

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт математики, механики и компьютерных наук
им. И. И. Воровича

Т. С. Полякова

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ
ПЕРИОД МАТЕМАТИКИ ПОСТОЯННЫХ ВЕЛИЧИН
МАТЕМАТИКА ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ
Краткий очерк

Учебное пособие

Ростов-на-Дону – Таганрог
Издательство Южного федерального университета
2018

УДК 510(091)(38)(075.8)

ББК 22.1гя73

П54

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Южного федерального университета*

Рецензенты:

доктор педагогических наук, профессор, декан факультета математики и
компьютерных наук Кубанского государственного университета *С. П. Грушевский*;
доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и методики
ее преподавания Елецкого государственного университета им. И. А. Бунина
О. А. Саввина

П54

Полякова, Т. С.

История математики. Период математики постоянных величин.
Математика Древней Греции : Краткий очерк : учебное пособие /
Т. С. Полякова ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону ;
Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018.
– 102 с.

ISBN 978-5-9275-2903-2

Материал учебного пособия основан на лекциях, прочитанных автором в Южном федеральном университете по бакалаврской программе «Педагогическое образование», профиль «Математика» в рамках курса «История математики».

Учебное пособие содержит два основных модуля. В первом из них изложена краткая история развития математики Древней Греции в период математики постоянных величин. Второй модуль имеет методический характер. Он включает контрольно-измерительные и проектные материалы, предназначенные для организации и контроля самостоятельной работы студентов.

Учебное пособие предназначено для студентов – будущих учителей математики, а также для действующих учителей математики и их учеников. С помощью представленных в нем материалов можно разнообразить уроки математики, проводить элективные курсы, использовать в других формах дополнительного математического образования. Учебное пособие будет интересно также преподавателям колледжей и вузов, интересующихся математикой и ее историей.

Публикуется в авторской редакции.

ISBN 978-5-9275-2903-2

УДК 510(091)(38)(075.8)

ББК 22.1гя73

© Южный федеральный университет, 2018

© Т. С. Полякова, 2018

© В. Е. Пырков, Т. С. Полякова,
художественное оформление, 2018

Введение

Общепринято, что великая культура Древней Греции является основой современной европейской культуры.

Так, наиболее распространенная в наше время форма общественного устройства – демократия – продукт развития древнегреческого общества. Суды присяжных как основа современного судопроизводства родились также в Древней Греции.

Что касается материальной культуры, то сохранившиеся остатки архитектурных сооружений говорят о чрезвычайно высоком уровне ее развития и до сих пор служат примером для архитекторов всего мира.

Искусство Древней Греции, особенно скульптура, оставило неизгладимый след в мировой истории и до сих пор служит образцом для изучения и подражания.

Что касается европейской литературы, то она начинается с Гомера. Высокоразвитое театральное искусство говорит о качественной драматургии Древней Греции.

Если говорить о науке, то фундаментом большинства классических наук являются достижения древнегреческих ученых. Так, основы философии заложены в этой стране в сочинениях Демокрита, Платона, Аристотеля и многих других философов. Естественнаучные открытия принадлежат Фалесу Милетскому и его ученикам, а также Евдоксу Книдскому, Архимеду и многим другим ученым.

Математика же Древней Греции является несомненной основой современной математики и математического образования. Труды Фалеса, Пифагора, Архимеда, Аполлония, Диофанта представляют из себя вершины математических исследований. Пифагорейская система знаний – квадривиум, включающая в себя арифметику, геометрию, астрономию и музыку, – явилась основой европейского образования.

Именно поэтому математике Древней Греции и посвящено отдельное учебное пособие, которое является второй частью серии учебных пособий по всеобщей истории математики, предназначенной для студента – будущего учителя математики, а также действующего учителя математики и его учеников.

Направленность пособия на студентов и учителей математики обусловила принципиальные особенности изложения, которые характерны и для первой его части.

Во-первых, краткость, так как излишняя детализация заслоняет фундаментальные идеи, на основе которых развивалась математика в течение многотысячелетней истории человеческой цивилизации.

Во-вторых, современный язык изложения, который будет понятен не только учителю, но и студенту, и даже ученику.

В-третьих, богатство иллюстраций, которые дают возможность зрительно представить исторические и культурные артефакты.

В-четвертых, научный характер изложения, обеспеченный тем, что оно ведется на принципах периодизации истории математики.

В-пятых, широкий общекультурный контекст.

Наконец, ометодиченность пособия: в нем кроме фактических сведений представлены контрольно-измерительные и проектные материалы и методические указания к ним.

В связи с последней особенностью структура пособия представляет собой два основных модуля: первый – условно теоретический, включающий материалы к лекциям, второй – условно методический, в который входят контрольно-измерительные и проектные материалы.

Первый модуль, в свою очередь, включает в себя несколько основных разделов.

В первом разделе дается общая характеристика периода математики постоянных величин, выделяются такие его характерные особенности как:

а) особая роль доказательства, которое становится основным методом математического исследования;

б) развитие математики в рамках крупнейших цивилизаций, сменяющих друг друга – древнегреческой, средневековой арабской, средневековой и ренессансной европейской;

в) непрерывность традиций, при которой основные достижения предыдущей цивилизации достаточно полно осваивались следующей;

г) результатом развития математики в этот период стало создание так называемой элементарной математики.

В этом же разделе представлена общая характеристика древнегреческой математической культуры: развитие в рамках научных школ, требование доказательности, высокий динамизм. Охарактеризованы сохранившиеся письменные источники и системы счисления Древней Греции.

Во втором разделе дано описание деятельности и результатов исследований Ионийской (милетской) научно-математической школы, являющейся родоначальницей древнегреческой математики. Основное внимание

уделено знаменитому Фалесу Милетскому – одному из 7 мудрецов, дипломату, естествоиспытателю, математику, наконец, гражданину своего государства. Раскрыты математические достижения великого ученого, их роль в становлении математики периода переменных величин.

Третий раздел посвящен Итальянской научно-математической школе. Очень кратко охарактеризована деятельность элеатов, которые занимались в основном философскими проблемами.

Подробно описан процесс деятельности и ее результаты пифагорейской математической школы. Большое внимание уделено личности самого Пифагора, многогранности пифагореизма во всех его проявлениях, в том числе, в системе морально-этических правил. Естественно, самая значительная часть раздела посвящена математическим достижениям пифагорейцев: основам теоретической арифметики, вычислительной математики, прямолинейной планиметрии, правильным многогранникам, наконец, открытию несоизмеримости и как ее результату – переходу к геометрическому языку, созданию геометрической алгебры.

В четвертом разделе раскрываются особенности развития математики в Афинской научной школе. Характеризуется решение сложных математических проблем в знаменитых философских школах Платона и Аристотеля. Рассматривается просвещенческая и математическая деятельность школы софистов, а также первые в мире «Начала» Гиппократы Хиосского.

Уделяется внимание теории иррациональности Теэтета Афинского и – особенно – математическим достижениям друга и ученика Платона Евдокса Книдского, роль которого в развитии древнегреческой математики представляется автору недооцененной. В то время как теория отношений Евдокса явилась прообразом теории действительных чисел Дедекинда, а изобретенный им метод исчерпывания был усовершенствован Архимедом и широко использовался при построении дифференциального и интегрального исчисления в XVII в.

Пятый раздел наиболее обширен, так как посвящен Александрийской математической школе, полученные в которой результаты стали вершиной развития древнегреческой математики. Подчеркивается роль царя Птолемея I – ученика Аристотеля и друга Александра Македонского – в становлении науки, в том числе, математики, финансирование им научно-образовательного центра Музейона и знаменитой Александрийской библиотеки. Специальный раздел посвящен «Началам» Евклида и их роли в развитии математики и математического образования.

Наибольшее внимание в пятом разделе учебного пособия уделяется предвосхищению гениальных открытий XVII в.: интегрального и дифференциального исчислений Архимедом, теории кривых второго порядка Аполлонием. Архимед представлен как один из самых знаменитых ученых всех времен и народов, с которым связано множество легенд и крылатых выражений. Проанализирован замечательный труд Аполлония «Кониические сечения», в котором он дает систематическое изложение теории кривых второго порядка, которые он же назвал эллипсом, параболой и гиперболой и исследовал практически все известные до сих пор их свойства.

