели в Казанском университете были замечательные. Сначала Лобачевский хотел стать медиком. Только лекции Бартельса его переманили на сторону математики. Кстати, лекции шли на иностранных языках, прежде всего на немецком. Бартельс излагал на лекциях задачу о вращении твёрдого тела с одной неподвижной точкой. Ему нужно было 4 лекции чтобы изложить случай Эйлера. Вдруг студент (Лобачевский) на одной из лекций передаёт записку, где на 4х страничках было изложено громадное доказательство. Бартельс стал заниматься с Лобачевским частным образом. Студентом он был очень живым. В то время

студентам запрещалось посещать увеселительные мероприятия, а потому он числился на плохом счету у инспекторов. Его даже собирались выгнать из университета за это. Однажды его даже посадили за это в карцер. Инспектор Козырев его особенно недолюбливал. Тот подал записку, где он обвинял его чуть ли не во всех грехах и ставился вопрос об исключении. Но профессора за него заступились и присудили ему степень магистра (минуя магистратуру). В 24 года он стал экстраординарным профессором. В 22 года начал преподавать, В 1820 году – стал деканом физико-математического факультета. С 1827 по 1846гг – ректор Казанского университета. То есть его выбирали в течении семи сроков! Лобачевский приложил исключительно много сил чтобы сделать Казанский университет передовым. В его время были отстроены обсерватория, библиотеки, здание клиник и много другого. В сентябре 1830 года Лобачевский смог изолировать всех студентов и преподавателей от эпидемии холеры. А во время пожара он сумел уберечь и здание университета, и обсерваторию, и библиотеку. Он женился в 1832 году (очень поздно), было у них 15 детей, но в живых осталось 3 сына и 4 дочери. Старший сын умер, поэтому его обвиняли в необоснованных финансовых тратах, потом ослеп на оба глаза и вскоре умер. Считается, что в 63 года он умер глубоким стариком. В университете он преподавал практически все предметы! Его уровень практически не был превзойдён.

В 1829 году он представил своё сочинение об исследованиях по геометрии. Он изучал признаки сходимости рядов, занимался приближёнными вычислениями корней. В его учебнике алгебры был способ приближённого вычисления корней. Современное определение функции тоже принадлежит Лобачевскому. Он впервые различил непрерывности и дифференцируемости и впервые ввёл нормальное определение непрерывности. Он занимался и рядами Фурье, и даже немного вероятностью.

За свой приоритет ему пришлось много бороться. В 1829 году он представил для казанского вестника свою работу по геометрии. Среди рецензентов были Симонов, Купфер, Брашман. Комиссия ничего не поняла в его работе. Как он определял параллельные. Все начинали с того, что брали отрицание 5го постулата в форме Плейфера (через точку на плоскости можно провести не более одной прямой, параллельной данной).

ва направо. Вот его утверждения:

Сумма внутренних углов треугольника есть величина переменная и зависит от длин сторон. Delta=(Pi-alpha-beta-gamma). S=k^{2}delta.

В 1834 гоуд его работы были опубликованы за границей. Комиссия во главе с Остроградским написала отрицательный отзыв. Будто его книга опорочена ошибкой. На самом же деле никаких ошибок не было!

Неевклидова геометрии(называние принадлежит Гауссу) в течении нескольких десятилетий оставалась заброшенной областью.

Интерпретация его геометрии появляется только в 1868 году. Ее предоставил итальянский ученый Бельтрами, нарисовав псевдосферу и рассмотрев ее, как часть плоскости Лобачевского. Следует отметить, что это мог сделать и сам Лобачевский, т.к псевдосферы открыли еще в 1838 году. Статья по этому поводу была опубликована в 1840 году – публикация о поверхностях отрицательной гауссовой кривизны. Но как оказалось, именно этот номер пришел в библиотеку университета с опозданием, и Лобачевский не смог его прочитать.

Далее Ф. Клейн и А. Кели в 1871 году интерпретировали полностью плоскость и пространство Лобачевского.

В 1882 году Пуанкаре дал две интерпретации, одна из них, это окружность – абсолют, и хорды внутри, перпендикулярные абсолюту, а вторая, тоже окружность с отрезками внутри.

Эрлангенская программа Клейна.

Это публичные лекции Клейна. Он говорил, что аналитическая геометрия изучает группу аффинных преобразований, проективная – проективных… Геометрия Лобачевского – подгруппа всех проективных преобразований, при которых абсолют переходит в себя.

Римановы геометрии.

Мы их рассматриваем в широком и в узком смысле. Дело в том, что если мы возьмем 5-й постулат и построим к нему отрицание, то как раз получим два варианта геометрии: эллиптическая(любые две прямые, расположенные в одной плоскости пересекаются – это риманова геометрия на римановых поверхностях) и гиперболическая (геометрия Лобачевского, когда через точку проходит более одной параллельной прямой). Примером объекта Римановой геометрии в узком смысле может служить сфера с прямыми – главными окружностями. Геометрия Римана в широком смысле – геометрия Римановых n-мерных пространств.

Идея пространства, размерности более 4 была принята с очень большим трудом, тормозили этот процесс философы. 2 математика рассматривали n-мерное пространство: Кели и Брасо.

Когда же была принята геометрия Римана в широком смысле.

Риман написал произведение - «О гипотезах, лежащих в основании геометрии», его понял только один Гаусс. Он был совершенно потрясен его глубиной мысли. Что же было в отражено в этом произведении. Прежде всего Риман вводит понятие многообразия и вводит на нем метрику. Рассматриваются непрерывные многообразия. Он развивает идеи Гаусса о внутренности поверхности. Следует отметить, что Риман не написал ни одной формулы. Многообразие у него это множество всевозможных значений параметров. Далее он вводит понятие кривизны и рассматривает классификацию поверхностей по кривизне, рассматривает поверхности постоянной кривизны, нулевой и отрицательной. К примеру, к поверхностям нулевой кривизны относятся сфера, тор и крендель. В общем у него было очень много гениальных идей.

Основные положения Римановой геометрии:

1. Осознание факта существования неевклидовой геометрии.
2. Рассмотрение внутренности.
3. Осознание существования n-мерного пространства.

Лекция 13

Математика в конце 19 века. Обоснование математической теории на основе аксиоматического метода.

Осознание того, что любая дедуктивная система должна содержать определенные понятия, которые можно интерпретировать как угодно, лишь бы вводимые объекты удовлетворяли аксиомам, подняло математику на новый уровень абстракции. Это рано понял Герман Грассман, отметивший в своей "Теории линейной протяженности (1844), что геометрия не сводится исключительно к изучению реального, физического, пространства. Геометрия – конструкция чисто математическая. Она применима для описания реального пространства, но не исчерпывается этой своей интерпретацией. Творцы аксиоматики, работавшие позднее, Паш, Пеано и Гильберт, всячески подчеркивали абстрактность геометрии. Осознавая существование неопределяемых понятий, смысл которых ограничен лишь аксиомами, Паш в своих работах мысленно следовал единому образцу геометрии. Пеано, знавший работы Паша, в статье от 1889г высказал мысль о возможности многих других интерпретаций геометрии. Гильберт в "Основаниях геометрии" заявил, что, хотя мы используем такие слова, как точка, прямая, плоскость и т.д. вполне можно было бы говорить о пивных кружках, стульях и других предметах, лишь бы они удовлетворяли аксиомам. То, что одна дедуктивная система допускает множество интерпретаций, можно расценивать как весьма благоприятное обстоятельство, позволяющее расширить круг возможных приложений, но вместе с тем оно приводит и к некоторым неприятным последствиям.

Паш понимал современную аксиоматику. Именно ему принадлежит замечание о том, что во всех случаях необходимо дать доказательство непротиворечивости любой рассматриваемой системы аксиом, т.е. доказательство того, что выбранная система аксиом не порождает противоречащих друг другу аксиом. Проблема непротиворечивости возникла в связи с неевклидовыми геометриями и была для них удовлетворительно решена. Однако неевклидова геометрия оставалась для многих довольно непривычной областью математики. Что касается таких старых фундаментальных ее разделов, как арифметика или евклидова геометрия, то всякие сомнения в их непротиворечивости казались чисто академическими. Паш считал необходимым установил непротиворечивость и этих аксиом.

Пеано и его школа в 90-х годах 19 в. также стали несколько серьезно относится к проблеме непротиворечивости. Пеано был уверен в том, что методы, позволяющие доказывать непротиворечивость аксиом, не замедлят появиться.

Над проблемой непротиворечивости математики вполне могли бы задуматься еще древние греки. Почему же она выступала на передний план лишь в конце 19 в.? Как уже отмечали, создание неевклидовой геометрии в значительной мере способствовало осознанию того, что геометрия является творением человека и лишь приближенно описывает происходящее в реальном мире. При всех достоинствах этого описания его нельзя считать истинным в том смысле, что оно не адекватно внутренней структуре окружающего мира и, следовательно, не обязательно непротиворечиво. Движение за аксиоматизацию математики в конце 19в. заставило математиков понять, сколь глубокая пропасть отделяет математику от реального мира. Каждая аксиоматическая система содержит неопределяемые понятия, свойства которых задаются только аксиомами. Смысл неопределяемых понятий не зафиксирован раз и навсегда, хотя интуитивно мы представляем себе, что такое точка или прямые. Разумеется, предполагается, что аксиомы выбраны так, чтобы задаваемые им свойства находились в согласии с теми, которые мы интуитивно с ними связываем.

Паш отметил еще одну особенность аксиоматического метода. В любой области математики желательно, чтобы аксиомы были независимыми, т.е. чтобы любую из принятых аксиом нельзя было вывести из остальных, так, как, аксиома, выведенная, из других, является уже не аксиомой, а теоремой. Метод доказательства независимости той или иной аксиомы состоит в указании интерпретации или построении модели, в которой все аксиомы, кроме проверяемой не независимость, выполняются, а проверяемая аксиома не выполняется. Так, для доказательства независимости аксиомы Евклида о параллельных от остальных аксиом евклидовой геометрии можно воспользоваться интерпретацией гиперболической неевклидовой геометрии, в которой выполняются все аксиомы евклидовой геометрии, кроме аксиомы о параллельных, а сама аксиома о параллельных не выполняется. Интерпретация, удовлетворяющая проверяемой аксиоме и противоположной аксиоме, не была бы непротиворечивой. Следовательно, прежде чем воспользоваться для доказательства независимости какой-либо аксиомы интерпретацией, или моделью, необходимо убедиться в том, что эта интерпретация, или модель, непротиворечива. Так, независимость аксиомы Евклида о параллельных была доказана на модели гиперболической евклидовой геометрии, реализуемой на поверхности в евклидовом пространстве.

Гильберт был уверен, что его теория доказательств позволит разрешить проблему непротиворечивости и полноты.

К 30-м годам были получены некоторые результаты о полноте различных аксиоматических систем. Сам Гильберт построил несколько искусственную систему, охватывающую лишь часть арифметики, и доказал ее полноту и непротиворечивость. Аналогичные ограниченные результаты вскоре удалось получить и другим авторам. Так, была доказана непротиворечивость и даже полнота таких сравнительно тривиальных аксиоматических систем, как исчисление высказываний. Некоторые из доказательств принадлежали ученикам Гильберта. В 1930 г. Курт Гедель (1906-1978), ставший впоследствии профессором Института высших исследований в Принстоне, доказал полноту исчисления предикатов первой ступени, охватывающего высказывания и пропозициональные функции. Формалисты были в восторге от полученных результатов. Гильберт еще больше уверовал в то, что его метаматематика (его теории доказательства) удастся доказать непротиворечивость и полноту всей математики.

Но уже в следующем году Гедель опубликовал другую работу, поистине открывшую ящик Пандора. В работе "О формально неразрешимых утверждений (оснований математики) и родственных систем" (1931), содержались два поразительных результата. Наибольшее смятение у математиков вызвал один из них- утверждающий, что непротиворечивость любой достаточно мощной математической системы, охватывающей арифметику целых чисел, не может быть установлена средствами самой этой системы на основе математических принципов, принятых различными школами в основаниях математики: логицистами, формалистами и представителями теоретики-множественного направления. Это утверждение Геделя прежде всего казалось формалистской школы, ибо Гильберт по собственной воле ограничил свою метаматематику такими логическими принципами, которые были приемлемы даже для интуиционистов, чем сузил арсенал доступных формалистам логических средств.

Лекция 14. **Рождение математических дисциплин на рубеже 19-20 веков.**

1.Построение теории действительного числа. Рождение теории множеств
2.Дифференциальные уравнения и вариационные исчисление.

1.Г. Кантор (1845-1918). Важно, что он был очень глубоким католиком. Начал заниматься теории тригонометрических рядов. Там появлялись разные множества на действительной оси, и надо было их как-то классифицировать, так он пришел к теории множеств. Тут как раз сыграло роль то , что он был католиком, поэтому для него было очень важно решить эту проблему. Он этим считал, что этим он решит одну из важнейших богословских проблем. Начал он свою работу в 70-е годы, в 1874 он обнаружил неэквивалентность множества рациональных и действительных чисел.

Проблема обоснования математического анализа, в частности, создание теории иррациональных чисел, теории рядов, особенно рядов Фурье, привели к введению в математический анализ новой теории множеств. Теория множеств возникла из исследования расходимости ряда Фурье, из расходимости рядов, из необходимости изучения бесконечных множеств.

При изучении бесконечных множеств Кантор предложил понятие мощности(кардинальное число).Основная идея сводилась к взаимно однозначному соответствию между элементами двух множеств. Если такое соответствие можно установить, то множества считаются равномощными. Множество равномощное множеству натуральных чисел Кантор считал четными, а мощность множества точек на прямой получила названия континуума.

Своей теорией Кантор дал инструмент для изучения бесконечных множеств. Математики получили возможность изучать различного рода выдающиеся точки, собирая их в одно множество. та теория нашла применение во многих областях математики, с самого начала некоторые математики отказались от ее применения (Кронекер,Пуанкаре). Пуанкаре считал теорию множеств болезнью от которой надо излечится. Теория множеств оказала огромное влияние на развитие математики, позволила дать строгое определение действительного числа, на котором основывалось понятие предела и завершение математического анализа. В связи с теорией множеств возникла и получили развитие новые математические дисциплины такие как теоретико-множественная топология, теория функций действительного переменного, функциональный анализ, теория меры и интеграл Лебега.

1878- 1884 – в этот период начинают выходить в свет все его теоретико-множественные работы. Но в это время Кантор обнаружил парадокс в своей теории, но об этом он никому не говорил, т.к хотел его разрешить. Первым его обнаружили в 1897 году. В 1899 сам Кантор его опубликовал .У Коши возникла идея рассмотреть множество всех множеств. Тогда мощность этого множества была бы самой большой из возможных. Кантор показал, что для любого множества мощность множества всех его подмножеств должна быть больше мощности исходного множества.

Проблема теории множеств заставила по новому взглянуть на проблему обоснования всей математики. Что касается опасений обнаружить в классической математике противоречия, связанного с непредикативными определениями (например, верхней границы), то к началу 20 века проблема непротиворечивости удалось свести к проблеме непротиворечивости арифметики.

.В конце 19 века теория действительного переменного взяла на вооружение методы теории множеств. Французская математика школе начала XX века дала математике новое направление, связанное с теорией меры. Меры множеств по Лебегу, измеримые множества Бореля, классы функций Бэра, интеграл Лебега – всё это теперь входит в классические университетские курсы математики. Э. Борель (1871-1956), Р. Бэр (1879-1932), А. Лебер (1875-1941) задали тон в изучении функции комплексного переменного. В России вклад в это направление внёс Н.Н. Лузин.

В том же разделе значительные достижения итальянского математика, особенно Джузеле Пеано (1858-1922).

.Огромное влияние на развитие математики 20 века оказали работы выдающегося математика А. Пуанкаре, Д. Гильберта. Они имели работы по всем важным разделам математики 20 века.

Работы Гильберта по теории инвариантов, теории чисел стали делом для многих последователей. У Гильберта основным достижениям принадлежат вариационному исчислению и теории дифференциальных и интегральных уравнений. Гильбертом было введено понятие известное как гильбертово пространство. Польский математик Стефан Бонах (1892-1945) внёс вклад в функциональный анализ, его знаменитая теорема является частью университетских курсов. Теория банаховых пространств получила продолжение в трудах математика Н. М. Гельфанда.

.Одним из крупнейших математиков 20 века Г. Вель занимался различными разделами математики (тригонометрические функции, теории функции комплексной переменной дифференциального и интегрального уравнения, теории чисел).
Вместе с Э. Картаном ему принадлежат знаменитые результаты в теории непрерывных групп и их применение в дифференциальной геометрии, физике теории относительно.

.В начале 20 века получило распространение применение тензорного исчисления .Одной из областей математики стала топология. Комбинаторная топология стала самостоятельным направлением и оказала влияние не развитие алгебраического топологического аппарата. Алгебра перестраивается по образцу теории группы, теория полей получает своё развитие. Создаётся алгебраическая топология и абстрактная алгебра. Огромное влияние на формирование новых взглядов оказывают работы Эмми.

