

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича

Т. С. Полякова

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ

Период зарождения

Математика древних цивилизаций

Краткий очерк

Учебное пособие

Ростов-на-Дону – Таганрог
2017

УДК 51:93(075.8)
ББК 22.1г
П542

Рецензенты:

профессор кафедры математики и методики ее преподавания
Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина,
доктор педагогических наук *О. А. Саввина*;

доцент кафедры теории и методики математического образования
Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича
Южного федерального университета,
кандидат педагогических наук *В. Е. Пырков*

Полякова, Т.С.

П542 История математики. Период зарождения. Математика древних цивилизаций. Краткий очерк : учебное пособие / Т. С. Полякова ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017. – 100 с. ISBN 978-5-9275-2484-6

Учебное пособие основывается на материале лекций, прочитанных автором в Южном федеральном университете по курсу «История математики» в рамках направления подготовки бакалавриата «Педагогическое образование», профиль «Математика».

Содержит два модуля. В первом из них изложена краткая история развития математики в период ее зарождения в цивилизациях Древнего Египта и Вавилона; древних и средневековых Индии, Китая, империй майя и ацтеков, а также империи инков. Второй модуль имеет методический характер, включает контрольно-измерительные и проектные материалы, предназначенные для организации и контроля самостоятельной работы студентов.

Предназначено для студентов – будущих учителей математики, а также для действующих учителей математики и их учеников. С помощью представленных в учебном пособии материалов можно разнообразить уроки математики, проводить элективные курсы, использовать его в других формах дополнительного математического образования. Будет интересно также преподавателям колледжей и вузов, интересующимся математикой и ее историей.

Публикуется в авторской редакции.

УДК 51:93(075.8)
ББК 22.1г

ISBN 978-5-9275-2484-6

© Южный федеральный университет, 2017

© Полякова Т. С., 2017

© Пырков В. Е., Полякова Т. С., оформление, 2017

Введение

Предлагаемое вниманию читателя учебное пособие является первой частью серии учебных пособий по всеобщей истории математики, предназначенной для студентов – будущих учителей математики, а также действующих учителей математики и их учеников.

Принято считать, что для учителя интересна книга по истории математики, где изложена история отдельных математических дисциплин, изучаемых в школе. Это так, если речь идет об использовании отдельных фрагментов истории математики на конкретных уроках по изучению определенной темы. Однако таким образом не сформируешь цельного представления о развитии математики как части культуры – в широком ее понимании – человечества.

В современном же математическом образовании усиливается роль различных форм дополнительного образования, в том числе элективных курсов, факультативов и др. Это сфера, где можно ставить задачу формирования целостного представления об истории математики. В пособии как раз представлены материалы, позволяющие проводить элективные курсы и факультативы по истории математики.

Направленность пособия на студентов и учителей математики обусловила принципиальные особенности изложения.

Во-первых, краткость, так как излишняя детализация заслоняет фундаментальные идеи, на основе которых развивалась математика в течение многотысячелетней истории человеческой цивилизации.

Во-вторых, современный язык изложения, который будет понятен не только учителю, но и студенту, и даже ученику.

В-третьих, богатство иллюстраций, которые дают возможность зрительно представить исторические и культурные артефакты.

В-четвертых, научный характер изложения, обеспеченный тем, что оно ведется на принципах периодизации истории математики.

Наконец, в-пятых, ометодичность пособия: в нем кроме фактических сведений представлены контрольно-измерительные и проектные материалы и методические указания к ним.

В связи с последней особенностью структура пособия представляет собой два основных модуля: первый – условно теоретический, включающий материалы к лекциям, второй – условно методический – контрольно-измерительные и проектные материалы.

Первый модуль, в свою очередь, включает в себя несколько основных разделов:

1. Основные периоды развития математики. Заметим, что в основу положена периодизация академика Колмогорова, в некоторой степени конкретизированная нами. Здесь охарактеризована структура математики в самом общем плане, выделены основные особенности периодизации Колмогорова, описаны коррективы к последнему периоду, вызванные тем, что с момента ее публикации прошло достаточно много времени, и охарактеризованы причины перехода от одного периода к другому.

2. Во втором разделе дается общая характеристика периода зарождения математики. Прослеживается процесс возникновения и развития основных математических понятий – числа, величины и фигуры. Рассматриваются характерные для периода математические методы и процесс их формирования. Показывается, что, несмотря на известность некоторых математических фактов (например, теоремы, которая впоследствии стала носить имя Пифагора), доказательства их отсутствовали.

3. Так как математика зарождалась в рамках культуры Древних цивилизаций, то специальный раздел посвящен общей характеристике их математических культур.

4. Наконец, разделы 4-6 посвящены достаточно подробной характеристике математических культур конкретных Древних цивилизаций. Они сгруппированы по ареалам, возможностям взаимовлияния и степени воздействия на дальнейшее развитие математики. С этой точки зрения выделены: древние цивилизации Северной Африки и Ближнего Востока (Древний Египет и Древний Вавилон); Юго-Восточной Азии (древние и средневековые Индия и Китай) и Древней Америки (Мезоамерика, включающая Империи майя и ацтеков в Центральной Америке, и Империя инков, располагавшаяся в Южной Америке).

Второй модуль, как уже говорилось, содержит контрольно-измерительные материалы. Это 235 вопросов итогового компьютерного тестирования, демонстрационная версия кратковременной контрольной ра-

боты по самостоятельно изученному студентом материалу в виде бланочного тестирования и возможные темы проектов по истории математики Древних цивилизаций. К каждому виду контрольно-измерительных материалов даны краткие методические указания.

Автор выражает искреннюю признательность В.Е. Пыркову, предоставившему раритетные книги из собственной библиотеки и некоторые иллюстрационные материалы, а также принявшему участие в художественном оформлении пособия.

Модуль I. Материалы к лекциям

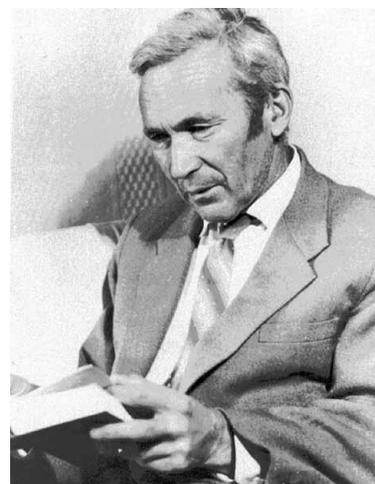
1. Основные периоды развития математики

Любая историческая наука предполагает ее периодизацию, т.е. выделение временных промежутков, которые являются основными эпохами развития этой науки.

Прежде чем говорить о периодизации истории математики, ответим на вопрос, без которого в дальнейшем не сможем обойтись: какова, в самом общем плане, структура математики? Не отдельной математической науки, а всей математики.

Математика в самом общем плане - это система:

- Математических *понятий*
- Математических *предложений* (описывают свойства математических понятий) и их *доказательств*
- Математических *методов*, с помощью которых решаются *задачи* (не только математические).



Перейдем теперь непосредственно к периодизации истории математики. Наш знаменитый соотечественник, академик Андрей Николаевич Колмогоров предложил периодизацию истории математики, которой мы и будем придерживаться. Им выделены следующие периоды:

1. Период зарождения математики: с незапамятных времен до VII-V вв. до н.э.
2. Период математики постоянных величин (элементарной математики): VII-V вв. до н.э. – XVII в. н.э.
3. Период математики переменных величин: XVII в. – первая треть XIX в.
4. Современный период развития математики: вторая треть XIX в. – середина XX в.

Обратим внимание на три специфические особенности названных периодов.

Первый. Динамика развития математики постоянно существенно увеличивается: первый период занял миллионы лет, второй около 2,5 тысячелетий, третий – приблизительно два столетия, наконец, четвертый – немногим более одного века.

Второй. Отметим неинформативное название последнего периода. Если названия второго и третьего периодов характеризуют изменение предмета математики, то название последнего – лишь его актуальность. В связи с этим появляются более информативные названия современного периода, например, период математики переменных отношений (видимо, по аналогии с названием третьего периода). Представляется, что удачнее назвать его периодом *построения и изучения математических структур*.

Третий. По всей видимости, внутри современного периода развития математики уже выделился еще один ее период. Дело в том, что, начиная с середины XX в., все большую роль в развитии математики стала играть вычислительная техника, с помощью которой стало возможным решение многих сложнейших математических проблем. Условно назовем этот период периодом *компьютерной математики*.

Задумаемся теперь о *причинах* перехода от одного периода к следующему. Для того чтобы этот переход осуществился, необходимы существенные изменения внутри самой математики. Причем изменения не количественные (доказана еще одна теорема, создана новая математическая теория...), а качественные. Что значит «качественные изменения»? Это значит изменения предмета и/или метода математики. Охарактеризуем причины перехода от одного периода к другому, исходя из этой концепции:

- Переход от первого периода истории математики ко второму обусловлен появлением и развитием основного *метода* математики – *метода*

доказательства при сохранении предмета математики, которым продолжают оставаться постоянные величины.

- При переходе от второго к третьему периоду математики меняется ее *предмет* – место постоянных величин занимают *переменные величины*.

- При переходе от третьего периода к четвертому вновь меняется *предмет* математики – место переменных величин занимают *математические структуры*.

- Наконец, переход от периода построения и изучения математических структур к периоду компьютерной математики обусловлен появлением *новых методов*, связанных с логическими, вычислительными и другими возможностями компьютера.

Выводы. *Итак, мы познакомились со структурой математики в самом общем плане, перечислили основные периоды истории математики, указав их хронологические рамки и выделив специфические особенности, наконец, выяснили причины перехода от одного периода к другому.*

2. Период зарождения математики

Хронология. Как уже сказано выше, период зарождения математики длился с древнейших времен до VII-V вв. до н.э. Обращают на себя внимание две особенности этих хронологических рамок: начало этого периода не установлено, конец же занимал очень длительное время – два века, именно столько времени потребовалось человечеству для перехода от первого периода ко второму.

Общая характеристика. На этапе зарождения математики происходило накопление фактического материала, тесно связанного с потребностями человечества, его хозяйственной военной, интеллектуальной и другими сторонами жизни. Развитие ремесел, земледелия, обмена и торговли, исчисление податей, обеспечение войск продовольствием, оружием, средствами передвижения и др., измерение площадей земельных участков, объемов сосудов и мест хранения запасов и т.п. требовали простейших математических действий. А именно, измерения, вычисления, пересчета, определение формы предмета и др. Накопленные эмпирические знания систематизировались, вырабатывались *математические методы* решения типовых практических задач. В результате сформированы основные математи-

ческие понятия - *число, величина и геометрическая фигура*. Таким образом, из трех основных структурных компонентов математики – математических понятий, математических предложений и их доказательств и математических методов – на этапе зарождения математики основную роль играли математические понятия и математические методы. Рассмотрим их подробнее.

Математические понятия. Попытаемся проследить процесс возникновения и развития понятия числа.

Исторически первой, вероятно, возникла версия божественного происхождения этого фундаментального понятия математики. Так, в трагедии Эсхила «Прометей» (V в. до н.э.) ее главный герой, прикованный к Кавказской скале¹, восклицает:



«Послушайте, что людям сделал я!
Число им изобрел...»

На самом деле число – результат решения двух типов задач: а) пересчета элементов конечных множеств, б) их упорядочивания. Геометрическая фигура – это результат изучения формы различных предметов окружающего мира (изделий ремесла, зданий, земельных участков...), величина же – результат решения задач сравнения масс, длин, объемов и т.д.

Число. Основные направления развития понятия числа.

Первое. Расширение понятия числа. Причиной расширения понятия числа является частичная невыполнимость одного из действий на известном множестве чисел. Так, частичная невыполнимость действия вычитания на множестве натуральных чисел обуславливает необходимость расширения этого множества до множества целых чисел и т.д. Логически процесс расширения понятия числа можно проиллюстрировать следующим образом:

$$\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}_0 \rightarrow \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{Q} \rightarrow \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C} \dots$$

¹ Все считают, что Прометей прикован к Кавказской скале в наказание за то, что передал людям огонь, но Эсхил и математики думают иначе.

Исторически же дело обстояло совсем иначе¹. На этапе зарождения во всех древних цивилизациях были известны натуральные числа и обыкновенные дроби. Следующие этапы расширения понятия числа практически не совпадали с логической схемой. Так, позже в некоторых цивилизациях появился 0, отрицательные числа, но не в виде результата операции вычитания, а в качестве «долга». В Европе в явном виде отрицательные числа появились лишь в конце XV в., окончательно утвердились в XVI в. В России еще в XVIII в. в учебнике Д.С. Аничкова (Московский университет) отрицательные числа назывались «недостаточными, непристойными».

Интересна история десятичных дробей. Впервые они появились в китайской математике в связи с созданием десятичной системы мер (не позже III в. н.э.). Вторично десятичные дроби открыты знаменитым арабским математиком Аль-Каши в середине XV в. В Европе они переоткрыты Симоном Стевином в конце XVI в. опять же в связи с созданием десятичной системы мер. В этом же веке открыты и комплексные числа, в то время как теория действительных чисел создана Дедекиндом и Вейерштрассом лишь в конце XIX в. Вот такие пути и лабиринты.

Второе. Проблема выполнения действий. На этапе зарождения математики были известны следующие действия:

- сложение, вычитание, умножение, деление;
- частично – возведение в степень, извлечение корней из полных квадратов;
- приближения некоторых корней ($\sqrt{2}$).

Третье. Проблема обозначения чисел. В каждой математической цивилизации на этапе зарождения математики сформирована своя собственная система счисления с разными *основаниям*: 5, 6, 10, 12, 20, 60. Чаще всего эти системы счисления тесно связаны со счетом на пальцах (пятеричная, десятичная, двадцатеричная). Наиболее распространенными были системы счисления с основанием 10, так как счетный механизм находился в буквальном смысле «на руках». Некоторые из созданных систем счисления были *позиционными*. Такими, например, являются индо-арабская десятич-

¹ Исторический путь развития понятия числа особенно важно знать педагогам-математикам: в науке существует теория, что каждый человек в своем развитии проходит все стадии развития человечества. Следовательно, в обучении математике целесообразно следовать историческому пути развития математических понятий.

ная система счисления, система счисления индейцев майя с основанием 20, шестидесятеричная система счисления древних вавилонян.

Геометрические фигуры. Уже на этапе зарождения математики были найдены некоторые классы геометрических фигур – квадрат, прямоугольник, треугольник, прямоугольный параллелепипед, шар и т.д.

Величина. Основные направления развития понятия величины.

Первое. Сначала человек учился измерению величин. Для этого надо было выбрать единицу измерения. В некоторых случаях измерение величины выбранной единицей давало натуральное число. Если же результат измерения не выражался натуральным числом, переходили к более мелкой единице измерения или выражали результат дробью. Так устанавливалась связь величин и чисел. Если это была геометрическая величина (длина, площадь, объем), то устанавливалась связь геометрических фигур и чисел. Таким образом, постепенно осознавались связи между всеми основными математическими понятиями – числом, величиной, фигурой.

Вычисление. С помощью наблюдений, опыта и элементарных рассуждений получены простейшие формулы (конечно же, в словесном, а не в алгебраическом виде). Так, в дошедших до нас древнеегипетских папирусах и древнеавилонских клинописных табличках содержатся формулы для вычисления площадей и объемов геометрических фигур: площади треугольника, круга, прямоугольника, ...; объема цилиндра, прямоугольного параллелепипеда, усеченной пирамиды с квадратными основаниями ...

Итак, нами рассмотрены главные направления развития на этапе зарождения математики основных математических понятий – числа, величины и геометрической фигуры – и выявлены известные к тому времени связи между ними.

Математические методы. Рассмотрим, как развивался второй важнейший структурный компонент математики – математические методы.

К математическим методам периода зарождения математики можно отнести:

- методы решения типовых арифметических задач, причем, типологизировались задачи не по методам их решения, а по фабуле¹ – задачи на сплавы, совместную работу, припек и т.п.;
- алгоритмы действий над натуральными числами и дробями;

¹ Некоторые из них до сих пор встречаются в современных учебниках математики.

- методы, которые можно назвать алгебраическими, – методы решения уравнений первой (Древний Египет, Древний Вавилон...), второй и даже более высоких степеней (Древний Вавилон, Китай...), задач на прогрессии (Древний Египет, Древний Вавилон, Индия...);

- можно считать вспомогательными методами решения локальных, прежде всего, вычислительных, задач разнообразные таблицы: квадратов, кубов, обратных величин и т.п.

Математические предложения и их доказательства. Некоторые математические предложения, в том числе, формулы на этапе зарождения математики известны не только в частном, но и в общем виде. Например, теорема Пифагора (Древний Египет, Древний Китай), формула решения квадратных уравнений (Древний Вавилон). Это не значит, что они явно формулировались, но все соответствующие им задачи практического содержания решались по единому алгоритму, совпадающему с современным. Однако они не являлись результатом логического обоснования, вывода, одним словом, доказательства.

Математические факты, в том числе те, которые мы называем математическими предложениями, появлялись в результате наблюдения, опыта. Эти эмпирические методы научного исследования, которые и доныне широко применяются в экспериментальных, в том числе, естественных, науках, были тогда основными методами получения математических результатов. На дальнейших этапах развития математики они практически полностью потеряли свое значение.

Что касается доказательств, то на этапе зарождения математики они полностью отсутствовали¹. Таким образом, отсутствие доказательств – основная черта математики периода ее зарождения. Вместо доказательства предлагалось: «Делай, как делается», а в Индии еще проще – рисунок и призыв: «Смотри!»

Выводы. Итак, мы обозначили хронологические рамки первого периода истории математики – периода ее зарождения; дали общую характеристику этого периода; охарактеризовали направления развития таких структурных компонентов математики, как математические понятия и

¹ Этим объясняется тот факт, что часть используемых в тот период математических результатов даже ложная. Так, в Древнем Египте считали, что площадь произвольного четырехугольника равна произведению полусумм длин противоположных сторон.

математические методы; показали, что основной чертой математики периода ее зарождения является отсутствие доказательств математических предложений.

3. Общая характеристика математической культуры Древних цивилизаций

Математика зарождалась в рамках культуры Древних цивилизаций. К ним можно отнести Древний Египет и Древний Вавилон, Древний Китай и Древнюю Индию, а также математическую культуру индейцев Древней Америки.

Когда и где они возникли?

Хронология: все они возникли примерно в одно время – в 4-м тысячелетии до н.э.

Ареалы: естественно, древние цивилизации возникли там, где были наиболее благоприятные климатические условия для жизни человека – в субтропиках, на берегах великих рек. К сожалению, знания о математической культуре древних цивилизаций мы можем получить только из сохранившихся письменных источников. Поэтому наши знания весьма приблизительны, более того, возможна их корректировка в связи с обнаружением новых источников информации.

Сравним возможности сохранения письменных источников в различных цивилизациях. Для этого укажем материальные носители информации и системы знаков, сведя их в таблицу 1.

Таблица 1.

Древняя цивилизация; названия рек	Материальный носитель информации	Система знаков
Древний Египет; Нил	Папирус	Иероглифы
Древний Вавилон; Тигр и Евфрат	Керамические таблички	Клинопись
Древняя Индия; Инд и Ганг	Листья, кора	Символы
Древний Китай; Янцзы, Хуанхэ	Бамбук, шелк, бумага	Иероглифы
Древние майя, ацтеки, инки	Камень, бумага	Символы

На первый взгляд представляется, что наиболее долговечные источники информации – керамические таблички Древнего Вавилона и каменные письменные источники (знаменитые «иероглифические лестницы», стелы и колонны майя).

Однако кроме природных факторов на сохранность древних артефактов влияют условия их хранения, как и отношение современников к письменным источникам. Так, такие ненадежные, казалось бы, артефакты, как папирусы Древнего Египта, прекрасно сохранились внутри пирамид в свинцовых «тубах». В то же время по воле правителей (Древний Китай, Цинь Ши Хуанди) или церковных иерархов (народность Майя, христианский миссионер и конкистадор Диего де Ланда) источники математической культуры безжалостно уничтожены. Об этом подробнее мы расскажем в соответствующих разделах учебного пособия.

Более того, на сохранность письменных источников влияет и непрерывность традиции. Так, китайские книги были позже с громадным трудом, но восстановлены. Артефакты же культуры древних вавилонян, в том числе математические, после исторических катаклизмов в течение многих веков были неизвестны, и только в XIX в. началось их изучение.

Несмотря на географический разброс стран и в некоторых случаях невозможность их непосредственных контактов, можно говорить об общих особенностях математики древних цивилизаций. К ним мы относим:

- Зависимость наших знаний от сохранившихся памятников письменности.
- Общность содержания математических знаний разных цивилизаций при резком отличии их формы. Это говорит о том, что математика развивалась примерно одинаково в разных ареалах в силу сходных потребностей человечества в математических знаниях. Однако каждая культура (письменность, прежде всего) обуславливала оригинальную форму изложения практически одинакового математического содержания.
- Консерватизм культур древних цивилизаций приводил к передаче знаний от поколения к поколению практически в неизменном виде, что затрудняло их более активное развитие и усложняло впоследствии точную датировку.