Далее рассматривается упадок древнегреческой математики в эпоху Римской империи, связанный как с внешними, так и с внутриматематическими причинами. Кратко характеризуются математические достижения Герона Александрийского и Клавдия Птолемея. Основное внимание уделяется гениальному представителю этой эпохи Диофанту Александрийскому и его основному труду «Арифметика», в которой на самом деле представлена совершенная для того времени алгебра – с элементами символического языка, отрицательными числами и действиями над ними (правда, только в промежуточных вычислениях), положительными и даже отрицательными степенями. С помощью этого математического аппарата Диофант решает уравнения, в том числе неопределенные.

Завершает теоретическую часть пособия описание гибели Александрийской школы, запреты занятий математикой, что почти на тысячелетие прекратило ее развитие в Европе. Эстафету приняли страны ислама, о чем будет рассказано в следующем учебном пособии этой серии.

Второй модуль, как уже говорилось, содержит контрольно-измерительные материалы. Это 250 вопросов итогового компьютерного тестирования, демонстрационная версия кратковременной контрольной работы по самостоятельно изученному студентом материалу в виде бланчного тестирования и возможные темы проектов по истории математики Древней Греции. К каждому виду контрольно-измерительных материалов даны краткие методические указания.

Кроме того, мы предложили тематику эссе, так как жизнь и деятельность многих выдающихся математиков Древней Греции настолько интересна, что требует личностной оценки.

Модуль I. Материалы к лекциям

1. Период математики постоянных величин. Древняя Греция

1.1. Характеристика периода математики постоянных величин

В первом учебном пособии серии «История математики»¹ приведена периодизация всемирной истории математики, предложенная А.Н. Колмогоровым и откорректированная автором. Напомним ее:

1. Период зарождения математики: с незапамятных времен до VII-V вв. до н.э.)
2. Период математики постоянных величин: с VII-V вв. до н.э. до XVII в. н.э.
3. Период математики переменных величин: XVII- первая треть XIX вв.
4. Период построения и изучения математических структур: вторая треть XIX- середина XX вв.
5. Период компьютерной математики: с середины XX в.

Причиной перехода от одного периода к следующему является изменение предмета и/или метода математики.

Математическая культура Древней Греции входит во второй период всемирной истории математики – период математики постоянных величин.

Кратко охарактеризуем особенности этого периода:

- *Доказательство* становится *основным методом* математики. Напомним, что в предыдущий период основным методом математики являлись такие эмпирические методы, как наблюдение и опыт.

- *Предмет* математики *сохранен* – постоянные величины.
- Математика развивалась в рамках нескольких *крупнейших цивилизаций, сменяющих друг друга*. Напомним, в период зарождения Древние цивилизации развивались чаще всего параллельно, практически не влияя друг на друга. Перечислим цивилизации периода математики постоянных величин:

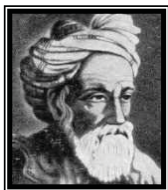
Древнегреческая: VII-V вв. до н. э. –III-VI вв. н.э.

Средневековая арабская: VIII – первая половина XV вв.

Средневековая и ренессансная европейская: XII-XIII – XVII вв.

¹ См.: [10. С 5-7]

- Если математика древних цивилизаций была безымянной, то математическую культуру цивилизаций периода постоянных величин представляли *знаменитые до сих пор имена*. Мы отобрали среди них портреты тех людей, которые, по нашему мнению, наиболее полно символизировали свою цивилизацию. Попробуйте назвать их имена.



- Следующая особенность периода математики постоянных величин – непрерывность традиции: основные достижения предыдущих цивилизаций, начиная с Египта, Вавилона, частично Индии (1-й в. – создание десятичной системы счисления), достаточно полно осваивались последующими математическими культурами.

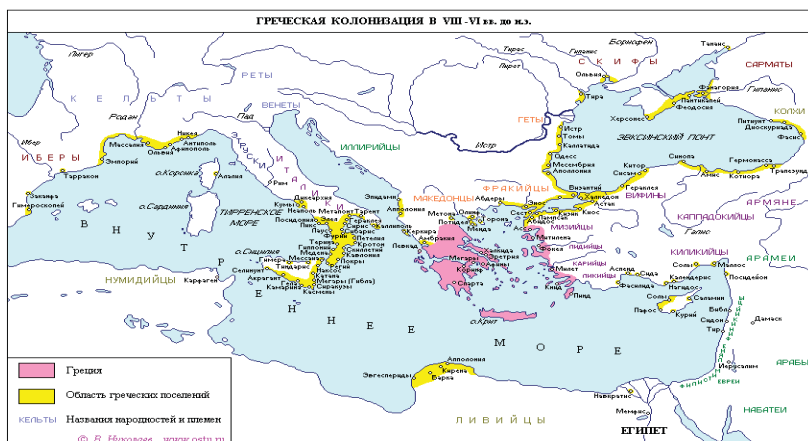
- Результат развития математики в период математики постоянных величин: создание элементарной математики – арифметики, алгебры, геометрии и тригонометрии. Поэтому этот период иногда называют периодом элементарной математики.

1.2. Характеристика древнегреческой математической культуры

Давая общую характеристику предыдущего периода – периода зарождения математики, мы отмечали крайний консерватизм математики Древних цивилизаций¹. Математические знания передавались из поколения в поколение практически в неизменном виде.

Для того чтобы математика развивалась более динамично, необходима была цивилизация, построенная на новых принципах. В ней должны были жить люди с иным мировоззрением. Такая цивилизация создана, такие люди появились в связи с возникновением в южной части Балканского полуострова, на островах Эгейского моря и западном побережье Малой Азии в начале XIII в. до н.э. автономных городов-государств – полисов, которые и составляли Древнюю Грецию. К VIII в. до н.э. древние греки колонизировали значительную часть средиземноморского и даже черноморского побережий, добравшись до устья Дона.

¹ См.: [10. С. 13].



Общественная система в городах-государствах – рабовладельческая демократия. Свободные граждане принимали активное участие в общественной жизни, в частности, в родившихся в Древней Греции судах при- сяжных, народных собраниях. Каждый выступающий должен был убедить публику в верности своей точки зрения, обосновать свои утверждения. Древние греки, колонизируя другие земли, совершали географические от- крытия, имели досуг за счет рабского труда. Все это повлияло на динамич- ность мировоззрения древних греков, обеспечило их стремление к знани- ям, в первую очередь, математическим.

Хронология: математическая культура Древней Греции развивалась почти тысячелетие: VII-V вв до н.э. – III-VI вв. н.э.

Охарактеризуем особенности математической культуры Древней Греции.

Первая особенность – развитие в рамках научных школ. Выделим среди них наиболее крупные¹, в которые часто входили менее значитель- ные научные школы:

- ионийская: VII-VI вв. до н. э.);
- италийская (пифагорейская, школа элеатов): VI-V вв. до н. э.;
- афинская: IV-III вв. до н.э.;
- александрийская: III в до н.э.-V в. н.э.

Древнегреческая математика развивалась последовательно, каждая математическая школа использовала достижения своих предшественников.

¹ См.: [6. С. 37].

Вторая особенность математики Древней Греции – требование доказательности. Эта особенность является основной, так как она обеспечила переход от первого периода истории математики ко второму, придав доказательству статус *основного метода* получения новых математических результатов.

Существует гипотеза, согласно которой сама идея и процедура доказательства в Древней Греции возникли благодаря суду присяжных. В соответствии с этой гипотезой необходимость доказательства аналогична юридическому термину «презумпция невиновности», ссылка на ранее доказанные теоремы – «прецедент», система аксиом – свод законов. Недаром Евклида называли великим адвокатом геометрической истины, предусматривающим все мельчайшие возражения «противной» стороны. □



Третья особенность развития математики Древней Греции – его высокий динамизм. За два века греки прошли путь, для которого древним цивилизациям потребовалось более двух тысячелетий. «Греки совершили открытие, величайшее из когда-либо совершённых человеком: они открыли могущество разума»¹.

Письменные источники. К сожалению, оригинальные математические тексты древнегреческих математиков не сохранились. О причинах этого явления мы расскажем далее.

Сохранились, как, впрочем, и в древних цивилизациях, списки со списков, аутентичность которых небылоговорочна. Кроме того, математические тексты уцелели в комментариях ученых, живших значительно позже, о чем мы специально поговорим далее. Очень часто судить о математических достижениях древнегреческих ученых приходится по арабским и латинским (с арабского) переводам.

Частично дошли до нас в относительно неизменном виде и математические фрагменты в сочинениях древнегреческих философов. Это объясняется тем, что в Древней Греции математические и философские исследования были тесно связаны.