. В классическом математическом анализе значительные достижения в решении краевых задач математической физики (Пуанкаре, Ляпунов, Стеклов). Метод интегральных уравнений Э. И. Фредгольма (1866-1927) позволил создать теорию краевых задач математической физики.

После мировой войны оформилась новая наука кибернетика. Само слово «кибернетика» происходит от Ампера, который в 1934 году назвал науку об управлении человека обществом. Главный труд Норберта Винера (1894-1964) его книги «кибернетика» или «управление и связь в живом организме», изданная в 1947 году, дала название науки. Создание ЭВМ имело значительную свою историю.

К 19 веку наряду с работами по обоснованию математического анализа быстро развивается и сам аппарат математического анализа. Особенно приложения. Получило большое распространение труды по приложениям математического анализа к исследованиям электромагнитных явлений, теории тепропроводности и к решению проблемы механики.

Фурье провел трудоемкие исследования по теплопроводимости. Занимался математическим анализом, особенно теорией кривых, интегральным исчислением и дифференциальными уравнениями. Изданная в 1822 году труда "Аналитическая теория теплоты" стала исходной точкой для создания теории тригонометрических рядов и разработки проблем сходящихся рядов.

2. Пуассон был продуктивным математиком. Студентам известны скобки Пуассона, распределение Пуассона. Он написал более 300 работ по различным разделам теории дифференциальных уравнений, астрономии, теории упругости, электростатики, теории вероятности.

Якоби сделал молненосную карьеру. Он принадлежит к числу создателей теории эллиптических функций. Исследования Абеля по эллиптическим функциям велось в увлекательном соревновании с Якоби. Теория абелевых функций, которая стала важнейшей ветвью анализа 19века, родилась в трудах Якоби и Абеля. Кроме Якоби решил ряд задач в теории чисел, линейной алгебре, исследовании дифференциальных уравнений динамики, занимался уравнениями 1-порядка с частными производными, уравнения Якоби, символ Якоби, полиномом Якоби и линейными уравнениями.

Дирихле подверг анализу ряды Фурье. Он первым дал строгое доказательство сходимости рядов Фурье и этим он содействовал уточнению понятия функции. Доказал много теорем из теории аналитических функций и показал как использовать в теории чисел.

Вариационное исчисление

В 1696 году Иоганом Бернули была поставлена задача: по какой кривой должна катится точка, чтобы скатиться из точки А в точку В за минимальное время. Лебниц объявил конкурс на год, и через год был получен ответ. Лопиталь, двое Бернули получили сходные пути решения, потому что использовали принцип Ферма о скорейшем распростронении света. Далее, Ньютон прислал решение, но не подписанное. Но все догадались, что это был Ньютон.

Лейбниц сказал, что надо действовать так. Проведем горизонталь. Найдем на ней такую точку В, чтобы оба отрезка пути пройти за минимальное время. Тем самым проблема сведена к дифференциальному исчислению.

Эйлер в работе "Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимальности либо минимальности, или решении изопериметрической задачей в самом широком смысле",1944 рассматривал задачу $\mathrm{J}=\int_a^b f(x,y,y')dx \to extr$

И для решения нужно было решить уравнение $f_y = \frac{d}{dx} f_{y'}$ Изопериметрическая задача: пусть, кроме того задано условие $\mathrm{J}=\int_a^b \varphi(x,y,y')dx = K$ Тогда нужно писать $\mathrm{F}=\alpha J+\beta \to extr$.Аналогично делаем для того случая, когда у нас функционал зависит от многих производных (задачи высших порядков).

Но методы Эйлера не работали, тк не умеем работать с многомерными функциями.

Лагранж в 1755 году изложил в письме Эйлеру свой метод, а в 1761году была первая публикация. Необходимое условие – это то ,что первая вариация равна нулю. После дифференцирования получаем $\int_a^b f_{y'}\delta y + \int {}_{y'} \delta y'\delta x' = 0$ По частям:

$\int_a^b f_{y'}\delta y'\delta x' = f_y \delta y - \int_a^b \frac{d}{dx} f_{y'} \delta y \delta x$ Поскольку на концах у нас нули, первое слагаемого нет, и потому получаем интегральное уравнение $\int_a^b (f_y - \frac{d}{dx} f_{y'})\delta y \delta x = 0$ После снятие интеграла получаем искомое уравнение Эйлера-Лагранжа.

Эйле ввел понятие вариации и вариационного исчисления.

1761- Лагранж победил пространственную задачу, то есть у него ядро функционала могло зависеть уже от переменных x,y, z и произвдных y^1, z^1

В 1788 году он сказал, что можно вообще многомерную задачу решить.Именно, у теперь считаем векторным.

Потом появилось правило множителей Лагранжа – правило перехода от условного экстремула к безусловному экстремуму $F=f+\alpha_1\varphi_1+\alpha_2\varphi_2+\ldots\alpha_n\varphi_{1---}$-→exctr.

Достаточные условия –Лежандр,1788. Мы знаем, что $y^1=0$ – необходимое условие. Нужно $y^{11}>0$ – достаточное условие минимула. Аналогичное правило было сформулировано и для функционалов $\delta^2 J > 0$.() Но тут нужно, чтобы вспомогательная функция V была такова, чтобы выполнено уравнение:

$$f_{y'y'}(f_{yy} + \frac{dV}{dx}) = (f_{yy'} + V)^2$$

Как решить это уравнение не понятно и сейчас.

1837 год – достаточное условие слабого минимума. В общем, важно, чтобы было выполнено условие малости δy *и* $\delta y'$

Полная формулировка такова

1)Условие Эйлера

2)Условие $f_{y'y'} > 0$ -условие Лежандра.

3)Условие Якоби об отсутствии сопряженных точек на отрезке.

Вейерштрасс в 1879 году получил достаточное условие для сильного экстремума(когда разрешаем произвольной вариации быть достаточно большой). И здесь проявилась строгость Вейерштрасса.

Начало 20 века – дифференциал Фреше. Он стал спрашивать, что такое предел. Вольтерра ввел понятие вариационный производной.

Адамар, 1910 написал учебник, в котором была глава вариационное исчисление.

Лекция 15.**Основные направления развития математики в первой половине 20 века.**

1. Особенности математики XX века.
2. Международный математический конгресс в Париже и "Математические проблемы" Гильберта.
3. Кризис в основаниях математики, реакция на него :логизм, формализм, интуиционизм.

(зато или нет??????)

В математике 20 века можно выделить 2 периода:

- До середины 50 г.- математическая возможных структур
- С середины 50 г. Огромное значение приобретает алгоритмическая математика и кибернетика.

1.Огромное значение во втором периоде приобретают работы Норберто Винера (1894-1964г) и Джона фон Неймана (1903-1957г).

2.С 1 половины столетия центром исследования являлась Европа; Во II половине уже невозможно выделить единого центра, математикой активно занимаются на всех континентах. В I половине столетия наибольших успехов добились математики Германии, Франции, Италии. В России в расцвете были Петербургские и Московские школы.

3.Уменьшается доля геометрических работ, зато создаётся и получает значительное развитие топология. У истоков стоит Анри-Пуанкаре (1854-1912).
4.Бурно развивается теория функциональных пространств. Здесь надо особенно отметить Гильберта (1862-1949), Банаха (1892-1945), Миньковского (1864-1902).
5.Значительное развитие получили математические функции, особенно раздел краевых задач.
6. Создаётся алгебраическая топология, здесь особое значение имеют работы Эмми Нётер (1882-1935). Самой известной женщиной XX в., которая признана одной из самых видных математиков нашего столетия.
7. Происходит математизация наук в середине века и гуманитаризация наук в конце столетия.

Под математизацией понимается не использование средств и математического аппарата, а подход к чёткой постановке задач, формализации средств и методов решения задач, выявлении структуры логических закономерностей в исследуемой области.
8. Философии и методологии в математике начинают играть столь значительную роль, что раскладывают математику на несколько математик. Оформляются философские школы в математике.
9. Создаются математические сообщества, созываются конгрессы, издаются многочисленные специализированные журналы.

С 1928 года создаётся общество ведущих математиков, преимущественно французских под псевдонимом Никола Бурбаки.

Цель группы: Определить предмет математика, как науки о возможных структурах, а так же издание трактата по современной математике.

Изданные Бурбаки « Элементы математики » - более 30 книг. Они оказали большое влияние на наиболее важные области математики.
10. В связи с созданием ЭВМ, произошёл качественный скачёк в теории вероятности и математической статистики в развитии математической экономики, теории игр, теории информатики.

Создание быстродействующей вычислительной техники в корне изменило представление об эффективности различных математических методов и расширении сферы приложения математики.
2. В конце 19 века в математике произошли важные изменения. 17,18,19 век – это математика Европы. В конце 19 века математика потихоньку пробирается на запад, в Америку. Создаются общества 1864 год –ММО
1865г-Лондонское математическое общество (аналог Академии Наук)
1872- французское математическое общество
1888г-Создано Нью-Йоркское математическое общество
.1891 г – немецкое математическое общество

Это время кооперации математиков через журналы. В воздухе витает идея создания международного математического союза.
1897 г в Цюрихе состоялся первый математический Конгресс. Это была не очень удачная попытка. 13 человек в нем были американцыю Инициатором объединения выступил Феликс Клейн, который пригласил Д.Гильберта в Геттинген.
Единодушно были признаны
- теория множеств Кантора.
-теория аналитических функций и функциональный анализ(Гурвиц и Вольтерра).
-символика (Шредер)
Пуанкаре не приехал, но прислал доклад "Об отношениях между чистым анализом и математической физикой"

Отличие математики 19 и 20 века – применение математики на практике. Заключительный доклад Клейна был посвящен реорганизации математического образования.

Более важный конгресс, который оказал большое влияние на развитие математики состоялся в Париже в 1900. Были секции : арифметика и алгебра, геометрия, механика и математическая физика, история и библиография, преподавания и методология, на которой и состоялся знаменитый доклад Гильберта. 8 августа 1900 Гильберт сформулировал 10 проблем, но в письменном докладе было 23 штуки.

На рубеже 20 века всем математикам казалось, что все в математике хорошо. Но 20 век оказался чудовищным и великим.

1.Проблема континуума, сформулировать арифметически понятие континуума, существует ли кардинальное число между числом, соответствующим счетному множеству, и числом, соответствующим континуум. Можно ли рассматривать континуум как вполне упорядоченное множество?

Не может быть решена методами математической логики и одной общепринятой аксиоматической теорией множеств. 1936, Гедель: не может быть опровергнута. 1963, Коэн: не может быть доказана, так как представляет собой утверждение, независимое от системы аксиом Цермело-Френкеля.

2.Непротиворечивость арифметики (1931 –Гедель) не может быть доказана финитными (как настаивал Гильберт) средствами. С привлечением более сильных средств доказали в 1936 году Г.Генцен и в 1943году П.С.Новиков (ученик Лузина)

3.Проблема существования неравносоставленных тетраэдров с равными основаниями и высотами (1901, Ден).Невозможность построения стереометрии без инфинитезимальных методов.

4. Определение всех проективных метрик (1903, Гамель)
5. Всякая связная локально евклидова топологическая группа топологически изоморфна некоторой группе Ли. Фон Нейман (1933), Понтрягин (1936), Шевалле (1941),Малышев (1846), Глисон,Монтгомери(1952)
6. Аксиоматизация теории вероятностей (Колмогоров,1933).
7. Трансцендентность $\alpha^{\beta}\left(\alpha \in \overline{Q}, \alpha \neq 0, \alpha \neq 1; \beta \in R \setminus Q\right)$ Гельфорд, Шнейдер.
8. Гипотеза Римана о нулях дзета-функции, проблема Гольбаха, проблема Эйлера. Успехи 1914-Харди, 1930-Шнирельман, 1937-Виноградов,1941- Вейль, Перельман
9. Общий закон взаимности (в 1948 году решил И.Р.Шафаревич, до него – Артин,Хассе и др)
10. Алгоритмическая разрешимость диафантовых уравнений высоких степеней (1970, Ю.М.Матиясевич, отрицательный результат).
11. Построение теорий квадратичных форм с любым числом переменных и коэффициентами из произвольного поля алгебраических чисел. Решена в 1924 году Хассе.
12. Обощение теоремы Кронекера-Веба на произвольные поля алгебраических чисел. Окончательное решение –1961 (Г.Шимура и Т.Танияма)
13. Гипотеза о невозможности решения алгебраических уравнений седьмой степени в общем случае посредством суперпозиции непрерывных функций только для двух переменных. Опровергнута в 1957году в работах Колмогорова и Арнольда)
14. Доказательство теоремы конечности в теории инвариантов для произвольных алгебраических групп. Результаты в этом направлении для различных групп получены: Вейль (1939),М.Нагата (1964), В.Хабуш(1975), В общем случае гипотеза неверна: контпример построил И.Нагата в 1959г.
15. Обоснование исчислительной геометрии И.Шуберта. В 1930 г Ван дер Варден предложил для исчисления над полем комплексных чисел.
16. Совокупность двух задач. Первая – о топологии алгебраических кривых и поверхностей. Гильберт предположил гипотезу о взаимном расположении ветвей плоской алгебраической кривой 6-го порядка. Вопрос о топологии кривых изучил И.Г.Петровский (1933,1938). В 1969 году Д.А. Гудков опроверг гипотезу (построил контпример). Вопрос о расположении алгебраических поверхностей 4-й степени в трехмерном пространстве был изучен Варламовым (1076,1978,1984) и В. Никулиным.

Вторая – о числе предельных циклов ОДУ $\frac{dx}{dy} = \frac{P(x, y)}{Q(x, y)}, где P, Q \in K[x, y]_n$.

17. О представимости рациональной функции от n переменных.
18. Три задачи по теории дискретных групп (о числе кристаллографических групп: Либербах в 1910 году сказал, что ко их конечное число). Вторая:могут ли полиэдры разбиения R^n быть фундалентальной областью группы движений? В 1928 г К. Рейнгард решил ее с отрицательным результатом. Третья- о плотной упаковке шаров – не решена.
19. Задача об уравненях в частных производных Лагранжа про существование только аналитических интегралов, даже если граничные значения только непрерывны.
20. Всякая ли регулярная вариационная задача имеет решение при заданных граничных условиях?
21. О существовании системы ОДУ с заданной группой монодромии (Биркгоф, 1913 – доказал, что существует, но в доказательстве была ошибка) 1990 – А.А.Болибух построил контример.
22. Проблема униформимизации аналитических отношений посредством автоморфных функций. Для одномерных С-многообразий решена в 1907 году Пуанкаре.
23. Развитие методов вариационного исчисления.

Математика 20 века имеет прикладной характер. Математика и физика.В 19 веке казалось, что физика достоточно изучена. Опыт Майкельсона и теории излучения не рассеялись, а превратились в СТО в 1905 году, а потом и ОТО.

В 1916 году Эйнштейн добавил гравитацию, и тем самым показал, что пространство Минковского –это всего лишь локальное приближение к тому кривому мнообразию, в котором живет весь мир. Так появилась квантовая механика.

Броуновское движение. Оказалось, что функции Вейерштрасса – вполне естественный объект. Более того, выяснилось, что хаос – это то, что очень часто возникает при исследовании гладких отображений.

Надо отметить, что к концу 20 века проблемы Гильберта потихоньку исчерпались. Но появляются другие проблемы.

Работы по математической логике, в частности, показали, что некоторые теории неразрешимы. В 1970 –е годы заканчивается запас задач, но появляется новая теория солитонов, что воскрешает дифференциальные уравнения в конечных интегралах, хотя казалось, что с ними все понятно.

Итак, видно, что математика не закончится даже с решением последней проблемы Гильберта. История продолжается……

Лекция 16. История развития математики в России.

1. Математические знания на Руси в допетровскую эпоху.
2. Л.Ф.Магницкий и его "Арифметика".
3. Основание Петербургской Академии наук и Московского университета. Реформы Александра 1. М.В.Остроградский.

Уже в начале X в. на Руси существовала письменность. Тесные связи с Византией способствовали ускоренному приобретению знаний. Математическое образование находилось в то время на уровне европейского. Было налажено обучение придворных.

Использовалась славянская система нумерации, ведущая свое происхождение от греческой буквенной нумерации. Числа от 1 до 9, а также десятки и сотни изображались с помощью последовательных букв алфавита, причем над буквой ставился особый знак ("титло"), подобный знака «~» в греческой буквенной нумерации. Тысячи также обозначались буквами, но со знаком «~», которому в греческой нумерации соответствует знак ' . Десятки тысяч ("тьмы") обозначались буквами в кружочке, сотни тысяч ("легионы" или "неведии") обозначались буквами в кружке из точек, а миллионы ("леодры") обозначались буквами в кружке из черточек. Отдельные отступления от общего правила связаны, в основном, с различием между греческим и славянским алфавитом.

При записи чисел с несколькими значащими цифрами, цифры писали слева направо в порядке убывания десятичных разрядов. Например, 321.