- Практический характер математики древних цивилизаций. Письменные математические источники каждой из них содержали преимущественно условия практических задач и алгоритмы их решения.

- Чаще всего письменные источники математической культуры представляют из себя не оригинальные математические произведения, а аналоги учебных пособий.

- Отсутствие попыток обоснования математических фактов.

Перейдем к более подробной характеристике каждой из математических культур древних цивилизаций, придерживаясь следующей структуры: географическое положение, хронология, письменные источники, особенности математического содержания, значение для развития математики.

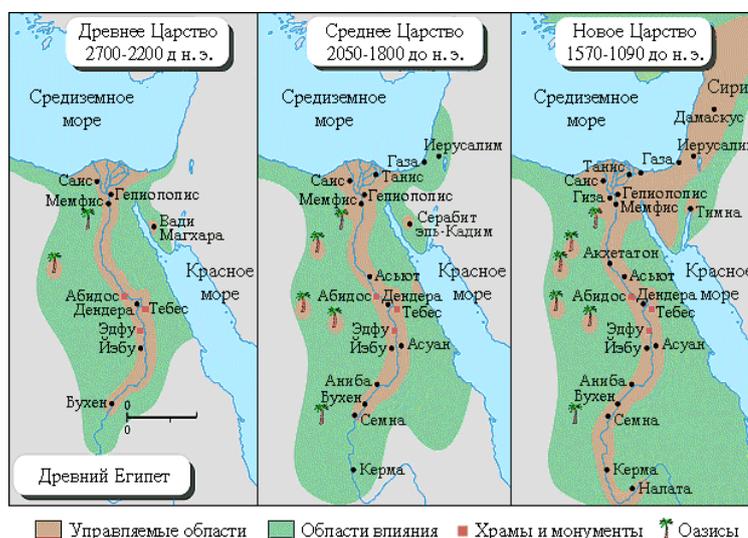
4. Математика древних цивилизаций Северной Африки и Ближнего Востока

К древним цивилизациям, имеющим высокую математическую культуру, мы, прежде всего, относим Древний Египет, располагавшийся в северной Африке, и Древний Вавилон, занимавший территорию так называемого Междуречья – долину ближневосточных рек Тигра и Евфрата. Это объясняется тем, что именно они (особенно первая) легли в основу математики Древней Греции, которая, в свою очередь, является основой современной математики.

4.1. Математика Древнего Египта

Географическое положение. Древний Египет располагался на северо-востоке Африканского континента, в долине реки Нил, преимущественно на территории современного Египта

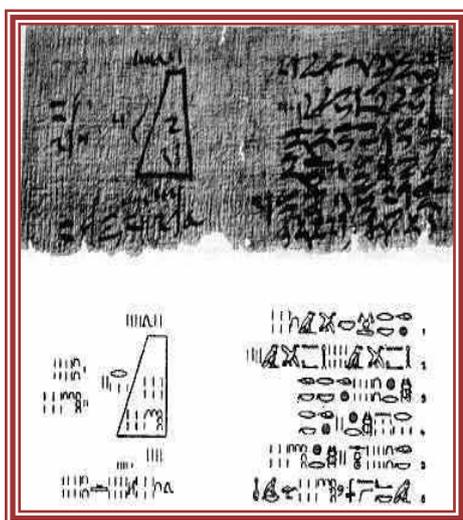
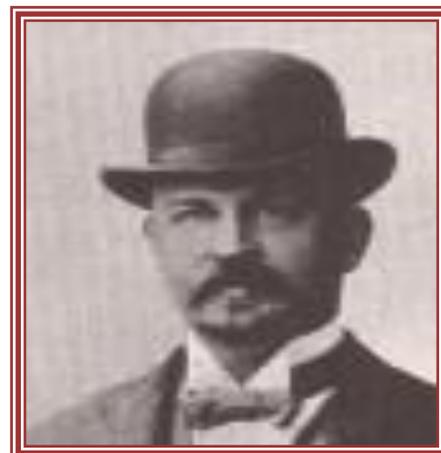
Хронология. Точных хронологических данных возникновения математической культуры Древнего Египта, естественно, не сохранилось. Однако по развитию в Древнем Египте земледелия, архитектуры,



отчетности и т.п. можно сделать вывод, что она зародилась в IV тысячелетии до нашей эры.

Письменные источники. Древние египтяне имели иероглифическое письмо и писали на изобретенном ими папирусе, изготовленном из одноименного тростника. Наиболее ценными для истории математики являются Московский папирус (≈ 1850 г. до н.э.) и папирус Райнда (писца Ахмеса) (≈ 1550 г. до н.э.).

Московский папирус является самым древним письменным памятником египетской математики. Название его связано с тем, что в 1893 г. он приобретен русским египтологом Владимиром Семеновичем Голенищевым, который предпринял несколько экспедиций в Египет, собрав уникальную коллекцию древнеегипетских артефактов. С 1912 г. математический папирус Голенищева, как и вся коллекция, хранится в Москве, в Музее изобразительных искусств им. А.С. Пушкина. Размер его – 544 см. на 8 см. Содержит решения 25 задач.



Пример. В задаче, приведенной на фрагменте № 14, правильно вычислен объем усеченной пирамиды с квадратным основанием. □

Папирус Райнда приобретен английским собирателем Генрихом Райндом в 1858 г. Хранится в Британском музее. Размеры 544 см. на 32 см. Содержит 85 задач. Представляет собой конспект писца-учителя Ахмеса, о чем говорит его название.

Название папируса Райнда:

«Наставление, как достигнуть знания всех темных вещей ... (вырван кусок папируса) ... всех тайн, которые скрывают в себе вещи. Сочинение это написано в 33-м году и 4-м месяце времени вод в царствование

фараона Ра-А-Ус со старых рукописей времен фараона ... (вырван кусок папируса) ... ат. Писец Ахмес написал это».

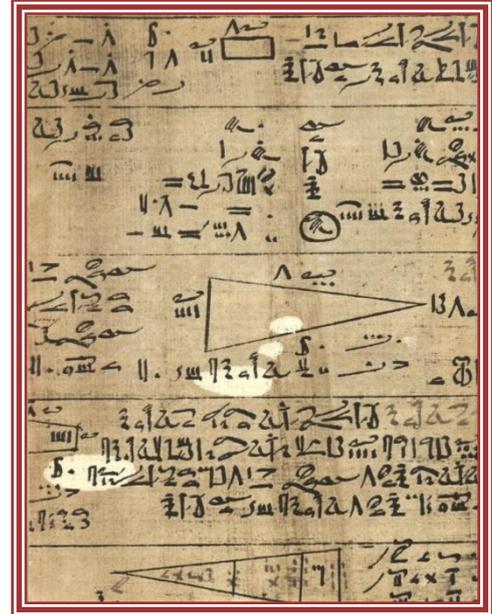
Цит. по тексту дисс. В.В.Бобынина «Математика древних египтян по папирусу Райнда» (М., 1880). □

Рассмотрим фрагмент папируса Райнда.

В верхней части папируса дается «пример расчета площади прямоугольного участка земли размером 10 хетов на 2 хета».

Вторая задача сверху – вычисление площади «круглого поля» с периметром 9 хетов.

Другие задачи показывают, как вычислять площади полей, имеющих форму треугольника, трапеции, частей треугольника.

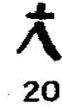
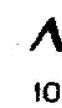
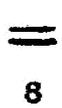
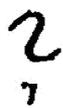
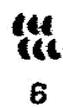
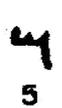
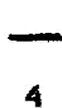


Особенности математики Древнего Египта.

Система счисления древних египтян. Будем ее, как и все другие системы счисления древних, характеризовать четырьмя словами: ареал, характер знаков, основание, позиционность или ее отсутствие, наличие 0. Таким образом, мы имеем дело с древнеегипетской иероглифической десятичной непозиционной системой счисления без 0. Числа вида 10^n ($n=1, \dots, 7$) изображались индивидуальными символами.

1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000
1	∩	∞	⋈	∪	∪	⋈	∞

Покажем, как можно записать числа в этой системе счисления. В первой строке записаны числа в наиболее древней чисто иероглифической системе счисления, во второй – числовой алфавит более поздней, сокращенной, так называемой иератической системе счисления.



Арифметика, ее аддитивный характер.

Сложение и вычитание небольших чисел выполнялось так же, как и сейчас. Сложение – присчитыванием единиц с заменой десяти символов одного разряда символом следующего разряда. Вычитание – отысканием числа, которое надо прибавить к вычитаемому, чтобы получить уменьшаемое.

А вот при умножении использовался аддитивный принцип. Не надо было знать таблицу умножения, достаточно уметь удваивать и складывать.

Пример. 18×14
1 - 14
2 - 28
4 - 56
8 - 112
16 - 224

Вместе 252. □

Деление выполнялось как действие, обратное умножению.

Интересно, что Лев Толстой в своей Яснополянской школе использовал именно такой метод умножения.

Обыкновенные дроби.

Все дроби в древнеегипетской математике необходимо было свести к сумме так называемых основных, то есть аликвотных (с числителем 1) и $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$. Для последних существовали особые знаки. В папирусе Райнда дана специальная таблица разложения дробей на сумму основных. С нашей точки зрения это совершенно бессмысленная задача. Однако она заимствована древними греками и применялась не только в эпоху эллинизма, но и в средние века. Такова сила традиции.

Алгебра древних египтян.

Часть задач в древнеегипетских математических папирусах сводится к решению линейного уравнения с одним неизвестным. Неизвестное обозначалось специальным иероглифом, означавшим «кучу» (хау). По сути это аналог множества с неопределенным числом элементов. Поэтому алгебра древних египтян называется «исчислением кучи» или «хау-исчислением».

В папирусе Райнда 15 такого рода задач, в Московском папирусе – 3.

Пример. Найти число, если известно, что от прибавления к нему $\frac{2}{3}$ его и вычитания от полученной суммы ее трети получается число 10.

Ответ: 9. □

Особенность этой задачи состоит в том. Что здесь мы имеем дело не с практической, а с чисто математической задачей с отвлеченными числами, что нехарактерно для текстов древних цивилизаций. Конечно, и способы ее решения не совпадают с современными. Древние математики чаще всего пользовались методом «ложного положения». Не вникая в его тонкости, заметим, что он сводится к приданию искомому числу «ложного» (относительно произвольного) значения, находили искомое с помощью пропорций.

Наибольший интерес с алгебраической точки зрения вызывает задача 79 из папируса Райнда.

Задача. У семи лиц по семи кошек, каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из каждого колоса может вырасти по семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?

Ответ: геометрическая прогрессия из пяти членов с первым членом 7 и знаменателем 7. 19 607. □

Чем же она интересна? Во-первых, это задача на геометрическую прогрессию, то есть чисто алгебраическая задача. Надо сказать, что во мно-

гих математических культурах Древних цивилизаций присутствуют такого рода задачи. Это связано, скорее всего, что человечеству необходимо было решать задачи, связанные с размножением (количество овец в стаде через какое-то время, урожай зерновых и т.п.) Во-вторых, это задача тоже чисто математическая, лишь облаченная в практическую форму. В-третьих, мы ее называем «задачей-путешественницей», так как она в близких редакциях содержится в старинных математических книгах.

Примеры. 1. Леонардо Пизанский, «Книга абака», XIII в.

Задача. 7 старух направляются в Рим. У каждой старухи по 7 мулов, на каждом из которых по 7 мешков, в каждом из которых по 7 хлебов, при каждом из которых по семи ножей, каждый из которых в 7 ножнах. Сколько всего предметов?

2. Средневековые русские рукописи.

Задача. Идет 7 баб. У всякой бабы по 7 посохов, на всяком посохе по 7 сучков, на всяком сучке по 7 кошелей, во всяком кошеле по 7 пирогов, во всяком пироге по 7 воробов, во всяком воробе по 7 пупков. И всего?

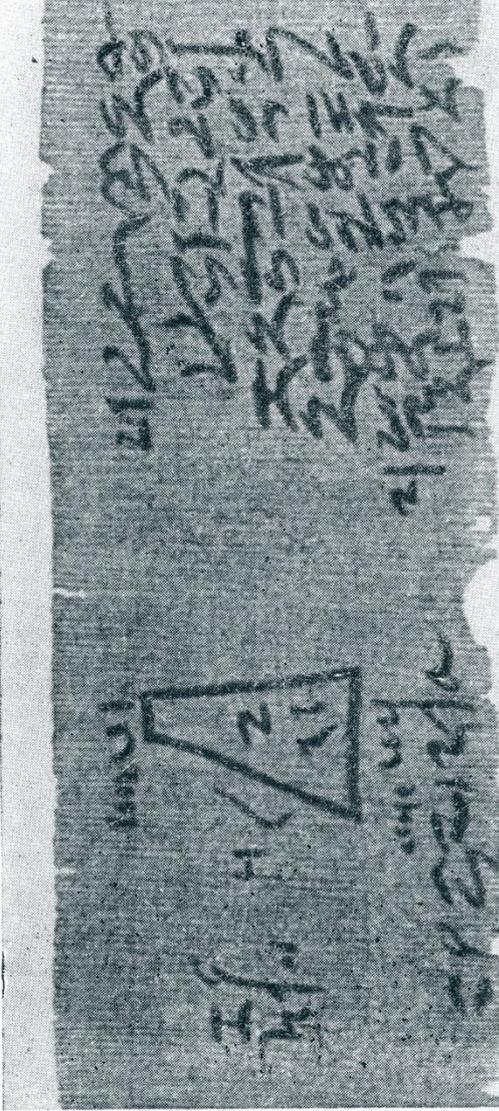
□

Геометрия древних египтян

Многие задачи древнеегипетских папирусов геометрические. Это закономерно, так как математика в Древнем Египте возникла во многом из-за своенравного поведения Нила, который размывал границы земельных участков и их приходилось восстанавливать заново. Древним египтянам были известны «формулы» площади прямоугольника, треугольника, трапеции, круга с вполне приличным $\pi \approx 3,1605$.

Самый замечательный результат древнеегипетской геометрии – «формула» объема усеченной пирамиды с квадратными основаниями. Она не имеет аналогов в математике древних и является одной из загадок великой египетской цивилизации.

Покажем на этом примере, что значит «формула» в древнеегипетской и других древних математиках.

Фрагмент Московского папируса с решением задачи	Соответствующий русский текст	Методика обучения решению задачи
	<p>Если тебе называют усеченную пирамиду 6 локтей в высоту, 4 (локтей) в нижней стороне, 2 в верхней стороне, вычисляй с этой 4, возводя ее в квадрат. Получается 16. Удвой 4; получается 8. Вычисляй с этой 2, возведя ее в квадрат; получается 4. Сложи эти 16 с этими 8 и с этими 4; получается 28. Вычисли 3 от 6; получается 2. Вычисли 28 2 раза; получается 56. Смотри: она есть 56. Ты нашел правильно!</p>	<p><i>Условие:</i> Если тебе называют усеченную пирамиду 6 локтей в высоту, 4 (локтей) в нижней стороне, 2 в верхней стороне.</p> <p><i>Алгоритм</i></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вычисляй с этой 4, возводя ее в квадрат. Получается 16. 2. Удвой 4; получается 8. 3. Вычисляй с этой 2, возведя ее в квадрат; получается 4. 4. Сложи эти 16 с этими 8 и с этими 4; получается 28. 5. Вычисли 3 от 6; получается 2. 6. Вычисли 28 2 раза, получается 56. <p><i>Ответ.</i> Смотри: она есть 56.</p> <p><i>Метод стимулирования.</i> Ты нашел правильно!</p>

Если сравнить алгоритм решения задачи с современной формулой $V = \frac{1}{3}h(a^2 + ab + b^2)$, то он полностью с ней совпадает. Задача решена верно. □

Таким образом, мы убедились в том, что древние египтяне пользовались верными приемами вычисления площадей и объемов, записывая «формулы» словесно, без использования символики.

Выводы. Итак, о содержании математики Древнего Египта мы судим по сохранившимся письменным источникам – математическим папирусам, содержащим задачи и алгоритмы их решений, которые часто иллюстрируются чертежами.

Система счисления древних египтян – иероглифическая, десятичная, непозиционная, без нуля. Непозиционность и отсутствие нуля позволяет оценивать ее как не самую эффективную из систем счисления древних. Тем не менее, она позволяла производить арифметические действия над натуральными числами и обыкновенными дробями и иметь достаточно точные приближения чисел.

Древнеегипетская арифметика достаточно тяжеловесна в силу того, что любую дробь следовало представить в виде суммы основных, в число которых входят $2/3$, $3/4$ и аликвотные дроби, то есть дроби вида $\frac{1}{n}$. Эта традиция, несмотря на сомнительную целесообразность, сохранилась в Древней Греции и даже в средневековой Европе.

Элементы алгебры Древнего Египта представляют из себя так называемое «исчисление кучи» или «хау-исчисление», в котором имеется специальный иероглиф для обозначения неизвестного. При решении такого рода задач используется так называемый метод «ложного положения». В математических папирусах Древнего Египта представлены даже задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

Наиболее развитой представляется геометрия Древнего Египта. Подавляющее большинство задач математического папируса – это задачи на вычисление площадей и объемов, словесные «формулы» которых в основном верны. Наиболее выдающийся результат – формула вычисления объема правильной усеченной пирамиды с квадратными основаниями, которая не встречается ни в одной математической культуре древних.

4.2. Математика Древнего Вавилона.

Географическое положение. Древний Вавилон располагался в междуречье Тигра и Евфрата, на территории современного Ирака. На рисунке представлена карта территории Древнего Вавилона в XVIII. До н.э.

Хронология древневавилонской математической культуры практически совпадает с хронологией Древнего Египта: ее корни уходят в IV тысячелетие до нашей эры, древнейшие сохранившиеся артефакты древневавилонской математики датируются примерно XX в. до н.э.

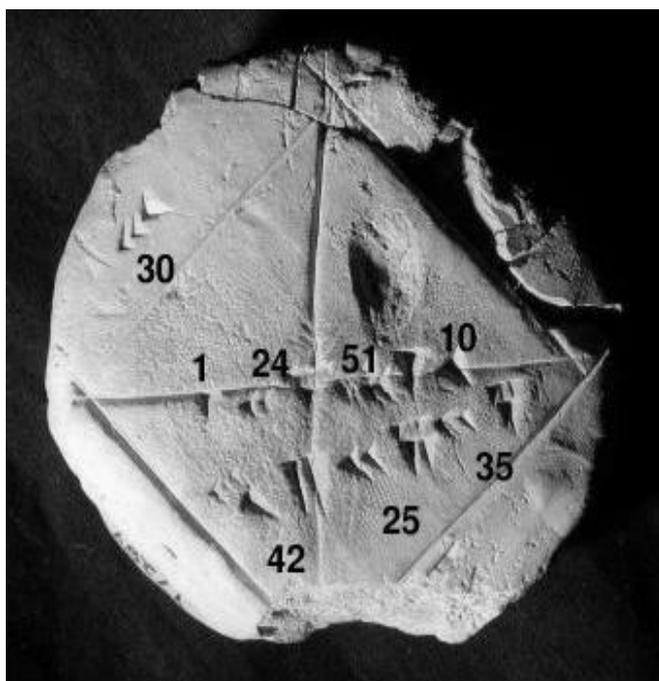
Письменные источники. Источниками изучения древневавилонской математики являются математические клинописные тексты. Они обнаружены в процессе археологических раскопок в середине XIX в. Расшиф-

ровка их потребовала значительных усилий, которые были вознаграждены тем, что человечество имеет значительное число артефактов, позволяющих составить вполне адекватное представление о древневавилонской математике.

Клинописные тексты выполнены на плитках из сырой глины специальными палочками из бамбука или кости, имеющими формуной призмы и оставляющие клинообразный след. Затем плитка высушивалась или обжигалась. ной из экспедиций в конце XIX в. найдена огромная библиотека, занимавшая более 80 комнат, обнаружены школьные помещения, в которых сохранились учебные пособия, в том числе по математике.



За годы исследований и расшифровки введены в научный оборот около 250



математических клинописных текстов, из которых примерно 200 содержали числовые цы. Среди них – таблица умножения от 1 до 60, таблица квадратов до 60^2 , кубов до 323, квадратных корней, обратных величин, даже таблица чисел вида n^3+n^2 . Остальные 50 математических клинописных табличек – задачи с решениями или без них. Общее число решенных задач доходит до 500.

Математическая табличка (≈1800-1600 г. до н.э.) с вычислением $\sqrt{2} \approx 1 + 24/60 + 51/60^2 + 10/60^3$

Большинство дошедших до нас математических клинописных текстов, так же как из-

вестные египетские математические папирусы, предназначались для целей школьного обучения. Об этом говорят постоянные обращения к обучающемуся типа: «прибавь», «поступай при твоём решении так» и т.п.