Имеются редкие примеры относительно оригинальных математических текстов, извлеченных с помощью современных методов из так называемых палимпсестов (в переводе с греческого – вновь соскобленная). Об этом тоже позже.

¹ См.: [5].

Системы счисления Древней Греции. Известны две системы счисления Древней Греции – *аттическая* и *ионическая*.

Название аттической системы счисления происходит от области Греции Аттики со столицей в Афинах. Эта система счисления является десятичной, но в ней видны следы пятеричной системы – как в римской, например. Аттическая система счисления алфавитная, хотя первые четыре цифры записаны не буквами греческого алфавита, а повторением единицы, обозначенной в виде черты: I – 1, ..., III – 4.

Остальные цифры записываются с помощью букв греческого алфавита и первых четырех знаков. Например, цифра 8 – ΓΠ, где Γ обозначает 5.

Система непозиционная, поэтому для обозначения десятков, сотен и т.д. вводятся новые буквы алфавита. 50, 500 и т.д. записывались с помощью комбинаций этих знаков. Это еще раз подтверждает, что система счисления является смешанной – пятерично-десятичной.

10	100	1000	1000	...	50	500	5000	50000
Δ	Η	Χ	Μ	...	Γ ^Δ	Γ ^Η	Γ ^Χ	Γ ^Μ

Ионическая система счисления пришла на смену аттической. Она полностью алфавитная, десятичная и непозиционная. Так как греческий алфавит имел 24 буквы, то недостающие 3 буквы – финикийские (6, 90, 900).

Чтобы не путать числа со словами, над числами сверху ставился штрих или черта.

Ионическая система счисления страдала всеми недостатками алфавитных непозиционных систем счисления. Прежде всего, отсутствием алгоритмов письменных арифметических действий: для вычислений приходилось использовать счетные доски, таблицы сложения и умножения и т.п. Однако по ее образцу создавались более поздние системы счисления. Так, древнеславянская система счисления, которой пользовались в России вплоть до XVIII в., была практически калькой с ионической системы счисления с заменой греческих букв знаками кириллицы.

1̄	2̄	3̄	4̄	5̄	6̄	7̄	8̄	9̄
1̄	2̄	3̄	4̄	5̄	6̄	7̄	8̄	9̄
10̄	20̄	30̄	40̄	50̄	60̄	70̄	80̄	90̄
100̄	200̄	300̄	400̄	500̄	600̄	700̄	800̄	900̄

Число	Буква	Название буквы	Число	Буква	Название буквы	Число	Буква	Название буквы
1	α	алфа	10	ι	иота	100	ρ	ро
2	β	бета	20	κ	каппа	200	σ	сигма
3	γ	гамма	30	λ	ламбда	300	τ	тау
4	δ	дельта	40	μ	мю	400	υ	ипсилон
5	ϵ	эпсилон	50	ν	ню	500	ϕ	фи
6	ζ^*	стигма, дигамма	60	ξ	кси	600	χ	хи
7	ζ	дзета	70	$\omicron$	омикрон	700	ψ	пси
8	η	эта	80	π	пи	800	Ω	омега
9	θ	тэта	90	ϱ^*	копа	900	$\var�^*$	сампи, саде

Дроби в ионической системе счисления обозначались двумя способами. Например, две трети могли написать так: $\beta \gamma^{\circ\varsigma}$ или так: $\beta \gamma'$. Но это же выражение - $\beta \gamma'$ - можно было прочесть и как $2 \frac{1}{3}$! Понять значение можно было только из контекста, вникая в математический смысл текста.

По этой или по иной причине примерно во втором веке до нашей эры греки пришли к знакомой нам записи дроби в виде числителя и знаменателя друг над другом. Правда, они располагали их обратным образом: знаменатель наверху, числитель внизу. Позже в обиход начало входить знакомое нам обозначение, называвшееся "индийским": числитель наверху, знаменатель внизу.

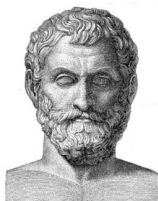
Все же использование алфавитной непозиционной системы счисления затрудняло в Древней Греции развитие арифметики и алгебры.

2. Ионийская (милетская) математическая школа. Фалес.

Ионийская математическая школа справедливо считается родоначальницей древнегреческой математики, как и дедуктивной математики как науки в целом. Эта школа носит еще и название милетской, т.к. Милет – крупнейший торговый центр Древней Греции – был столицей Ионии.

Географическое положение. Иония – область на западном побережье Эгейского моря в Малой Азии, расположенная на территории современной Турции.





Хронология. Ионийская математическая школа развивалась около двухсот лет: VII–VI вв. до н.э.

Фалес Милетский. Зарождение древнегреческой математики связывают с легендарной фигурой Фалеса Милетского (ок. 625 – ок. 550 гг. до н.э.), основателя самой ранней древнегреческой математической школы. Кроме того, он был государственным деятелем, купцом, инженером, астрономом, философом.

Предки Фалеса – финикийцы, сам он стал гражданином Милета. Много путешествуя преимущественно в качестве купца, он изучил элементы математики и астрономии у египтян, вавилонян и финикийцев. Фалеса считают «первым из семи мудрецов», а его эпоху часто называют «временем семи мудрецов»¹. Это говорит о том, что именно мудрецы являлись властителями дум в конце VII – начале VI в., именно вера в могущество человеческого разума определяла духовный климат той эпохи. С именем Фалеса связано множество легенд, из которых наиболее интересной представляется нам легенда о семи мудрецах, связанная с реально существовавшими лицами.

Начинается легенда с мифа о выкованном богом огня Гефестом золотом треножнике, который был похищен у царя Менелая троянским царевичем вместе с его женой – красавицей Еленой, из-за чего и началась знаменитая Троянская война. Елена выбросила треножник в море. Рыбаки, продав предварительно будущий улов купцам, выловили и треножник. Возник спор, кому он принадлежит. Соперники обратились к оракулу, который повелел отдать треножник мудрейшему. Все сочли таковым Фалеса. Но Фалес не принял подарка, посчитав более достойным другого мудреца, и отослал треножник ему. История повторилась, круг замкнулся, треножник вернулся к Фалесу и отослан в храм Аполлона.

Семь мудрецов называют – их родину, имя, реченье:

«Мера важнее всего», – Клеобул говаривал Линдский;

В Спарте: «Познай себя самого», – проповедовал Хилон;

Сдерживать гнев увещал Перикл, уроженец Коринфа;

«Лишку ни в чем!» – поговорка была милетинца Питтака;

«Жизни конец наблюдай», повторялось Солоном Афинским;

«Худших везде большинство», – говорилось Биантом Приенским;

«Ни за кого не ручайся», – Фалеса Милетского слово

(Неизвестный античный автор)

¹ См. подробнее [4. С. 16-20]



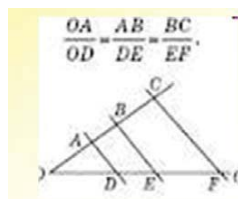
Не правда ли, высказывания древнегреческих мудрецов и сейчас не потеряли своей актуальности?! Тем не менее, имена подавляющего большинства мудрецов сегодня полузабыты, неумолимое время сохранило прежде всего имя Фалеса. □

Фалес не только ученый, но и государственный деятель, искусный дипломат: он пытался сплотить города Ионии в оборонительный союз, был близким другом милетского тирана, во время войн давал действенные советы военачальникам.

Самым ярким событием в жизни Фалеса стало предсказание им солнечного затмения 585 г. до н.э. Враги, с которыми в то время воевал Милет, были так поражены тем, что предсказание сбылось и день на их глазах превратился в ночь, что прекратили битву и заключили мир.

Математические достижения Фалеса Милетского. Пытаясь дать разумные, логические объяснения явлений, Фалес начал подходить и к математическим положениям с требованием не только сформулировать, но и доказать их. Именем Фалеса названа теорема о пересечении сторон угла параллельными прямыми. Сведения, что именно он доказал эту теорему, отсутствуют. Фалесу приписывают *формулировку и доказательство* следующих теорем:

- вертикальные углы равны;
- равенство треугольников по одной стороне



и двум прилежащим к ней углам;

- углы при основании равнобедренного треугольника равны;
- диаметр делит круг на две равные части;
- вписанный угол, опирающийся на диаметр, является прямым.

Более того, он дал миру и *методы доказательства*, которыми мы пользуемся до сих пор.