Помимо вычислений чисто практического характера, связанных с измерением и межеванием земель, торговыми расчетами, строительством зданий и укреплений, с содержанием княжеских дружин, со сбором налогов и т.п., на Руси рано появляются первые теоретические задачи, составленные "числолюбцами", преимущественно церковнослужителями. Древнейшей из сохранившихся математических рукописей являются записи новгородского дьякона Кирика (1134 г.). Вот некоторые примеры задач, собранные из разных рукописей:

а) вычисление, сколько месяцев, недель, дней и часов прошло от "сотворения мира" (т.е. от 5508 г. до н.э.);

б) задачи на вычисление прогрессий при расчете приплода скота;

в) вычисление размеров Земли, Солнца и Луны по данным измерений Эратосфена (греческого ученого I в. до н.э.);

г) теоретико-числовая задача о вычислении дат религиозного праздника пасхи.

Остановимся еще на древнерусской метрологии. Три основные древнерусские меры длины носят название частей тела или движения рук: "пядь", "локоть" и "сажень". Большая пядь - примерно 23 см. Локоть равнялся двум пядям. Сажень равнялась трем локтям или шести пядям. Более крупной мерой длины служила "верста", которая первоначально равнялась 500 саженям, примерно 690 метрам. Мерами емкостей служили "кадь" (древняя кадь вмещала около 14 пудов ржи), "лукно" (вмещало около 60 фунтов зерна), "ведро" (9-10 литров) и некоторые другие. Мерами земельных участков служили "соха", "четверть", "десятина" и некоторые другие. Мерами веса служили "гривны", "золотники", "пуды" и некоторые другие.

Общий со всеми государствами Европы ход развития науки и культуры был насильственно прерван в первой половине XIII в. из-за нашествия монголо-татар (1240 г.) и крестоносцев (1242 г.). Эти нашествия, а также феодальная раздробленность и непрекращающаяся междоусобица в Русском государстве привели к длительному застою во всех областях общественной жизни. В области науки этот застой усугублялся до XVI-XVII вв. деятельностью православного русского духовенства, которое в борьбе с католицизмом Запада подвергало запрету не только западную религиозную литературу, но и светскую, в том числе научную литературу.

Первые летописи относятся к 11 веку. 1700 год – был введен новый календарь. 1(11) января 1700 года Русь перешла на современное летоисчисление, поначалу это был Юлианский календарь, к Грегорианскому календарю Россия перешла только в 1918 году.

Первым персонажем, о котором полезно знать, был монах Кирик Новгородский (1110 - 1136) Написал такую книгу: «Наставление, как человеку познать счисление лет». Вообще говоря, вычислить ту или иную дату в то время было достаточно сложной задачей. Эта книга активно обсуждалась в Новгороде в то время. Т.е в Новгороде того времени существовала достаточно высокая культура. Подъем культуры начинается в 17 веке. На Руси зреют мысли, что пора бы уже поднимать науку и культуру. В 1625 году написана рукопись «Сенодальная №42». Это была рукопись о геометрических структурах. Была у этой рукописи очень странная подпись: «князь Ивашка Альберт…»

В конце века в 70 годы создается первая высшая школа. Это был такой средневековый университет, центральный предмет, был, конечно, богословие. Сейчас она называется «Московская духовная академия».

В 1701 году Петром подписывается указ о создании навигацкой школы. Во главе навигацкой школы стоял Фархварсон (ок. 1675 – 1739).

2. У него появился очень талантливый помощник – Леонтий Магницкий (1669 – 1739).. Леонтий Филиппович Магницкий был одним из самых выдающихся людей России петровского времени как по своему общему образованию, так и по своим математическим познаниям. В 1703 г. Магницкий напечатал в Москве свой учебник — "Арифметику", которая почти сразу же стала основным учебником по математике в России на многие годы. Название книги — "Арифметика" — значительно уже ее содержания, так как, помимо арифметических сведений, в ней давались также значительные алгебраические, геометрические, тригонометрические, а также метеорологические, астрономические и навигационные сведения. Перейдем теперь к содержанию "Арифметики". После общих рассуждений о пользе арифметики, после краткого описания содержания книги, ее герба, после описания деяний Петра I и тому подобных замечаний, Магницкий описывает арабскую (индийскую) десятичную позиционную систему счисления. Далее в учебнике излагается арифметика целых чисел и дробей ("чисел ломаных"), учение о прогрессиях, учение о корнях квадратных и кубических, тройное правило. Причем между этими собственно математическими частями первой книги учебника Магницкий помещает еще большую главу, посвященную описанию древних весов и монет, а также денег, весов и мер.

Вторая книга учебника Магницкого подразделяется на следующие части: "Арифметика алгебраика", "О геометрических, через арифметику действуемых", "Обще о земном измерении и яже к мореплаванию принадлежа" и "О толковании пробемат навигацких различных через вышеположенные таблицы локсодромические".

В учебнике строго проводится единая форма изложения: каждое правило начиналось с простого примера, затем давалась его общая формулировка и, наконец, оно закреплялось большим количеством задач преимущественно практического содержания. К каждому действию присоединялось правило проверки. Для учебника Магницкого характерна также ярко выраженная прикладная тенденция. Магницкий ясно сознавал, что в России того времени математика была нужна в первую очередь как орудие практической деятельности. Это обстоятельство оказало существенное влияние на характер изложения. Все основные понятия излагаются так, что они связываются у читателя с привычными житейскими образами.

Прикладная тенденция продолжается и в примерах, почти все они облечены Магницким в практическую и занимательную форму: "Купил 112 баранов старых и молодых, дал 49 рублёв 20 алтын, за старого барана платил по 15 алтын и по 2 деньги, а за молодого по 10 алтын, и ведательно есть, колико старых и молодых баранов купил он".

3. Цифирные школы просуществовали до 1744 г. Самые большие из них были слиты с так называемыми гарнизонными школами, учрежденными в 1732 г. Гарнизонные школы создавались при полках и содержались на полковые средства. Преподавателями были офицеры и унтер-офицеры. Гарнизонные школы, также как и цифирные школы, сыграли значительную рель в распространении элементарных математических знаний. Из этих школ, а также из духовных семинарий вышла основная масса учителей математики.

В 1724 году Петр подписывает указ о введении петербургской академии наук. Проблема была в том, где взять академиков для этой академии. Академиков он решил пригласить. Авось и пойдут. И в августе 1725 года происходит первое заседание Российской Академии наук под председательством президента РАН Блуменпроста. Было приглашено 23 академика, из них 7 математиков. Среди них были: Я. Герман, Х. Гольдбах, Ф. Майер, КрафтВ.Л., братья Н. и Д. Бернулли, Л. Эйлер.

Так вот начинает работу академия. На нее возлагается очень много обязанностей, т.к они были государственными служащими. Ещё при академии был открыт университет. Студенты помимо учебы в университете выполняли в основном техническую работу.

1728 год - «Комментарии Петербургской Академии Наук», том за 1726 год. С 1728 по 1806 год было напечатано более 700 мемуаров, из них очень много работ Эйлера.

Выдающиеся люди того времени:

1. Котельников С.К. – хороший математик, родоначальник большой династии.

2. Румовский С.Я. – занимался астрономией, математикой. Имел обширные европейские связи. В 1760 г издал книгу "Сокращенная математика, часть первая, содержащая начальные основания арифметики, геометрии и тригонометрии".
3. Софронов – тоже интересный персонаж.
4. Головин М.Е. – он племянник М. В. Ломоносова. Автор учебников по математике, геометрии, тригонометрии и физике. Его учебники для народных училищ – "Краткое руководство к физике", "Краткое руководство к геометрии" и "Краткое руководство к геометрии" выдержали много изданий.
5. Фусс Н.И.– был женат на одной из дочерей Эйлера.
6. Лексель А.И. – астроном и математик. Математические работы касались интегрального исчисления, большой вклад сделал в сферическую геометрию.
7. Шуберт Ф.И.– астроном и математик, прадед Ковалевской. Математические работы относятся к сферической тригонометрии.

Эти люди адаптировали идеи Эйлера, для восприятия обычными людьми. Создали замечательную учебную литературу.

Так например Фусс Н.И. написал очень хорошие учебники по алгебре. Головин М.Е. написал хорошую книжку по тригонометрии, это был первый учебник по тригонометрии.

В 1782 году была создана комиссия по учреждению училищ. И в этом же году при петербургской академии была создана школа для подготовки учителей. И, наконец, в 1819 году был основан Петербургский университет.

Потом приходит Александр 1 и начинает свои реформы. В частности он проводит реформы образования. Особая роль уделяется математике. Т.к это было нужно для всего, и, с другой стороны, ничему не мешает.

Следующий шаг: организация университетов, было решено создать еще несколько университетов, т.к до этого был только 1 университет – МГУ.

Дальше было решено так. Всю Россию поделили на округа. И в каждом округе должен был быть университет.

Вначале открывается

Дерпт(1802) ориентирован на немцев, там преподавали немецкий язык,

потом Вильно(1803) ориентирован на поляков, но так как полякам особо не доверяли, то потом вместо него открыли Киевский в 1804, Харьков, Казань (оба в 1805), и, наконец, СПб (1819).

В 1804 году выходит единый устав для всех университетов (кстати, в МГУ было тогда всего 3 факультета: медицинский, юридический, философский).

Попечителем Казанского университета стал Румовский С.Я., который для поднятия статуса пригласил: Литтров И.И.– один из самых крупных ученых 19 века, Бартельс И, и еще, несколько, в основном немецких профессоров. Из этого университета вышел целый ряд замечательных ученых. В первую очередь стоит отметить Лобачевского Н.И.. Казанский университет сыграл особую роль. Здесь также проглядывается влияние Л.Эйлера. Так вот по уставу 1804 года появляется физико-математический факультет – это все естественные факультеты университета. Он прекратил свое существование в 1834 году.

Несколько слов о Харьковском университете. Он не был таким выдающимся, как казанский, но там тоже было несколько замечательных людей. К примеру – Остроградский М.В.. Такой типичный хохол. Он не сдал «закон божий», отказался его сдавать и не получил диплом. Потом уехал в Париж. Потом вернулся в Петербург и тут же был избран в академию наук, но у него не было образования, и ему не разрешалось преподавать в университете по тогдашнему уставу, который потом был переписан так, что любой член академии наук мог преподавать в университете. Он преподавал в военных университетах.

А Москва очень долго продолжала быть провинцией. Москву нужно было поднимать, по этой причине из Казани было вызвано несколько преподавателей. Первым был Перевозчиков Дмитрий Матвеевич. Потом, как академик, уехал в Петербург. Второй профессор, которого прислали из Казани, был Брашман Николай Дмитриевич (1796- 1866). Он выпускник Венского университета, ученик Литтрова Н.И., который и посоветовал ехать в Россию. Приехал в Петербург, потом его отправили в Казань, и он становится учеником Лобачевского.

В 1834 году он переводится в МГУ на кафедру прикладной математики. Еще одним хорошим математиков в то время в университете был Н.Е. Зернов (1804-1862). Эти люди за 10 – 15 лет подняли преподавание математики в МГУ до уровня лучших в Европе. У них, соответственно появятся выдающиеся ученики: Давидов А.Ю., Бугаев Н.В., Чебышев П.Л.. Это уже очень многое говорит об уровне университета в 19 веке. В Москве в 60 годы начинается важный этап, это реформы Александра 2: отмена крепостного права, реформы в наборе в армию, реформа образования. Университет становится самоуправляемой организацией.

В Москву переезжает К.М. Петерсон (1828 – 1881). Он приехал в Москву, как учитель средней школы. Он ведет себя очень скромно.

Наконец, зародилась идея, организовать математическое общество. В 1864 году оно и было организовано. Это первое из крупных математических обществ в мире. Во время собрания они не ставили себе амбициозных целей. Довольно быстро они пришли к идее издавать журнал, и первый журнал они начали издавать в 1866 году. Это один из старейших журналов. Постепенно он станет очень знаменитым. Уже в первом томе мы увидим и работы П.Л.Чебышева и К.М. Петерсона. Но поначалу издавать его было очень дорого. И только к юбилею, министерство взяло расходы по изданию на себя.

Лекция 16. История развития математики в России.

1. Петербургская математическая школа. П.Л.Чебышев.
2. Основание математического общества. Московская философско-математическая школа.
3. Организация математической жизни в стране на кануне Первой мировой войны. Математические центры и издания. Конфронтация Петербурга и Москвы.

.

1. В итоге этого развития образовались две математические школы: Петербургская и Московская. Ведущая, конечно, была Петербургская. В нее входил П.Л. Чебышев. Конструктивная теория функций – одно из направлений в котором работала Чебышевская школа, в нем были А.А.Марков, Е.И.Золотарев. Второе направление – теория чисел -– наследием Эйлера. В этой области есть замечательный результат Чебышева. Занимались и прикладной математикой. Оттуда выйдет Ляпунов с исследованиями устойчивости и математической физики

Еще одно направление – теория вероятностей. Только после П.Л.Чебышева это стало разделом математики. Следующее направление - математическая физика и механика (А.М. Ляпунов, Н.М. Гюнтер). Для исследований этой школы характерен четко выраженный прикладной характер, постоянное стремление к строгому и эффективному решению задач, стремление к простоте и использованию элементарных средств.

Петербургская математическая школа характеризуется своей направленностью. Направления: Теория чисел, теория вероятностей – одной из проблем в данном направлении была аксиоматизация, Теория приближения функций многочленами П.Л. Чебышев, А.А.Марков и его брат, С.Н. Бернштейн и др. Позже это станет одним из важных направлений математики в России.

А что же в Москве?
В Москве в 40 годы начинается активное развитие: Н.Е. Зернов и Н.Д. Брашман. В 1864 году было основано математическое общество. Оно взяло на себя роль ведущего общества. Оно регулярно заседало и выпускало свой журнал, который издается и до сих пор.
Направления московского математического общества:

1. Дифференциальная геометрия
2. Прикладная математика – это линия абсолютно университетская.

Следует отметить Н.Е. Жуковского, как прикладника, ученика А.Ю Давидова, который мог решать практически любую задачу. За несколько лет до Пуанкаре привел классификацию особых точек, правда в работе по механике.

Геометрия же в Москву пришла от Петерсон, ученик Ф.Г. Миндинга (известен в изучении теории поверхностей). Был он первоклассным геометром, карьеру свою сделал учителем в школе, преподавал в гимназии. Профессора же на него за это смотрели с высока, хотя на самом деле он был довольно крупным математиком. Даже после его смерти из-за этого не выпустили математический сборник его работ. Одним из его учеником стал Б.К. Млодзеевский, другой Д.М.Егоров – это не прямые его ученики, но они продолжают его дело.

Также, помимо этих направлений математики, занимались теорией вероятностей (А.И. Некрасов), теорией чисел (Н.В.Бугаев – очень яркая персона в Москве, один из основателей московского математического общества, он был также философом. Настоял на изучении теории разрывных функций, назвал ее Аритмология. По большому счету это направление было тупиковым, т.к особой теории тут не построишь).
Следует отметить, что Н.Е. Жуковский стал знаменитым после того, как построил теорию гидравлического удара, а не по гидро- и аэродинамике.
Итак, для москвичей характерен:
1. Интерес в развитии прикладной математике.
2. Приверженность к ясным геометрическим конструкциям. Они очень любили строить ясные геометрические примеры.
3. Они все были философами. Основные философы: Флоренский, Лосев.

Петербуржцев же очень раздражал философский дух москвичей. В Петербурге были одни академики, к москвичам относились с высока. Поэтому они не могли понять, чем же занимаются москвичи. Считали, что то, чем они занимаются не математика вообще, также они не любили геометрию. Москвичи в такой ситуации чувствовали себя очень уязвленными и пытались найти такой раздел математики, за счет которого они могли выиграть. Нужно было им найти что-то новое. И тут они обратили внимание на теорию разрывных функций. В 1900-1901 начинается чтение курса по теории разрывных функций во Франции. Среди первых слушателей этого курса был Флоренский, который потом и написал первую развернутую статью по теории множеств. Далее Н.Н.Лузин и Д.М. Егоров начинают серьезно заниматься этой теорией. В 1911 опубликована теорема Егорова в одном из французских журналов, потом в 1912 теорема Лузина – это были первые результаты в Москве, кстати это были самые модные вещи того времени по ТФДП. После этого петербуржцы стали относиться к москвичам с еще большим пренебрежением, т.к к примеру к теории Кантора они относились очень плохо.

В 1915 году появляется работа Лузина «Интеграл - тригонометрический ряд». В 1916 году Н.Н.Лузин становится магистром. Петербуржцы, открывая работу отмечали, что работа не содержит формул, что очень плохо.

Д.Е. Меньшов, А.Я. Хинчин, М.Я. Суслин, В.В.Степанов, И.И.Привалов - группа математиков. Особую роль среди этих имен сыграл М.Я.Суслин, который нашел ошибку в рассуждениях Лебега, потом умрет от тифа во время гражданской войны.

Итак, мы говорили о направлениях и конфликтах, которые шли между Петербургом и Москвой. Их было очень много. Так же следует отметить множество конфликтов вокруг Софьи Ковалевской. На биографии Егорова и Лузина останавливаться не будем.

Также математика поднималась не только в Москве и Петербурге, занимались математикой и в Казани. Известным стал П.С. Порецкий, который занимался логикой. Также следует отметить Харьковскую школу (С.Н.Бернштейн), Киев (тут тоже начинают заниматься математикой) – Н.Г. Чеботарев, М.Ф.Кравчук. Там появляется новое направление – алгебра. В Одессе, Ростове были хорошие университеты.