Особенности математической культуры древнего Вавилона

Система счисления древних вавилонян является клинописной, шестидесятеричной, позиционной, без нуля. Заметим, что все составляющие этой системы совершенно уникальны:

- Для записи чисел, как и письменности вообще, использовалась клинопись¹, причем, в поразительно компактном виде: один вертикальный клин обозначал 1, а также 60, 3600 и т.д.; другой клин в виде скобки обозначал 10. Этого было достаточно для обозначения всех 59 цифр.

¹ Следует отметить, что клинопись являлась чрезвычайно компактным видом письменности. Пример: один из текстов, помещенный на табличке 5x5 см при транскрипции его латинскими или русскими буквами занимает не менее 70 строк, перевод же на русский язык занимает более 2,5 страниц.

1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎵	41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶	51	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎵𐎶𐎶	22	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	32	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	42	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎵	52	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	23	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	33	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	43	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵	53	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	24	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	34	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	44	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	54	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	25	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	35	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	45	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶	55	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	26	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	36	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	46	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	56	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	27	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	37	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	47	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	57	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	28	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	38	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	48	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	58	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	29	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	39	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	49	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	59	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
10	𐎶	20	𐎶𐎶	30	𐎶𐎶𐎶	40	𐎶𐎶𐎶𐎶	50	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶		

- Для записи числа, большего 60, использовался позиционный принцип. Древние вавилоняне, по-видимому, первыми в истории человеческой цивилизации сделали это гениальное открытие, к которому мы так привыкли, что не замечаем его гениальности.

- Основание 60 – единственное в своем роде в истории человечества. Существует несколько гипотез такого выбора. Наиболее вероятной считается та из них, которая имеет социальный характер. При слиянии двух народов с денежными единицами, в основании которых лежали 6 и 10, в процессе торговли появилась общая денежная единица 60, которая стала и основанием системы счисления.

- Возникает вопрос: как такая совершенная система обходилась без 0? Ответ на поверхности: необходимость нуля для обозначения отсутствия разряда появляется в древневавилонской системе счисления очень редко, начиная с $60^2 = 3600$. Обычно из контекста задачи было ясно, о какой степени 60 идет речь. Более того, в поздних клинописных математических текстах встречаются и обозначения для 0.

Следы шестидесятеричной нумерации сохранились до наших дней. В этой системе счисления мы считаем время (1 час=60 минутам, 1 минута= 60 секундам) и угловые градусы (1 градус=60 минутам=3600 секундам)

Арифметика древних вавилонян. В Древнем Вавилоне были разработаны правила арифметических действий с целыми числами и обыкновен-

ными дробями. Как и в Египте, особую роль играли аликвотные дроби, которые, как станет ясно чуть позже, использовались при делении.

Для умножения использовались таблицы умножения. Сомнительно, что такую таблицу можно было запомнить как современную десятичную. Попробуйте запомнить, например, результат умножения 57 на 48. А таких чисел нужно было запомнить 1700! Так как при археологических раскопках было обнаружено значительное количество клинописных табличек с таблицей умножения, вавилонские вычислители и ученики, по всей видимости, пользовались ими как справочным материалом. Операция деления сводилась к умножению на обратное число с помощью соответствующей таблицы.

Шестидесятеричные дроби. Позиционный принцип был распространен и на дроби: обыкновенные дроби не имели широкого распространения, при вычислениях использовались преимущественно шестидесятеричные дроби. Они аналогичны нашим десятичным с той разницей, что основанием системы служит не 10, а 60.

Система шестидесятеричных дробей является замечательным достижением вавилонской математики. Греческие астрономы заимствовали ее у древних вавилонян, откуда она стала известна и европейским математикам средневековья, применявшим ее вплоть до открытия в конце XVI в. десятичных дробей. Возможно, система шестидесятеричных дробей сыграла в этом случае роль образца.

Алгебра древних вавилонян. Большинство древнеавилонских задач сводится к алгебраическим уравнениям первой и второй степеней с одним неизвестным. Распространены также задачи, приводящие к системам двух уравнений с двумя неизвестными, состоящих из одного уравнения первой степени и одного уравнения второй степени.

Примеры. 1. «Я вычел из площади сторону моего квадрата, это 14,30».

Задача сводится к решению уравнения $x^2 - x = 14,30^1$

2. Длину и ширину я перемножил и площадь получил. Затем избыток длины над шириной я прибавил к площади; 3,3 получилось у меня. Затем длину и ширину сложил: 27. Спрашивается длина, ширина и площадь². □

¹ Имеется в виду $14 \times 60 + 30 = 870_{10}$. Впрочем, 60 может быть заменено 60 в любой степени, в том числе отрицательной.

² Поскольку $(3,3)_{60} = 3 \times 60 + 3 = 180$, то речь идет о системе уравнений
$$\begin{cases} xy + x = 183 \\ x + y = 27 \end{cases}$$

Среди задач встречаются и чисто математические, не имеющие практического содержания. Возможно, они предназначены для нужд обучения методам решения, которые сводились к достаточно громоздким, но верным алгоритмам.

Примеры. 1. Найти два числа, сумма которых 14, а произведение 45.

2. Решить квадратные уравнения:

$$x^2 + 6x = 16,$$

$$7x^2 + 6x = 1. \quad \square$$

На вавилонских клинописных табличках есть задачи, сводящиеся к кубическим, биквадратным и даже бикубическим уравнениям, задачи на проценты, задачи, использующие формулу суммы арифметической прогрессии. Например, в одной из задач требуется по данной величине уплачиваемых за год процентных денег определить величину капитала.

Геометрия и астрономия древних вавилонян.

Одна из особенностей вавилонской математики – тесная связь геометрических задач с алгеброй. Выше приведены примеры такого рода задач геометрии, решаемых с помощью уравнений и их систем. Древние вавилоняне умели находить площади и объемы многих простейших фигур.

Еще в глубокой древности вавилонянам была известна теорема Пифагора. Сохранились задачи из текстов середины второго тысячелетия до н.э., облеченные в форму технических задач из области строительного и военного дела, многие из которых решались с помощью теоремы Пифагора.

Значительное количество задач связано со свойствами окружности. Так, вавилоняне знали, что угол, опирающийся на диаметр, прямой. В то же время они использовали грубое даже в сравнении с египтянами приближение числа $\pi = 3$.

В вавилонской астрономии математика играла основную роль по сравнению с наблюдениями. Вавилоняне решали задачи об измерении углов и даже использовали тригонометрические соотношения, связанные с астрономией, которая была чрезвычайно развитой. Вавилоняне не только вели регулярные астрономические наблюдения, но и составляли так называемые эфемериды¹, предсказывали астрономические события, например,

¹ Таблицы положения небесных тел и других астрономических величин.

затмения. Основным математическим средством вычисления эфемерид была арифметическая прогрессия.

Наиболее характерными достижениями вавилонской астрономии являются теории движения солнца и луны; зодиак, состоящий из 12 участков по 30° ; полный список затмений.

Большое развитие в Древнем Вавилоне получила астрология. Используя математику, вавилоняне составляли гороскопы, предсказывали будущее людей, народов, исход значимых событий, например, войн. Есть мнение, что именно Древний Вавилон является родоначальником астрологии.

Таким образом, геометрия древних вавилонян, как и астрономия, была тесно связана с их высоким вычислительным искусством и хорошо развитой алгеброй.

Выводы. Итак, о математике Древнего Вавилона мы судим по многочисленным хорошо сохранившимся письменным источникам – клинописным математическим текстам, содержащим разнообразные математические таблицы, а также задачи, преимущественно практического характера, и их решения.

Система счисления древних вавилонян, несмотря на громоздкое основание, является одной из самых совершенных в древних цивилизациях. Она клинописная, шестидесятеричная, позиционная, без нуля. Эта система счисления распространена и на шестидесятеричные дроби, которые являются полным аналогом современных десятичных дробей. Все это обеспечило высокое вычислительное искусство древних вавилонян.

Уникальна алгебра древних вавилонян, которые решали не только линейные и квадратные уравнения, но и их системы, кубические, биквадратные уравнения. Широко использовались ими для решения разнообразных задач арифметическая и геометрическая прогрессии, проценты.

Древние вавилоняне знали многие геометрические факты, например, теорему Пифагора, теорему об угле, опирающемся на диаметр. Они умели решать задачи на вычисление площадей и объемов. Тем не менее, при решении геометрических, как и астрономических, задач использовалось высокое вычислительное искусство и алгебраические методы. Таким образом, геометрия и астрономия арифметизировались и алгебраизировались.

Астрономія, добившись очень високих результатів, прежде всего благодаря ее математизації, розвивалась паралельно с астрологією, котора, по всей видимості, и зародилась в Древнем Вавилоне.

5. Математическая культура Юго-Восточной Азии в древности и в средние века

Сразу же отметим, что математическая культура древних Индии, Китая и индейцев Мезоамерики будет нами рассматриваться не только в период их зарождения, но и в средние века. Это обусловлено тем, что, несмотря на высокое развитие, эти народы и в средние века полностью не овладели методом доказательства, ограничиваясь чаще всего чертежами, обосновывающими математические факты.

Они практически игнорировали аксиоматический метод. Кстати, это объясняется, скорее всего, тем, что их математика носила во многом алгебраизированный характер, в то время как математика древних греков, изобретших аксиоматический метод, излагалась преимущественно на геометрическом языке. Это говорит о том, что эти народы окончательно не перешли ко второму периоду развития математики – периоду математики постоянных величин или элементарной математики.

Географическое положение. Древняя Индия располагалась на полуострове Индостан, в долинах рек Инда и Ганга. Древний Китай – на юго-востоке Евразии, на берегах рек Янцзы и Хуанхэ.



5.1. Математика древней и средневековой Индии.

Хронология, письменные источники. Наиболее ранние сведения относятся к эпохе Индской цивилизации (бассейн одноименной реки). Эта культура датируется серединой третьего тысячелетия до н.э. Самые древние археологами надписи не расшифрованы, поэтому судить об уровне математических знаний проблематично. Дальнейшие сведения о математической культуре Древней Индии относятся ко II-I тысячелетиям до н.э. – к ведийскому¹ периоду. Математические сведения являются фрагментами философско-религиозных книг (сутры², веды). Наиболее лучшим образом они представлены в «Сульвасутре» (Правила веревки).

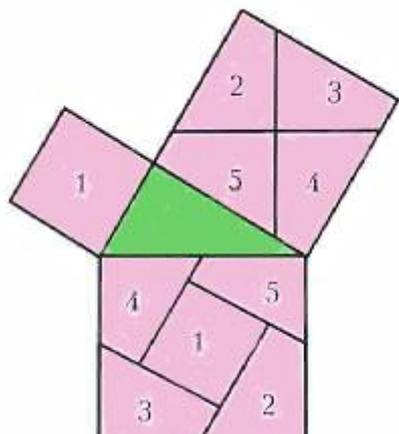


Рисунок из Сульвасутры

Тексты «Сульвасутры» дошли до нас в нескольких редакциях и датируются серединой I тысячелетия до н.э.

В конце первого тысячелетия до н.э. и в первых веках нашей эры интенсивно развивались математика и астрономия. Частично сохранились «Сиддханты» (учения) первых веков нашей эры. В них содержится много заимствований из греческой математики.³ К сожалению, основные математические трактаты, дошедшие до нас, относятся к более позднему времени.

Большинство из них написаны на санскрите – языке науки. Многие труды математиков Древней Индии изложены в стихах с целью более легкого заучивания правил.

¹ «Веды» - «Знания»

² «Сутры» - «правила»

³ Научные связи Греции и Индии особенно укрепились после завоеваний Александра Македонского, который, как известно, дошел до Ганга.

Наиболее плодотворным периодом развития индийской математики является период с V по XV в. Расцвет индийской математики связан с трудами математиков V-VII вв. Ариабхаты, Брахмагупты, Бхаскары и др. Надо признать, что в это время в индийской математике широко использовались и доказательства. Так, например, была доказана теорема Пифагора. Однако, видимо в связи с тем, что приоритетом индийской математики являлись алгебра и тригонометрия, аксиоматический метод в математике по-прежнему не использовался.



Системы счисления.

Ни в одной стране в древности не существовало такого количества систем счисления, как в Индии. К ним относились непозиционные системы, например, числа Брахми; словесные – позиционная и непозиционная, алфавитная непозиционная, числовая непозиционная. Основание систем – чаще всего 10. Характерно наличие развитой терминологии для обозначения степеней 10 до 10^{53} . Приведем примеры индийских систем счисления.

Числа Брахми. Появление чисел Брахми датируется X-VI вв. до н.э. Это десятичная система счисления без позиционных обозначений. Они имели особые знаки для каждого из чисел 1, 2, 3, ..., 9, 10, 20, 30, ..., 100, 200, 300, ..., 1000, 2000, ... Записывались слева направо. Существует теория, что в качестве исходных знаков использовались буквы санскритского алфавита.

Словесные системы счисления. Индия была единственной страной, где словесная система нумерации получила большое распространение и применяется до настоящего времени. Сущность: цифры заменялись словами. Не входя в детали, приведем лишь примеры обозначений цифр.

Примеры. Цифра 1 заменялась словами, обозначающими предметы, встречающиеся только в единственном числе (луна, земля, ...). Цифра 2 – словами, обозначающими предметы, встречающиеся попарно (близнецы, глаза, ноздри, ...).

К словесным системам применялся и позиционный принцип.

Десятичная позиционная система счисления. Эта система счисления включает в себя:

- 1) мультипликативную форму записи,
- 2) позиционный принцип,
- 3) нуль для обозначения отсутствующих разрядов,
- 4) число 10 в основании.

Все эти составные части уже имелись в индийской математике. Мультипликативная форма записи – в числах Брахми. Позиционный принцип и нуль (в разных видах, в том числе в виде маленького кружка) для обозначения отсутствующего разряда – в словесной и алфавитной нумерации. Как уже говорилось, 10 лежит в основании большинства индийских нумераций.

Таким образом, древнеиндийские системы счисления оказали непосредственное влияние на возникновение десятичной позиционной нумерации, которая была создана не позднее VI в. н.э.

Индийские цифры в письме деванагари¹

० १ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९

Индийцы первыми разработали правила арифметических действий в десятичной позиционной системе счисления – сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в квадрат и куб и извлечение квадратного и кубического корней. Вычисления производились на счетной доске, покрытой песком или пылью. Числа записывались заостренной палочкой. Промежуточные вычисления приходилось стирать.

В середине VII в.¹ сведения о десятичной

ЭВОЛЮЦИЯ ИНДИЙСКИХ ЦИФР

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
XII век	1	११	११	११	११	११	११	११	११	०
Ок.1294	1	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Ок.1360	1	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Ок.1442	1	२	३	४	५	६	७	८	९	०
Ок.1480	1	२	३	४	५	६	७	८	९	०

¹ Деванагари – одна из наиболее принятых в Индии систем письменности.

позиционной системе проникают в близлежащие страны. Арабские математики, начиная с VIII в., оценили ее преимущества и приблизительно с XI в. начали ее распространение² на весь ареал своих завоеваний (все Средиземноморье, включая Пиренеи). Мы сейчас по праву называем десятичную позиционную систему счисления индо-арабской, хотя честь изобретения ее принадлежит индусам, а распространения – арабам.

Дроби.

Еще в середине II тысячелетия до н. э. в Индии упоминаются такие дроби, как $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{16}$. Индийцы записывали дроби так, как это делается и сейчас: числитель над знаменателем, но без дробной черты. Дроби отделялись друг от друга вертикальными и горизонтальными линиями. Существовали специальные знаки для действий с дробями. Правила действий практически не отличались от современных.

Алгебра. Выдающимся достижением индийских математиков было создание развитой *алгебраической символики*. У них впервые появились особые знаки для неизвестных величин, свободного члена, степеней, арифметических действий. Большинство символов представляет собой первые слоги соответствующих санскритских терминов. Знака равенства не было: обе части уравнения, например, писали в две строки так, чтобы одинаковые степени стояли друг под другом.

Задачи на пропорции. В индийских математических текстах встречаются задачи на простое и сложное тройное правило, пропорциональное деление, правило смешения, простые и сложные проценты, прогрессии. Одни из них имели непосредственное практическое значение, другие составлялись для упражнения и развлечения. Правила решения такого рода задач были заимствованы учеными стран ислама, а через них – европейцами.

Решение уравнений. Уже в ранних индийских математических текстах – «Ведах», «Сульвасутре» – встречаются задачи на квадратные уравнения. Решение же их, видимо, впервые представлено у Ариабхаты. Брахмагупта сформулировал общее правило решения квадратных уравнений, но

¹ Первым свидетельством этого является запись в рукописи 662 г. сирийского епископа Севера Себохта, жившего в одном из монастырей в верховьях Евфрата: «Я не стану касаться науки индийцев... их системы счислений, превосходящей все описания. Я хочу лишь сказать, что счет производится с помощью девяти знаков».

² Первый известный в Европе арифметический трактат Аль-Хорезми посвящен десятичной позиционной системе счисления.

еще не говорит о двух корнях. Бгаскара уже формулирует условие существования двух положительных корней. Во времена этих знаменитых индийских математиков решались специально подобранные уравнения третьей и четвертой степеней. Крупных успехов индийские математики достигли и в решении неопределенных уравнений. Решались математиками Древней Индии и системы уравнений.

Пример. Стоимость 9 лимонов и 7 лесных яблок равна 107, стоимость 7 лимонов и 9 яблок равна 101. О математик! Быстро назови мне цену лимона и лесного яблока. □

Бесконечные ряды. Отдельные примеры арифметических и геометрических прогрессий имеются еще в «Ведах». Ярким примером этого является задача-легенда о шахматной доске и зернах.

В трудах индийских математиков V-VII вв. приводятся правила суммирования квадратов и кубов чисел, членов арифметической прогрессии. В более поздних трактатах XV-XVI вв. содержатся правила разложения синуса и косинуса и даже арктангенса в бесконечные степенные ряды. Таким образом, индийские ученые пред-

восхитили многие результаты, полученные в Европе лишь в XVII-XVIII вв.

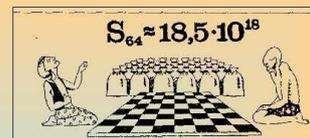
Комбинаторика. Индийцы проявляли большой интерес к комбинаторике, что во многом объясняется особенностями ведийского стихосложения, которое широко использовалось в научных, в том числе математических, сочинениях. Еще во втором в. до н.э. индийские математики не только могли вычислять значения C_n^m , но и знали соотношение:

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n.$$

В дальнейшем индийские математики рассматривают различные приемы вычисления перестановок и сочетаний.

Пример. Повар готовит различные блюда с шестью вкусовыми оттенками: острым, горьким, вяжущим, кислым, соленым, сладким. Друг, скажи, каково число всех разновидностей? □

Задача-легенда



Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую — 2 зерна, за третью — 4 зерна и т. д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой и приказал выдать ему такую «скромную» награду. Стоит ли царю смеяться?

Отрицательные и иррациональные числа.

Начиная с VII в. н. э. индийские математики систематически пользовались *отрицательными числами*, трактуя положительные в качестве имущества, отрицательные – долга¹. Брахмагупта приводит все правила арифметических действий над отрицательными числами, ему известна двузначность квадратного корня. Не исключено, что об отрицательных числах индийские ученые узнали в результате контактов с китайской наукой.

Индийцы применяли символ квадратного корня к полным квадратам и к квадратным иррациональностям. Они умели производить достаточно сложные преобразования квадратичных иррациональностей, их упрощение. Использовались действия с иррациональностями и для приближенного извлечения корней.

Свободное оперирование квадратными иррациональностями было заимствовано странами ислама. Так, Омар Хайям в XI в. предложил расширить понятие числа до того, что мы называем положительным иррациональным числом.

Геометрия.

Достижения индийских математиков в области геометрии значительно уступают их достижениям в теории чисел, алгебре и даже тригонометрии. Специальных сочинений по геометрии в Индии не создано, геометрические сведения сообщались в связи с изложением других математических дисциплин. Геометрические предложения в явном виде не доказывались. В геометрических задачах вопрос сводился к вычислению, никогда – к построению (кроме «Сульвасутры» – см. далее). Однако многими видами построений индийцы владели на практическом уровне и использовали в строительстве.

Наиболее ранние и достаточно обширные геометрические сведения имеются в «Сульвасутре». Она датируется, как мы уже говорили, серединой I тысячелетия до н. э. и служила пособием при строительстве храмов и алтарей. Так как в основании храма лежали определенные фигуры, то индийцы нуждались в решении геометрических задач на построение. Напри-

¹ Впоследствии эта терминология встречается в этом же значении в странах ислама и в Европе.

мер, построение прямого угла, квадрата, прямоугольных треугольников, равновеликих фигур и др.

В основе многих построений лежала *теорема Пифагора*, с помощью которой строились прямые углы, следовательно, и другие фигуры, их включающие. Доказательство же теоремы Пифагора приводится впервые лишь в сочинении Бхаскары в виде чертежа с надписью «смотри».