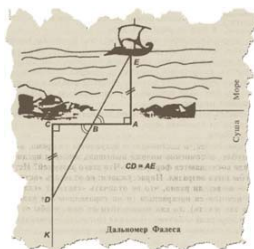
Это метод наложения¹, метод равенства треугольников и метод подобия. Эти методы настолько наглядны и универсальны, что всякая попытка отойти от них, например, при изложении школьного курса геометрии, обобщается значительными трудностями в его овладении.

Будучи первым теоретиком математики, Фалес, тем не менее, большое внимание уделял *практическому ее применению*. Доказанную им теорему о равенстве треугольников он использовал при строительстве так

называемого дальномера Фалеса, который был сооружен в гавани Милета. Он представлял из себя три вбитых в землю колышка и размеченные перпендикулярные прямые. Как ясно из рисунка, расстояние на земле и является искомым расстоянием корабля от берега. Так метод равенства треугольников, с помощью которого мы до сих пор решаем геометрические задачи,

впервые был использован в практических целях.

Заметим, что нигде не упоминается о том, что Фалес сформулировал и доказал теорему о подобных треугольниках, но она им фактически применяется при решении практической задачи определения высоты пирамиды. Фалес удивил египетского фараона, вставив палку вертикально в песок и дождавшись, пока тень от палки станет равной длине выступающего из земли ее конца. Из рисунка ясно, что фактически Фалес решал эту задачу методом подобия треугольников. Этим методом можно воспользоваться при решении любой задачи об определении высоты недоступного предмета.



h_1 – высота пирамиды
 h_2 – высота палки
 l_1 – длина тени пирамиды
 l_2 – длина тени палки

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow h_1 = \frac{l_1 \cdot h_2}{l_2}$$

¹ С глубоким современным смыслом: наложить одну фигуру на другую можно с помощью геометрического преобразования ее – симметрии, параллельного переноса, поворота и др.

Естественнонаучные открытия Фалеса Милетского. Кроме уже описанного нами предсказания Фалесом солнечного затмения, которым он обязан, по всей видимости, знакомством с вавилонской астрономией, т.к. только там умели это делать и был накоплен огромный материал наблюдений, Фалес совершил еще несколько естественнонаучных открытий.

Ему приписывают открытие годового движения Солнца на фоне «неподвижных» звезд, определение времени солнцестояний и равноденствий, понимание того, что Луна светит не своим светом. Фалес, по преданию, разделил небесную сферу на пять зон. Он ввел календарь, установив продолжительность года в 365 дней, которые были разделены на 12 тридцатидневных месяцев. Пять дополнительных дней помещались в начале года.

Фалес вошел в историю и как философ, основатель первой философской научной школы, но это отдельная тема, освещение которой не входит в нашу задачу. Кстати, его ученики, наиболее известные из которых Анаксагор и Анаксимандр, вошли в историю прежде всего как философы и естествоиспытатели. Об их математических открытиях ничего не известно кроме того, что Анаксимандр дал общий очерк геометрии. Подробности до нас не дошли. Поэтому мы не будем подробно говорить о полученных ими результатах.

Закончим рассказ о Фалесе приписываемыми ему знаменитыми высказываниями¹.

Больше всего – пространство, ибо оно объемлет все.

Быстрее всего – мысль, ибо она обгоняет все.

Мудрее всего – время, ибо оно раскрывает все.

Что на свете трудно? – Познать себя.

А что легко? – Советовать другому.

Какая жизнь самая лучшая? – Когда мы сами не делаем того, за что осуждаем других.

Подобного рода высказывания высоко ценились древними греками, часть их них высекалась на дорожных столбах, которые ставились на перепутьях дорог.

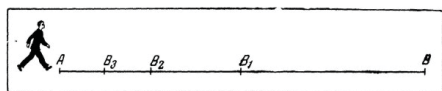
¹ Заметим, что некоторые из них приписываются и другим знаменитым грекам древности.

3. Итальянская научная математическая школа

В конце VI в. до н.э. центр философско-математических исследований переместился из Ионии в полисы-колонии на побережье Южной Италии и Сицилии.

Итальянская математическая школа включает в себя, как уже говорилось, крупнейшую и одну из самых значимых в истории математики Древней Греции пифагорейскую школу, а также школу элеатов. Однако школа элеатов является сугубо философской, разрабатывавшей вопросы бытия и выступавшей против диалектического взгляда на него. Все же мы не обойдем вниманием такого представителя этой школы, как *Зенон*, сформулировавшего знаменитые 4 «апории движения» или парадоксы Зенона, которые имели и математическое значение. Покажем это значение на первой апории движения.

Дихотомия. Нет движения, потому что то, что движется, должно дойти до середины раньше, чем оно дойдет до конца.



Итак, тело, движущееся из А в В, должна пройти сначала через точку B_1 – середину отрезка АВ, затем через B_2 середину AB_1 и т.д. Если положим $AB=1$, то имеем $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$. Эта сумма с возрастанием n приближается к 1, но никогда не достигнет ее.

Итак, апории Зенона – первые логические парадоксы, возникшие в связи с понятием бесконечности, в данном случае с понятием бесконечно малого, которое в математике начало формализоваться лишь начиная с XVII в.

3.1. Пифагорейская математическая школа: союз истины, добра и красоты



3.1.1. Пифагореизм

Начнем с того, что в науке утвердилось такое понятие как «пифагореизм», под которым понимается религиозно-философское учение, возникшее в Древней Греции в VI в. до н.э. Это учение получило название по имени своего родоначальника Пифагора (ок. 570 – 500 гг. до н.э.). Ма-

тематическое творчество является лишь одной из граней этого учения, особенности которого будут охарактеризованы нами далее, т.к. их невозможно понять, не познакомившись с жизненным путем Пифагора.

Основные факты биографии Пифагора.

Пифагор по преданию родился в семье богатого купца¹ на ионийском острове Самос в Эгейском море, недалеко от Милета. Это, возможно, дало основания считать его учеником самого Фалеса или Анаксагора, которые в то время могли быть глубокими старцами.

Якобы именно Фалес советует Пифагору отправиться в Египет, где сам он некогда учился мудрости. Пифагор внял совету, и 22 года учился у египетских жрецов.

Наш знаменитый соотечественник, великий математик В.И. Арнольд в пленарном докладе в Дубне на рубеже веков и тысячелетий высказал гипотезу, что Пифагор выполнял роль «промышленного шпиона». Он считал, что египетские жрецы засекретили свою науку и допускали к ее изучению только по специальному разрешению. Пифагор якобы сумел получить такого рода допуск, «... выучил всю эту науку, всю евклидову геометрию, алгебру, арифметику и заявил, что никогда не рассекретит эти секретные сведения. И действительно, от Пифагора не сохранилось ни единой строчки, он никогда ничего не записывал <...>. Но он распространил эти знания в Греции»². □

В 525 г. до н.э. Египет завоевали персы. Они истребили или пленили тысячи знатных египтян. Среди плененных оказался и Пифагор. Волею судеб в качестве пленника он оказался в Вавилоне, где процветала наука, превосходящая, по некоторым оценкам, египетскую. Пифагор, благодаря уму и смекалке, сумел попасть в общество вавилонских жрецов, астрологов и магов, и в течение 12 лет постигал их науку – не только математику, но медицину, музыку, астрономию. По преданию, он выезжал с купцами в Индию и обучался и у индийских мудрецов.



¹ По другим сведениям, отцом Пифагора был резчик по драгоценным камням. Есть версия, что Пифагор назван в честь дельфийской прорицательницы Пифии [4. С. 37-39].

² См. подробнее [2. С. 8-9].

Наконец, в почтенном 56-летнем возрасте Пифагор смог вернуться в Самос. По одной из версий его освободил из плена персидский царь Дарий, восхищенный познаниями Пифагора. На родине соотечественники признали его мудрецом. Однако он вскоре покинул Самос, как считают некоторые историки, из-за несогласия с политикой властителя острова, и поселился в греческой колонии Кротоне на юге Италии.

Кротон. Греческая колония в Италии.



Именно здесь им была основана пифагорейская научная школа. Пифагор быстро завоевал в Кротоне широкую известность, его школа стала ведущим центром духовной и общественной жизни полиса. По сути дела, Пифагорейский союз выполнял роль политической партии, представлявшей интересы аристократии.