Как видно к 14 году в России был очень мощный математический подъем. Но наступает революция, и математикой больше никто не занимается. Наступают тяжелейшие годы, в Москве и Петербурге становится невозможно жить. Очень много молодежи и преподавателей уехали из этих городов. В академии к середине 20 годов почти никого не осталось, нужно было набирать новых академиков.

Начинается новое время. Вначале советская власть вообще не обращала внимания на университет и академию. В 20 году Лузин Н.Н. возвращается из Иваново. В Москве начинает процветать математика. Начинается расслоение в математике. На базе метрической теории функций появляются новые теории. Начинают заниматься теорией чисел, теорией вероятностей (А.Н.Колмогоров). Отношение учеников с Н.Н.Лузиным накаляются. Школа растет.

С другой стороны Д.М.Егоров был глубоко религиозный человек, вообщем был тяжелым человеком, навязывал всем марксизм. В итоге обстановка накалилась до чрезвычайности, Егоров должен был оставить свой пост. В 27 году Егоров создает первый Всероссийский съезд математиков. Потом он создает всесоюзный математический съезд. Потом Егорова арестовали по делу истинной православной церкви. В 31 году он был сослан в Казань и вскоре там умер, кстати похоронили его недалеко от могилы Н.И. Лобачевского .

Создается штаб советской науки. Н.Н Лузин становится председателем математического класса, что было большим ударом для его учеников. Кстати, после революции были ликвидированы научные степени. Более того раздачу ученых степеней потом поручили именно Н.Н Лузину. Против Н.Н Лузина начинает назревать дело. Н.Н Лузина пригласили в среднюю школу на экзамен на выдачу аттестата зрелости. Потом его просят написать статью в газету по этому поводу. Потом, как отзыв на эту статью, появляется статья директора этой школы о том, что ученики в этой школе ничего не знают, а вот Н.Н Лузин пишет о них только теплые вещи.. Потом объявляют его вредителем. Далее собираются собрания под лозунгом «Долой Лузенщину». И наконец, собирается итоговое заседание по делу Лузина. Его хотят изгнать из академии. Но по уставу его не могли изгнать. Но что-то случилось в это время. А именно об этом деле узнал Сталин, прочитав причины, по которым Лузина хотели изгнать, Сталин приказал это дело закрыть. 6 августа появляется заключение, по которому Лузин Н.Н. остается живым и невредимым.

Это все происходило в 36 году, а в 34 в Москву переехала петербургская академия, приехал институт Стеклова.

В начале 19 века Москва была глубокой провинцией. На физико-математическом факультете было 3 математических кафедры (чистой, прикладной математики и астрономии). Каждую кафедру возглавлял один профессор. Зернов занимал кафедру чистой математики, Брашман – прикладной. Среди учеников был Давидов – великолепный математик-прикладник, воспитавший ученика Жуковского. Бугаев – хороший числовик и интересный философ. И один из самых крупных математиков 19 века – Чебышев. К 60м годам 19 века

Москва обладает хорошим математическим отделением. В 1864 году эта группа людей основывает Московское Математическое Общество. Президентом первого общества стал Брашман. Поначалу оно состояло из 13 человек, собирались на квартире у Брашмана. В 1866 году появился математический сборник – новый журнал. Потом этот журнал стал популярен в мире, с конца 50х годов прошлого века выходит его английская версия. В Москве появилась хорошая математика, два направления стали ведущими: дифференциальная геометрия и прикладная математика.

Традиции дифференциальной геометрии были заложены Петерсоном. Он был преподавателем в немецкой гимназии, но, разумеется, намного превосходил всех школьных учителей. Из его школы вышел Егоров.

В прикладной математике лидером был Жуковский.

К концу века Московская и Петербургская школы оказались почти во вражеских отношениях, т.к. в Москве преобладали философы, а в Петербурге преобладала «точность». Москвичам хотелось на какой-то тематике выйти на лидирующие позиции в Европе. Они, наконец, в начале века нашли «своё» направление. Бугаев занимался изучением разрывных функций. Они активно стали заниматься теми же вопросами. В 1911 году в Париже появится теорема Егорова. В 1912 году его ученик Лузин напечатает работу о С-свойстве. Суслин открыл теорию А-множеств. (Полное собрание сочинений Суслина – около 12-13 страниц) До революции появился круг «Лузиталия». Это был своего рода орден.

После революции эти школы стали распадаться. Колмогоров с Хинчиным строит теорию вероятностей. Александров строит топологию. Занимаются ТФКП.

Петербург пострадал больше Москвы. Из Москвы тогда никто не эмигрировал.

В России появился ряд новых университетов, которые стали работать по новым уставам. Этим университетам дали больше свободы самоуправления. Киевский университет 1829 года – Граве основывает мощную школу, из которой выходит вся наша алгебра. Советская школа алгебры начинается до революции в Киеве. Его ученик – Шмидт.

После революции начинаются смутные времена. К концу 20х годов ситуация успокоилась. Правительство стало обращать внимание на науку. Наша наука начинает развиваться самостоятельно в изоляции. К 50м годам оказалось, что наша школа не просто выстояла, но и оказалась одним из лидирующих мировых центров. На первых его лекциях было фантастическое количество людей. Потом всё меньше и меньше. Во Франции наступает время бурлакизма. Но всё, что рассказывает А.Н. .Колмогоров тогда, было очень современным. Во второй половине века было 3 ведущие школы: американская (много в Америку эмигрировало народу), французская (она сумела выстоять в войду) и советская. До сих пор немецкая математическая школа не может вернуться на своё старое положение.

Математика в первой половине 20 века стал массовой профессией. Она стала занимать важное место в народном образовании. Постепенно в ходе НТР профессиональной базой является математика. К концу 19 века появляются статистические бюро. Количество математиков увеличивается. Это видно и на росте математических журналов. Это немецкий журнал «Чистой и прикладной математики» (открылся в 1826 году) Туда Лобачевский отправил свою первую работу. В 1831 году – Лиувиль основал французский аналог. Потом наш математический сборник. Появляется необходимость в реферативном журнале. В 1871 году немцы стали издавать первый реферативный журнал. Потом появятся и другие. Появляется в 64м Московское математическое общество. Вокруг обществ появляются научные конгрессы. Начинается такая активная жизнь. Первый международный математический конгресс – в 1897 году в Цюрихе. Постепенно Россияне становятся заметны. Н.В. Бугаев был вице-президентом одного конгресса. Следующий – 1900 год, в Париже. На нём Давид Гильберт произнёс доклад – математические проблемы. Он говорит, что на путях решения его проблем будет построена математика следующего века. Там, в итоге, было 23 проблемы. В печатном варианте было ровно 23 проблемы. Проблема нулей дзета-функции Римана ещё не решена. Сергей Бернштейн слушал этот доклад, ему принадлежит первая аксиоматизация теории вероятностей, а также решение 19й и 20й проблемы Гильберта. Следующий конгресс 1904, 1908, 1912 (Кембридж). Потом разразится Первая Мировая Война. Потом страны-победительницы в 1918 году организуют конгресс в Страсбурге, куда, кстати, не был приглашён ни один немец. В 1824 году – в Канаде в Торонто. Организовывал его Филдс – тамошний математик (это его премия присуждается). Он, кстати, сделал много для возрождения международного математического общества. В 1928, 1932 году (Цюрих), 1936 (Осло) – там нашей делегации не было. Повлиял железный занавес. Начинается Вторая Мировая Война. В 1950 году в Гарварде следующий конгресс (снова не в Европе). Наша делегация была туда приглашена, но наши учёные туда не приехали. Есть даже телеграмма, где наш президент академии наук пишет ответ, что наши учёные «слишком заняты и приехать не могут». В 1954 году в Амстердаме. Первый доклад там делал А.Н. Колмогоров. Потом ещё было 2 конгресса. В 1966 году конгресс проходил в Москве.

В нашей стране после войны долго не удавалось восстановить математическую жизнь в масштабах страны. В 1930 году собрали Первый Всесоюзный Математический Конгресс. Его руководителем был Егоров. Приехал Адамар, приехал Монтель. Он проходил в Харькове. В 1934 – в Петербурге. Ещё 2 было после Второй Мировой Войны.

Появились специализированные журналы. Первый – Fundamental Mathematics – польский. Там активно печатались и наши математики. В 1921 году – немецкий журнал прикладной математики. В 1936 году – «Успехи математических наук» - наш журнал. Он выходил по одному тому в год.

Появляются серии книг. Энциклопедии. Появляются специализированные математические институты. В частности – наш «Физико-математический институт Стеклова». Далее он распадается на физический и математический. Оба они переедут в Москву. Появляются международные математические премии. Первая учреждена Филсом. Первое её присуждение в 1936 году. На каждом международном конгрессе выискиваются следующие лауреаты. Было условие: по возрасту кандидаты должны быть не старше 40 лет. Первый лауреат от России – Новиков.

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО КУРСУ «История математики»

1. Эволюция понятия числа

План

1. Краткий обзор развития понятия числа. Происхождение дробей, положительных и отрицательных чисел.

2. Действительные числа. Иррациональные и трансцендентные числа. Число π.

3. Происхождение и развитие понятия комплексного числа.

4. Аксиоматическое определение натуральных чисел. Путь формально-логического расширения понятия числа.

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Выделите основные этапы формирования первых натуральных чисел. Дайте определение натурального числа и кардинального числа.

2.Укажите основные принципы изображения натуральных чисел.

3.Укажите записи чисел у разных народов.

4. Укажите основные этапы возникновение дробей. Дайте определение рационального числа.

5. Что означает несоизмеримость? Почему открытие несоизмеримости привело к кризису философии и математики пифагорейцев? Назовите пути выхода из этого кризиса.

6.Назовите непосредственные источники введения отрицательных и мнимых чисел. Укажите модели отрицательных чисел.

7.Что такое целое комплексное число?

8.Укажите модель вещественных чисел. Дайте определение вещественного числа по Ньютону.

9.Для чего во второй половине 19в. понадобилось дать новое определение вещественного числа?

10. Назовите известные вам определения вещественного числа.

2. История возникновения и развития тригонометрических функций

План

1. Расширения понятия угла и дуги, их измерение. Тригонометрические функции в Индии. Открытие тангенса.

2. Краткий обзор развития тригонометрии до Эйлера и Группа тригонометрических функций.

3. Открытие основных формул тригонометрии.

4. Дифференциальные уравнения свободного гармонического колебания.

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Охарактеризуйте тригонометрические сведения в математике древних цивилизаций и античного мира.

2. В чем суть исчисление хорд Птолемея?

3.Как происходило обогащение тригонометрических знаний математиками ближнего и среднего Востока в XII-XYвв. Тригонометрические таблицы (зиджи).

4.Тригонометрические функции в работах европейских математиков XY-XYI вв.

5.Тригонометрические функции в системе математического анализа. Л.Эйлер.

6.Огогащение тригонометрии в работах Ламберта, Лекселя, Люилье.

7.Что такое тетрагонометрия, полигонометрия, полиэндрометрия.

8.Дайте различные определения угла, которые встречаются в учебниках XIXв.

9. Назовите и кратко охарактеризуйте содержание первого труда по тригонометрии в России, в котором тригонометрия рассматиривалась как самостоятельная ветвь математики.

3. Геометрические фигуры в историческом контексте

План

1. Открытие метрических соотношений в треугольнике.
2. Из истории изучения многоугольников, окружности и круга.
3. Многогранники в историческом контексте.
4. Фигуры вращения в историческом контексте.

Вопросы и задания для самоконтроля

1 О чем говорят нам название первых геометрических фигур и тел?

2. Какие точки треугольника, начиная с XYIII в. называют "замечательными" или "особенными"?

3. Первоночальные сведения о теореме Пифагора. Приведите доказательство теоремы Пифагора, данное Евклидом в "Началах" и в современных учебниках математики.

4.Решите задачу о “золотом сечении”: разделить данный отрезок так, чтобы отношение всего отрезка к большей части было равно отношению большей части к меньшей.

5. Теорема: “треугольники, имеющие одну равную сторону и два равных угла, равны” использовалась Фалессом для обоснования способа определения расстояния от берега до корабля. Попытайтесь восстановить этот способ и проведите его обоснование.

4. Аксиоматический метод в геометрии

План

1. От «Начал» Евклида до оснований геометрии Гильберта. Сущность аксиоматического метода.

2. Учение о параллельных в древности и в средние века. Открытие неевклидовой геометрии.

3. Перпендикулярность в пространстве. Многогранные углы.

4. Аксиоматики школьных курсов геометрии (Погорелов, Атанасян, Александров, Киселев, Колмогоров).

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Сформулируйте постулаты "Начал" Евклида.

2. Значение "Начал" Евклида.

3. Каковы особенности изложения математических сведений в "Началах".

4.Охарактеризуйте особенности доказательств геометрических теорем.

5.Покажите эквивалентность евклидовой формулировки 5 постулата и современной формулировке аксиомы параллельности.

6. Различные попытки доказательства 5 постулата Евклида. (Попытки Птолемея, Прокла, Саккери и др.).

7. Приведите логический фундамент геометрии Лобачевского.

8.Приведите решение конструктивных задач на модели Пуанкаре плоскости Лобачевского.

9. Охарактеризуйте влияние геометрии Лобачевского на дальнейшее развитие математической науки.

5. Возникновение и развитие различных ветвей геометрии

План

1. Подобие фигур в историческом контексте. Геометрические преобразования (история развития) Ф. Клейн и его Эрлангенская программа.

2. Пути развития векторного исчисления.

3. Развитие координатного метода на плоскости и в пространстве (от Декарта до Эйлера).

4. Теория поверхностей. Из истории развития дифференциальной геометрии.

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Назовите практические и теоретические предпосылки возникновения аналитической геометрии.

2.Что такое аналитическая геометрия по форме и по содержанию?

3.Назовите основные этапы в становлении классической дифференциальной геометрии.

4.Что такое развертывающиеся, линейчатые поверхности?

5.Раскройте влияние работ К. Гаусса на ход развития дифференциальной геометрии.

6.Что такое внутренняя геометрия поверхности?

7.Что такое проективная плоскость? Укажите ее модели. Что изучает проективная геометрия?

8.Что такое двойное отношение или ангармоническое отношение прямолинейной четверки точек?

9.Что положено Клейном в основу классификации типов геометрий? Назовите важнейшие подгруппы группы проективных преобразований плоскости.

6. История возникновения дифференциального и интегрального исчисления

План

1. Происхождение понятия производной. Мгновенная скорость, касательная к кривой. Символы и термины. Формулы дифференцирования у Лейбница и Эйлера.

2. Производная и дифференциал. Максимум и минимум. Математическая индукция.

3. Первообразная и интеграл.

4. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Геометрический смысл дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения в школе Лейбница.

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Какие две главные задачи решаются в методе "флюксий" и степенных рядов?

2.В чем отличие вейерштрассовского определения дифференциала от его определения по Лейбницу?

3. В чем состоит проблема обоснования дифференциального и интегрального исчисления?

4.Что такое производная по Даламберу?

5.Что такое производная по Лагранжу?

6.Назовите проблемы, приведшие к необходимости заново построить основные определения анализа. На какой основе строится анализ у Коши и Вейерштрасса?

7.Чем непосредственно было вызвано введение интегралов Римана и Дарбу?

8.Укажите дескриптивное определение интеграла у Лебега. К чему свел Лебег проблему интегрирования?

9.Какие два направления можно выделить в развитии основ анализа?

10.Методом интегральных сумм Архимеда найдите объем сегмента параболоида вращения.

11.Пользуясь методами Кеплера, найдите объем тора.

12.Методом Декарта определите нормаль и касательную к гиперболе xy=1 в точке (1,1).

13.Пользуясь методом Ферма определите подкасательную к кривой $y=\frac{1-x}{x^2-5}$ в точке (2,1).

14.С помощью метода флюксий Ньютона по данному соотношению между флюентами $y^3-xy+x^2=0$ найти соотношение между флюксиями.

15.С помощью "исчисления дифференциалов" Лейбница вывести формулу для дифференциала произведения.

16.Провести вывод длины подкасательной гиперболы $xy=1$ по методу Лейбница. Укажите две ошибки, в точности компенсирующие друг друга.

7. Геометрические построения в историческом контексте

План

1. Практическая геометрия у разных народов. Три математические проблемы античности и их роль в развитии теоретической математики.

а).История задачи об удвоении куба.

б).История задачи о трисекции угла. Квадратриса. Метод вставок.

в).История задачи о квадратуре круга. Луночки Гиппократа Хиосского.

2. Приборы и инструменты в измерениях и геометрических построениях. Деление площадей и преобразование равновеликих формул.

3. Изображение пространственных фигур. Из истории начертательной геометрии.

4. Различные методы построения фигур.

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Назовите первые неразрешимые задачи. В чем состоит их неразрешимость?

2.Охарактеризуйте роль неразрешимых задач в развитии математической науки.

3.Обясните, почему с помощью циркуля и линейки можно провести трисекцию угла 90^0, но нельзя провести трисекцию угла 30^0. Можно ли с помощью циркуля и линейки построить правильный девятиугольник?