В «Сульвасутре» даны точные и приближенные правила нахождения *площадей и объемов*. Используются верные формулы площадей треугольника, параллелограмма, трапеции; объемов цилиндра, призмы, усеченной пирамиды. Рассматривалась проблема квадратуры круга и обратная задача – построение круга, равновеликого данному квадрату. При их решении используются различные значения π : 3,004, 3,008, наконец, 3,16049.

Индийские математики VI-VII вв. н.э. систематизируют все знания о геометрических фигурах, площадях и объемах и предлагают некоторые новые формулы их вычисления. Так, для вычисления площадей треугольника и четырехугольника приводится аналог формулы Герона.

Тригонометрия.

Тригонометрия Индии во многом опирается на труды древнегреческих ученых, прежде всего, Птолемея. Индийцы создали терминологию тригонометрии, которая через переводы на арабский и – позже – латинский языки дошла до нашего времени. В «Сиддхантах» (первые века нашей эры) рассматриваются линии синуса и косинуса только для дуг первой четверти. Позже в математических текстах появляются простейшие соотношения между тригонометрическими величинами. Например, формулы:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \cos \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

Angle ^o	iva or Hindu sine	(sin θ) \times 2438	Hindu versine $r - \sin^2 \theta$ (100 ^o - θ)	Hindu sine differences
3 ^o 45'	225	224-85	7	224
7 ^o 20'	449	448-95	29	222
11 ^o 15'	671	670-72	66	219
15 ^o 0'	899	899-32	117	215
18 ^o 45'	1105	1105-01	182	210
22 ^o 30'	1315	1315-05	261	205
26 ^o 15'	1520	1520-58	354	199
30 ^o 0'	1719	1719-00	460	191
33 ^o 45'	1910	1910-05	579	183
37 ^o 30'	2093	2092-09	710	174
41 ^o 15'	2267	2266-08	853	164
45 ^o 0'	2431	2431-01	1007	154
48 ^o 45'	2585	2584-08	1171	143
52 ^o 30'	2728	2727-55	1345	131
56 ^o 15'	2859	2858-55	1528	119
60 ^o 0'	2978	2977-04	1719	106
63 ^o 45'	3084	3083-45	1910	93
67 ^o 30'	3177	3176-06	2122	79
71 ^o 15'	3266	3265-75	2333	65
75 ^o 0'	3321	3320-85	2548	51
78 ^o 45'	3372	3371-95	2767	37
82 ^o 30'	3409	3408-75	2989	22
86 ^o 15'	3431	3430-65	3213	7
90 ^o 0'	3438	3438	3438	

Таблица синусов Ариабхаты

У Ариабхаты приводятся таблицы синусов через $3^{\circ}45'$. В последующих трудах индийских ученых приводятся таблицы синусов через 1° . Достижения в тригонометрии широко применялись для решения астрономических задач.

Выводы. Индийская математика оказала огромное влияние на развитие математики как на Востоке, так и на Западе.

Гениальное изобретение индийскими математиками десятичной позиционной системы счисления и правил выполнения арифметических операций завоевало весь мир.

В Индии создана развитая алгебраическая символика, предложены методы решения уравнений, в том числе неопределенных, и их систем; индийские ученые использовали комбинаторику и умели суммировать степенные ряды.

В Индии заложены основы тригонометрии как учения о тригонометрических величинах, впервые установлены основные соотношения между ними, представлены таблицы значений синусов.

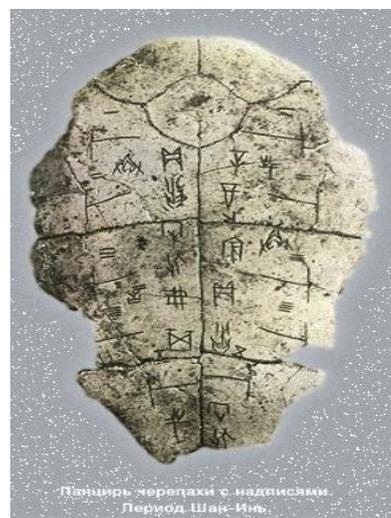
Индийская математика была открыта для заимствований другими народами. Например, народами стран ислама (десятичная позиционная система счисления, основы алгебры и тригонометрии). В то же время индийские математики охотно заимствовали наиболее ценные математические результаты других народов. Например, достижения в тригонометрии древнегреческих ученых, отрицательные числа у математиков Китая.

5.2. Математическая культура древнего и средневекового Китая

Хронология. Письменные источники.

Первые дошедшие до нас китайские письменные памятники (кости, панцири черепах) относятся к XVIII—XII вв. до н. э. И уже на гадальных костях XIV в. до н. э. сохранились обозначения цифр.

В XI в. до н. э. возникают китайская математика и астрономия. Появились первые точные календари и учебники математики. К сожалению,



Панцирь черепахи с надписями
Период Шан-Инь

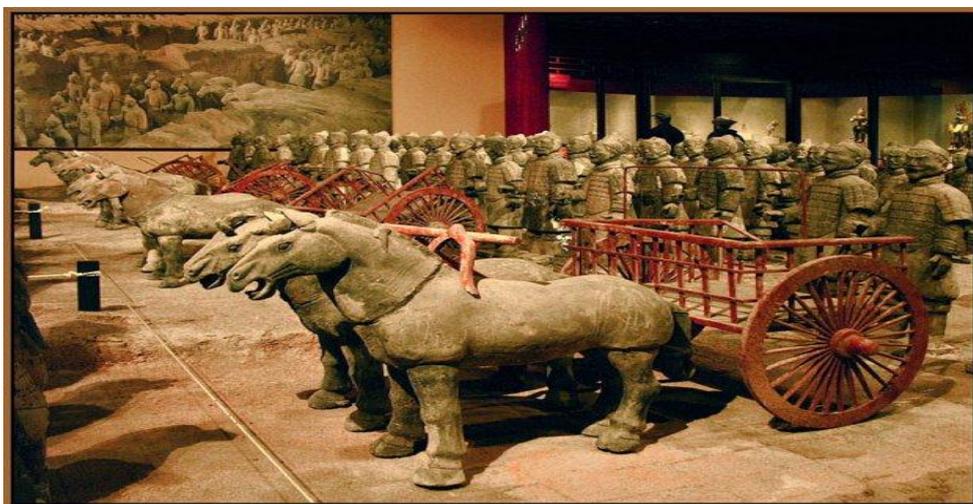
древние письменные источники Китая не нились. В основном по субъективным причинам.

Истребление книг. Первый китайский император Цинь Ши Хуанди в 213 г. до н.э. приказал уничтожить большинство китайских научных книг. Пощажены только медицинские, сельскохозяйственные и гадательные книги. Сотни ученых зверски уничтожены (преимущественно утоплены в нужниках). За утаивание книг кастрировали, отправляли на строительство Великой китайской стены. За недоносительство полагалась смертная казнь, доносы поощрялись наградами, должностями.



Император Цинь Ши Хуанди

Причины этих зверств кроются в том, что подавляющее большинство ученых были конфуцианцами. Их философия противоречила объединительным усилиям императора, который впервые интегрировал разрозненные земли китайцев в единое государство-империю. Он же достроил Великую китайскую стену для защиты от кочевников, создал сеть трехполосных дорог (центральная – императорская), оставил после себя знаменитые артефакты – открытую только во второй половине XX в. прекрасно сохранившуюся так называемую «Терракотовую армию». Она содержит 9000 полноразмерных терракотовых статуй воинов с индивидуальными чертами лица, их лошадей, вооружение, колесницы и др. Так что Цинь Ши Хуан – фигура достаточно противоречивая. Однако в истории математики он оставил, безусловно, плохую память о себе.



Бронзовые колесницы, запряженные лошадьми, и терракотовые статуи воинов

Репрессии против ученых-математиков не позволили ранним математическим книгам дойти до нас, однако они, скорее всего, легли в основу последующих трудов китайских математиков.

Сохранившиеся письменные источники. Процесс восстановления начался с воцарением династии Хань (208 г. до н.э. – 220 г. нашей эры): древние знания стали реконструировать и развивать.

До нас дошли:

- первое математико-астрономическое сочинение «Трактат об измерительном шесте» (II в. до н.э.);
- знаменитый фундаментальный математический труд «Математика в девяти книгах» (III-IV вв.). Имеется русский перевод этой книги. О ее математическом содержании поговорим позже;
- «Десятикнижие» или «Десять классических трактатов» (VI-VII вв.), в которое входила и «Математика в девяти книгах».

Таким образом, несмотря на значительные препятствия, непрерывность традиций развития математики в Китае сохранялась.

Преподавание математики в Древнем Китае. Система обучения в Китае разрабатывалась, начиная с XI в. до н.э. Уже ко второй половине I тысячелетия н.э. серьезно поставлено математическое образование. В Императорской Академии математика изучалась 7 лет. Для занятия чиновником государственной должности требовалось выдержать экзамен по математике.

Математические трактаты, например, «Десять классических трактатов» регулярно переиздавались, выполняя и роль учебников математики.



Школа в Древнем Китае

Системы счисления Древнего Китая. В Древнем Китае сосуществовали две системы счисления, обе десятичные.

Первая система. Уже во втором тысячелетии до н.э. встречаются числа, записанные с помощью девяти символов в близкой к позиционной системе счисления. Это древнекитайская, иероглифическая, десятичная, мультипликативная система счисления.

Что значит мультипликативная? Это значит, что в ней для записи чисел используется умножение. Чтобы обеспечить мультипликативность, использовались служебные иероглифы для обозначения десятичных разрядов. Это символы:

十百千

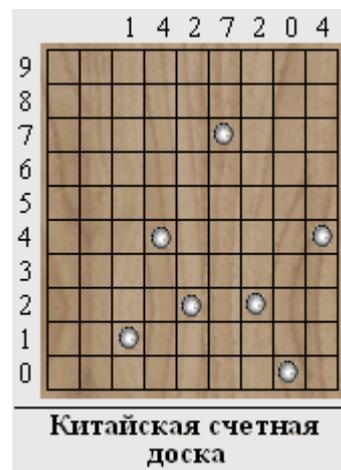
, которые записываются соответственно после десятков, сотен, тысяч. Тогда, например, запись числа 548 выглядит

следующим образом: 五百四十八.

Эта запись мультипликативна: $5 \times 100 + 4 \times 10 + 8$. Такая запись не нуждается в 0 в качестве обозначения отсутствующего разряда, так как разряд обозначается специальным знаком.

Однако в XIII в. в Древнем Китае введено и обозначение для 0. Несколько нулей подряд не писали, ограничиваясь одним. Это остановило китайцев в полшаге от введения полноценной позиционной системы.

Вторая система счисления возникла как результат оперирования с бамбуковыми палочками. Цифры от 1 до 5 обозначались одной, двумя и т.д. вертикальными палочками, цифры от 6 до 9 такими же палочками, как от 1 до 4, над которыми помещалась одна поперечная палочка Т – 6, П – 7, ...



Китайская счетная доска

Для обозначения чисел, больших 99, использовался позиционный принцип. Например, $352 = \text{Ш III II}$. $6729 = \text{I II III III}$.

Обозначение чисел с помощью палочек тесно связано со счетом на пальцах и счетной доске, применя-



лось также и в письменных вычислениях.

Арифметические действия выполнялись на счетной доске. Так китайские математики не только складывали, вычитали, умножали и делили, но и извлекали корни, решали алгебраические уравнения.

Позже на основе счетной доски возник счетный прибор суаньпань. Он похож на русские счеты. Или наоборот?... С помощью суаньпаня выполнялись арифметические действия сложения, вычитания, умножения и деления.

Производить вычисления помогали и числовые таблицы. Существовала таблица умножения от 1×1 до 9×9 . Она, как и сейчас, выучивалась наизусть и была составной частью математического образования не позднее VIII в. до н.э. На уроке ученики для лучшего запоминания распевали ее.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

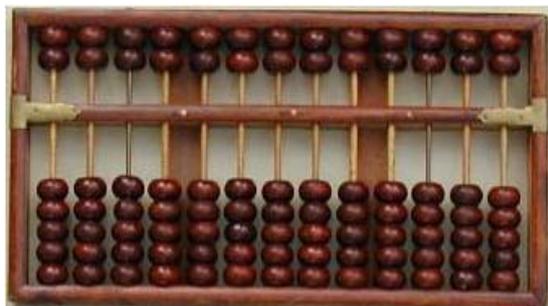
Использовались и другие числовые таблицы, например, таблица произведений $n^2 \times m^2$.

Обыкновенные и десятичные дроби. Как и в других древних цивилизациях, среди обыкновенных дробей выделяются так называемые основные. К ним относятся $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$. Для их обозначения существовали специальные иероглифы. Для всех остальных обыкновенных дробей вместо современной черточки использовалась точка.

Выдающимся достижением древнекитайской математики являлось то, что десятичная система счисления распространена и на дроби. Сначала десятичные дроби выступали в виде именованных чисел в десятичной системе мер. Постепенно они приобретают отвлеченный характер, целая часть отделяется от дробной специальным иероглифом.

Пример. Десятичное приближение $\pi \approx 3, 1415927$.

Раннее изобретение десятичных дробей (в Европе они появились только в конце XVI в.) позволило усовершенствовать вычислительный аппарат Древнего Китая.



Отрицательные числа в китайскую математику введены уже во II в.

Древняя деревянная таблица умножения



до н.э. В то время, как в Европе («Арифметика» Диофанта, Древняя Греция), они впервые появились в III в. Однако идеи Диофанта в ближайшее тысячелетие не получили развития. Индия в VII в. заимствовала отрицательные числа у Китая. Китайские же математики отрицательные числа активно использовали при решении разнообразных задач.

Пример. Если из [зерна] 5 снопов хорошего урожая убавить 1 доу 1 шэн, то это соответствует [количеству зерна] 7 снопов плохого урожая. А если из 7 снопов хорошего урожая убавить 2 доу 5 шэн, то это соответствует 5 снопам плохого урожая. Спрашивается, сколько [зерна] получается из каждого снопа хорошего и плохого урожая?

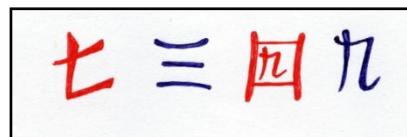
Решение задачи, учитывая, что 1 доу = 10 шэн, китайские математики

сводили к решению системы уравнений $\begin{cases} 5x - 11 = 7y \\ 7x - 25 = 5y \end{cases}$ или

$\begin{cases} 5x - 7y = 11 \\ 7x - 5y = 25 \end{cases}$. Последнюю систему сводили в таблицу (матрицу)

$\begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -5 & -7 \end{pmatrix}$, в которой коэффициенты каждого уравнения записывали в

виде столбца. Таким образом, в матрице представлены отвлеченные отрицательные числа. □



Сложение и вычитание отрицательных чисел производили по так называемым правилам «чжэн-фу»: «чжэн» – положительное число, обозначалось красным цветом, «фу» – отрицательное, обозначалось черным цветом. Эти правила совпадают с современными.

Заметим, что математики долго смотрели на отрицательные числа как на досадную необходимость, возникающую в процессе вычислений. Это объяснимо: некоторые свойства отрицательных чисел казались абсурдными. Например, $(+1) : (-1) = (-1) : (+1)$, т.е. большее, деленное на меньшее, равно меньшему, деленному на большее.

Открытие отрицательных чисел – одно из выдающихся достижений математики Древнего Китая.

Алгебра Древнего Китая отличалась высочайшим для того времени развитием. Во многом она превосходила современные вычислительно-алгебраические методы. Сущность алгебраических методов часто заслонена вычислительной формой, в которой представлены решения задач древности. Алгебра излагалась в Древнем Китае словесно, без символики, четкие алгоритмы вычислений сформулированы в виде правил.

При решении разнообразных задач китайцами широко использовались пропорции, связанные с ними правила «ложного положения» и «тройное правило». Были знакомы китайцы с арифметической и геометрической прогрессиями.

Пример. «Если выйдешь за ворота, взору открывается 9 плотин, на каждой плотине по 9 деревьев, на каждом из которых 9 ветвей, на каждой из которых по 9 гнезд, в каждом из которых 9 птиц, у каждой 9 птенцов, у каждого из которых 9 перышек, каждое перышко 9 расцветок».

Решение. «Способ: Установи 9 плотин, умножь это на 9, получишь число деревьев; умножь это еще раз на 9, получишь число ветвей ...».□

Китайские математики умели решать не только линейные и квадратные уравнения, но и уравнения высших степеней. В том числе «методом небесного элемента» (так называлось неизвестное), позднее в математической литературе получившим название «метода Горнера».

Самым оригинальным достижением китайской алгебры является решение систем n линейных уравнений с близким к матричному методу. Причем, действия производились преимущественно со столбцами матриц.

Пример. Матрица $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 2 \\ 8 & 10 \end{pmatrix}$ претерпевает следующие изменения:

$$\begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 5 & 4 \\ 8 & 20 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 25 & 4 \\ 40 & 20 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 21 & 2 \\ 20 & 10 \end{pmatrix}.$$

Геометрия в Древнем Китае. При решении геометрических задач древние китайцы широко применяли алгебраические методы.

Теорема Пифагора как «метод гоу-гу» была известна математикам Китая еще в XII в. до н.э. Его использовали для решения разнообразных геометрических задач.

Китайские математики умели вычислять площади фигур. Причем за основную фигуру был принят прямоугольник, квадрат же рассматривался как его частный случай. Таким способом вычислялись площади треугольников, трапеций. Были известны частные случаи этих фигур, а также правильные многоугольники. Умели вычислять китайцы и длину окружности и площадь круга, пользуясь $\pi = 3$ и получая приближенное

значение площади. Приблизленно вычислялись и площади некоторых криволинейных фигур, разбивая их на известные прямолинейные фигуры.

Простейшими телами китайцы считали параллелепипед и цилиндр, пирамиду и конус, усеченные правильную пирамиду и конус, объемы которых вычислялись верно (для круглых тел π по-прежнему равнялось 3). Объемы призм и цилиндров других видов вычислялись, разбивая их на составляющие части.

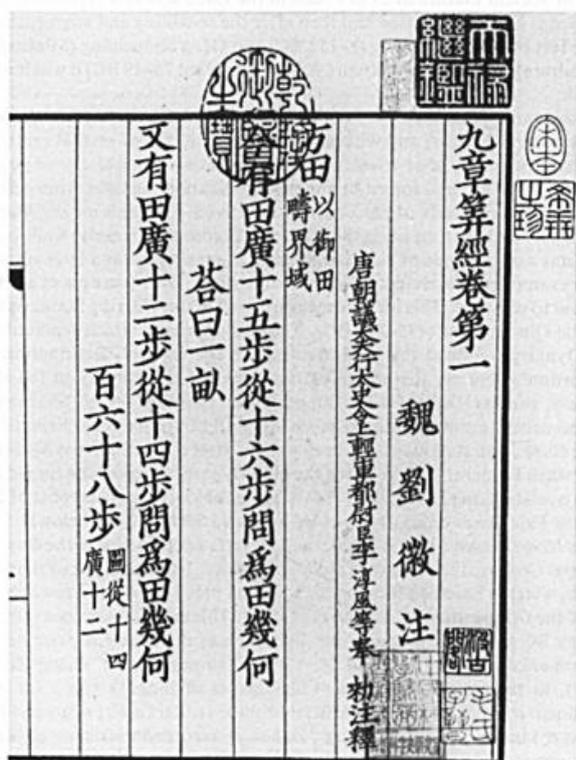
Известны китайцам и подобные треугольники, с помощью которых, в частности, измерялись расстояния до недоступных предметов.

«Математика в девяти книгах». Наиболее адекватное представление о математике Древнего Китая дает знаменитый труд «Математика в девяти книгах», которая составлена в середине II в. до н.э.

В ней систематизированы все известные к этому времени в Китае математические знания. В результате последующих переработок и дополнений (вплоть до VII в. н.э.) это уникальное сочинение стало своеобразной математической энциклопедией, основным учебником

математики китайского средневековья и базой для дальнейших исследований. Рассмотрим ее математическое содержание и назначение.

Структура «Математики в девяти книгах». Она состояла из отдельных свитков, предназначенных для чиновников различных ведомств – землемеров, строителей, сборщиков налогов и др. Изложение – строго догматическое. В книге содержались 246 задач (формулировка, правило решения, числовой ответ).



Первая из «девяяти книг» называется «Измерение полей». В ней вычисляются площади прямоугольных фигур, круга, сектора, кольца,

сегмента, в качестве единицы измерения выбирается прямоугольник со сторонами 15 и 16 шагов.

Вторая и третья книги посвящены задачам на пропорциональное деление и тройное правило, предполагающее нахождение по трем данным четвертой пропорциональной величины. С их помощью определялась величина налога, измеряемого мерами зерна.

В четвертой книге – правила извлечения квадратных и кубических корней, нахождения стороны прямоугольника (известна одна сторона) и радиуса круга по их площади.