Демократическое восстание в Кротоне привело и к разгрому пифагорейской школы. Это заставило Пифагора покинуть город и обосноваться со своей школой в соседнем Метапонте. Но и здесь несколько позже их настигло народное восстание, в результате которого пифагорейская школа была окончательно разрушена, а Пифагор погиб. Парадоксально, но это привело к широкому распространению пифагорейского учения, т.к. пифагорейская диаспора рассеялась по всему Средиземноморью.

Смерть Пифагора. Существует несколько версий смерти Пифагора. Наиболее вероятная из них состоит в том, что во время восстания в Метапонте Пифагор успел бежать из дома, в котором пифагорейцы собрались на очередной съезд. И 90-летний учитель погибает в ночной схватке на улицах города, а его дом сжигается толпой.

Надо сказать, что о Пифагоре сложено немало легенд. Одна из самых романтических описывает смерть Пифагора таким образом: когда был подожжен дом Пифагора и стали рушиться перекрытия, он сидел в задумчивости в центре большой залы. Тогда ученики Пифагора бросились в огонь и проложили в нем дорогу учителю, чтобы он по их телам, как по мосту, вышел из огня. Пифагор спасся, но так затосковал без любимых учеников и единомышленников, что удалился из города и лишил себя жизни. □

Особенности пифагорейской научной школы, пифагореизма. Первая из них заключалась в том, что она имела особое название – *Союз истины, добра и красоты*. Это означало, что кроме науки (истина) в ней большое внимание уделялось этике (добро) и эстетике (красота).

Вторая особенность пифагореизма обусловлена тем, что общаясь с жрецами Египта и Вавилона – астрологами, магами, халдеями, Пифагор воспринял их тягу к мистике, таинствам, символизму. Поэтому учение Пифагора носило *эзотерический характер*. Достижения пифагорейцев передавались изустно только членам братства, за разглашение полагалось наказание.

Третья особенность состояла в том, что все *достижения приписывались* исключительно самому Пифагору. Это дает основание нашим современникам полушутя называть его «первым великим плагиатором».



Четвертая особенность состояла в том, что в пифагорейском союзе могли состоять *не только мужчины, но и женщины*. Недаром на знаменитой фреске Рафаэля (о ней речь пойдет дальше) в ближайшем круге Пифагора находятся женщины.

Следующая особенность состоит в том, что пифагорейская школа представляла из себя нечто вроде религиозно-этического братства или монашеского ордена, члены которого обязывались вести так называемый пифагорейский образ жизни.

Пифагорейский образ жизни характеризует этику пифагорейцев. Нравственные правила Пифагора и сейчас достойны подражания.

Кратко изложим некоторые нравственные постулаты Пифагора.

«Для всех, и для многих, и для немногих, было у него на устах правило: беги от всякой хитрости, отсекай огнем, железом и любым оружием от тела болезнь, от души – невежество, от утробы – роскошество, от города смуту, от семьи – ссору, от всего, что есть – неумеренность».

День пифагорейцу надлежало заканчивать стихами:

«Не допуская ленивого сна на усталые очи,
Прежде чем на три вопроса о деле дневном не ответишь:
Что я сделал? Чего не сделал? И что мне осталось сделать?»

А начинать день следовало со стихов:

«Прежде чем встать от сладостных снов, навеваемых ночью,
Думой раскинь, какие дела тебе день приготовил»¹.

Следуя этим правилам, Пифагор выработал для себя и учеников особый распорядок дня². Встав до восхода солнца, пифагорейцы шли на

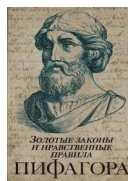
¹ Цитируется по [4. С. 94].

² Подробнее см.: [9. С. 330-331]

морской берег встречать солнце, которое в Кротоне встает прямо из моря, и совершать утреннюю молитву.

В утренней прохладе священной рощи пифагорейцы обдумывали занятия предстоящего дня, делали гимнастику, завтракали. Сам Пифагор в утренние часы мог играть на лире и читать стихи Гомера. Многолюдным сборищам он предпочитал прогулки с несколькими учениками. В конце дня – прогулки, морские купания, ужин. После ужина – молитвы и чтение.□

Система морально-этических правил, завещанная Пифагором своим ученикам, была собрана в своеобразный моральный кодекс – «Золотой канон», который переписывался и дополнялся на протяжении не только античности, но и всех последующих тысячелетий. Он был популярен во многих странах, в том числе, в России. Современное отечественное издание «Золотого канона» принадлежит уже третьему тысячелетию нашей эры¹.



Приведем любопытные фрагменты из изданной в России в начале прошлого века книги²:

Сыщи себе верного друга; имея его, ты можешь обойтись без богов.

Юноша! Если ты желаешь себе жизни долгоденственной, то воздержи себя от пресыщения и всякого излишества.

Юные девицы! Памятуйте, что лицо лишь тогда бывает прекрасным, когда оно изображает изящную душу.

Не гоняйся за счастьем: оно всегда находится в тебе самом.

Сейчас невозможно определить, что в этих книгах исходит от самого Пифагора, а что наплаивалось веками, но подобные заповеди выражают вечные ценности человечества.□

Итак, пифагорейский образ жизни характеризует этику пифагорейцев. А что отличает их эстетику? Напомним, пифагорейское братство носило название союза истины, добра и красоты.

Во-первых, это *красота нравственная*, содержащаяся в пифагорейском образе жизни, в основе которого лежала гармония. Во-вторых, *красота мироздания* или, по Пифагору, космоса³, которая состояла, по мнению пифагорейцев, в упорядоченности, организованности, мере, симметрии. Именно так пифагорейцы представляли себе красоту. И до сих пор это во многом так. В-третьих, Пифагор первым в мире открыл законы *музы-*

¹См.: [9].

² [4. С. 96].

³ Именно Пифагор впервые употребил этот термин в привычном для нас смысле [9. С. 97]

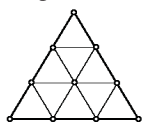
кальной гармонии и свойства гармонических отношений между звуками. Легенда гласит, что он однажды прогуливался и услышал звуки молотов из кузницы, которые ковали железо; прислушавшись к ним, он понял, что их стук создает гармонию, обеспечивая красоту музыки. Наконец, в основе его математической теории лежала числовая гармония. Но, прежде чем говорить об этом, рассмотрим вопросы, которые с первого взгляда далеки от темы нашего повествования.

Религия, философия и мистика пифагорейцев. Мы имеем дело с редчайшим случаем в истории человечества, когда религия основана на понятии числа. Для мистика-пифагорейца Совокупность чисел состояла из:

Монады, числа 1, начала принципа тождества;

Диады, числа два, первого четного и женского числа, начала принципа непротиворечия;

Триады, первого нечетного и мужского числа и т.д.



Декады, которая представляет собой сумму точек, содержащихся в *тетраксис*, или *четверице*, которая служила основным божеством пифагорейцев.

К ней они обращались со следующей молитвой: «Благослови нас, о божественное число, породившее богов и людей! О, святая, святая Тетраксис! В тебе источник и корни вечно цветущей природы! Ибо это божественное число начинается чистой и глубокой единицей и достигает священной четверки; затем оно порождает праматерь всего сущего, ту, что все объединяет, ту, что первой родилась, что никогда не отклоняется в сторону, ту, что никогда не утомляется, священную Десятку, ключ ко всем вещам».□

Итак, числам в пифагорейском братстве придавали мистический смысл. Так, число 5 было символом супружества, 8 – любви и дружбы. Но особую роль пифагорейцы придавали числу 36. Оно олицетворяло окружающий мир. Клятва этим числом была самой высшей клятвой пифагорейцев.



Основой философии пифагорейцев также являются числа, которые они рассматривали как образующие элементы материи. Девиз пифагорейцев – «Все есть число!». *Единица* – неделима, математический атом, *общая мера любых двух чисел*.



С добром и красотой мы в основном разобрались. Переходим к третьему и, на наш взгляд, наиболее важному для нас компоненту пифагорейского союза – истине, т.е. науке.

Пифагорейская система знаний называется «квадривиум» и состоит из четырех разделов – арифметики, геометрии, музыки и астрономии. На них основана и система образования, заложенная Пифагором и просуществовавшая тысячелетия. Так, в европейское средневековье квадривиум являлся повышенным курсом светского образования. Средневековые монахи лишь предпослали квадривиуму тривиум – начальный курс образования, состоявший из трех гуманитарных наук – грамматики, риторики и диалектики. Тривиум и квадривиум объединялся в знаменитые семь свободных искусств – систему средневекового образования.