4. Объясните с точки зрения теории Галуа, почему задачи удвоение куба и трисекции угла не решаются построением с помощью циркуля и линейки.

5. Приведите примеры решения задач на построение с недоступными элементами.

8. История понятия функции, предела

План

1. Определение функции в 18 – 19 вв. Дальнейшее развитие понятия функции.

2. Идея предела в древности. Метод исчерпывания. Метод неделимых.

3. Понятие предела в 17-18 вв. Бесконечно малые.

4. Понятие предела – фундамент математического анализа в 19 веке.

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Охарактеризуйте метод исчерпывания как античную форму теории пределов.

2.Что утверждается и доказывается в лемме Евдокса с точки зрения современной теории пределов?

3.Что лежит в основе метода "неделимых"? Всегда ли этот метод приводит к правильным результатам?

4. Что такое бесконечно малая?

9. История становления и развития алгебры

План

1. Алгебраические сведения в математике древних цивилизаций и античного мира. Выделение алгебры в самостоятельную математическую науку. Аль-Хорезми.
2. История решения уравнений третьей и четвертой степени в радикалах.
3. Вклад К.Гаусса, Н.Абеля и Э.Галуа в развитие теории алгебраических уравнений.
4. Теория групп и ее значение для других областей математической науки.
5. Формирование нового взгляда на алгебраическую науку как на теорию алгебраических структур.

Вопросы и задания для самоконтроля

1. Охарактеризуйте вклад арабских математиков X1-XYвв. в развитие алгебраической науки. Аль-Бируни, О.Хайам, аль-Каши.
2. Усовершенствование алгебраической символики в работах европейских математиков X1-XYвв. И.Неморарий, Н.Орезм, Н.Шюке.
3. Каков вклад Ф.Виета в развитие алгебраической науки?
4. Укажите главный вывод, к которому пришел Лагранж в своих "Размышлениях об алгебраическом решении уравнений".
5. Что такое группа Галуа данного алгебраического уравнения? Сформулируйте основную теорему теории Галуа. Почему общее (буквенное) алгебраическое уравнение 5-й степени не решается в радикалах?
6. Назовите некоторые пути формирования новой алгебры во второй половине X1Xв.
7. В чем состоит изменение метода и предмета алгебры во второй половине
8. X1Xв.

11. История развития математики в России

План

1. Развитие математики в России до 19-го века.
2. Развитие математики в России в 19-ом веке (М.В. Остроградский, П.Л. Чебышев, Н.И. Лобачевский и др.)
3. Ведущие отечественные математики 20-го века.
4. Происхождение терминов и символов школьной математики.
5. 20 век. Новые тенденции в развитии математики.

Вопросы и задания для самоконтроля

1.Каким образом развивались традиции патронажа государства над математическим образованием в X1X?

2.Каковы традиционные формы патронажа математики как науки над математическим образованием в России?

3.Кратко охарактеризуйте научные достижения Н.И. Лобачевского. Охарактеризуйте его административную деятельность в качестве декана физико-математического факультета и ректора Казанского университета. Лобачевский как преподаватель математики. "Обозрение преподавания чистой математики". Каковы взгляды Лобачевского на воспитание? "О предметах воспитания общественного".

4. Кратко охарактеризуйте научные достижения М.В. Остроградского. Охарактеризуйте педагогическую деятельность в столичных учебных заведениях. Какие пособия для школьного математического образования им созданы? В чес проявилось патронирование Остроградским проблем среднего математического образования?

5. Кратко охарактеризуйте научные достижения П.Л. Чебышева. Дайте анализ деятельности Чебышева в качестве члена Ученого комитета Министерства народного просвещения по математическим наукам. Охарактеризуйте участие Чебышева в разработке программ по математике для гимназий. Оцените влияние Чебышева на уровень учебных пособий по математике в 60 –70г.г. Х1Х в. Охарактеризуйте каталог учебных математических руководств, составленных по докладу Чебышева.

Задания для организации самостоятельной работы студентов.

Список заданий.

1.Проанализируйте содержание школьных учебников с точки зрения представлений в них сведений из истории математики (наличие библиографических справок, исторических очерков, этимологии математических терминов, старинных задач).

2. Каким образом элементы истории математики могут быть использованы для учета индивидуальных особенностей учащихся ?

3.Укажите пути использования метода решений квадратных уравнений математиками древнего Востока при изучении темы «Системы уравнений».

4.Подберите материал из истории древнегреческой математики, который можно бы использовать с целью проведений исторических мини-исследований.

5.Как можно, опираясь на методы геометрической алгебры, провести вывод формулы корней квадратных уравнений в курсе алгебры 8класса.

6. Определите в курсе геометрии место, где возможно ознакомить учащихся с идеей замены операции над числами операциями над отрезками.

7.Приведите примеры проблемных ситуаций с использованием элементов историзма.

8. Укажите пути реализации эстетического потенциала истории математики при решении задач европейских математиков.

9.Подтвердите или опровергните следующие исторические парадоксы «По мнению Эйлера, складывая разложения $\frac{n}{1-n} = \mathrm{n} + \mathrm{n}^2 + n^2 + \cdots$ $\frac{n}{n-1} = 1 + n + \cdots \frac{1}{n^2} + \cdots$, получаем бесконечный в обе стороны ряд, который равен 0». Аналогично, «исходя из равенства $\frac{1}{1-\mathrm{x}} = \mathrm{x} + \mathrm{x}^2 + \mathrm{x}^2 + \cdots$, Эйлер выводит при x=-1 равенства: 1-1+1-1+…+0,5, и 1+2+4+8+…= -1».

10. Подберите серию исторических задач Архимеда, иллюстрирующих приложение определенного интеграла, при решении которых ранее использовались, задача об объемах коноида (параболоида) и сфероида (гиперболоида), задача о площади витка спирали Архимеда и др.).

11.Составьте хронологию развития понятия функция.

12.Какие задания, связанные с историей математики, полезно предлагать на этапе мотивации изучения теоремы Виета учащимся, у которых стержневой познавательный интерес связан с

а) другими дисциплинами естественно-математического блока;

в) гуманитарными дисциплинами.

13. Отберите старинные задачи, которые могут быть использованы при изучении выбранной вами темы в классах различной профильной направленности.

14.Используя метод приближенного вычисления квадратных корней, предложенных Н.И.Лобачевским в «Алгебре или вычислении конечных» решить уравнение $2x^2-6x+1=0$.

15. Сконструируйте с помощью старинных задач различные виды упражнений, направленных на формирование у учащихся устойчивых навыков в решении квадратных уравнений.

16. При изучении в теории пределов , вопроса приближенных вычислений чисел е и π можно обратиться к вопросу о существовании в математике констант, которые выражают закономерности существования нашего мира и предложить фрагмент «Число соотносится с другими числами. Это пропорции таинственно гармоничны: золотое сечение (1,618…), число π (3,142…), число е (2,718…) и др. Непостижимое, трансцендентные и иррациональные, но геометрически выразимые соотношения мира. Вся структура нашего мира держится на таких константах, на которые мы не обращаем внимания, поскольку они также естественны для нас, как действие силы тяжести или процесс дыхания. Термин «золотое сечение» ввел Леонардо да Винчи. Золотая пропорция – это деление отрезка АС на две части точкой В таким образом, что большая его часть АВ относится к меньшей ВС так, как весь отрезок АС относится к АВ, т.е. АВ:АС=ВС:АВ. Это соотношение называют числом Ф=1,618…(«фи»). Золотое сечение символ

гармонии и стабильности нашего мира. Проявляется пропорции «фи» ив человеке, обнаруживалась в тысячах мест по всему тему: длина каждой фаланги пальца находится в данном соотношении к следующей фаланге, для всех пальцев рук и ног; соотношение длины предплечья с длиной ладони дает число Ф, так же длина голени относится к длине стопы, длина бедра к длине голени, и т.д. Греки, египтяне и многие другие древние народы хорошо понимали пропорцию Ф . Когда они создавали произведение искусства, то проводили изменения, чтобы убедиться в том, что математически все точно соответствует золотому сечению. Греки творили, левое и правое полушария, необходимо было измерять все, требовалось именно математическое совершенство, чтобы тело выглядело настоящим». Составить аналогичные справки, раскрывающие специфику других математических констант.

17. Подготовьте беседу «Из истории доказательства теоремы синусов»

18. . Разработайте конспект урока а) объяснение нового материала, обобщения и систематизации знаний с использованием элементов истории математики на любую выбранную вами тему.

19. Приведите примеры научных школ из истории математики. Назовите известные вам математические научные школы России.

20. Решите следующие задачи и установите возможности использования их при организации учебной деятельности учащихся.

Задачи:

1. Решите различными способами (алгебраическим, арифметическим, наглядно-графическим, «гадально-подбирательным) следующие старинные задачи (задания по группам).

А).Летала стая гусей, а навстречу ей один гусь. «здравствуйте, 100 гусей»,- говорит он, а вожак стаи отвечает6»Нас не 100 гусей. Если бы нас было столько, сколько теперь, да еще пол столько, да еще четверть столько, еще ты, гусь, то нас было бы ровно 100 гусей.Сколько гусей в стае.

В). Жизнь Диофанта. По преданию, на могильном камне имелась такая запись.

«Путник! Под этим камнем покоится прах Диофанта, умершего в глубокой старости. Шестую часть своей долгой жизни он был ребенком, двенадцатую – юношей, седьмую – провел неженатым. Через 5 лет после жинитьбы у него родился сын, который прожил вдвое меньше отца. Через четыре года после смерти сына уснул вечным сном и сам Диофант, оплакиваемый своими близкими. Скажи, если сумеешь считать, сколько лет прожил Диофант.

С).Древнегреческая задача о статуе Минервы(богиня мудрости в греческой мифологии).

Я-извояние из злата. Поэты то злато
В дар принесли: Харизий принес половину всей жертвы,
Феспия часть восьмую дала; десятую-Солон.
Часть двенадцатая – жертва певца Фемисона, а девять
Все завершивших талантов – обет, Аристоником данный.
Сколько же злата поэты все вместе в дар принесли?

D). Задача французского математика 18 века Э.Безу.

2. По контракту работнику причитатся по 48 франков за каждый отработанный день, а за каждый неотработанный день с него взыскивается 12 франков. Через 30 дней работник узнал, что ему ничего не причитается. Сколько дней работник работал в течение этих 30 дней?
3. Решите задачу про Петра и Павла современным способом и с помощью ложного положения.

Два купца Петр и Павел желают приобрести двор ценой 38 рублей. У Петра недостает до этой суммы 2/3 наличных денег Ивана, а у Ивана ¾ наличности Петра. Какова наличность того и другого.

4. Каждая из сторон произвольного треугольника поделена точками на три равных отрезка. На средних отрезках построены внешним образом равносторонние треугольники. Тогда вершины треугольников, не лежащие на сторонах исходного треугольника, образуют равносторонний треугольник, Докажите это. Попробуйте найти обобщение задачи Наполеона.

5. *Задача Вавилона.* Площадь *А,* состоящая из суммы двух квадратов, составляет 1000. Сторона одного из квадратов составляет 2/3 стороны другого квадрата, уменьшенные на 10. Каковы стороны квадратов?
6. За длину окружности вавилоняне принимали периметр вписанного в эту окружность правильного шестиугольника. Найти приближение для П, которым пользовались вавилоняне.
7. *Задача Древнего Египта.* Некое количество, его $\frac{2}{3}$, его $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$, сложенные вместе, дают 33. Каково это количество.
8. *Задача Пифагора.* Доказать, что сумма любого числа последовательных нечетных чисел, начиная с единицы есть точный квадрат
9. *Задача Индии.* Найти число, которое от прибавления 5 или отнятия 11 обращается в полный квадрат.
10. *Задача Архимеда.* Если в круге две хорды пересекаются под прямым углом, то сумма квадратов, полученных отрезков этих хорд равна квадрату диаметра.
11. *Задача Апполония.* Прямой, проходящей через точку требуется отсечь на 2 пересекающихся прямых 2 отрезка, находящихся в данном отношении.
12. *Задача Архимеда.* Определите площадь скорняжного ножа – арбелоса.
13. *Задача Архимеда.* Если круг описан около квадрата, а другой в него вписан, то описанный круг по площади вдвое больше описанного
14. *Задача Апполония.* Построить окружность, касающуюся трех данных окружностей..
15. .*Задача Пифагора.* Всякое нечетное число, кроме 1, есть разность двух квадратов
16. *Задача Диафанта.* Найти три числа так, чтобы суммы всех трех и каждых двух были квадратами.
17. *Задача Диафанта.* Найти двузначное число равное удвоенному произведению его цифр.
18. *Задача Валлиса:* Доказать, что из всех прямоугольников одинакового периметра квадрат имеет наибольшую площадь (алгебраически и геометрически
19. *Задача Фибоначчи.* Один говорит другому «Дай мне 7 динариев и я буду богаче тебя в 5 раз» А другой говорит; « Дай мне пять динариев, и я буду в семь раз богаче тебя». Сколько у каждого?
20. *Задача Фибоначчи Про кроликов.*
21. *Задача Кардано.* Разложить 10 на два слагаемых с таким расчетом, чтобы их произведение равнялось 40.
22. *Задача Кардано.* Найти построением положительный корень уравнения $x^2+6x=91$.
23. *Задача из «Арифметики» Магницкого.* Один господин приказал сделать шатер на земле окружностью 120 стоп с длиной образующей – 32 стопы. На шатер было взято сукна по 2 рубля за кусок длиной в 1 аршин, шириной – 2,5 аршина. Выясните сколько пошло сукна на шатер и сколько денег стоило это сукно.
24. *Задача Птолемея.* Доказать, что в четырехугольнике, вписанном в окружность, сумма произведений противоположных сторон равняется произведению диагоналей.
25. Методом Декарта определите нормаль и касательную к кривой $f(x)=x^2$ точке (1,1)
26. *Задача Гаусса.* Доказать, что произведение двух целых положительных чисел, из которых каждое меньше простого числа Р, не делится на Р.
27. *Задача Я. Бернулли.* Если два первых члена арифметической прогрессии положительные, не равны между собой и совпадают с двумя первыми членами геометрической прогрессии, то все члены арифметической прогрессии, начиная с третьего, меньше соответствующих членов геометрической прогрессии.
28. *Задача Лейбница.* Показать, что $\sqrt{1+\sqrt{-3}}+\sqrt{1-\sqrt{-3}}=\sqrt{6}$.
29. *Задача Ферма.* Показать, что если есть сумма бесконечно убывающей прогрессии $a_1, a_2, a_3, \ldots$, то $\frac{S}{S-a_1}=\frac{a_1}{a_2}$.
30. *Задача Коши.* Доказать, что для любого натурального значения x выполняется

неравенство: $\frac{x_1 + x_2 + ... + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot ... \cdot x_n}$, где $x_1, x_2, ..., x_n$ – положительные числа, причем знак равенства достигается лишь в случае $x_1 = x_2 = ... = x_n$

31. *Задача Паскаля.* Доказать, что если шестиугольник вписан в окружность и противоположные его стороны не параллельны, то точки пересечения этих сторон лежат на одной прямой (прямой Паскаля)
32. Используя принцип Кавальери, докажите, что если два конуса имеют основания равной площади и равные высоты, то их объемы равны.
33. Докажите теорему Эйлера. Для любого выпуклого многогранника имеет место равенство
34. В – Р + Г=2, где В- число вершин,, Р- число ребер и Г-число граней данного многогранника.
35. Докажите теорему Чевы.. Докажите теорему Менелая.
36. Докажите теорему Гаусса. Если прямая, не проходящая через вершины треугольника ABC, пересекает его стороны BC,CA,AB соответственно в точках A_1, B_1 ,C_1 , то середины отрезков AA_1,BB_1,CC_1 коллинеарны.
37. Расстояние между центрами O и I описанной и вписанной окружностей радиусы R и r этих окружностей связаны формулой Эйлера: $OI^2=R^2-2Rr$ Докажите ее.
38. Докажите, что в описанном четырехугольнике середины диагоналей лежат на одной прямой с центром его вписанной окружности (теорема Ньютона).
39. В описанном четырехугольнике прямые, соединяющие точки касания противоположных сторон, проходит через точку пересечения его диагоналей. Докажите(теорема Брианшона)

Пример конспекта урока.

Интегрированный урок по геометрии и информатике в 11-м физ./мат. классе.

Тема урока: "Правильные многогранники. Тела Архимеда. Тела Кеплера-Пуансо"

Цели урока:

образовательные: (развивающие - в интеграции предметов) Дать понятие правильных многогранников, выяснить сколько их существует, каковы их названия, и где они применяются. Осуществить связь между новым материалом, ранее изученным и изучаемым в дальнейшем. Показать межпредметные связи.

развивающие: Проверить ЗУН учащихся при работе с компьютерной программой (умение копировать рисунок; делать надпись соответствующего размера, шрифта, цвета; настраивать анимацию выделенных объектов, звуковые эффекты; осуществлять переход от одного слайда к другому, работать с определёнными программами и панелью задач.)