Пятая книга – «Оценка работ». В ней собраны задачи, связанные с расчетами при строительстве. При этом вычисляются не только объемы тел и необходимых материалов, но и потребности в рабочей силе, транспорте и др. Шестая книга включает задачи на распределение налогов и совместную работу.

Следующие две книги содержат задачи, сводящиеся к линейным уравнениям и их системам. Наконец, в последней книге решаются задачи измерения недоступных расстояний и высот.

Примеры задач.

1. 5 буйволов и 2 барана стоят 10 ланов золота, 2 буйвола и 5 баранов стоят 8 ланов. Сколько стоит буйвол и баран?
2. Имеется горизонтальный катет в 5 бу, вертикальный катет в 12 бу. Какова сторона квадрата, вписанного в этот треугольник? □

Выводы. Китайская математика имеет богатую многовековую историю и оригинальные пути своего становления и развития.

Математика Древнего Китая носила вычислительно-алгоритмический характер и широко применяла алгебраические методы. Ими пронизаны и геометрические задачи. В отличие, скажем от математики Древней Греции, которая в эпоху расцвета, наоборот, пользовалась геометрическим языком и для решения негеометрических задач.

Наиболее значительные достижения древнекитайской математической культуры:

- близкая к позиционной система счисления с нулем, высокое вычислительное искусство;
- приоритет в открытии десятичных дробей и отрицательных чисел;

- «матричные» методы решения систем линейных уравнений;
- оригинальные и верные методы решения уравнений высших степеней;
- точные приближения квадратных и кубических корней, числа π и др.

Несмотря на отдаленность страны от европейских государств, математика Китая через Индию и страны ислама оказывала некоторое влияние на математику Европы.

6. Математическая культура народов Древней Америки.

Пока древние цивилизации Северной Африки, Ближнего Востока и Юго-Восточной Азии процветали, разрушались, вновь создавались, аналогичные процессы происходили и в Древней Америке. Так как разделяющие Древние цивилизации океаны не давали возможностей для взаимопроникновения культур, в Америке создавались собственные математические системы. Причем, некоторые народы Америки добились значительного прогресса прежде всего в вычислительной технике. Другие достижения математики Древней Америки, возможно, просто остались неизвестными нам.

Специальное выделение в отдельный раздел пособия материала о математике отдельных народов Древней Америки объясняется не только их оригинальностью, но и тем, что практически не осталось письменных памятников их математической культуры. Мы судим о древности этих математических культур и их высоком развитии в основном по косвенным признакам. Более подробно мы расскажем о математической культуре народа майя, показав и причины такого положения вещей.

6.1. Математическая культура народов Мезоамерики

Географическое положение. Высокоразвитая математическая культура присуща прежде всего народам так называемой Мезоамерики, которая представляла собой некую культурно-географическую область, включающую полуостров Юкатан и прилежащие к нему территории. Мезоамерика находится на территории современных Центральной и Южной Мексики, Гватемалы, Белиза, западных областей Сальвадора и Гондураса. В общих

чертах культура народов Мезоамерики сформировалась где-то к 2000–1500 годам до н. э., истоки же ее уходят в IV тысячелетие до н.э.

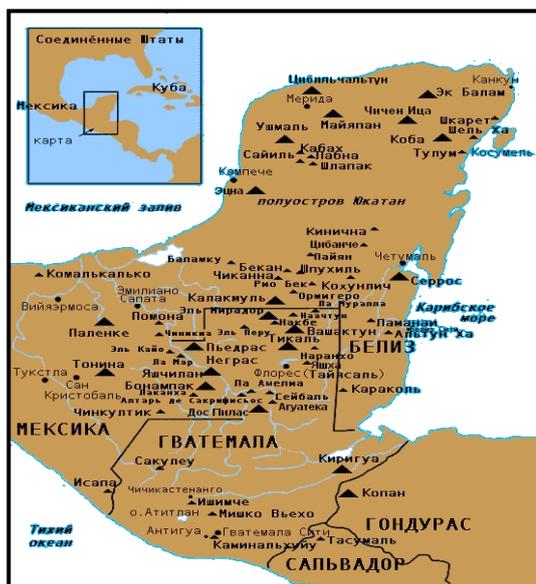
Мезоамерика – это что-то вроде Ойкумены, в пределах которой находятся цивилизованные государства, а за её пределами варварские племена. Что же представляла собой Мезоамерика? Испанские конкистадоры застали в XVI веке на её территории две крупные индейские цивилизации:

- ацтекскую — самая развитая и могущественная среди всех;
- майяскую, которая к тому времени распалась на мелкие, постоянно воюющие друг с другом государства («провинции»).

6.1.1. Математическая культура народа майя.

Открытие цивилизации майя. Как и культура Древнего Вавилона, культура древних майя была уничтожена и забыта на несколько веков. Только в Древнем Вавилоне ее артефакты были погребены под слоями песка, здесь же городища майя поглотила буйная субтропическая растительность полуострова Юкатан.

Самые ранние упоминания о городищах майя датируются 1836 г. Мексиканский полковник, набирая солдат, объезжал деревушки и наткнулся на остатки древней цивилизации. Его рапорт об этом событии случайно попал в руки любителя истории, который организовал первую экспедицию. Но только в 20-х гг. XX столетия начались систематические исследования этой древней



цивилизации, которые привели к сенсационным открытиям: в глуши непроходимых болот обнаружено около десятка крупных городов.

Сохранились памятники архитектуры: каменные дворцы и храмы в виде ступенчатых пирамид, достигающие высоты до 45 метров.



Естественно, такие грандиозные сооружения невозможно было создать без знания основ математики.

Хронология. Зарождение – около 4 тысячелетия до н.э., расцвет цивилизации – II-IX вв. н.э. Редкий и печальный случай (не для Америки) –

известен и конец этой великой цивилизации: ее культура, в том числе математическая, была варварски уничтожена в XVI-XVII вв. в результате завоеваний территорий Мезоамерики испанскими конкистадорами и миссионерской деятельности христианских проповедников.

Основная деятельность майя – возделывание маиса (кукурузы). Отсюда и название народа.

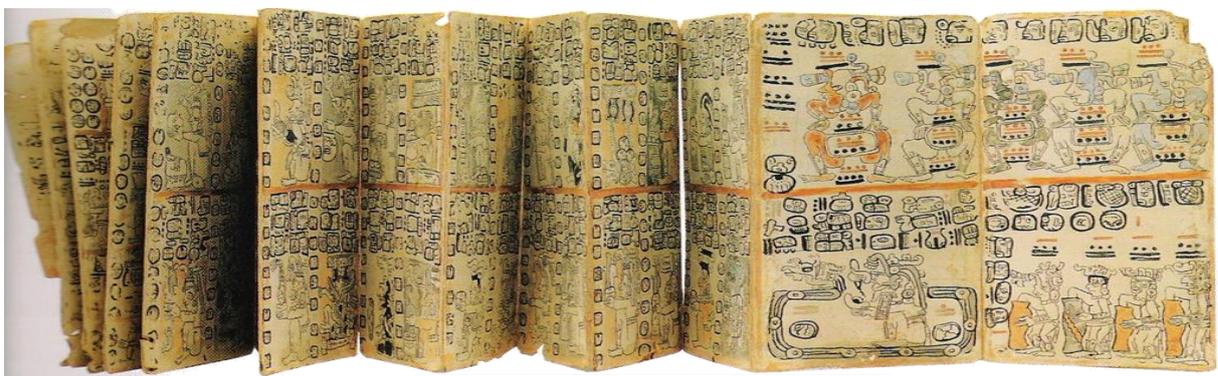
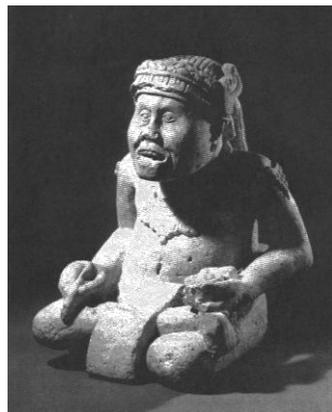
Основные письменные источники. Чудом сохранились всего 3 книги древних майя, которые принято называть кодексами майя: Дрезденский кодекс, Мадридский кодекс и Парижский кодекс, названные так по имени городов, в которых они хранятся. Кроме того, сохранилось значительное количество монументальных источников – стелы и колонны майя, покрытые иероглифическим письмом.



Письменные источники культуры древних майя



Сохранилась и каменная скульптура жреца, на коленях которого бумага¹, изобретенная майя примерно в V в. н.э., в правой руке – писчий инструмент в виде заостренной палочки, которую окунали в некое подобие туши (сосуд в левой руке). Майя писали свои книги на большом листе, согнутом складками, который сжимали между двумя дощечками, сделанными очень красиво. Использовались обе стороны листа, писали столбцами, следуя порядку складок.



Мадридский кодекс майя

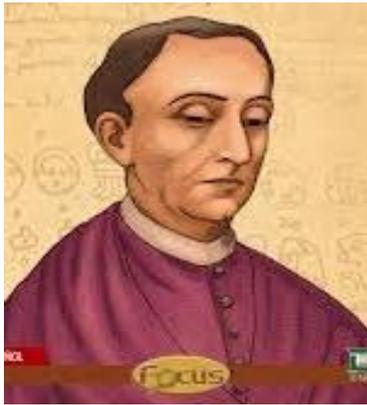
Уничтожение книг. Как уже говорилось, культура майя варварски уничтожена испанскими конкистадорами.

Особую роль в этом процессе сыграл один из конкистадоров, Диего де Ланда. Будучи францисканским монахом, он активно осуществлял среди майя миссионерскую деятельность, став впоследствии епископом Юкатана. Кроме того, он написал книгу «Сообщение о делах в Юкатане», благодаря которой нам многое известно о культуре, быте и науке древних майя.

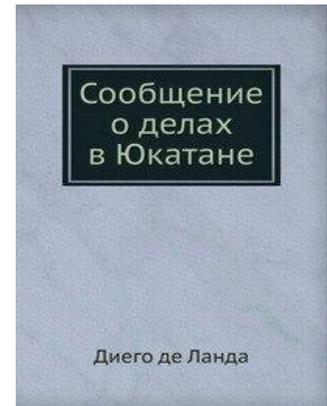


Страница Дрезденского кодекса майя

¹ Индейцы племени майя изготавливали бумагу из волокон коры фикуса. Сначала их несколько раз вымачивали в воде и высушивали, после чего отбивали на камнях или деревянных досках. Получались листы длиной несколько метров, шириной около 20 см. Для гладкости их шлифовали камнями и покрывали белой грунтовкой (клеем с гипсом), а затем складывали «гармошкой» в небольшие книги-кодексы



В то же время он виновен в уничтожении древней культуры майя. Будучи епископом Юкатана, он ввел на его территории инквизицию. По его приказу были сожжены на аутодафе все книги майя. Диего де Ланда свидетельствует:

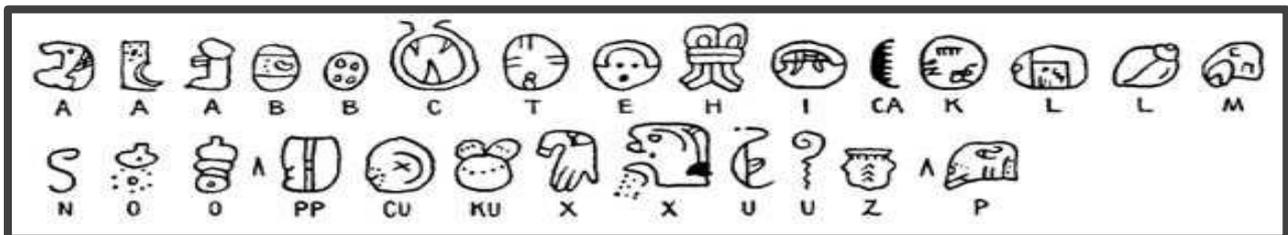


«Мы нашли у них большое количество книг <...> и, так как в них не было ничего, в чем не имелось бы суеверия и лжи демона, мы их все сожгли; это их удивительно огорчило и причинило им страдание».

Так, в процессе насаждения христианства, была уничтожена великая культура древних майя.

Дешифровка письменности древних майя. В «Сообщении о делах в Юкатане» записан и алфавит майя.

Дешифровкой этого алфавита долгое время занимались ведущие уче-



ные мира, не добившись результата и признав эту задачу неразрешимой.

Иного мнения был советский историк, лингвист и этнограф Юрий Валентинович Кнорозов: «То, что создано одним человеческим умом, не может не быть разгадано другим».

В его руки случайно попали уже изданные (без расшифровки) кодексы майя и книга де Ланда, которую он перевел на русский язык. Кнорозов увлекся этой «неразрешимой» проблемой и в середине XX в. блестяще разрешил ее, основав в нашей стране научную школу майяистики.



Математическая культура древних майя. Итак, вследствие уничтожения книг древних

майя, практически не сохранилось никаких прямых письменных свидетельств их математической культуры. Впрочем, в Дрезденском кодексе, писанном около 1100-х гг. и представляющем из себя сборник канонической, религиозной и астрологической информации, представлены многие числа майя.

Тем не менее, сохранились лишь косвенные свидетельства о высочайшем вычислительном искусстве майя.

К ним относятся: а) астрономические расчеты, превышающие по точности вавилонские; б) календарные расчеты, доведенные до 2012 г.¹ и превышающие точность юлианского календаря.



Календари майя (на рис.) были сложными. Они вошли в употребление в I в. н.э. и основаны на движениях Солнца, Луны и Венеры. Таким образом, при создании календаря майя использовали как астрономические сведения, так и математическое искусство.

Вообще, математики играли важную роль в обществе майя, помогая вести календарь и предсказывая движение небесных тел. Они также производили деловые расчеты, вычисляя цены на товары и земли. Математики были изображены на рисунках майя специальным символом, который состоял из спирали и чисел. Интересно, что первым математиком, изображенным в пиктографическом письме, была женщина.

Видимо, существовала у древних майя некая система обучения. Диего де Ланда свидетельствует:

«Науки, которым они обучали, были: счет лет, месяцев и дней, праздники и церемонии, управление их святынями, несчастные дни и времена, их способы предсказания и их пророчества, события, лекарства против болезней, памятники древности, умение считать, читать и писать буквами и знаками, которыми они писали, и фигурами, которые объясняли письмена.

Системы счисления майя. У майя были две системы счисления, обе двадцатеричные.

¹ Это послужило причиной ожидания конца света в 2012 г. религиозно настроенной частью человечества.

Первая — так мая — лицевая — лась в повседневной жизни. На рисунке изображены выше 10 из 20 цифр лицевой



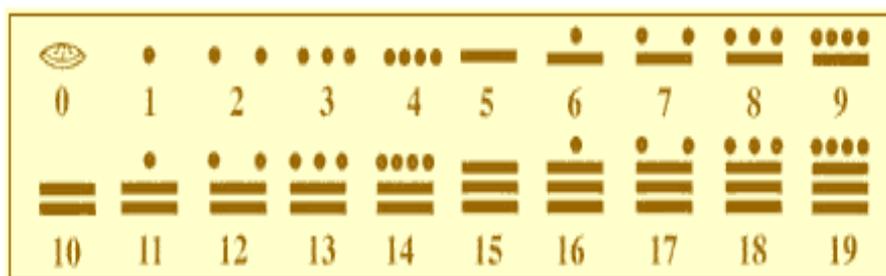
системы счисления. Однако трудно представить, что в повседневной жизни можно было тратить время на такие сложные изображения чисел. Возможно, древние майяские математики использовали своеобразные клише.

Вторая система счисления представляет значительный интерес. Это компактная двадцатеричная позиционная система счисления с нулем (!).



Можно считать древних майя первооткрывателями нуля. Они, вероятно, использовали его еще в III в. н.э. — задолго до того, как 0 появился даже в современной индо-арабской системе счисления. Компактность системы обеспечивалась двумя факторами: 1) для изображения чисел использовались всего 3 знака — точка для изображения 1, горизонтальная черточка для 5, овал с несколькими линиями внутри («ракушка» или «полузакрытый глаз») для 0; 2) эта система была позиционной, то есть значение цифры зависело от ее позиции в записи числа.

Позиционное написание чисел осуществлялось вертикальным столбцом: единицы меньшего разряда находились снизу, высшего сверху.



Например, на рисунке из Дрезденского кодекса в



первом столбце изображено число $5 \times 20^2 + 13 \times 20 + 18 = 2278$.

Наибольшее записанное в этой системе счисления число 1 841 641 600, с помощью которого была записана дата. Поясним это подробнее. Фрагмент записи этого числа на обнаруженной в Мексике плите представлен на рисунке. После реставрации плиты удалось прочесть, что эти числа



обозначают 7 периодов по 400 «лет», плюс 16 периодов по 20 «лет», плюс 6 «лет» по 360 дней каждый, плюс 16 «месяцев» по 20 дней каждый, плюс 18 дней. В данном случае древние майя считали год равным 18 месяцам по 20 дней, 1 месяц – 5 дней и пользовались смешанной 20- и 18-ричной системе счисления.

Все суммарное время (1 841 641 600 дн.) составляет приблизительно 3127 года от начала данной системы летоисчисления. В сопоставлении с христианским календарем эта дата соответствует ноябрю 4291 г. до н.э. – это вторая по древности запись

даты в западном полушарии!

В Дрезденском кодексе сохранились и фрагменты таблицы умножения древних майя. Относительно дробей никаких сведений до нас не дошло.

Священные числа древних майя. Таковым было число 20, вероятно, потому, что они, как уже говорилось, полагали, что в месяце 20 дней. Век майя составлял 52 года, это число тоже было священным.

Число 400 было святым в связи с тем, что таково было число богов ночи, 13 же потому, что древние майя считали небо состоящим из 13 слоев.

По расчетам майя дата создания мира – 11 августа 3113 г. до н.э.

Выводы. К сожалению, мы можем оценить только систему счисления майя как одну из самых эффективных в древнем мире. И в связи с этим представить вычислительные возможности этого народа: можно предположить, что вычислительная техника майя была более продвинутой, чем таковая в то же время в Европе, Юго-Восточной Азии и Северной Африке.

Никаких сведений о развитии геометрии, алгебры, тригонометрии не сохранилось, так как письменные источники майя, так называемые кодексы, были варварски уничтожены испанскими завоевателями и религиозными фанатиками. Можно только предположить, что в связи с высокоразвитой астрономией и точнейшими календарными расчетами, элементы геометрии и тригонометрии должны были присутствовать в математике древних майя.

6.1.2. Математическая культура древних ацтеков.

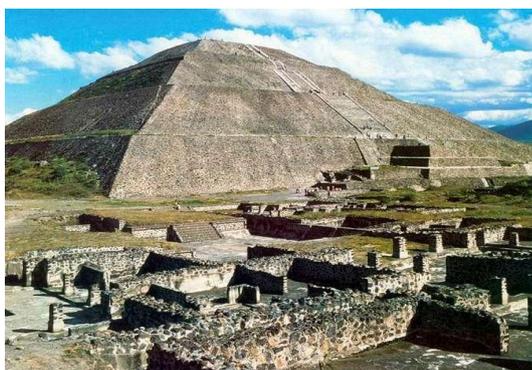
Географическое положение. Как уже сказано, майя пережили эпоху расцвета во II-IX вв. н.э. Через несколько сотен лет Империя Ацтеков стала самой мощной в Америке. Между 1300 и 1500 гг. ацтеки правили на территории, находившейся севернее проживания майя (см. карту). На месте современного Мехико находилась столица Империи ацтеков.



Особенности империи ацтеков. Культуры народов майя и ацтеков были сходны в каких-то своих проявлениях. Например, в архитектуре: ацтеки, как и майя, сооружали каменные ступенчатые пирамиды, сохранившиеся до сих пор. Календарь ацтеков также был сходен с календарем майя. Но ацтеков отличали выдающиеся инженерные сооружения: плотины до 15 метров шириной, разводные мосты, дамбы и шлюзы, акведуки, снабжавшие столицу питьевой водой, сказочные дворцы и сады. Была изобретена также оригинальная технология получения высоких урожаев. Это привело к невиданному демографическому взрыву: перед завоеванием ацтеков испанцами население империи составляло 25 млн.

Эти достижения позволяют предположить, что ацтеки имели высокую математическую культуру. Однако она, как и культура майя, была безжалостно уничтожена испанскими конкистадорами во главе с наиболее знаменитым их них – Кортесом. Сохранились лишь сведения о нумерации ацтеков.

Система счисления ацтеков была не такой продвинутой, как позиционная система счисления майя с нулем. Она тоже была двадцатеричной, но непозиционной, ноль отсутствовал.