Добавим, что с пифагорейцами связывается термин «математик» (с греческого – учиться, знать) в смысле профессии. Это было название одной из двух групп пифагорейцев. Другая группа называлась «акусматики» (слушатели). В современном значение слово математик появилось лишь в конце XIX в., до этого употреблялось слово «геометр».

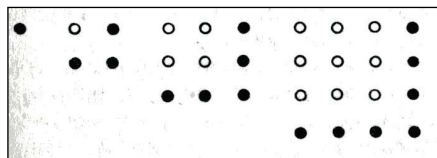
3.1.2. Математические достижения пифагорейцев

1. Основы теоретической арифметики созданы в пифагорейской математической школе.

Пифагорейцы отождествляли числа с совокупностями точек, образующих геометрические конфигурации. Поэтому их арифметика геометрична и наглядна. Они классифицировали числа по форме. Так, существовали линейные числа (простые), плоские и телесные числа, а также треугольные, квадратные, пятиугольные...



Зачастую представление чисел в виде геометрических фигур помогало пифагорейцам находить числовые закономерности. Так, например, изобразив последовательность квадратных чисел, легко *увидеть* выражение для суммы n нечетных чисел (на рис. выделены так называемые гномоны – углы).



$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2.$$

Существенной частью пифагорейской арифметики было учение о четных и нечетных числах, которые были и важнейшими философскими категориями наряду с такими парами, как предел – беспредельное, мужское – женское, доброе – злое. Пара «четное – нечетное» включалось в 10 пар противоположностей, которые пифагорейцы считали началами всего сущего.

Кроме того, ими выделены и изучены простые, составные и взаимно простые числа. Знали пифагорейцы и первые 4 совершенных числа, т.е. те, сумма делителей которых равна самому числу, – 6, 28, 496, 8128.

В «Началах» Евклида приведен алгоритм построения четных совершенных чисел: число $2^{p-1}(2^p - 1)$ является совершенным, если $(2^p - 1)$ является простым. Впоследствии Эйлер доказал, что все четные совершенные числа имеют такой вид. Сейчас известно 50 четных совершенных чисел, ведется поиск новых. Нечетных совершенных чисел до сих пор не обнаружено, но и не доказано, что они не существуют.□

В классификацию пифагорейцев входили также сверхсовершенные и недостающие (суммы делителей соответственно больше или меньше числа) числа. Особый мистический смысл придавался пифагорейцами так называемым дружественным числам (пара чисел, у которых сумма делителей одного равна другому числу и наоборот). Пифагорейцы знали только одну пару дружественных чисел – 220 и 284. Пифагору приписывают фразу: «Друг тот, кто есть другой я, вот как числа 220 и 284».

Поиском дружественных чисел занимались впоследствии арабские математики, в списке Эйлера XVIII в. их уже было 90 пар, в XX в. ком-

пьютеры помогли найти десятки миллионов пар, но общего способа определения пар дружественных чисел нет до сих пор. □

Изучение свойств натуральных чисел привело пифагорейцев к еще одной «вечной» проблеме арифметики, которая известна в истории математики как «задача Пифагора». Она в современных терминах формулируется следующим образом: решить в натуральных числах неопределенное уравнение

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Решения задачи – тройки натуральных чисел, удовлетворяющие этому уравнению, которые называют *пифагоровыми тройками*. Пифагорейцы нашли некоторые частные способы решения этой задачи.

Обобщением задачи Пифагора является знаменитая Великая теорема Ферма: Для любого натурального $n > 2$ уравнение $x^n + y^n = z^n$ не будет иметь натуральных решений для x , y и z .

Она является одной из самых популярных теорем математики. В общем виде была сформулирована Пьером Ферма в 1637 году на полях «Арифметики» Диофанта. Дело в том, что Ферма делал свои пометки на полях читаемых математических трактатов и там же формулировал пришедшие на ум задачи и теоремы. Теорему, о которой идет речь, он записал с припиской, что найденное им остроумное доказательство теоремы слишком длинно, чтобы его можно было поместить на полях книги.



Над полным доказательством Великой теоремы работало немало выдающихся математиков и множество дилетантов-любителей; считается, что теорема стоит на первом месте по количеству некорректных «доказательств».

В начале XX в. один любитель математики завещал 100 тыс. немецких марок тому, кто докажет теорему Ферма. Однако после Первой мировой войны премия обесценилась. Доказана теорема только в конце XX в. Эндрю Уайлсом. Он опубликовал 130-страничное доказательство с помощью современных математических теорий и методов. Вопрос – была ли доказана теорема самим Ферма? – остался открытым.

□

2. Основы вычислительной математики (логистика – счетное искусство) также заложены в пифагорейской математической школе. Надо признать, что логистика долгое время оставалась для греков наукой второго сорта. Тем не менее, они производили арифметические действия с натуральными числами, извлечение квадратных и кубических корней, действия с дробями.



Так как функционирующие в Древней Греции непозиционные системы счисления не способствовали письменным вычислениям, пользовались счетной доской – абаком. На аллегорической гравюре XVI в. «абацист» Пифагор и «алгоритмик» Бозций (европейский математик раннего Средневековья) «соревнуются» в счете соответственно на абаке (Пифагор) и пользуясь алгоритмами письменных вычислений (Бозций).

Для умножения пифагорейцы использовали таблицу, которая называлась «Таблицей Пифагора». Она практически совпадает с современной таблицей умножения.

α	β	γ	δ	ϵ	ς	ζ	η	υ	ι
β	δ	ς	η	ι	$\iota\beta$	$\iota\delta$	$\iota\varsigma$	$\iota\eta$	κ
γ	ς	υ	$\iota\beta$	$\iota\epsilon$	$\iota\eta$	$\kappa\alpha$	$\kappa\delta$	$\kappa\zeta$	λ
δ	η	$\iota\beta$	$\iota\varsigma$	κ	$\kappa\delta$	$\kappa\eta$	$\lambda\beta$	$\lambda\varsigma$	μ
ϵ	ι	$\iota\epsilon$	κ	$\kappa\epsilon$	λ	$\lambda\epsilon$	μ	$\mu\epsilon$	ν
ς	$\iota\beta$	$\iota\eta$	$\kappa\delta$	λ	$\lambda\varsigma$	$\mu\beta$	$\mu\eta$	$\nu\delta$	ξ
ζ	$\iota\delta$	$\kappa\alpha$	$\kappa\eta$	$\lambda\epsilon$	$\mu\beta$	$\mu\delta$	$\nu\varsigma$	$\xi\gamma$	$\omicron$
η	$\iota\varsigma$	$\kappa\delta$	$\lambda\beta$	μ	$\mu\eta$	$\nu\varsigma$	$\zeta\delta$	$\omicron\beta$	π
υ	$\iota\eta$	$\kappa\zeta$	$\lambda\varsigma$	$\mu\epsilon$	$\nu\delta$	$\xi\gamma$	$\omicron\beta$	$\pi\alpha$	ς
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	$\omicron$	π	ς	ρ

Заметим, что таблицами умножения пользовались задолго до Пифагора во многих древних цивилизациях. Возможно, они не были так компактны.

3. Теория отношений и пропорций также создана в пифагорейской математической школе. Характерной особенностью пифагорейской философии было стремление не столько измерять, сколько *соизмерять* величины, находя наиболее гармоничные сочетания. Поэтому учение о пропорциях, т.е. равенстве отношений, появилось раньше, чем учение об отношениях. Это было связано и с тем, что дробь как число для пифагорейцев не существовало, поскольку 1 («числовой атом») считалась ими неделимой. Дробь понималась ими не как часть 1, а как отношение двух целых чисел.

Традиция утверждает, что пифагорейцы знали три вида пропорций: арифметическую $a - b = c - d$; геометрическую $a : b = c : d$; гармоническую

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} - \frac{1}{d}.$$

Особое внимание пифагорейцы уделяли средним величинам, т.е. таким, в которых средние члены совпадали ($b=c$). Тогда арифметическое среднее $b = \frac{a+c}{2}$, геометрическое среднее $b = \sqrt{ac}$, гармоническое среднее $b = \frac{2ac}{a+c}$. Последнее играло большую роль в пифагорейской теории музыки – гармонии, откуда и происходит его название.

4. Достижения пифагорейцев в геометрии. Только в школе Пифагора геометрия оформляется в самостоятельную научную дисциплину, а не представляется в виде сборника прикладных рецептов по землемерию, как это было в древних цивилизациях. Геометрия первой из учений пифагорейцев стала популярной наукой. По одной из версий, она получила широкое распространение по вине одного из пифагорейцев, который потерял деньги общины. Пифагорейцы позволили провинившемуся зарабатывать при помощи геометрии, которая получила с тех пор название «Предание Пифагора».