в***оспитательные:*** Всесторонне способствовать развитию устойчивого интереса к математике через обучение с применением информационных технологий.

Задачи:

1. Выявить уровень подготовленности учащихся по информатике и геометрии; систематизировать полученные знания.
2. Помочь в развитии и саморазвитии творческих способностей личности; обучить приёмам организации интеллектуального труда.
3. Научить учащихся ориентироваться в мировом океане информации, умению отбирать нужную информацию.
4. Сформировать понятие правильного многогранника, научить выявлять по существенным признакам правильные многогранники среди массы многогранников других типов.
5. Продолжить воспитание у учащихся уважительного отношения друг к другу, чувства товарищества, культуры общения, чувства ответственности, аккуратности (при оформлении заданий), эстетичности (при работе со слайдами).

Структура урока:

1 этап - организационный (вступительное слово учителя 3-5 мин).
2 этап - усвоение нового материала (работа с презентацией и объяснение материала учителем 30-35 мин + *физкультминутка*).
3 этап - проверка домашнего задания (3-5 мин).
4 этап - закрепление новых знаний.
5 этап - самостоятельная практическая работа (с презентацией 5-8 мин и с учебным сайтом 12-15 мин +

физкультминутка).
6 этап - подведение итогов урока (2-3 мин).
7 этап - задание на дом (2-3 мин).

Актуальность:

Интегрированные уроки с использованием новых компьютерных и Интернет-технологий позволяют повысить мотивацию учащихся в изучении предметов не только естественно-математического цикла, также позволяют активизировать их познавательную деятельность, формировать общее мировоззрение на современном научном уровне.

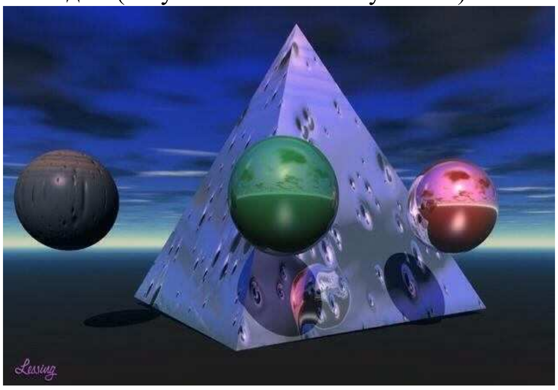
Данный урок актуален тем, что "работает" на последующие уроки, темы, разделы. На следующем уроке геометрии планируется решение задач на нахождение площадей сечений правильных многогранников, на зачёте по теме "Многогранники" в теоретической части есть вопрос: “Какие многогранники называются правильными? Сколько их существует? И что о них вы можете рассказать?”. Во втором полугодии изучается тема "Объёмы многогранников", где учащиеся должны научиться находить объёмы не только произвольных, но и правильных многогранников. В конце учебного года данный материал используется при решении задач по теме "Комбинации геометрических тел". Кроме того, данный урок не только способствует развитию устойчивого интереса к математике, но и выполняет ряд воспитательных задач, направленных на развитие личности ребёнка.

Оборудование:

- компьютерный класс;
- для каждой пары учеников, сидящих за одним компьютером - модели пяти правильных многогранников и одного звёздчатого тела (для выполнения десятого практического задания);
- на доске - высказывание Бертрана Рассела, тема урока, чертежи для понятия выпуклых многоугольников и многогранников; химические формулы природных кристаллов, имеющих форму правильных многогранников;
- плакаты, выражающие дуальность куба и октаэдра, икосаэдра и додекаэдра; наглядные пособия, позволяющие выявить количество правильных многогранников (с изображениями-макетами многогранных углов);
- рабочие карты учащихся;
- творческие работы учеников;
- модели звёдчатых многогранников;
- карточки с вопросами практической части;
- тесты для домашней работы.

Ход урока:

Слайд 1: (вступительное слово учителя)



- Добрый день, ребята! Добрый день, уважаемые коллеги! Я хочу пригласить Вас в удивительно — сказочный мир под названием “Мир многогранников".

Слайд 2:

- Сегодня на уроке мы узнаем и увидим много интересного, познакомимся с некоторыми видами многогранников, в частности, с правильными многогранниками; нам предстоит ответить на такие вопросы, как, например: Какие многогранники называются правильными? Сколько их существует? Что такое Эйлерова характеристика? Какие тела носят название тел Кеплера - Пуансо? И многие - многие другие… И, наконец: где, зачем и для чего нам нужны многогранники? Может быть, в жизни можно обойтись и без них? Данный материал пригодится нам при изучении темы “Объемы многогранников и при решении задач на комбинацию геометрических тел.

Урок у нас сегодня необычный. Во-первых, это одновременно и урок геометрии, и урок информатики. Поэтому после изучения новой темы вам предстоит выполнить небольшую практическую работу, на которой вы должны проявить свои познания в области информатики при работе с программой Microsoft Power Point. Во-вторых, работать на уроке вы будете в парах, поэтому оценка, которая будет выставлена вашей паре по окончании урока, во многом будет зависеть от работоспособности каждого из вас.

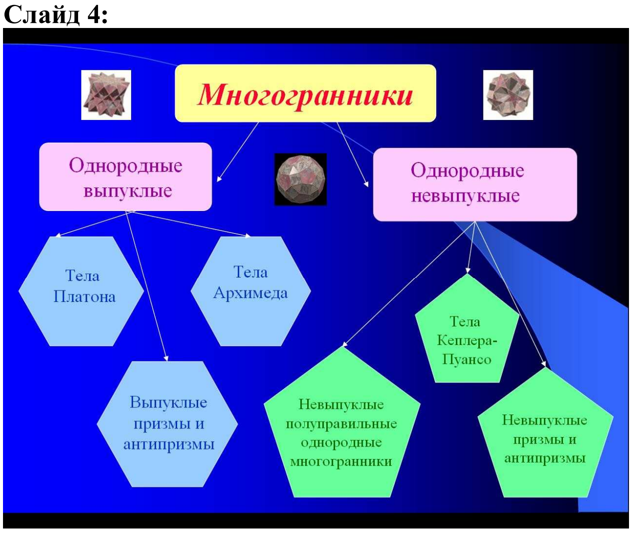
Слайд 3:

Итак, я приглашаю вас в “Мир многогранников”.

Мне хотелось бы начать со слов Бертрана Рассела: “Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой - красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства”.

Многогранники представляют собой простейшие тела в пространстве, подобно тому, как многоугольники – простейшие фигуры на плоскости. С какими классами многогранников мы уже знакомы?

Слайд 4:



…Вспомнить понятие выпуклого многоугольника, по аналогии дать понятие выпуклого многогранника.

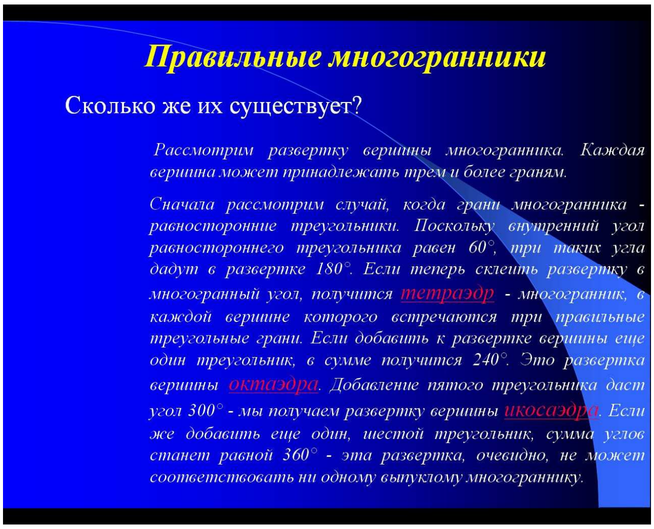
Слайд 5:

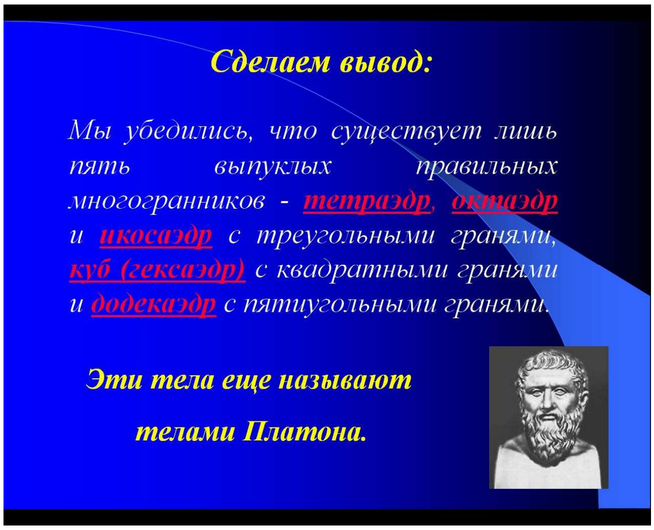
Мы начинаем знакомство с правильных плоских и пространственных фигур. Название “правильные” идет от античных времен, когда стремились найти гармонию, правильность, совершенство в природе и человеке. Правильные многоугольники – это многоугольники, у которых все стороны и все углы равны, правильные многогранники – это многогранники, ограниченные правильными и одинаковыми многоугольниками.

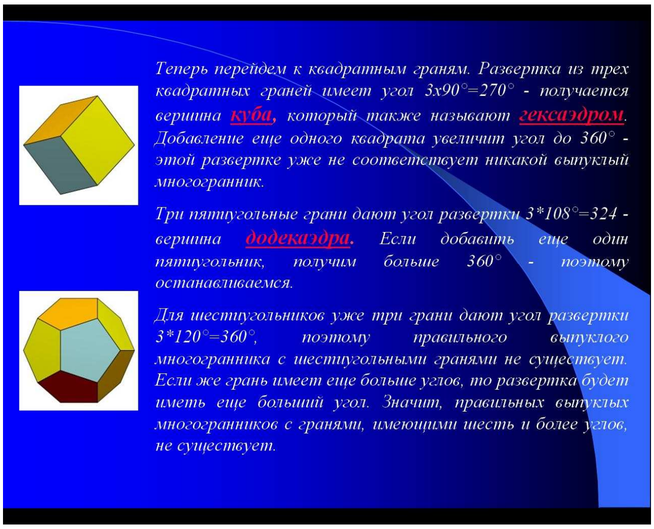
До сих пор многоугольники нередко называют в науке по-гречески с окончанием “гон”: полигон – многоугольник, пентагон – пятиугольник (такой формы сверху здание Театра Российской Армии в Москве и Министерства обороны США в Вашингтоне), гексагон – шестиугольник (ячейка пчелиных сот сверху) и т.д.

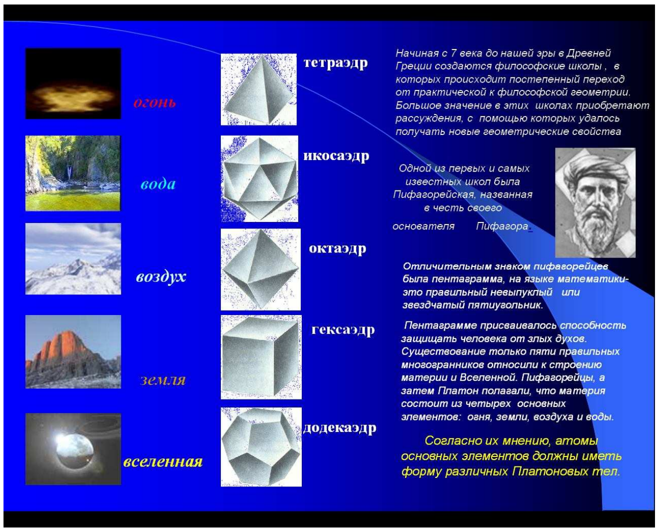
Каждый из вас знаком с простейшими пространственными математическими фигурами, или многогранниками. По- гречески они оканчиваются на “эдр”. Тетраэдр напоминает пирамиду или треугольный пакет для молока или майонеза; куб, или гексаэдр – это известный всем с раннего детства кубик и т.д.

Слайды 6 – 9: текст по слайду









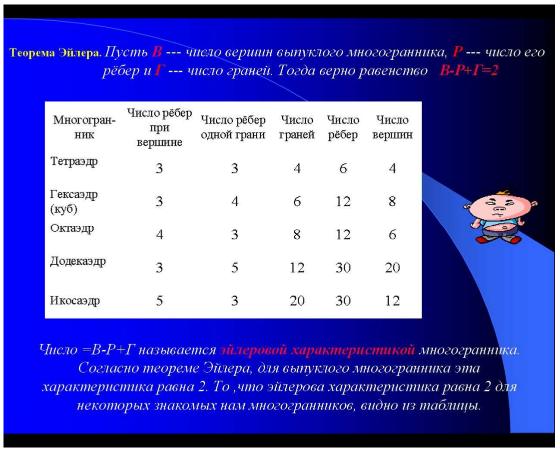
Все правильные многогранники были известны еще в Древней Греции, и им посвящена заключительная, 13-я книга знаменитых “Начал” Евклида. Как говорилось раньше, эти многогранники часто называют также платоновыми телами – в идеалистической картине мира, данной великим древнегреческим мыслителем Платоном, четыре из них олицетворяли 4 стихии: тетраэдр – огонь, куб – землю, икосаэдр – воду, октаэдр – воздух, пятый же многогранник, додекаэдр, символизировал все мироздание – его по-латыни стали называть quinta essentia (квинта эссенция), означающее все самое главное, основное, истинную сущность чего-либо.

Придумать правильный тетраэдр, куб, октаэдр, по-видимому было нетрудно, тем более, что эти формы имеют природные кристаллы, например: форму куба имеет монокристалл поваренной соли ($NaCl$), форму октаэдра – монокристалл алюмокалиевых квасцов ($(KAlSO_4)_2*12H_2O$). Существует предположение, что форму додекаэдра древние греки получили, рассматривая кристаллы пирита (сернистого колчедана FeS) и т.д.

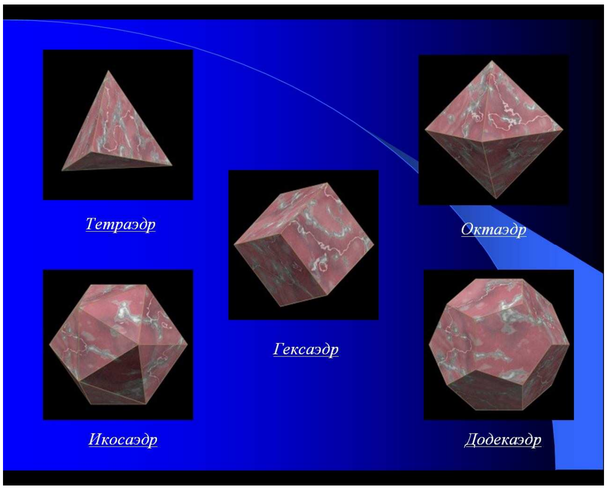
Перед вами пять моделей правильных многогранников. Заполните, пожалуйста, таблицу в вашей рабочей карте (см. Приложение 2). Подсчитайте количество вершин, граней и ребер у правильных многогранников.

Для любого выпуклого многогранника справедлива формула Эйлера, устанавливающая связь между числом вершин, граней и ребер. В – Р + Г = 2 . Давайте проверим правильность заполнения вами таблицы и выполнение данной формулы.