•	1	Р	30
••	2	РР	40
•••	3	РРР	50
••••	4	РРРР	60
•••••	5	РРРРР	70
•••••	6	РРРРРР	80
••••• •	7	РРРРРРР	90
••••• ••	8	🌿	100
••••• •••	9	🌿🌿	200
◊	10	🌿🌿🌿	400
◊••	15	🌿🌿🌿🌿	500
Р	20	🌿🌿🌿🌿🌿	1000
		👁️	8000

Ацтекская система счисления, несмотря на отсутствие позиционности, была достаточно компактной. Основными цифрами ее были точка, изображавшая 1; ромб, изображавший 10; «флажок», изображавший 20, и «елочка», изображавшая 20^2 . Известно и обозначение $20^3 = 8000$. В записи числа присутствовало столько цифр, сколько оно содержит единиц соответствующего разряда.

К сожалению, никаких других сведений об ацтекской математике не сохранилось. Империя ацтеков первой подверглась завоеванию испанскими конкистадорами, черед майя наступил после них.

6.2. Математическая культура империи древних инков.

Географическое положение империи древних инков (Империи Солнца) исключало не только взаимодействие их культуры с цивилизациями Северной Африки, Ближнего Востока и Юго-Восточной Азии, но и с высокоразвитыми народами Мезоамерики.

Их государство было расположено в Южной Америке, в предгорьях и высокогорных районах Анд, преимущественно на территории современного Перу.

Культура древних инков отчасти впитала в себя культуры покоренных племен. Особенно поражает их архитектура, дороги, проложенные в горах, мосты, водопровод, система ирригации и др. Ими построен на крутом горном хребте современного Перу и сохранился до сих пор величественный город Мачу-Пикчу.

Законы инков характеризуются высокой степенью строгости в вопросах применения наказания — в большинстве случаев смертной казнью, результатом чего являлось практически полное отсутствие некоторых видов преступлений среди индейцев (мелкого воровства, коррупции, убийств), чем восхищались испанские чиновники, миссионеры и солдаты.

В то же время имеются даже сомнения в наличии у инков письменности. Некоторые ученые считают письменностью инков узелковое письмо кипу (см. далее). Тем не менее, все знания передавались изустно. Сохранились сведения о школах инков, в



которых обучались дети знати и чиновников. В столице инков Коско имелась высшая школа для принцев и высшей знати. Науками овладевали не с помощью письма, а путем практики и ежедневных повторений. Обучали поэзии, музыке, философии и астрологии. Учителей они называли амаутами, что значит философ и ученый; они пользовались исключительным почтением.

Хронология. Империя инков развивалась с XI по XVI в. н.э. Она была завоевана испанскими конкистадорами вслед за завоеваниями ацтеков и майя. Расцвет Империи Солнца приходится на XII в.

Хронология. Империя инков развивалась с XI по XVI в. н.э. Она была завоевана испанскими конкистадорами вслед за завоеваниями ацтеков и майя. Расцвет Империи Солнца приходится на XII в.

Математическая культура инков. Ведение подсчетов и вычислений осуществлялось на счетном устройстве юпана — аналог счетной

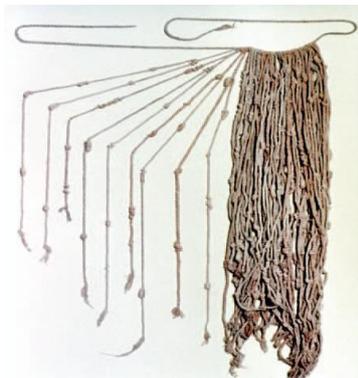


доски с камешками или зернами маиса для 1, хранение и воспроизведение — в квипу (кипу).

Квипу также служило для статистического сбора информации (как правило, это были большие объёмы числовых данных). Квипу сберегалось в хранилищах, с приставленным штатом государственных чиновников. Вычисления осуществляли инкские учёные.

Квипу представляли собой горизонтальную веревку с несколькими вертикальными шнурами, прилегающими к ней. Другие веревки, возможно, крепились к шнурам, как мелкие ветви вырастают на больших ветвях дерева.

Инки записывали информацию (расчет податей, хронологические записи, бухгалтерский учет и др.) на квипу, завязывая узлы на каждой веревке. Узлы были трех типов и в различных точках вдоль веревки означали различные числа, например, сотни, десятки, единицы. Веревки разных цветов использовались для выделения одних предметов от других при счете. Например, один цвет мог обозначать количество овец, а другой цвет количество лам. На конце веревки могло быть показано общее количество предметов, когда числа на других веревках суммировались.



Итак, богатейшая и хорошо развитая цивилизация древних инков ограничивалась скромными математическими познаниями, которые, тем не менее, были удачно приспособлены к нуждам государства. Однако возможно, что сведения о науке инков просто не сохранились, уничтоженные испанскими конкистадорами и христианскими миссионерами.

Надо заметить, что узелковое письмо использовалось не только инками. Есть сведения об узелковом счете майя, Древнего Китая. Даже четки являются в каком-то смысле узелковым счетом: с их помощью отсчитывалось необходимое число молитв в том или другом случае.



Общие выводы. Итак, мы завершили изложение истории математики в самых ее началах, которые включают период зарождения математики.

Развитие математики в этот период происходило в рамках Древних цивилизаций, существовавших в разных концах Земли: в Северной Африке (Древний Египет), на Ближнем Востоке (Древний Вавилон), в Юго-Восточной Азии (Древние и средневековые Индия и Китай), в Мезоамерике (Империи майя и ацтеков), в Южной Америке (Империя инков).

Большинство Древних цивилизаций развивались параллельно, начиная примерно с 4 тысячелетия до н.э. (Древние Египет и Вавилон, Китай и Индия, Империя майя). Другие же вступили в пору расцвета математической культуры значительно позже (Империи ацтеков и инков). Тем не менее, содержание всех древних математических культур примерно одинаково, формы же, связанные чаще всего с письменностью, кардинально различны.

Особенно наглядно это проявляется в системах счисления, которые:

- располагали разными основаниями (10, 60, 20), во многих из них просматривается основание 5;
- имели различный характер знаков (иероглифические, клинописная, словесные, алфавитные, символические, узелковая);
- одни из них были позиционные (Вавилон, Индия, Империя майя), другие близки к позиционным (Китай), остальные – непозиционные.

Одни из Древних цивилизаций характеризуются непрерывностью традиций (Индия, Китай), математическая культура других исчезла в связи с исчезновением цивилизации (Древние Египет, Вавилон) чаще всего в результате войн с соседями или цивилизационных крушений в связи с колонизацией и миссионерской деятельностью христианских проповедников (Империи Древней Америки).

Проблема взаимопроникновения математических культур также решалась по-разному:

- некоторые из них сообщались непосредственно (Индия – Китай; индейцы майя – ацтеки);
- другие были абсолютно изолированными (индейцы инки);
- третьи – и таких большинство – передали наиболее ценные достижения последующим цивилизациям (Древний Египет – Древняя

Греция; Древний Вавилон – Древняя Греция; Индия – Арабский халифат– Европа; Древняя Греция – Арабский халифат – Европа).

Большинство математических культур Древних цивилизаций были арифметизированы, так как основополагающее значение для них имело вычислительное искусство, широко применявшееся при решении практических задач. В ряде случаев имеем дело с алгебраизацией математики (Древние Вавилон, Индия, частично Китай). Геометрия же была высокоразвитой преимущественно в Древнем Египте, где ее заимствовали впоследствии древние греки, придав ей форму теории, изложенной на аксиоматической основе. Впрочем, дальнейшее развитие археологии, возможно, скорректирует наши предположения о развитии геометрии в Древних цивилизациях.

Литература

1. Андронов И.К. Трилогия предмета и метода математики. Часть I.: учебное пособие. – М., 2004.
2. Андронов И.К. Трилогия предмета и метода математики. Часть II.: учебное пособие. – М., 2003.
3. Андронов И.К. Трилогия предмета и метода математики. Часть III.: учебное пособие. – М., 2004
4. Березкина Э.И. Математика Древнего Китая. – М.: URSS, 2013.
5. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1959.
6. Волошинов А.В. Пифагор. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
7. Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. – М.: Наука, 1967.
8. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. М.: Мир, 1986.
9. Де Ланда Диэго. Сообщение о делах в Юкатане. – М.– Л.: Изд-во АН СССР, 1955.
10. Демман И.Я. История арифметики. М., 1959
11. Ершова Г.Г. Майя: тайны древнего письма. – М.: Алетея, 2004.
12. Инка Гарсиласо де ла Вега. История государства Инков, - Л., 1974.

13. Колмогоров А.Н. Математика в ее историческом развитии. – М.: Наука, 1991.
14. Кольман Э. История математики в древности. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
15. Малаховский В.С. Избранные главы истории математики. Калининград, 2002.
16. Меннингер К. История цифр. – М.: ЗАО Центрполиграф, 2013.
17. Пифагор. Золотой канон. Фигуры эзотерики. М.: Эксмо, 2004.
18. Полякова Т.С., Пырков В.Е. История математики. Часть 1. С древнейших времен до эпохи Возрождения. [Электронный ресурс]. – Ростов-н/Д: ПИ ЮФУ, 2009. (CD-ROM)
19. Попов Г.Н. Культура точного знания в Древнем Перу.– Петроград: Книгоиздательство «Сеятель» Е.В. Высоцкого, 1922.
20. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. М.: Наука, 1984
21. Чистяков В.Д. Материалы по истории математики в Китае и Индии. – М.: Учпедгиз, 1960.
22. Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. История математики: учебное пособие для студентов педвузов. – М.: Знак, 2015.
23. Яковлев В.И. Математические начала. – Москва – Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005.

Модуль II. Контрольно–измерительные и проектные материалы.

1. Вопросы компьютерного тестирования по теме «Периодизация истории математики. Математика древних цивилизаций»

Тема: Математика Древних цивилизаций

1. Какова структура математики в самом общем плане:
 - а) математика – это совокупность математических понятий,
 - б) математика – это совокупность математических предложений,
 - в) математика – это система математических понятий, математических предложений и их доказательств, математических методов,
 - г) математика – это совокупность математических методов?
2. Каковы функции математических понятий:

- а) их свойства описываются с помощью математических предложений, большинство из которых доказывается,
 - б) они описывают свойства математических понятий,
 - в) с их помощью решаются задачи (не только математические),
 - г) они доказываются?
3. Каковы функции математических предложений:
- а) их свойства описываются с помощью математических понятий,
 - б) они описывают свойства математических понятий,
 - в) с их помощью решаются задачи (не только математические),
 - г) они описывают свойства неопределяемых понятий?
4. Каковы функции математических методов:
- а) их свойства описываются с помощью математических понятий,
 - б) они описывают свойства математических понятий,
 - в) с их помощью решаются задачи (не только математические),
 - г) они описывают свойства неопределяемых понятий?
5. Когда начался период компьютерной математики:
- а) XVII в.,
 - б) VII-V вв. до н.э.,
 - в) XIX в.,
 - г) середина XX в.?
6. Каковы хронологические рамки первого периода истории математики:
- а) первая треть XIX-середина XX в.,
 - б) с незапамятных времен до VII-V вв. до н. э.,
 - в) XVII- первая треть XIX,
 - г) VII-V вв. до н. э.– XVII в.?
7. Каковы хронологические рамки второго периода истории математики:
- а) первая треть XIX-середина XX в.,
 - б) с незапамятных времен до VII-V вв. до н. э.,
 - в) XVII- первая треть XIX в.,
 - г) VII-V вв. до н. э.– XVII в.?
8. Каковы хронологические рамки третьего периода истории математики:
- а) первая треть XIX-середина XX в.,
 - б) с незапамятных времен до VII-V вв. до н. э.,
 - в) XVII- первая треть XIX в.,
 - г) VII-V вв. до н. э.– XVII в.?

9. Каковы хронологические рамки четвертого периода истории математики:
- а) вторая треть XIX-середина XX в.,
 - б) с незапамятных времен до VII-V вв. до н. э.,
 - в) XVII- первая треть XIX в.,
 - г) VII-V вв. до н. э.– XVII в.?
10. Когда закончился II период развития математики:
- а) XIX в.,
 - б) XVII в.,
 - в) V-VII в. н. э.,
 - г) середина XX в.?
11. Каково название третьего периода развития математики:
- а) период математики постоянных величин,
 - б) период зарождения математики,
 - в) современный период,
 - г) период математики переменных величин?
12. Что явилось причиной перехода от первого ко второму периоду развития математики:
- а) создание ЭВМ,
 - б) необходимость доказательства математических утверждений,
 - в) введение переменных величин,
 - г) создание неевклидовой геометрии, теории групп, теории множеств?
13. Когда начался II период развития математики:
- а) XVII в.,
 - б) VII-V вв. до н.э.,
 - в) XIX в.,
 - г) середина XX в.?
14. Когда закончился III период развития математики:
- а) первая треть XIX в.
 - б) XVII в.
 - в) V-VII в. н. э.
 - г) середина XX в.?
15. Каково название четвертого периода развития математики:
- а) период математики постоянных величин,
 - б) период зарождения математики,

- в) современный период (период построения и изучения математических структур),
 - г) период математики переменных величин?
16. Что явилось причиной перехода от второго к третьему периоду развития математики:
- а) создание ЭВМ,
 - б) необходимость доказательства математических утверждений,
 - в) введение переменных величин,
 - г) создание неевклидовой геометрии, теории групп, теории множеств?
17. Когда начался III период развития математики:
- а) XVII в.,
 - б) VII-V вв. до н.э.,
 - в) XIX в.,
 - г) середина XX в.?
18. Когда закончился IV период развития математики:
- а) XIX в.,
 - б) XVII в.,
 - в) V-VII в. н. э.,
 - г) середина XX в.?
19. Каково название первого периода развития математики:
- а) период зарождения математики,
 - б) современный период (период построения и изучения математических структур),
 - в) период математики переменных величин,
 - г) период математики постоянных величин?
20. Что явилось причиной перехода от третьего к четвертому периоду развития математики:
- а) необходимость доказательства математических утверждений,
 - б) введение переменных величин,
 - в) создание неевклидовой геометрии, теории групп, теории множеств,
 - г) создание ЭВМ?
21. Когда начался IV период развития математики:
- а) XVII в.,
 - б) VII-V вв. до н.э.,
 - в) вторая треть XIX в.,

г) середина XX в.?

22. Когда закончился I период развития математики:

- а) XIX в.,
- б) XVII в.,
- в) V-VII в. н. э.,
- г) середина XX в.?

23. Каково название второго периода развития математики:

- а) период зарождения математики,
- б) современный период,
- в) период математики переменных величин,
- г) период математики постоянных величин?

24. Что явилось причиной перехода от четвертого периода развития математики к настоящему времени:

- а) создание неевклидовой геометрии, теории групп, теории множеств,
- б) введение переменных величин,
- в) необходимость доказательства математических утверждений,
- г) создание ЭВМ?

25. Основным достижением какого периода истории математики явилось формирование основных математических понятий – числа, величины, фигуры:

- а) периода математики постоянных величин,
- б) периода зарождения математики,
- в) периода современной математики,
- г) периода математики переменных величин?

26. Какое математическое понятие явилось результатом решения практических задач пересчета или упорядочивания элементов конечных множеств:

- а) число,
- б) скорость,
- в) величина,
- г) фигура?

27. Какое математическое понятие явилось результатом изучения форм различных предметов окружающего мира:

- а) число,
- б) скорость,
- в) величина,
- г) фигура?

28. Какое математическое понятие явилось результатом решения практических задач сравнения (масс, объемов, площадей):
- а) число
 - б) скорость
 - в) величина
 - г) фигура?
29. Какие числовые множества известны на этапе зарождения математики:
- а) натуральных и отрицательных чисел,
 - б) натуральных чисел и обыкновенных дробей,
 - в) натуральных чисел и десятичных дробей,
 - г) натуральных и рациональных чисел?
30. Какие действия над числами известны на этапе зарождения математики:
- а) $+$, $-$, \times , $:$, частично - возведение в степень, извлечение корней и их приближение,
 - б) $+$, $-$, \times , $:$,
 - в) $+$, $-$, \times , $:$, возведение в степень, извлечение корней и их приближение,
 - г) $+$, $-$, \times , $:$, возведение в степень?
31. Как решалась проблема обозначения чисел в каждой математической цивилизации на этапе зарождения:
- а) во всех математических цивилизациях существовала десятичная система счисления,
 - б) в каждой математической цивилизации существовала собственная система счисления,
 - в) в каждой математической цивилизации существовала позиционная система счисления,
 - г) во всех математических цивилизациях существовала иероглифическая система счисления?
32. Какова ситуация с математическими предложениями в математике древних цивилизаций:
- а) некоторые математические предложения известны только в частном виде,
 - б) некоторые математические предложения известны не только в частном, но и в общем виде,
 - в) математические предложения неизвестны,
 - г) не знаю?

33. Какова ситуация с доказательствами математических предложений в математике древних цивилизаций
- а) некоторые математические предложения доказываются,
 - б) доказательства отсутствуют,
 - в) доказательства получены индуктивно,
 - г) не знаю?
34. Каким методом получены математические предложения в древних цивилизациях:
- а) с помощью дедуктивных доказательств,
 - б) с помощью индуктивных доказательств,
 - в) опытным путем,
 - г) не знаю?
35. Соотнесите функции основных структурных компонентов математики и сами эти компоненты:
- а. 1. Математические предложения.
2. Математические понятия.
3. Математические методы.
- а) их свойства описываются с помощью математических предложений, большинство из которых доказываются,
 - б) они описывают свойства математических понятий,
 - в) с их помощью решаются задачи (не только математические).
36. Впишите римскими цифрами век, когда начался третий период истории математики _____.
37. Впишите римскими цифрами век, в котором начался четвертый период истории математики _____.
38. Впишите римскими цифрами век, когда закончился второй период истории математики _____.
39. Впишите римскими цифрами век, когда закончился третий период истории математики _____.
40. Впишите фамилию советского академика, предложившего периодизацию истории математики _____.
41. Каков материальный носитель информации математики Древнего Египта:
- а) папирус,

- б) керамика,
- в) кора, листья,
- г) бамбук, бумага?

42. Каков материальный носитель информации математики Древнего Вавилона:

- а) папирус,
- б) керамика,
- в) кора, листья,
- г) бамбук, бумага?

43. Каков материальный носитель информации математики Древней Индии:

- а) папирус,
- б) керамика,
- в) кора, листья,
- г) бамбук, бумага?

44. Каков материальный носитель информации математики Древнего Китая:

- а) папирус,
- б) керамика,
- в) кора, листья,
- г) бамбук, бумага?

45. Каков материальный носитель информации индейцев Мезоамерики:

- а) камень, бумага,
- б) керамика,
- в) кора, листья,
- г) бамбук, бумага?

46. Соотнесите материальные носители с названиями древних цивилизаций:

- 1) Древний Египет,
- 2) Древний Вавилон,
- 3) Древняя Индия,
- 4) Древний Китай,

- а) бамбук, бумага,
- б) керамика,
- в) кора, листья,
- г) папирус.

47. Впишите название материального носителя информации Древнего Египта

48. Впишите название материального носителя информации Древнего Вавилона

49. Впишите название материального носителя информации Древнего Китая (с заглавной буквы, в алфавитном порядке, через запятую) _____

50. Впишите название материального носителя информации Древней Индии (с заглавной буквы, в алфавитном порядке, через запятую) _____
51. Впишите название материального носителя информации индейцев майя (с заглавной буквы, в алфавитном порядке, через запятую) _____
52. Впишите название материального носителя информации инков (с заглавной буквы, два слова и союз между ними) _____

53. Соотнесите материальные носители с названиями древних цивилизаций:

1. Древний Египет,
2. Древний Вавилон
3. Индейцы Майя
4. Древний Китай

- а) бамбук, бумага
- б) керамика
- в) камень, бумага
- г) папирус

54. Выберите названия материальных носителей информации Древнего Китая

- а) бамбук ,
- б) керамика,
- в) камень,
- г) папирус,
- д) бумага.

55. Выберите названия материальных носителей информации Древней Индии

- а) листья,
- б) керамика,
- в) камень,
- г) папирус,
- д) кора.

56. Выберите названия материальных носителей информации индейцев майя

- а) бамбук,
- б) керамика,
- в) камень,
- г) папирус,
- д) бумага.

57. Соотнесите материальные носители с названиями древних цивилизаций:

1. Древний Египет
2. Древний Вавилон
3. Империя инков

- а) бамбук, бумага;
- б) керамика,
- в) веревка с узелками,
- г) папирус.

58. Какова система знаков для обозначения чисел Древнего Египта:

- а) иероглифы,
- б) клинопись,
- в) символы,
- г) алфавит?

59. Какова система знаков для обозначения чисел Древнего Вавилона:

- а) иероглифы,
- б) клинопись,
- в) символы,
- г) алфавит?

60. Какова система знаков для обозначения чисел Древнего Китая:

- а) иероглифы,
- б) клинопись,
- в) символы,
- г) алфавит,
- д) бамбуковые палочки?

61. Какова система знаков для обозначения чисел индейцев Мезоамерики:

- а) иероглифы,
- б) клинопись,
- в) символы,
- г) алфавит?

62. Впишите название системы знаков Древнего Египта (с заглавной буквы, во множественном числе) _____.