Есть основания считать, что пифагорейцы построили всю планиметрию прямолинейных фигур вплоть до окружности и круга. Они изучили свойства треугольников, прямоугольников, параллелограммов, трапеций; доказали теоремы:

- о сумме углов треугольника,
- о стороне треугольника, лежащей против тупого угла,
- о равновеликости треугольников.

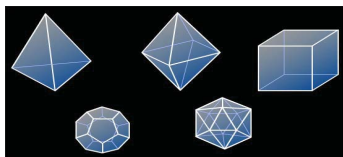
Вершиной же планиметрии прямолинейных фигур явилось доказательство знаменитой теоремы, которая носит имя Пифагора. Факт, заключенный в теореме Пифагора, известен практически во всех математиках древних цивилизаций, доказательство же появилось впервые.

Открытие доказательства теоремы Пифагора окружено ореолом красивых легенд, наиболее известна из которых так называемая «легенда о ста быках». Проиллюстрируем ее стихотворением, принадлежащем знаменитому ростовчанину, в течение нескольких десятилетий бывшему ректором Ростовского государственного университета Юрию Андреевичу Жданову.

Незримо годы пронеслись,
Как легкокрылые триремы
И он стремится только ввысь,
И мир дождался теоремы.
Ликует мудрый Пифагор,
У алтаря, пугая взоры,
Пылает жертвенный костер,
Кровавых туш дымятся горы



Смешались головы, хвосты
Животных, отданных на муку,
Вот почему с тех пор скоты
Возненавидели науку... □

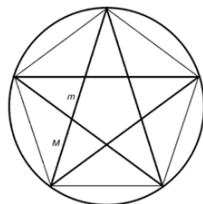


Пифагорейцы проявляли повышенный интерес к *правильным телам*, которые отвечали их представлениям об упорядоченном гармоничном устройстве мироздания. По некоторым сведениям, именно Пи-

фагору приписывают открытие всех пяти правильных многогранников – тетраэдра, октаэдра, икосаэдра (грань каждой фигуры – треугольник, число граней соответственно 4, 8, 20), а также гексаэдра (куба: грань – квадрат, число граней – 6) и додекаэдра (грань – правильный пятиугольник, число ребер – 12). Пифагорейцы заметили, что в кубе число вершин (8) есть среднее гармоническое числа граней (6) и числа ребер (12) и поэтому называли куб гармоническим телом.

Правильные многогранники не перестают восхищать человечество совершенством форм. Так, Леонардо да Винчи украшал их изображениями книги, мастерил каркасы этих тел и любил преподносить их в дар как эталоны красоты.

И еще одна геометрическая фигура пользовалась особым расположением пифагорейцев. Это *пентаграмма*, которая выбрана ими в качестве приветствия и тайного опознавательного знака.



Если в правильном пятиугольнике провести диагонали, то они образуют пятиконечную звезду, которая и называется пентаграммой. Особый интерес к пентаграмме и выбор ее в качестве символа объясняется, по видимому, тем, что она заключает в себе множество известных пифагорейцам пропорций и всех видов средних пропорциональных. Особенно ценили пифагорейцы так называемое «золотое сечение» или деление в крайнем и среднем отношении. Это отношение двух величин b и a , где $a > b$, когда справедливо $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$. Оно обозначается



буквой Φ в честь знаменитого архитектора и скульптора Фидия. $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,6$. В пятиконечной звезде каждый отрезок делится пересекающим его отрезком в золотом сечении, что послужило еще одной причиной сакрализации пифагорейцами этой фигуры¹.

¹ На цветном рисунке отношения длин красного отрезка к зеленому, зеленого к синему и синего к пурпурному равны Φ .

К тому же здесь работает и числовая мистика: число $5 = 2 + 3$ служило, как уже говорилось, символом любви как сумма первого женского (2) и первого мужского (3) чисел.

Надо признать, что красота пентаграммы и сейчас не оставляет человечество равнодушным. Не случайно и сегодня пятиконечная звезда украшает флаги многих стран мира. Но первыми, кто обратил пятиконечную звезду в символ, были пифагорейцы.

5. Открытие несоизмеримости. Открытие несоизмеримости, т.е. обнаружение таких величин, отношение которых не может быть выражено натуральным числом или их отношением, является наивысшим достижением пифагорейской школы и одновременно поворотным этапом в развитии всей математики.

Нам точно не известно, решение какой конкретной задачи привело к этому открытию. Это могло быть сделано и в арифметике при нахождении среднего геометрического чисел 1 и 2, и в геометрии при отыскании общей меры диагонали и стороны единичного квадрата или диагонали равнобедренного прямоугольного треугольника с единичными катетами по теореме Пифагора. Наконец, в музыке при попытках разделить октаву пополам.

Однако несомненно, что такое доказательство было найдено ранними пифагорейцами и к середине V в. было хорошо известно и нанесло слкрушительный удар по пифагорейскому учению. Дело в том, что это открытие опровергало всю философию пифагорейцев. Напомним, они были убеждены, что 1 является общей мерой любых двух чисел, а это оказалось неверным. Лозунг «Все есть число!» больше не работал.

Согласно преданию, несоизмеримость открыл сам Пифагор, но открытие по заповедям самих пифагорейцев и по понятным вновь возникшим причинам долгое время держалось в тайне.



По легенде, один из учеников Пифагора Гиппас Месапонтский открыл «недостойным» тайну несоизмеримости. Он был проклят и изгнан из пифагорейского братства. Более того, ему соорудили символическую могилу. Вскоре Гиппас на самом деле погиб во время кораблекрушения, что пифагорейцы

сочли наказанием богов за разглашение их заветной тайны. □

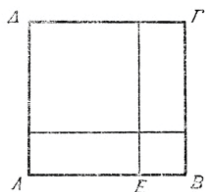
Итак, произошло крушение точки зрения на число как основу мироздания, следовательно, всей философии и религии пифагорейцев! Что касается науки, то считается, что открытие несоизмеримости привело к *первому кризису* в математике. Выход из него был найден почти через 2,5

тысячелетия, в XIX в. созданием Дедекиндом теории действительных чисел.

Древние греки несколько позже продвинулись и по этому пути: Евдоксом была создана теория отношений, во многом аналогичная теории действительных чисел, в которой величины заменялись их отношениями.

6. Геометрическая алгебра. Однако магистральный путь греков – исключение чисел из математики, что означало переход всей математики на геометрический язык. Это привело к тому, что арифметика и алгебра начали строиться пифагорейцами на основе геометрии, возник такой феномен, как *геометрическая алгебра*.

В геометрической алгебре числа представлялись пифагорейцами не в виде точек, а в виде отрезков, которые получались повторением конечного числа раз единичного отрезка. Сложение производилось приставлением одного отрезка к другому вдоль некоторой прямой, вычитание – путем отбрасывания от большего отрезка меньшего. Умножение – в виде построения прямоугольника на этих отрезках, площадь которого являлась произведением; деление – как обратная операция.



Это позволило впервые вывести многие алгебраические тождества. Например, тождество $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ было установлено с помощью фигуры, в которой $AE = a$, а $BE = b$.

Однако потенциал геометрической алгебры был невелик. Дело в том, что уже произведение трех величин требовало пространственных построений, а произведение большого числа сомножителей вообще не представлялось возможным. Поэтому геометрическая алгебра оставалась планиметрической (основанной на двух сомножителях). В ее рамках успешно решались с помощью циркуля и линейки квадратные уравнения, но этим она практически и ограничилась. Геометрические методы решения квадратных уравнений были хорошо разработаны, причем никаких проблем с несоизмеримостью при этом не возникало.

4. Афинская математическая школа

Заметим, что в Древней Греции развитие математики начиналось на границах греческого мира, в окраинных городах-колониях, таких, как Милет в Малой Азии, Кротон в Южной Италии.