Слайды 10-11: текст по слайду



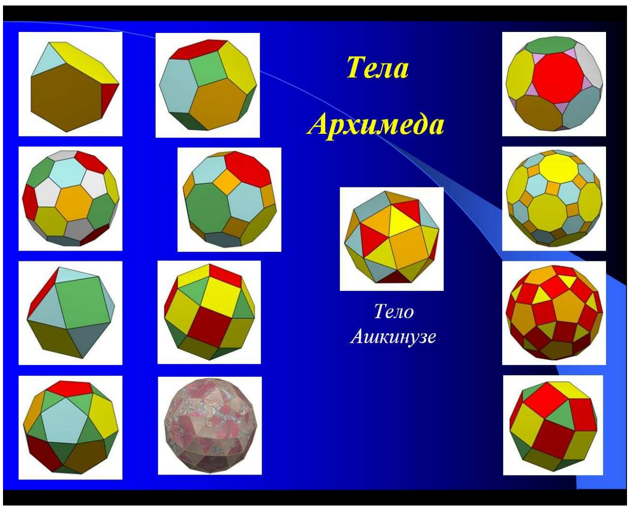
Слайд 12: (учащиеся вслух проговаривают названия правильных многогранников)



Слайд 14:

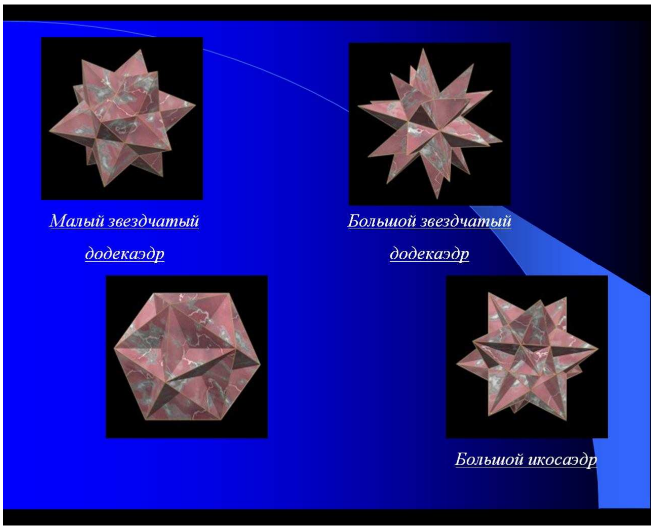
Следующий вид многогранников – тела Архимеда. Чем же они отличаются от Платоновых тел? (Грани – правильные многоугольники нескольких типов)

Слайд 15:

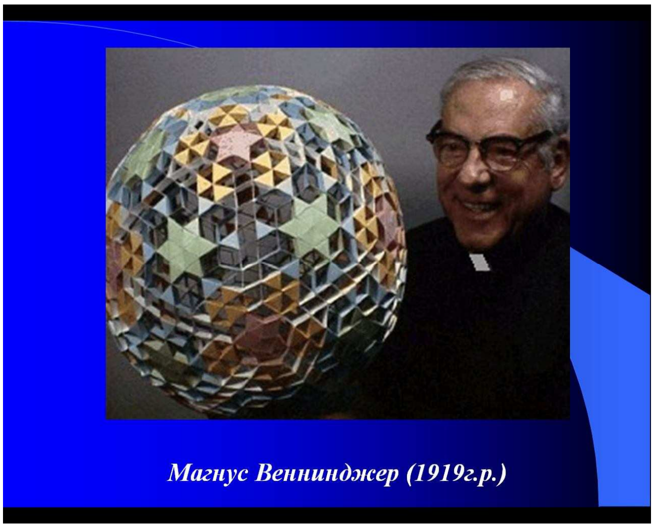


Итак, Архимедовых тел 13, кроме тела на рисунке в центре. Чем же этот многогранник “хуже” остальных архимедовых тел? Архимедовы тела обладают свойством: любые две вершины можно совместить так, что все грани многогранника попарно совпадут друг с другом. Многогранник на рисунке в центре этим свойством не обладает. Древние греки обладали высокоразвитым чувством гармонии и не удивительно, что этот многогранник не попал в число архимедовых тел. В течение двух тысячелетий он находился в “тени” и был “изобретен” в середине нашего столетия независимо несколькими математиками в разных странах. В нашей литературе этот многогранник часто называют телом Ашкинузе, по имени советского математика, который первым обратил на него внимание.

Слайды 16-17: текст по слайду



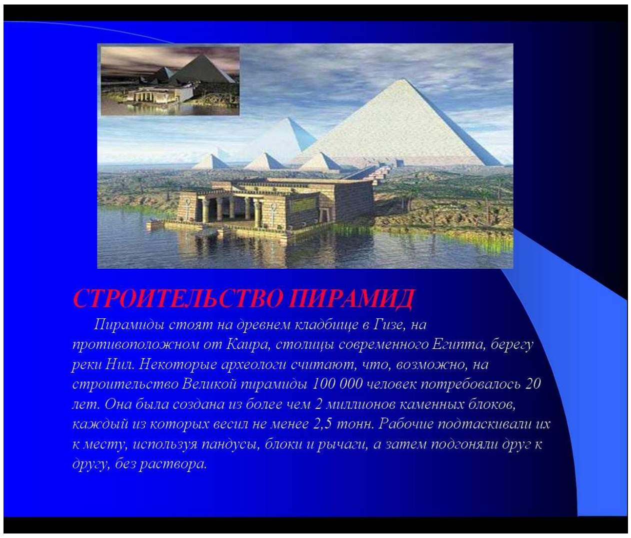
Слайд 18:

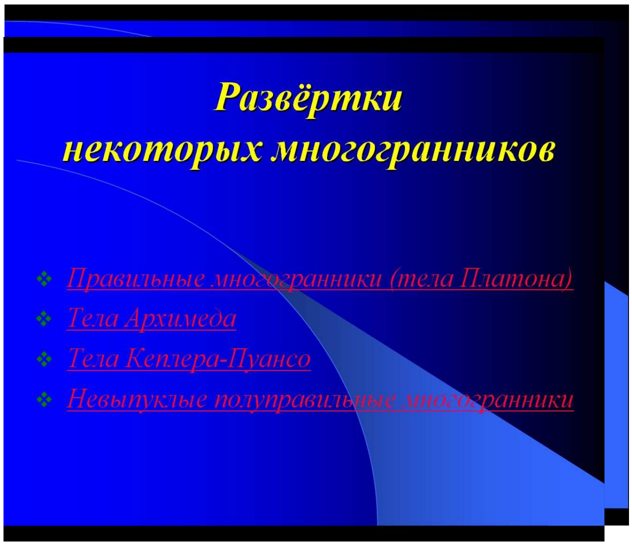


Очень интересную информацию о многогранниках можно найти в книге Магнуса Веннинджера “Модели многогранников”. Там же есть развертки многих тел.

С многогранниками мы постоянно встречаемся в нашей жизни – это древние Египетские пирамиды и кубики, которыми играют дети; объекты архитектуры и дизайна, природные кристаллы; вирусы, которые можно рассмотреть только в электронный микроскоп, прочные конструкции – шестиугольные соты, которые пчелы строили задолго до появления человека. Где же еще применяются многогранники? (Домашнее задание – применение многогранников в нашей жизни).

Слайды 19-25: просматриваются учащимися самостоятельно.





Слайд 26:

Учащимся предлагается просмотреть развёртки различных многогранников.

Спасибо за внимание! Работа с презентацией завершена, и вам предстоит перейти к практической части нашего урока. Не забудьте заполнить вашу рабочую карту.

Учащимся раздаются карточки (см. Приложение 1) с заданием, ответы они должны вписать в рабочую карту. Далее проводится инструктаж по выполнению практического задания: как скопировать рисунок, как сделать надпись, как работать с панелью задач, как найти нужную информацию в предложенном образовательном сайте, знакомство с системой поиска. В течение 20 минут учащиеся работают самостоятельно, затем проводится рефлексия и подводится итог урока.

Домашнее задание:

тест (обязательное задание к следующему уроку); желающие могут изготовить или самостоятельно выполнить выкройку одной из моделей звёздчатых многогранников.

(Приложение 1)

Вариант -

- Как вы заметили, на слайде №15 не хватает изображения одного из Архимедовых тел. Пожалуйста, вставьте его.
- А на слайде №17 Вам необходимо вставить название одного из тел Кеплера-Пуансо.
- Поработав с программой " Мир многогранников", будьте добры, ответьте на вопросы:

1. Сколько ребер имеет усеченный октаэдр?
2. Каково количество треугольных граней у курносого додекаэдра?
3. Кто был первым математиком, начавшим изучение призм и антипризм?
4. В каком году Луи Пуансо впервые описал большой икосаэдр?
5. Сколько существует однородных многогранников?
6. Какой многогранник называется "не- вихоффским" ?
7. Где родился Архимед?
8. Назовите год рождения Иоганна Кеплера.

9. Укажите год издания книги Магнуса Веннинджера " Модели многогранников".

Вариант -

- Как вы заметили, на слайде №15 не хватает изображения одного из Архимедовых тел. Пожалуйста, вставьте его.
- А на слайде №17 Вам необходимо вставить название одного из тел Кеплера-Пуансо.
- Поработав с программой " Мир многогранников", будьте добры, ответьте на вопросы:

1. Сколько треугольных граней имеет усеченный додекаэдр?
2. Каково количество ребер у кубооктаэдра?
3. В каком году был впервые описан Кеплером большой звездчатый додекаэдр?
4. Сколько вершин у ромбоикосаэдра?
5. Кто "переоткрыл" все 75 ранее известных однородных многогранников и доказал, что других однородных многогранников не существует?
6. Сколько многогранников входят в октаэдральную группу симметрии?
7. В каком городе жил и работал математик Папп?
8. Назовите год рождения Магнуса Веннинджера.
9. Сколько книг содержат "Начала" Евклида?

Контроль за выполнением самостоятельных заданий:

- проверка конспектов уроков по математике с использованием элементов историзма;
- проведение индивидуальных собеседований и коллективных обсуждений (коллоквиум) по вопросам самостоятельных заданий;
- включение исторических задач в билеты курсового экзамена по истории математики.

Контрольные работы по теории и методике обучения математике для студентов заочной формы обучения

Контрольная работа по курсу общей методики обучения математике

В-0

1. Охарактеризуйте суть методов наблюдения, опыта, сравнения, обобщения, абстрагирования и конкретизации. Покажите возможности использования этих методов при изучении дробных чисел в 5 классе.
2. Покажите возможности использования генетического и догматического подходов при изучении теорем в теме «Параллельность прямых» в 7 классе по учебнику Л.С. Атанасяна.
3. Напишите развернутый конспект урока на тему "Числовые промежутки".

В-1

1. Что такое аналогия? Является ли аналогия строгим методом рассуждения (доказательства) в математике? Приведите примеры использования аналогии в обучении: а) при определении понятий; б) при доказательстве теорем; в) при изучении свойств фигур.
2. Какие виды упражнений входят в состав серии заданий на усвоение понятий? Проварьируите существенные и несущественные признаки понятия "Средняя линия треугольника".
3. Напишите развернутый конспект урока по теме: "Проценты" (математика 5).

В-2

1. Охарактеризуйте два вида анализа. Какой из них используется при решении задач на построение. Проиллюстрируйте на примерах решения задач на построение из учебника «Геометрия 7 – 9».
2. Рассмотрите различные приемы раскрытия содержания теоремы. Приведите примеры.
3. Напишите развернутый конспект урока по теме "Площадь трапеции".

В-3

1.Проанализируйте понятийный аппарат темы «Четырехугольники», раскрыв понятие как форму мышления (содержание, объем, определения, классификация понятий).

2.Каковы особенности построения систем упражнений на усвоение правил и алгоритмов? Разработайте систему упражнений для овладения алгоритмом сложения положительных и отрицательных чисел.

3.Напишите развернутый конспект урока на тему "Сложение дробей с разными знаменателями" (Математика 6).

В-4

1. Что такое классификация и какова ее роль в обучении математике? Проведите классификацию понятия неравенства по нескольким выбранным Вами основаниям.
2. Охарактеризуйте методику работы над сюжетной задачей в курсе математики 5 класса. Покажите различные способы оформления условия и решения задачи.
3. Напишите развернутый конспект урока по теме "Симметрия относительно прямой".

В-5

1. Индукция и дедукция. Покажите различия их использования в младших и старших классах средней школы на примере изучения свойств арифметических действий в 5 – 6 классах и свойств степени в 7 классе.
2. Опишите методику работы над понятием "Касательная к окружности". Какой путь введения понятия вы выбрали? Почему?

3. Напишите развернутый конспект урока по теме: "Сложение и вычитание десятичных дробей".

B-6

1. Роль задач в обучении математике. Различные типологии задач. Приведите примеры. Методика работы над задачей. Показать реализацию этой методики при обучении решению задач на составление дробно-рациональных уравнений.
2. Рассмотреть понятийный аппарат темы «Положительные и отрицательные числа» с точки зрения различных подходов к изучению математических понятий и их определений.
3. Напишите развернутый конспект урока на тему «Деление обыкновенных дробей».

B-7

1. Анализ и синтез. Какой из указанных методов рассуждений больше развивает логическое мышление учащихся и является творческим? Составьте серию вопросов по поиску пути решения текстовой задачи для 6-ого класса совершенным анализом и синтезом.
2. Разработайте серию упражнений для усвоения признака равенства треугольника по стороне и двум прилежащим к ней углам.
3. Напишите развернутый конспект урока по теме "Углы, вписанные в окружность".

B-8

1. Математические предложения. Теоремы, их виды. Необходимые и достаточные условия. Охарактеризуйте их суть и приведите примеры из школьных учебников.
2. Подготовка учителя к учебному году, теме. Составить календарно-тематическое планирование на первое полугодие алгебры (Мордкович А.Г.) и геометрии (Атанасян Л.С.) 8 класса.
3. Напишите развернутый конспект урока по теме «Сложение чисел с разными знаками» (Виленкин Н.Я., 6класс).

B-9

1. Что такое содержание и объем понятия? Отношения между объемами понятий. Изобразить с помощью кругов Эйлера соотношения между объемами понятий: А - правильный многоугольник, В - треугольник, С - четырехугольник, Д - прямоугольный треугольник, Е - квадрат, F- равносторонний треугольник, Р - многоугольник.
2. Основные этапы работы над задачей в школьном курсе математики. Показать их реализацию на конкретном примере из геометрии.
3. Напишите развернутый конспект урока по теме «Средняя линия треугольника» (Атанасян Л.С.).

Контрольная работа по курсу методики обучения алгебре и геометрии в основной школе и руководство к её выполнению

Вариант 0

1.Раскройте различные варианты методики изучения иррациональных чисел в курсе алгебры основной школы. Составьте серию заданий для реализации подхода, основанного на графическом решении уравнения $x^2 = a$.

Указания. Охарактеризуйте роль и место темы «Рациональные и иррациональные числа» в курсе алгебры основной школы. Какими знаниями и умениями должны овладеть учащиеся в связи с изучением указанной темы. Существует три подхода к введению понятия «иррационального числа». При первом подходе мотивация введения иррационального числа осуществляется через графическое решение уравнения $x^2 = a$ с последующим обсуждением вопроса о принадлежности корня $x_1 = \sqrt{2}$ к рациональным числам. При втором подходе используется тот факт, что иррациональные числа отражают несоизмеримость отрезков. При третьем подходе приводится сразу формулировка определения и иллюстрируется примерами. В каких учебниках алгебры для основной школы реализуются указанные подходы? Покажите методику изучения иррациональных чисел, основываясь на первом подходе.

2.Раскрыть роль наглядности при изучении элементов геометрии в 5-6 классах. Разработать лабораторно-практическую работу на этапе введения и на этапе усвоения любого выбранного вами учебного материала.

Указания. Раскройте роль наглядности, используя материал статьи Фахрутдиновой «Курс наглядно-практической геометрии (лабораторные работы для 5-6 класса)» в журнале «Математика в школе» №4, 1999г. Для каждой лабораторно-практической работы укажите тему, цель, оборудование и систему заданий для учащихся.

3.Подберите задачи практического характера на отыскание наибольших и наименьших значений величин на основе использования свойств квадратичной функции. Составьте алгоритмическое предписание для решения таких задач.

Указания. Известно, что функция $y = ax^2 + вx + c$ при $a>0$ достигает наименьшего значения (при $a<0$ – наибольшего) при $x = -\frac{в}{2a}$. Пользуясь этим свойством можно решать задачи на экстремум. Подберите и решите несколько задач указанного типа с практическим содержанием.

Вариант 1

1. Охарактеризуйте виды доказательств, использующиеся при изучении геометрии в основной школе. Где и когда учащиеся сталкиваются с первыми теоремами и первыми доказательными рассуждениями? Составьте серию упражнений на усвоение метода доказательства от противного.

Указания. В школе используются прямое и косвенное (метод от противного и разделительное) доказательства, охарактеризуйте суть каждого и приведите примеры из школьного курса геометрии. Проанализируйте учебники геометрии для основной школы и выявите, когда учащиеся впервые сталкиваются с доказательствами и доказательными рассуждениями. Метод от противного включает следующие действия: а) выделение утверждения, которое надо доказать; б) формулирование допущения (составление отрицания высказывания); в) вывод заключения из принятого допущения; г) выделение известных фактов, которым противоречит полученное в пункте в) заключение; д) формулировка заключения. Упражнения на усвоение метода доказательства от противного должны быть ориентированы на формирование указанных действий.

2.Проанализируйте различные варианты методики изучения умножения обыкновенных дробей.

Указания. Роль и место темы «Умножение обыкновенных дробей» в курсе математики 5-6-ых классов. Какими знаниями и умениями должны овладеть учащиеся в связи с изучением указанной темы. Оцените возможность и целесообразность изучения различных случаев умножения (дробь и дробь, дробь и натуральное число, дробь и смешанное число) на одном и на разных уроках. Покажите реализацию выбранного вам пути. Подготовьте опорную таблицу по данной теме.

3.Составьте систему заданий для формирования обобщённых приёмов построения и чтения графиков функций.

Указания. В указанную систему заданий включаются упражнения следующих видов: а) на установление наименования функции по формуле, задающей конкретную функцию; б) на графическое изображение свойств функции, заданной словесно; в) на выяснение вида графика к конкретных функций, заданных формулами; г) на установление формулы, задающей функцию, по её графику: узнавание по графику функции свойства этой функции (данного словесно или графически); д) на построение графиков функций и чтение построенных графиков; е)на нахождение аналитического задания функции по её графику; ж) на графическое решение уравнений и неравенств.

Вариант 2

1.Покажите использование метода целесообразных задач при изучении правил умножения и деления положительных и отрицательных чисел.

Указания. Охарактеризуйте роль и место темы «Умножение и деление положительных и отрицательных чисел» в курсе математики 5-6-ых классов. Какими знаниями и умениями должны овладеть учащиеся в связи с изучением указанной темы. Сущность метода целесообразных задач в обучении математике. Составьте серию задач, ориентированных на введение правил умножения и деления положительных и отрицательных чисел. Обоснование правила знаков. Возможно ли ознакомление учащихся с этими правилами на одном уроке? Предложите вариант оформления записей на доске и в тетрадях учеников.