63. Впишите название системы знаков Древнего Вавилона (с заглавной буквы) _____.

64. Охарактеризуйте систему счисления древних египтян:

- а) символическая, двадцатеричная, позиционная, с нулем,
- б) десятичная, позиционная, с нулем,
- в) иероглифическая, десятичная, непозиционная,
- г) клинописная, шестидесятеричная, позиционная.

65. Соотнесите системы счисления с названиями древних цивилизаций:

- 1. Древний Египет.
- 2. Древний Вавилон.
- 3. Индейцы майя.

4. Древняя Индия.

- а) символическая, двадцатеричная, позиционная, с нулем,
- б) символическая, десятичная, позиционная, с нулем,
- в) иероглифическая, десятичная, непозиционная,
- г) клинописная, шестидесятеричная, позиционная.

66. Соотнесите системы счисления с названиями древних цивилизаций:

- 1. Древний Египет.
- 2. Древний Вавилон.
- 3. Ацтеки.
- 4. Древняя Индия.

- а) символическая, двадцатеричная, непозиционная,
- б) символическая, десятичная, позиционная, с нулем;
- в) иероглифическая, десятичная, непозиционная,
- г) клинописная, шестидесятеричная, позиционная.

67. Каковы источники знаний о математике древних китайцев:

- а) Математика в девяти книгах,
- б) папирус Ринда, московский папирус,
- в) Сульвасутра,
- г) клинописные таблички?

68. Каковы источники знаний о математике древних египтян:

- а) Математика в девяти книгах,
- б) папирус Ринда, московский папирус,
- в) Сульвасутра,
- г) клинописные таблички?

69. Каковы источники знаний о математике в Древней Индии:

- а) Математика в девяти книгах,
- б) папирус Ринда, московский папирус,
- в) Сульвасутра,
- г) клинописные таблички?

70. Каковы источники знаний о математике древних вавилонян:

- а) Математика в девяти книгах,
- б) папирус Ринда,
- в) Сульвасутра,
- г) клинописные таблички?

71. Каковы источники знаний о математике индейцев майя:

- а) Мадридский кодекс,
- б) папирус Ринда,
- в) Сульвасутра,
- г) клинописные таблички?

72. Соотнесите источники знаний о математике древней цивилизации с ее названием:

1. Древний Египет
2. Древний Вавилон
3. Древний Китай
4. Древняя Индия

- а) Математика в девяти книгах,
- б) папирус Ринда, московский папирус,
- в) Сульвасутра,
- г) клинописные таблички.

73. Соотнесите источники знаний о математике древней цивилизации с ее названием:

1. Древний Египет
2. Древний Вавилон
3. Древний Китай
4. Индейцы майя

- а) Математика в девяти книгах,
- б) папирус Ринда, московский папирус,
- в) Парижский кодекс,
- г) клинописные таблички.

74. Какого рода дроби изучались древними индийцами:

- а) обыкновенные (в том числе аликвотные),
- б) шестидесятеричные,
- в) десятичные,
- г) обыкновенные?

75. Какого рода дроби изучались древними вавилонянами:

- а) аликвотные,
- б) шестидесятеричные,
- в) десятичные,
- г) обыкновенные?

76. Какого рода дроби изучались древними китайцами:

- а) аликвотные,
- б) шестидесятеричные,
- в) десятичные,
- г) обыкновенные?

77. Какова древняя система счисления Индии под названием чисел Брахми:

- а) символическая, двадцатеричная, непозиционная;

- б) символическая, десятичная, позиционная, с нулем,
- в) символическая, десятичная, непозиционная,
- г) клинописная, шестидесятеричная, позиционная?

78. В математике какой древней цивилизации ряд задач сводится к системам линейных уравнений, которая записывается «матрицей» своих коэффициентов:

- а) Древняя Индия,
- б) Древний Вавилон,
- в) Древний Китай,
- г) Древний Египет?

79. К чему (впишите одно слово в дательном падеже единственного числа с заглавной буквы) сводились системы линейных уравнений в Древнем Китае?

80. Установите хронологическую последовательность математических папирусов Древнего Египта:

- а) Папирус Райнда.
- б) Московский папирус.

81. В математике какой древней цивилизации уже во втором тысячелетии до н. э. вычисляется объем усеченной пирамиды с квадратными основаниями:

- а) Древняя Индия,
- б) Древний Вавилон,
- в) Древний Китай,
- г) Древний Египет?

82. В математике какой древней цивилизации широко используются разнообразные таблицы (умножения, квадратов, кубов, квадратных корней, обратных величин и др.):

- а) Древняя Индия,
- б) Древний Вавилон,
- в) Древний Китай,
- г) Древний Египет?

83. Охарактеризуйте систему счисления древних вавилонян:

- а) символическая, двадцатеричная, позиционная, с нулем,
- б) десятичная, позиционная, с нулем,
- в) иероглифическая, десятичная, непозиционная,
- г) клинописная, шестидесятеричная, позиционная.

84. Каковы источники знаний о математике древних египтян:

- а) Девять книг о математическом искусстве,
- б) папирус Ринда, Московский папирус,

- в) Сульвасутра,
- г) клинописные таблички?

85. Охарактеризуйте системы счисления древних китайцев:

- а) символическая, двадцатеричная, позиционная, с нулем,
- б) десятичная, позиционная, символы – бамбуковые палочки,
- в) иероглифическая, десятичная, непозиционная,
- г) клинописная, шестидесятеричная, позиционная,
- д) десятичная, иероглифическая, мультипликативная.

86. Какие системы счисления существовали в Древней Индии:

- а) клинописная,
- б) словесная,
- в) алфавитная,
- г) римская,
- д) десятичная позиционная?

87. Какие системы счисления существовали в Древней Индии:

- а) клинописная,
- б) словесная,
- в) алфавитная,
- г) римская,
- д) числа Брахми?

88. В какой из древних цивилизаций существовала словесная система счисления:

- а) Древняя Индия,
- б) Древний Вавилон,
- в) Древний Китай,
- г) Древний Египет?

89. В какой из древних цивилизаций существовала алфавитная система счисления:

- а) Древняя Индия,
- б) Древний Вавилон,
- в) Древний Китай,
- г) Древний Египет?

90. Впишите название страны, в которой в древности существовала словесная система счисления (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже)

91. Впишите название страны, в которой в древности существовала алфавитная система счисления (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже)

92. Впишите название страны, в которой в древности существовала система счисления под названием числа Брахми (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже) _____

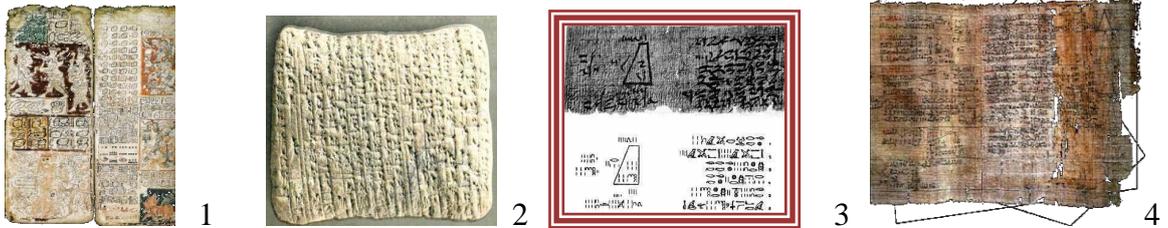
93. Впишите название страны, в которой в древности существовала шестидесятеричная система счисления (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже) _____
94. Впишите название страны, в которой в древности существовала клинописная система счисления (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже) _____
95. Выберите названия стран и народов, системы счисления которых сохранились до сих пор полностью или частично:
- а) Древняя Индия,
 - б) Древний Вавилон,
 - в) Древний Китай,
 - г) Древний Египет,
 - д) индейцы майя.
96. Выберите названия стран, системы счисления которых содержат и основания системы с отрицательными целыми степенями:
- а) Древняя Индия,
 - б) Древний Вавилон,
 - в) Древний Китай,
 - г) Древний Египет,
 - д) индейцы майя.
97. Впишите название страны, в которой в древности изобретены десятичные дроби (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже) _____
98. Впишите название страны, в которой в древности изобретен матричный способ решения систем линейных уравнений (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже) _____
99. Впишите название страны, в которой в древности существовали словесная и алфавитная системы счисления (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже) _____
100. Впишите название страны, в которой в древности существовала развитая терминология для обозначения степеней 10 до 10^{53} (одно слово с заглавной буквы в именительном падеже) _____
101. В какой стране в древности существовала развитая терминология для обозначения степеней 10 до 10^{53} :
- а) Древняя Индия,
 - б) Древний Вавилон,
 - в) Древний Китай,
 - г) Древний Египет?
102. Как датируется начало древнеегипетской цивилизации?
- а) 4-м тысячелетием до нашей эры,
 - б) 4-м столетием до нашей эры,
 - в) 4-м столетием нашей эры,

- г) сведения не сохранились?
103. Как датируется начало древневавилонской цивилизации:
- а) 4-м тысячелетием до нашей эры,
 - б) 4-м столетием до нашей эры,
 - в) 4-м столетием нашей эры,
 - г) сведения не сохранились?
104. Как датируется начало цивилизации древних майя:
- а) 4-м тысячелетием до нашей эры,
 - б) 4-м столетием до нашей эры,
 - в) 4-м столетием нашей эры,
 - г) сведения не сохранились?
105. Как датируется конец цивилизации древних майя:
- а) 4-м столетием до нашей эры,
 - б) XVI-XVII вв.,
 - в) XIV в.,
 - г) сведения не сохранились?
106. Каков характер древнеегипетской арифметики:
- а) иератический,
 - б) аддитивный,
 - в) клинописный,
 - г) мультипликативный?
107. Как датируется самый древний египетский папирус:
- а) приблизительно XV в. до н.э.,
 - б) приблизительно XVIII в. до н. э.,
 - в) приблизительно XV в. н.э.,
 - г) приблизительно XVIII в. н. э.?
108. Каков самый замечательный результат древнеегипетской геометрии:
- а) формула площади треугольника,
 - б) формула площади круга,
 - в) формула длины окружности,
 - г) формула объема усеченной пирамиды с квадратными основаниями?
109. Каков характер математики древних цивилизаций:
- а) появляется теория,
 - б) решаются только практические задачи,
 - в) доказываются теоремы,
 - г) вводятся определения?
110. От чего зависят наши знания о математической культуре конкретной древней цивилизации:
- а) от сведений, передающихся изустно,
 - б) от активности историков математики,
 - в) от сохранившихся памятников письменности,

- г) не знаю?
111. Письменные источники какой древней цивилизации сохранились наилучшим образом:
- а) Древней Индии,
 - б) Древнего Вавилона,
 - в) Древнего Китая,
 - г) Майя?
112. Как соотносятся содержание и форма математических цивилизаций древности:
- а) содержание одинаково, форма резко отличается,
 - б) содержание резко отличается, форма одинакова,
 - в) содержание и форма их совпадают,
 - г) содержание и форма их резко отличны друг от друга?
113. Математическая культура какой цивилизации является основой математики Древней Греции?
- а) Древней Индии,
 - б) Древнего Вавилона,
 - в) Древнего Китая,
 - г) Древнего Египта?
114. Какое количество задач содержит Московский папирус:
- а) 20,
 - б) 25,
 - в) 80,
 - г) 84?
115. Какое количество задач содержит папирус Райнда:
- а) 20,
 - б) 25,
 - в) 80,
 - г) 84?
116. Впишите арабскими цифрами количество задач Московского папируса _____
117. Впишите арабскими цифрами количество задач папируса Райнда _____
118. Как выполнялось умножение в математике Древнего Египта:
- а) использовалась таблица умножения,
 - б) присчитыванием единиц,
 - в) с помощью удвоения и сложения нужных результатов удвоения,
 - г) не знаю?
119. Каковы источники знаний о культуре древних майя:

- а) Математика в девяти книгах,
- б) папирус Ринда, московский папирус,
- в) Дрезденский, Мадридский, Парижский кодексы,
- г) клинописные таблички?

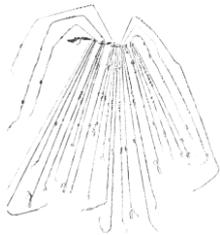
120. Соотнесите приведенные ниже рисунки с источниками знаний о конкретной культуре древней цивилизации



- а) фрагмент древнеегипетского папируса,
 - б) клинописная табличка,
 - в) фрагмент кодекса майя,
 - г) папирус Райнда.
121. Каков самый замечательный результат древнеегипетской алгебры:
- а) специальный символ для неизвестного числа,
 - б) решение задач с помощью уравнений первой степени,
 - в) задача на геометрическую прогрессию,
 - г) задача на логарифмы?
122. Что такое «хау-исчисление»:
- а) древнеегипетская геометрия,
 - б) древнеегипетская алгебра,
 - в) древневавилонская астрономия,
 - г) древнекитайская система счисления?
123. В какой из математических культур древних цивилизаций рассматривали задачи на сложные проценты и специальные случаи логарифмов:
- а) Древнем Китае,
 - б) Древнем Египте,
 - в) майя,
 - г) Древнем Вавилоне?
124. В какой из математических культур древних цивилизаций математика играла в астрономии превалирующую роль по сравнению с наблюдением:
- а) Древнем Китае,
 - б) Древнем Египте,
 - в) Древней Индии,

- г) Древнем Вавилоне?
125. Почему не сохранилось прямых свидетельств математической культуры майя:
- а) они уничтожены испанскими конкистадорами,
 - б) хрупкость материального носителя информации,
 - в) сложность записей,
 - г) не знаю.

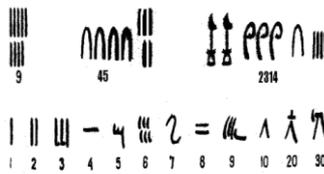
126. Соотнесите древнюю цивилизацию и артефакты счета, представленные на рисунках:



1



2



3



4

- а) Древний Египет,
 - б) Древний Вавилон,
 - в) Майя,
 - г) Инки,
127. Чем являются математические сведения ведийского периода:
- а) оригинальными математическими текстами,
 - б) фрагментами философских текстов,
 - в) фрагментами религиозных текстов,
 - д) фрагментами философско-религиозных текстов?
128. Фрагментами каких древних философско-религиозных книг являются сведения о математической культуре Древней Индии II-I тысячелетий до н.э.:
- а) сутры,
 - б) Сиддханты,
 - в) веды,
 - г) былины,
 - д) руны?
129. Расположите в хронологической последовательности письменные источники Древней Индии, в которых имеются математические сведения:
- а) труды Ариабхаты,
 - б) сутры,
 - в) Сиддханты.
130. Какое время считается расцветом индийской математики:

- а) I тысячелетие до н.э.,
 - б) первые века нашей эры,
 - в) V-VII вв. н.э.,
 - г) XVIII в.?
131. Выберите имена индийских математиков V-VII вв., труды которых обеспечили расцвет индийской математики:
- а) Сульвасутра,
 - б) Ариабхата,
 - в) Камасутра,
 - г) Брахмагупта,
 - д) Кришна.
132. Выберите имена индийских математиков V-VII вв., труды которых обеспечили расцвет индийской математики:
- а) Сульвасутра,
 - б) Бхаскара,
 - в) Камасутра,
 - г) Брахмагупта,
 - д) Кришна.
133. Выберите имена индийских математиков V-VII вв., труды которых обеспечили расцвет индийской математики
- а) Сульвасутра,
 - б) Ариабхата,
 - в) Камасутра,
 - г) Бхаскара,
 - д) Кришна.
134. Охарактеризуйте числа Брахми как систему счисления:
- а) десятичная позиционная,
 - б) десятичная непозиционная,
 - в) десятичная алфавитная,
 - г) десятичная словесная.
135. В какой стране словесная система счисления применяется и до сих пор:
- а) Индия,
 - б) Китай,
 - в) Египет,
 - г) Вавилон?
136. Какими словами может быть заменена цифра 1 в словесной системе счисления:
- а) близнецы,
 - б) луна,
 - в) брови,
 - г) земля,

- д) солнце?
137. Какими словами может быть заменена цифра 2 в словесной системе счисления:
- а) близнецы,
 - б) мать,
 - в) уши,
 - г) земля,
 - д) солнце?
138. В каких системах счисления Древней Индии имелась мультипликативная запись числа:
- а) словесных,
 - б) алфавитных,
 - в) числах Брахми?
139. В каких системах счисления Древней Индии использовался позиционный принцип и 0:
- а) словесных,
 - б) алфавитных,
 - в) числах Брахми?
140. Когда сведения об индийской десятичной позиционной системе счисления проникают в близлежащие страны:
- а) VII в.,
 - б) XIII в.,
 - в) I в. до н.э.,
 - г) XVII в.?
141. Когда арабские математики начинают распространять сведения об индийской десятичной позиционной системе счисления в Европе:
- а) начиная с VII в.,
 - б) начиная с XI в.,
 - в) с I в. до н.э.,
 - г) с XVII в.?
142. Соотнесите хронологию событий с самими событиями, связанными с индо-арабской системой счисления:
- 1) Распространение арабами индийской системы счисления в Европе,
 - 2) Арабские математики оценили преимущества индийской системы счисления,
 - 3) Создание индийской десятичной позиционной системы счисления,
 - 4) Проникновение индийской позиционной системы счисления в близлежащие страны,
- а) начиная с VIII в.,
 - б) с XI в.,

- в) не позднее VI в.,
г) в середине VII в.
143. Выберите приоритетные достижения индийской математики:
а) отрицательные числа,
б) десятичная позиционная система счисления,
в) создание развитой алгебраической символики,
г) десятичные дроби,
д) комбинаторика.
144. Выберите приоритетные достижения китайской математики:
а) отрицательные числа,
б) десятичная позиционная система счисления,
в) создание развитой алгебраической символики,
г) десятичные дроби,
д) комбинаторика.
145. Выберите приоритетные достижения индийской математики:
а) отрицательные числа,
б) десятичная позиционная система счисления,
в) создание развитой алгебраической символики,
г) десятичные дроби,
д) тригонометрия.
146. Выберите приоритетные достижения индийской математики:
а) отрицательные числа,
б) десятичная позиционная система счисления,
в) суммирование бесконечных рядов,
г) десятичные дроби,
д) комбинаторика.
147. Выберите приоритетные достижения китайской математики:
а) отрицательные числа,
б) десятичная позиционная система счисления,
в) «матричное» решение систем линейных уравнений,
г) десятичные дроби,
д) комбинаторика.
148. Какие числа открыли китайские математики (впишите с заглавной буквы в именительном падеже множественного числа)? _____
149. Какие дроби открыли китайские математики (впишите с заглавной буквы в именительном падеже множественного числа)? _____
150. В каком сочинении древних индийцев находятся наиболее ранние геометрические сведения:
а) в Ведах,
б) Сиддхантах,
в) Сульвасутре,

- г) Камасутре?
151. Впишите название сочинения древних индийцев, в котором находятся наиболее ранние геометрические сведения _____
152. Чем служила Сульвасутра для древних индийцев:
- а) учебником,
 - б) философской книгой,
 - в) пособием при строительстве храмов и алтарей,
 - г) молитвенником?
153. Каково основное содержание Сульвасутры:
- а) задачи на доказательство,
 - б) задачи на построение,
 - в) задачи на пропорции,
 - г) задачи на нахождение площадей,
 - д) задачи на выполнение действий с отрицательными числами?
154. Каково основное содержание Сульвасутры:
- а) задачи по тригонометрии,
 - б) задачи на построение,
 - в) задачи на пропорции,
 - г) задачи на нахождение площадей,
 - д) задачи на выполнение действий с десятичными дробями?
155. На труды каких ученых опирается индийская тригонометрия:
- а) древневавилонский,
 - б) древнегреческих,
 - в) древнеегипетский,
 - г) древнекитайских?
156. На труды какого древнегреческого ученого (впишите имя с заглавной буквы в родительном падеже) опирается индийская тригонометрия? _____
157. Кто из знаменитых индийских математиков (впишите имя с заглавной буквы в именительном падеже) разработал таблицы синусов через $3^{\circ}45'$? _____
158. Соотнесите замечательные успехи в математике и страны, в которых они были достигнуты:
- 1) Впервые установлены соотношения между тригонометрическими величинами,
 - 2) Открыты отрицательные числа,
 - 3) Создана шестидесятеричная система счисления,
 - 4) Впервые вычислен объем усеченной пирамиды с квадратными основаниями,
- а) Древний Египет,
 - б) Древний Вавилон,
 - в) Древний Китай,

- г) Древняя Индия.
159. Соотнесите замечательные успехи в математике и страны, в которых они были достигнуты:
- 1) Создана десятичная позиционная система счисления с нулем,
 - 2) Открыт «матричный» метод решения систем линейных уравнений,
 - 3) Создана шестидесятеричная система счисления,
 - 4) Впервые вычислен объем усеченной пирамиды с квадратными основаниями,
- а) Древний Египет,
б) Древний Вавилон,
в) Древний Китай,
г) Древняя Индия.
160. Соотнесите замечательные успехи в математике и страны, в которых они были достигнуты
- 1) Создана десятичная позиционная система счисления с нулем,
 - 2) Открыт «матричный» метод решения систем линейных уравнений,
 - 3) Созданы шестидесятеричные дроби,
 - 4) Создан календарь с точностью выше точности юлианского календаря до 2012,
- а) Страна индейцев майя,
б) Древний Вавилон,
в) Древний Китай,
г) Древняя Индия.
161. Когда возникают китайская математика и астрономия:
- а) XIV в.,
 - б) XI в. до н.э.,
 - в) XI в.,
 - г) XIV в. до н.э.?
162. Кто из правителей Китая истребил практически всю китайскую литературу, в том числе математическую:
- а) Правитель династии Цинь,
 - б) Правитель династии Хань,
 - в) Конфуций,
 - г) Лао-Цзы?
163. Кто из правителей Китая практически восстановил китайскую литературу, в том числе математическую:
- а) Правитель династии Цинь,
 - б) Правители династии Хань,
 - в) Конфуций,
 - г) Лао-Цзы?