2.Проанализировать различные подходы к изучению понятий «равенство фигур» и «подобие фигур». В чем преимущество и недостатки каждого из них? Разработать методику ознакомления учащихся с доказательством эквивалентности определений равенства фигур с использованием понятия движения и через равенство соответствующих элементов фигур.

Указания. На основе анализа различных учебников геометрии выделите несколько подходов к изучению равенства и подобия фигур: на основе понятия наложения, движения, преобразования подобия плоскости, через равенство и пропорциональность соответствующих элементов фигур. Выделить тот путь формирования, который бы в большем объеме отвечал интуитивному представлению учащихся о равенстве фигур. Отметить трудности, возникающие при доказательстве теорем с использованием наложения, аксиом откладывания отрезков и углов и аксиомы существования треугольника, равного данному. Методика ознакомления учащихся с доказательством эквивалентности определений равенства фигур через равенство соответствующих элементов фигур и с использованием понятия движения должна включать в себя следующие этапы: мотивация указанного доказательства, поиск пути доказательства, оформление доказательства.

3.Решите квадратичное неравенство несколькими способами (не менее 4-ёх). Можно ли использовать подобное задание в школе и для чего? Покажите методику работы в каждом из случаев.

Указания. Выберите одно конкретное неравенство и решите его несколькими способами, среди которых можно указать следующие: метод интервалов, на основе использования схематического построения параболы, замена указанного неравенства совокупностью двух систем (произведение двух множителей положительно, если оба имеют одинаковые знаки, отрицательно – имеют разные знаки) и др. Какие из перечисленных вами способов наиболее эффективны для квадратичных неравенств? Нужно ли знакомить учеников со всеми?

Вариант 3

1.Разработать методику организации беседы, с целью мотивации и раскрытия содержания признаков равенства треугольников. Продумать отличия в организации беседы при работе по различным учебным пособиям.

Указания. Охарактеризовать роль и место темы «Признаки равенства треугольников» в школьном курсе геометрии. Мотивация признаков равенства треугольников может быть осуществлена либо через их практическое применение, либо из-за трудностей, возникающих при использовании определения равных треугольников. Для раскрытия содержания указанных теорем организуется лабораторно-практическая работа с целью выяснения вопроса, сколько пар равных элементов треугольников достаточно рассмотреть, чтобы установить равенство треугольников. Приведите задания для указанной лабораторно-практической работы при работе по учебникам А.В. Погорелова и Л.С, Атанасяна.

2.Охарактеризуйте основные этапы в изучении тождественных преобразований. Приведите примеры изучения двух новых видов тождественных преобразований на основе одновременного, последовательного и отсроченного сопоставления и противопоставления.

Указания. Охарактеризуйте роль и место темы «Тождественные преобразования» в курсе алгебры основной школы. Можно выделить три этапа в изучении тождественных преобразований: пропедевтический (начала алгебры), систематический и завершающий. Какими знаниями и умениями должны овладеть учащиеся в связи с изучением указанной темы. Что такое сравнение, сопоставление и противопоставление. Как они используются в обучении математике? Одновременное сопоставление и противопоставление предполагает знакомство учащихся с двумя тождественными преобразованиями на одном уроке, последовательное – на разных идущих друг за другом уроках, отсроченное – на уроках далеко отстоящих друг от друга. Подготовьте фрагмент урока по введению раскрытия скобок и заключению в скобки на основе одновременного сопоставления и противопоставления.

3.Выделите основные типы текстовых задач, которые должны уметь решать учащиеся 5-6-ых классов в связи с изучением понятия обыкновенной дроби и процентов. Приведите примеры для каждого вида и для их комбинации.

Указания. Охарактеризуйте три типа задач: нахождение дроби от числа, числа по его дроби, какую часть составляет одно число от другого. Приведите примеры. Укажите способ решения таких задач в 5-ом и 6-ом классе. Изменяется ли он? В связи с изучением какого учебного материала?

Вариант 4

1.Охарактеризуйте особенности конструирования систем упражнений на усвоение конкретных видов тождественных преобразований. Составьте серию упражнений на усвоение свойств корня *n*-ой степени.

Указания. Охарактеризуйте роль и место темы «Корень *n*-ой степени» в курсе алгебры основной школы. Какими знаниями, умениями и навыками должны овладеть учащиеся в связи с изучением данной темы. В систему упражнений на усвоение конкретных видов тождественных преобразований входят следующие их виды: упражнения на актуализацию необходимых знаний, умений и навыков, цель которых подготовить учащихся к осознанному восприятию новых знаний; упражнений, в результате выполнения которых учащиеся знакомятся с новым типом тождественного преобразования; упражнения на прямое применение полученных знаний при варьировании исходных данных; упражнения на применение изучаемого тождественного преобразования в различных ситуациях (для упрощения вычислений, решения уравнений, доказательства тождеств, решения неравенств и т.д.), а также на применение его в комплексе с другими ранее изученными знаниями. Проиллюстрируйте свой ответ на примере усвоения свойств арифметического корня *n*-ой степени.

2.Какой способ обнаружения нового вида преобразований выбран в учебнике А.В. Погорелова «Геометрия 7-9» при изучении подобия и гомотетии? Подобрать примеры для создания проблемной ситуации и организации проблемной беседы при введении указанных преобразований.

Указания. Охарактеризуйте роль, место и содержание учебного материала, связанного с преобразованиями подобия и гомотетии. Какими знаниями, умениями и навыками должны овладеть учащиеся при этом. Рассмотреть несколько конкретных примеров преобразований, среди которых есть движения, подобные преобразования плоскости, гомотетия с различными коэффициентами и другие. Все они делятся на три группы: сохраняющие расстояния между двумя точками, изменяющие расстояния в несколько раз и общего вида. В результате анализа преобразований второй группы вводятся преобразования подобия и гомотетия.

3.Составьте многовариативную самостоятельную работу по теме «Свойства и признаки параллельных прямых на плоскости».

Указание. Для многовариативной самостоятельной работы выбирается задача по указанной теме, и для различных вариантов составляются различные указания для решения этой задачи. Степень сложности задания в каждом варианте зависит от количества и характера указаний. Например, 1в – задача даётся без указаний, 2в – задача сопровождается готовым чертежом, 3в – задача, готовый чертёж, указание на один из важных моментов решения и т.д. В последнем варианте может быть предложен план решения.

Вариант 5

1.Выделите основные методические подходы к изучению прямой пропорциональности ($y = kx$)? Покажите методику работы при знакомстве учащихся с этим понятием, ориентируясь на учебник Ш.А. Алимова.

Указания. Проведите сравнительный анализ изложения указанной темы по различным учебникам алгебры для основной школы, ориентируясь на следующий план: а) место темы в курсе алгебры основной школы; б) последовательность изучения линейной функции и прямой пропорциональности; в) способ введения новых знаний, выбранный авторами учебников. Какой путь изучения (абстрактно-дедуктивный или конкретно-индуктивный) выберете вы? Почему? Предложите свой вариант методики формирования понятия прямой пропорциональности.

2.Подобрать серию заданий для урока обобщения и систематизации знаний по теме «Четырёхугольники».

Указания. Охарактеризовать роль и место темы в программе школьного курса геометрии, знания и умения, которыми должны овладеть учащиеся в результате её изучения. Основные цели и структуру уроков обобщения и систематизации знаний. Виды упражнений, посредством которых осуществляется обобщение и систематизация знаний. Разработать серию заданий для урока обобщения и систематизации знаний по теме «Четырёхугольники».

3.Когда и на какой задаче вы считаете необходимым ознакомить учащихся со всеми этапами решения задач на построение? Приведите примеры заданий для 5-6-ых и 7-ого класса, ориентированных на пропедевтику этапа исследования в решении конструктивных задач.

Указание. Охарактеризуйте суть основных этапов решения задач на построение: анализ, построение, доказательство, исследование. Какие из них реализуются в 7-ом классе? Когда можно ознакомить учащихся со всеми из них? Для этого должна быть выбрана такая задача, на примере которой видна необходимость каждого этапа. Пропедевтика этапа исследования осуществляется через решение задач на построение для 5-6-ых классов, имеющих несколько решений, а также имеющих разные решения в зависимости от исходных данных и др.

Вариант 6

1.Исследуйте возможность одновременного изучения арифметической и геометрической прогрессий. Составьте план и подберите задания для такого урока.

Указания. По программе школьного курса алгебры выявите содержание учебного материала по теме «Арифметическая и геометрическая прогрессии», соответствующие знания и умения учеников. Выявите сходства и различия в определениях и свойствах арифметической и геометрической прогрессий, сделайте вывод о возможности их параллельного изучения. Продумайте методическую схему такого урока, подберите задания и покажите один из вариантов оформления доски.

2.Рассмотреть понятийный аппарат темы «Векторы» с точки зрения различных подходов к изучению понятий. Подобрать примеры, с помощью которых можно показать целесообразность их введения, а также составить эскизы рисунков, используемых при этом.

Указания. Охарактеризовать роль и место темы в программе школьного курса геометрии, знания и умения, которыми должны овладеть учащиеся в результате её изучения. Обоснуйте выбранные вами пути изучения понятий (вектор, равные векторы, коллинеарные векторы, одинаково и противоположно направленные векторы, сложение векторов, умножение векторов на число, скалярное произведение) темы «Векторы» (конкретно-индуктивный и абстрактно-дедуктивный). Подберите примеры практического характера для иллюстрации перечисленных понятий.

3.Выделите задачи на построение в теме «Четырёхугольники» по одному из учебников. Выберите опорные задачи.

Указания. Опорные задачи представляют собой часто встречающиеся элементы задач по теме. Составьте таблицу, состоящую из опорных задач данной темы и их решения. Каждая из них должна быть снабжена чётким рисунком, краткой записью условия, заключения и решения. Для разъяснения смысла понятия «опорная задача» можно рассмотрим следующие задачи:

З а д а ч а 1. Концы отрезка AB принадлежат граням двугранного угла, равного α. Расстояния AA_1 и BB_1 от точек A и B до ребра соответственно равны a и b, $A_1 B_1 = c$. Найти AB.

Избрав для решения векторный метод, видим, что в основе решения этих задач лежит опорная задача на отыскание длины вектора, разложенного по векторам, длины которых и углы между которыми известны. Решение этой задачи — общая основа для перечисленных задач. Его можно использовать и при решении более сложных задач, для которых задачи вида 1, 2 и 3 в свою очередь являются составляющими.

З а д а ч а 2. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ грань $ABCD$ — параллелограмм со сторонами a и b и острым углом α. Ребро AA_1 равно c и образует с ребрами AB и AD углы, равные β. Найти длину диагонали BD_1.

З а д а ч а 3. Боковые ребра треугольной пирамиды равны a. Плоские углы при вершине пирамиды равны α, β, γ. Найти длину отрезка, соединяющего вершину пирамиды с точкой пересечения медиан треугольника, лежащего в основании.

Вариант 7

1.С какими свойствами функций знакомятся учащиеся в основной школе? В каком классе это происходит? Разработайте методику изучения одного из них на основе проблемного метода в обучении математике.

Указания. По программе курса математики основной школы выявите, какие свойства функций и в каких классах изучаются. Сравните изложение указанного учебного материала в различных учебниках алгебры. Охарактеризуйте сущность проблемного метода в обучении математике. Оцените возможность его использования при изучении свойств функций. Проиллюстрируйте свой ответ на примере одного из них.

2.Выделить действия, составляющие умение применять признаки равенства треугольников в различных ситуациях, и разработать систему упражнений, ориентированную на усвоение этих действий.

Указания. Действия, о которых идет речь в упражнении, могут быть выделены в процессе анализа решения задач с помощью признаков равенства треугольников. Перечислим их: 1) выделение на готовом рисунке треугольников с заданными элементами; 2)построение треугольников с заданными элементами; 3)переход от равенства треугольников к равенству их элементов и обратно; 4)выбор из различных соотношений между сторонами и углами двух треугольников таких, которые наиболее просто доказать в данной ситуации; 5) распознавание ситуаций, удовлетворяющих признаку равенства треугольников. В систему упражнений необходимо включить задания на формирование каждого из перечисленных действий.

3.Подберите задачу для обзорных уроков курса планиметрии, допускающую несколько способов решения. Покажите методику работы с ней.

Указание. На обзорных уроках в конце 9-ого класса повторяется весь материал планиметрии. Для этого целесообразно решать задачи несколькими способами, основанными на различных совокупностях учебного материала. Подберите подходящую для этого задачу.

Вариант 8

1.Охарактеризуйте содержание и роль темы «Неравенства с одной переменной» в школьном курсе алгебры. Составьте методическую схему изучения конкретных видов неравенств с одной переменной и проиллюстрируйте её на примере линейных неравенств.

Указания. На основе изучения программы по математике для основной школы выявите, какими знаниями и умениями должны овладеть учащиеся в результате изучения данной темы. Проведите сравнительный анализ учебников алгебры для основной школы с целью выделения особенностей изложения учебного материала, связанного с неравенствами. Методическая схема изучения конкретных видов неравенств может быть составлена аналогично схеме изучения отдельных видов уравнений с учётом основных этапов формирования понятий конкретно-индуктивным путём. Разработайте методику изучения линейных неравенств.

2.Укажите основные типы задач по темам «Решение прямоугольных треугольников» и «Решение треугольников». Разработайте один из возможных вариантов справочной таблицы, содержащей выделенные случаи решения треугольников. Какова может быть методика работы с вашей таблицей?

Указания. Охарактеризовать роль и место темы в программе школьного курса геометрии, знания и умения, которыми должны овладеть учащиеся в результате её изучения. Основные типы задач по указанным темам выделяются в зависимости от наличия заданных элементов однозначно определяющих треугольник. Для каждого типа проведите решение в общем виде. Результаты оформите в виде таблицы. Опишите несколько вариантов использования вашей таблицы.

3.Подобрать задачу, на примере решения которой можно показать эффективность векторно-координатного метода. Выделить этапы в применении указанного способа решения задач. Составить справочную таблицу по переводу условий и требований геометрических задач на координатный и векторный языки.

Указания. Задачу для иллюстрации эффективности векторно-координатного метода решения задач необходимо подобрать так, чтобы её геометрическое решение было сложнее, нежели векторно-координатным методом. В самом общем виде в решении задач указанным методом можно выделить несколько этапов: перевод условия и требования задачи на язык векторов и координат, реализация решения, перевод полученного результата на геометрический язык. Для составления справочной таблицы выделите основные геометрические предложения и сформулируйте их на языке векторов и координат, к которым можно отнести следующие: параллельность и перпендикулярность прямых, нахождение величины угла и длины отрезка, принадлежность трёх точек одной прямой, прямая является касательной к заданной окружности и т.д.

Вариант 9

1.Проведите методический анализ темы «Системы линейных уравнений с двумя переменными». Составьте задание для исследования вместе с учащимися вопроса о наличии и количестве решений систем линейных уравнений с двумя неизвестными.

Указания. Методический анализ указанной темы проведите по следующему плану: а) определить цели изучения темы в школьном курсе математики и обосновать необходимость её изучения в данном классе в данное время; б) выяснить логическую организацию учебного материала; в) сформулировать учебные и воспитательные задачи; г) обосновать методы и средства, с помощью которых будут реализовываться учебные и воспитательные задачи. При составлении исследовательского задания с целью выяснения наличия и количества решений систем линейных уравнений с двумя переменными можно использовать графический способ решения систем указанного вида. Учащимися решаются несколько специально подобранных примеров, на основе их анализа делается соответствующий вывод о взаимосвязи коэффициентов уравнений и наличии и количестве решений системы.

2.Проанализировать основные методические подходы к изучению признаков подобия треугольников. Составить методическую схему для реализации каждого из них.

Указания. Охарактеризовать роль и место темы в программе школьного курса геометрии. Знания и умения, которыми должны овладеть учащиеся в результате её изучения. Показать использование аналогии при изучении признаков подобия треугольников, оценить возможность их изучения на одном уроке. По каким учебникам геометрии это может быть осуществлено более естественно. Предложите методическую схему работы по различным учебникам геометрии (А.В. Погорелова, Л.С. Атанасяна).

3.Составьте общую схему действий при разложении многочленов на множители разными способами. Приведите примеры заданий для её иллюстрации.

Указания. В 7-ом классе изучаются несколько способов разложения многочленов на множители (вынесения общих множителей, группировка, применение формул сокращённого умножения). В заключении учащиеся учатся применять указанные приёмы в комплексе. Сформулируйте инструкции для решения заданий подобного вида. Подберите несколько примеров многочленов, для разложения которых на множители используются сразу несколько приёмов.

УМК разработал(и)

1. Д. п. н., профессор Родионов М.А.

2. К. п. н., доцент Марина Е.В.

3. К. п. н., доцент Кондратьева Е.В.

УМК одобрен отделом менеджмента качества университета

«15» января 2008 г.

Начальник отдела менеджмента качества,
д.э.н., профессор В.А. Скворцова