164. Когда произошло уничтожение практически всей китайской литературы, в том числе математической:
- а) 213 г.,
 - б) 208 г. до н.э.-220г.,
 - в) 213 г. до н.э. ,
 - г) 208-220 гг.?
165. Когда правила династия, при которой была практически восстановлена вся китайская литература, в том числе, математическая:
- а) 213 г.,
 - б) 208 г. до н.э.-220 г.,
 - в) 213 г. до н.э. ,
 - г) 208-220 гг.?
166. Как датируется появление первых математических трактатов в Китае:
- а) II в. до н.э.,
 - б) III в.,
 - в) II тысячелетие до н. э.,
 - г) II тысячелетие н.э.?
167. Выберите из предложенных названия древнейших китайских математических трактатов:
- а) Правила веревки,
 - б) Трактат об измерительном шесте,
 - в) Великое искусство,
 - г) Математика в девяти книгах.
168. Соотнесите названия трактатов и их основное содержание:
- 1) Математико-астрономический трактат,
 - 2) Пособие для построения храмов и алтарей,
 - 3) Фундаментальный математический труд,
- а) Сульвасутра,
 - б) Математика в девяти книгах,
 - в) Трактат об измерительном шесте.
169. Какие китайские математические трактаты датируются II в. до н.э.:
- а) Правила веревки,
 - б) Трактат об измерительном шесте,
 - в) Великое искусство,
 - г) Математика в девяти книгах,
170. Выберите из предложенных название фундаментального китайского математического труда:
- а) Правила веревки,
 - б) Трактат об измерительном шесте,
 - в) Великое искусство,
 - г) Математика в девяти книгах.

171. Выберите из предложенных название древнего китайского математико-астрономического сочинения:
- а) Правила веревки,
 - б) Трактат об измерительном шесте,
 - в) Великое искусство,
 - г) Математика в девяти книгах.
172. Когда была разработана китайская система образования, в том числе математического:
- а) XI-III вв. до н.э.,
 - б) XI-III вв.,
 - в) XI в.,
 - г) III в.?
173. Сколько лет изучалась математика в Древнем Китае в императорской академии? Впишите только арабскую цифру. _____
174. Когда завершено написание «Десяти классических трактатов»:
- а) III-IV вв.,
 - б) III-IV вв. до н.э.,
 - в) III в. до н.э.,
 - г) IV в до н.э.?
175. Впишите (с заглавной буквы в именительном падеже) другое русское название «Десяти классических трактатов» _____
176. Какой из китайских математических трактатов переведен на русский язык:
- а) Правила веревки,
 - б) Трактат об измерительном шесте,
 - в) Десять классических трактатов ,
 - г) Математика в девяти книгах?
177. Когда в Китае были серьезно поставлены математическое образование и сдача экзаменов
- а) к первой половине I тысячелетия,
 - б) ко второй половине I тысячелетия,
 - в) к первой половине I тысячелетия до н.э.,
 - г) ко второй половине I тысячелетия до н.э.?
178. Кто в обязательном порядке должен был сдавать экзамен по математике в Древнем Китае? Впишите одно слово в именительном падеже множественного числа. _____
179. Кто в обязательном порядке должен был сдавать экзамен по математике в Древнем Китае:
- а) ремесленники,
 - б) крестьяне,

- в) чиновники,
 - г) воины?
180. Впишите арабскими числами через запятую, сколько было систем счисления в Древнем Китае, каково было их основание. _____
181. Выберите из предложенных характеристики иероглифической системы счисления Древнего Китая:
- а) десятичная,
 - б) позиционная,
 - в) мультипликативная,
 - г) аддитивная,
 - д) алфавитная.
182. Выберите из предложенных характеристики позиционной системы счисления Древнего Китая:
- а) десятичная,
 - б) иероглифическая,
 - в) с обозначением чисел вертикальными и горизонтальными палочками,
 - г) аддитивная,
 - д) алфавитная.
183. Какие счетные приборы использовались в Древнем Китае:
- а) абак,
 - б) счетная доска,
 - в) суаньпань,
 - г) счеты,
 - д) логарифмическая линейка?
184. Впишите с заглавной буквы название знаменитого китайского счетного прибора _____
185. Впишите с заглавной буквы название знаменитого китайского счетного прибора, похожего на русские счеты _____
186. Когда в Китае появилась таблица умножения:
- а) не позднее VIII в.,
 - б) не позднее VIII в. до н.э.,
 - в) не позднее VI в.,
 - г) не позднее VI в. до н.э.?
187. Как отделялась целая часть от дробной в китайских десятичных дробях:
- а) с помощью горизонтальной черты,
 - б) с помощью вертикальной черты,
 - в) с помощью специального иероглифа,
 - г) с помощью запятой?

188. Как отделялась целая часть от дробной в китайских обыкновенных дробях:
- с помощью горизонтальной черты,
 - с помощью точки,
 - с помощью специального иероглифа,
 - с помощью запятой?
189. Когда введены в Древнем Китае отрицательные числа и правила действий над ними:
- II в.,
 - II в. до н.э.,
 - III в.,
 - VII в.?
190. Какие числа и действия над ними введены в Древнем Китае во II в. до н.э.:
- иррациональные,
 - отрицательные,
 - десятичные дроби,
 - комплексные?
191. Какие числа введены в Древнем Китае во II в. до н.э.? Впишите с заглавной буквы во множественном числе. _____
192. Соотнесите даты открытия отрицательных чисел и название страны, в которой произошло это событие:
- 1) II в. до н. э.,
 - 2) VII в.,
 - 3) III в.,
- Индия,
 - Греция,
 - Китай.
193. Каково содержание «Математики в девяти книгах»:
- 246 задач,
 - 84 задачи,
 - 150 таблиц,
 - числовой ответ задачи,
 - правило решения задачи?
194. Каково математическое содержание «Математики в девяти книгах»:
- тригонометрия,
 - действия с отрицательными числами,
 - комбинаторика,
 - извлечение квадратных и кубических корней,
 - решение уравнений высших степеней?
195. Каково математическое содержание «Математики в девяти книгах»:
- тригонометрия,

- б) действия с дробями, в том числе десятичными,
в) комбинаторика,
г) решение систем уравнений «матричным» методом,
д) решение уравнений высших степеней?
196. Через какие страны математика Китая оказывала влияние на европейскую математику:
а) Индию,
б) Грецию,
в) страны ислама,
д) Египет,
е) Вавилон?
197. Через какие страны математика Индии оказывала влияние на европейскую математику:
а) Китай,
б) Грецию,
в) страны ислама,
д) Египет,
е) Вавилон?
198. Когда впервые была обнаружена цивилизация майя:
а) в 30-е гг. XIX в.,
б) в 30-е гг. XX в.,
в) в 20-е гг. XIX в.,
г) в 20-е гг. XX в.?
199. Когда начались систематические раскопки остатков цивилизации майя:
a. а) в 30-е гг. XIX в.,
b. б) в 30-е гг. XX в.,
c. в) в 20-е гг. XIX в.,
d. г) в 20-е гг. XX в.?
200. Кем уничтожены прямые свидетельства о математической культуре майя:
а) американцами,
б) французами,
в) испанцами,
г) русскими?
201. Представителями какой страны уничтожены прямые свидетельства о математической культуре майя (впишите ее название с заглавной буквы в именительном падеже)? _____
202. Кем был Диего де Ланда:
а) францисканским монахом,
б) миссионером на полуострове Юкатан,
в) испанским математиком,
г) создателем книги о цивилизации майя,

- д) епископом Юкатана?
203. Кем был Диего де Ланда:
а) францисканским монахом,
б) миссионером на полуострове Юкатан,
в) испанским математиком,
г) автором «Сообщений о делах в Юкатане»,
д) иезуитским монахом?
204. Кем записан алфавит майя:
а) Кнорозовым,
б) Диего де Ланда,
в) Ариабхатой,
г) Колмогоровым?
205. Кто автор книги «Сообщение о делах в Юкатане» (впишите в именительном падеже все имя из трех слов)? _____
206. Кто записал алфавит майя (впишите в именительном падеже все имя из трех слов)? _____
207. По чьей инициативе уничтожены практически все книги цивилизации майя (впишите в именительном падеже все имя из трех слов)?

208. Где географически располагалась цивилизация майя:
а) в Северной Америке,
б) в Африке,
в) на полуострове Юкатан,
г) во Флориде?
209. Впишите с заглавной буквы название полуострова, где жила древняя цивилизация майя? _____
210. По каким мотивам были уничтожены все книги майя:
а) по религиозным,
б) по экономическим,
в) по научным,
г) по социальным?
211. Кто написал, что в книгах майя содержатся «суеверия и ложь демона» (впишите в именительном падеже все имя из трех слов)? _____
212. Выберите характеристику прямых свидетельств о математической культуре майя:
а) они не сохранились,
б) астрономические расчеты превышают по точности вавилонские,
в) календарные расчеты превышают точность юлианского календаря,
г) решение алгебраических задач.

213. Выберите характеристики косвенных свидетельств о математической культуре майя:
- а) они не сохранились,
 - б) астрономические расчеты превышают по точности вавилонские,
 - в) календарные расчеты превышают точность юлианского календаря,
 - г) решение алгебраических задач.
214. До какого года доведены календарные расчеты майя? Впишите арабскими цифрами _____
215. Кто дешифровал письменность майя:
- а) американский ученый,
 - б) немецкий ученый,
 - в) советский ученый,
 - г) французский ученый?
216. Впишите фамилию советского ученого (с заглавной буквы в именительном падеже), который дешифровал письменность майя _____
217. Кем является Юрий Валентинович Кнорозов:
- а) советским лингвистом,
 - б) советским математиком,
 - в) советским этнографом,
 - г) советским логиком,
 - д) дешифровщиком письменности майя?
218. Соотнесите человека и его свершение:
- 1)Кнорозов,
 - 2)Диего де Ланда,
 - 3)Мексиканский полковник,
- а) написал «Сообщение о делах в Юкатане,
 - б) в 30-х гг. XIX в. открыл цивилизацию майя,
 - в) дешифровал письменность майя.
219. Соотнесите человека и его свершение:
- 1)Кнорозов,
 - 2)Диего де Ланда,
 - 3)Мексиканский полковник
- а) уничтожил майяскую литературу,
 - б) в 30-х гг. XIX в. открыл цивилизацию майя,
 - в) дешифровал письменность майя.

220. Соотнесите человека (имя, род занятий) и его свершение
- 1)Кнорозов,
2)Диего де Ланда,
3)Любитель истории,
- а) уничтожил майянскую литературу,
б) в 30-х гг. XIX в. организовал первую экспедицию в поисках цивилизации майя,
в) дешифровал письменность майя.
221. Какие две системы счисления использовали майя:
- а) лицевая, применявшаяся в повседневной жизни,
б) десятичная позиционная с нулем,
в) двадцатеричная позиционная с нулем,
г) десятичная иероглифическая,
д) шестидесятеричная позиционная?
222. Соотнесите количество систем счисления в древних цивилизациях:
- 1)1,
2)2,
3)множество,
- а) индийцы,
б) ацтеки,
в) майя.
223. Соотнесите количество систем счисления в древних цивилизациях
- 1)1,
2)2,
3)множество,
- а) индийцы,
б) ацтеки,
в) китайцы.
224. Сколько символов использовали майя для записи чисел в двадцатеричной позиционной системе счисления? _____
225. Какие символы использовали майя для записи чисел в двадцатеричной нумерации:
- а) иероглифы,
б) точки,
в) бамбуковые палочки,
г) черточки,

д) полузакрытый глаз (ракушка)?

226. Соотнесите символы майяской системы счисления и их значение:

1)5,
2)1,
3)0,

- а) точки,
- б) черточки,
- в) полузакрытый глаз (ракушка).

227. Выберите из перечисленных характеристики ацтекской системы счисления:

- а) десятичная,
- б) шестидесятеричная,
- в) двадцатеричная,
- г) позиционная,
- д) непозиционная.

228. В чем преимущества майяской системы счисления перед ацтекской:

- а) она десятичная,
- б) она позиционная с нулем,
- в) она двадцатеричная,
- г) она шестидесятеричная?

229. В чем сходство майяской системы счисления с ацтекской:

- а) они десятичные,
- б) они позиционные с нулем,
- в) они двадцатеричные,
- г) они иероглифические?

230. Как называется узелковый счет инков? Впишите с заглавной буквы.

231. Каким является счет инков кипу:

- а) иероглифическим,
- б) алфавитным,
- в) узелковым,
- г) словесным?

232. Какое число является основанием узелкового счета инков кипу?

233. Какое число является основанием узелкового счета инков кипу:
а) 10,
б) 20,
в) 60,
г) 12?
234. Соотнесите нумерацию и цивилизацию индейцев Древней Америки:
1) Майя,
2) Ацтеки,
3) Инки,
а) узелковый счет кипу,
б) двадцатеричная позиционная нумерация с нулем,
в) двадцатеричная непозиционная нумерация.
235. Соотнесите географическое положение индейцев майя, ацтеков, инков:
1) Майя,
2) Ацтеки,
3) Инки,
а) полуостров Юкатан,
б) Южная Америка,
в) современная Мексика и другие близлежащие страны

Методические указания для студента

Вопросы компьютерного тестирования представлены в нескольких видах, ответы на которые предполагают: 1) выбор одного верного из предложенных ответов, 2) выбор нескольких ответов, каждый из которых верен; 3) указание соответствия между двумя сериями фактов, 4) последовательность фактов, 5) вписывание верного ответа.

Из предложенных 235 вопросов компьютер самостоятельно формирует для каждого студента свой вариант, включающий 25 вопросов, на которые необходимо ответить в течение 20 минут. Можно пропустить вопрос и вернуться к нему позже. Отметки выставляются в пяти- и двадцатибалльной системах.

2. Демонстрационная версия кратковременной контрольной работы по самостоятельно изучаемому материалу в виде бланчного тестирования.

Тема: Математика Древнего и средневекового Китая

Контрольная работа № __. Фамилия студента _____

1. Охарактеризуйте процесс и причины истребления книг первым императором Китая _____

2. Опишите изобретение десятичных дробей и отрицательных чисел в Древнем Китае _____

Контрольная работа № __. Фамилия студента _____

1. Охарактеризуйте письменные источники Древнего и средневекового Китая _____

2. Опишите алгебру Древнего Китая _____

Контрольная работа № __. Фамилия студента _____

1. Охарактеризуйте системы счисления Древнего Китая _____

2. Опишите геометрию Древнего Китая _____

Контрольная работа № __. Фамилия студента _____

1. Охарактеризуйте вычислительные возможности Древнего Китая _____

2. Опишите структуру и содержание «Математики в девяти книгах» _____

Методические указания.

В контрольной работе 4 варианта. Она выполняется по материалу, заданному для самостоятельного изучения. В аудитории каждый студент получает свой бланк с вариантом задания и заполняет его, кратко излагая свои мысли по предложенной проблеме. Оценка выставляется по пятибалльной шкале. Оценивается каждое задание. В данном случае они равноценны и оцениваются каждое в 2,5 балла максимально. На выполнение задания дается 5-7 минут.

3. Возможные темы проектов по истории математики Древних цивилизаций.

1.	Письменные источники математики Древнего Египта
2.	Письменные источники математики Древнего Вавилона
3.	Веды, «Сульвасутра», «Сиддханты» (Древняя Индия)
4.	Математические сочинения Брахмагупты
5.	Математические сочинения Ариабхаты
6.	Китайский трактат «Математика в девяти книгах»
7.	Математика в кодексах майя
8.	Системы счисления народов Древних цивилизаций
9.	Арифметика народов Древних цивилизаций
10.	Геометрия в математике народов Древних цивилизаций
11.	Алгебра в математике народов Древних цивилизаций
12.	Влияние на астрономию и календарь математики народов Древних цивилизаций
13.	История числа π у народов Древних цивилизаций
14.	История теоремы Пифагора в математике народов Древних цивилизаций
15.	История числовых рядов в математике народов Древних цивилизаций
16.	История десятичных дробей и их аналогов в математике народов Древних цивилизаций.
17.	История решения уравнений степени выше первой в математике народов Древних цивилизаций
18.	История развития комбинаторики в Древней и средневековой Индии
19.	История отрицательных чисел в Древнем и средневековом Китае
20.	История «матричного метода» решения систем уравнений в Древнем и средневековом Китае.
21.	Иероглифические системы счисления в математике народов Древних цивилизаций
22.	«Уничтожение книг», в том числе, математических, у народов Древних цивилизаций

23.	Средства вычислений в математике народов Древних цивилизаций.
24.	Клинопись: история создания, ареал распространения и влияние на развитие математики
25.	История открытия математик народов Древней Америки

Методические указания к выполнению проекта

Проект в виде реферата компилятивного характера выполняется индивидуально или в составе группы, если тематика позволяет это сделать. Защищается на экзамене по истории математики.

Основные этапы выполнения проекта:

1. *Подбор литературы.* Основная литература указывается в списке, предложенном в конце первого модуля. Кроме того, приветствуется использование:

- а) литературы по всемирной истории или ее периодам и странам;
- б) фундаментальных исследований по истории математики (например, трехтомник А.П. Юшкевича) и более популярной литературы (например, книг В.А. Никифоровского), их следует искать в алфавитном каталоге библиотек института, университета, публичной и др.;
- в) публикаций в серии «Историко-математические исследования» (тематический указатель статей этой серии подготовлен В.Е. Пырковым);
- г) интернет-источники.

2. *Составление плана работы,* в котором должны быть отражены:

- а) во введении: основные характеристики эпохи (кратко), развития математики в эту эпоху, история обнаружения книги, биографические сведения об авторе (если объектом исследования является конкретный трактат, книга и т.п.),
- б) основная часть раскрывает содержание темы.;
- в) в заключении: роль объекта исследования в развитии математики Древних цивилизаций, развитие основных идей исследуемого явления;
- г) Список литературы, оформленный в соответствии с ГОСТом (см. в интернете)

4. *Реализация плана:* составление текста со ссылками на литературные источники (например, [3, с. 15]), где первая цифра – номер литературного источника в списке литературы, вторая – страница, которая цитируется.

5. *Подготовка выступления на 5-7 мин.* в сопровождении презентации, иллюстрирующей основные положения выступления.

6. *Защита проекта* в процессе экзамена.

Оглавление

Введение	3
Модуль I. Материалы к лекциям.....	5
1. Основные периоды развития математики.....	5
2. Период зарождения математики	7
3. Общая характеристика математической культуры Древних цивилизаций .	12
4. Математика древних цивилизаций Северной Африки и Ближнего Востока	14
4.1. Математика Древнего Египта	14
4.2. Математика Древнего Вавилона.....	22
5. Математическая культура Юго-Восточной Азии в древности и в средние века.....	28
5.1. Математика древней и средневековой Индии.....	29
5.2. Математическая культура древнего и средневекового Китая.....	36
6. Математическая культура народов Древней Америки.....	45
6.1. Математическая культура народов Мезоамерики	45
6.1.1. Математическая культура народа майя.	46
6.1.2. Математическая культура древних ацтеков.....	53
6.2. Математическая культура империи древних инков.	54
Литература.....	58
Модуль II. Контрольно–измерительные и проектные материалы.....	59
1. Вопросы компьютерного тестирования по теме «Периодизация истории математики. Математика древних цивилизаций»	59
2. Демонстрационная версия кратковременной контрольной работы по самостоятельно изучаемому материалу в виде бланчного тестирования.....	93
3. Возможные темы проектов по истории математики Древних цивилизаций.	95

Учебное издание

ПОЛЯКОВА Татьяна Сергеевна

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ

Период зарождения

Математика древних цивилизаций

Краткий очерк

Подписано в печать 06.09.2017.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Усл. печ. л. 5,81. Уч.-изд. л. 3,61.

Бумага офсетная. Тираж 100 экз. Заказ № 5922.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1. Тел. (863) 247-80-51.