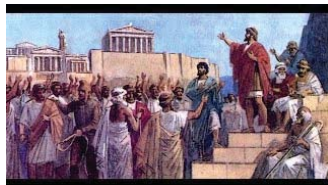


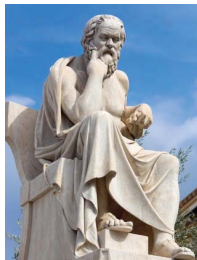
Начиная со второй половины V в. центр философских и математических исследований перемещается в материковую Грецию и сосредотачивается преимущественно в Афинах, которые наряду со Спартой играли ведущую роль в истории Древней Греции. Вокруг Афин сгруппировались выдающиеся ученые, архитекторы, скульпторы, художники, философы. Этот период часто называют «золотым веком Перикла» (знаменитый правитель Афин). Именно в Афинах сформировалась греческая демократия, заложены основы классических философии, литературы и искусства.

Афинская научная школа являлась самой влиятельной научной школой Древней Греции после пифагорейской. Расцвет ее пришелся на конец V века и первую треть следующего. Но если в пифагорейской школе ведущую роль играла математика, на которой были основаны даже религия и философия, то афинская научная школа – это прежде всего школа философская. Именно здесь созданы основы классической философии Платоном и Аристотелем. Но начнем мы не с великих философов, которые активно интересовались и математикой, а с менее известных, но больше сделавших для математики ученых Древней Греции, которых тоже можно отнести к афинской научной школе.

Школа софистов. Первая крупная афинская школа – это школа софистов. Первоначально слово «софист» означало мудрец, а слово "софизм" – хитрость, уловка, измышление. Сами же софисты говорили: «Мы не мудрецы – обладатели мудрости, не философы – искатели мудрости, а специалисты по мудрости».

Их учение распространилось в Афинах во второй половине V в. до н.э. С этого времени появляется особый тип философа-профессионала, платного учителя философии и красноречия. Появление софистов в Греции стало рождением новой профессии, ставящей задачей научить мыслить, говорить и делать. Многие из софистов просветители, педагоги-энциклопедисты. Чаще всего софисты – это странствующие учителя, добывающие средства к существованию преподаванием. Они учили афинян, участвующих в народных собраниях, в любом споре обосновывать свою точку зрения и заложили, таким образом, основы





риторики.

Этика и философия софистов во многом противостоят пифагореизму. Так, они считали человека мерой всех вещей, существующих и несуществующих. Моральные нормы для них весьма произвольны. Однако софисты сумели занять важное положение в обществе. По некоторым сведениям, этим объясняется суровая критика их со стороны, например, Платона и Аристотеля, считавших софистов пустыми спорщиками. Это недовольство достигло вершины во время процесса и осуждения на смерть Сократа, которого обвиняли в том, что он был софистом.

Математические проблемы, интересовавшие софистов, связаны преимущественно с так называемыми тремя знаменитыми задачами древности.

Есть версия, что впервые они были сформулированы пифагорейцами в рамках геометрической алгебры в связи с решениями квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки. Задачи на построение, о которых идет речь, не удавалось решить с помощью этих инструментов. Вот эти задачи:

1. *Удвоение куба.* Построить куб, объем которого в два раза больше объема данного куба.
2. *Трисекция угла.* Произвольный угол разделить на три равные части.
3. *Квадратура круга.* Построить квадрат, равновеликий данному кругу.

Попытки решения этих задач предпринимали такие знаменитые математики античности, как Гиппократ Хиосский, Платон, Менехм, Эратосфен, Аполлоний и др. Начиная с эпохи Возрождения, когда расцветает интерес к античности, страсти вокруг классических задач древности разгораются с новой силой. Свои решения предлагали Виет, Декарт и даже Ньютон.

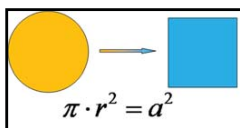
Знаменитые задачи древности сыграли выдающуюся роль в истории математики, так как в процессе поиска их решения возникали интереснейшие методы решения, развивалась математика. Естественно, никто не нашел способа их решения с помощью циркуля и линейки. Да и не мог найти, т.к. это было невозможно, что удалось строго доказать только в XIX в., т.е. через два с половиной тысячелетия.

Так, исследование задачи удвоения куба, которая сама по себе является весьма частной, привело к введению в математику новых чрезвычайно важных кривых – конических сечений. Эти кривые были всесторонне изучены Аполлонием и являлись в греческой математике основными геометрическими объектами наряду с прямыми и окружностями.

С знаменитыми задачами древности связано множество легенд, которые пережили тысячелетия. Приведем одну из них.

С задачей об удвоении куба, которая в истории математики носит название дельийской задачей, связана красивая легенда.

Якобы как-то раз на острове Делос разразилась эпидемия чумы. Жители обратились за советом к дельфийскому оракулу, который сказал, что необходимо удвоить золотой жертвенник, который имел форму куба. Жители Делоса отлили ещё один такой же куб и водрузили его на первый. Но эпидемия не прекратилась. Они вновь обратились к оракулу, который разъяснил, что жители Делоса не решили поставленной задачи – удвоенный жертвенник также должен иметь форму куба. □

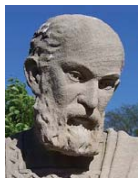


Выражение «квадратура круга», наряду с оборотом речи «вечный двигатель», стало крылатым выражением, синонимом неразрешимости любой, не только математической, задачи. Этим словосочетанием называют литературные произведения, театральные постановки и т.п.

Приведем пример, свидетельствующий о популярности задачи о квадратуре круга в V в. до н.э. Знаменитый поэт, автор комедий Аристофан вложил в уста одного из героев своей комедии такие слова:

Возьму линейку, проведу прямую,
И мигом круг квадратом обернется,
Посередине рынок мы устроим,
А от него уж улицы пойдут –
Ну, как на Солнце! Хоть оно само
И круглое, а ведь лучи прямые!...

Удивительно, что математическая проблема была настолько общеизвестна в Афинах того времени, что театральные зрители понимали подобный текст. □



Гиппократ¹ Хиосский. Выдающийся греческий математик Гиппократ Хиосский жил в Афинах во второй половине V в. до н.э. Он родился на острове Хиос, занимался торговлей, но не преуспел в этом деле. Есть версия, что он принадлежал пифагорейскому братству и был

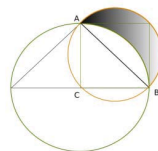
¹ Не путать со знаменитым врачевателем, имя которого до сих пор связано с клятвой врачей, Гиппократа из Кос.

изгнан из Кротона.

Основная его научная заслуга – первое систематическое изложение известных к тому времени геометрических знаний. Он назвал свой труд «Начала», заложив традицию, которой позже следовали Евклид и многие другие ученые.

К сожалению, гиппократовы «Начала» не дошли до нас в полном объеме. Однако его считают основоположником аксиоматического метода (I книга «Начал» Евклида). Историки считают, что в них были сосредоточены не только первые две книги евклидовских «Начал», т.е. прямолинейная геометрия пифагорейцев, но и большие разделы книг III и IV, в которых изложены основные сведения о круге и вписанных в него многоугольниках. Так, Гиппократу известна связь между вписанными углами и дугами окружности, способ построения правильного шестиугольника. Он может вписать в круг треугольник и равнобедренную трапецию.

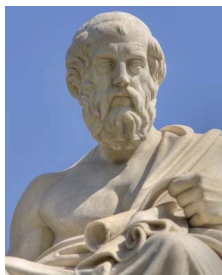
Гиппократ хорошо знаком с понятием подобия фигур, знает, что площади подобных фигур относятся как квадраты соответственных линий. Ему известна не только теорема Пифагора, но и ее обобщение для тупоугольного и остроугольного треугольника, которые также имеются в евклидовских «Началах».



Все же несколько отрывков «Начал» Гиппократа дошли до нас в комментариях к трудам Аристотеля. В них исследуются так называемые «гиппократовы луночки» – серповидные фигуры, ограниченные двумя дугами окружности.

С их помощью Гиппократ пытался решить проблему квадратуры круга, найдя три вида луночек, для которых можно построить равновеликий квадрат. Но решить задачу в общем виде ему, естественно, не удалось. Как нам уже известно, лишь в XIX в. было доказано, что с помощью циркуля и линейки квадрировать круг невозможно. Занимался Гиппократ и другой знаменитой задачей древности – задачей об удвоении куба.

Однако наиболее серьезные математические результаты получены в Афинах, начиная с достижений философско-математической школы величайшего греческого философа Платона.



4.1. Математика в Академии Платона и Ликее Аристотеля

4.1.1. Математика в платоновской Академии

Основные факты биографии Платона. Платон (ок. 427 — ок. 347) происходил из афинского аристократического рода. Будучи всесторонне одаренным юношей, интересовался гимнастикой, музыкой, поэзией, философией, математикой. В философии был учеником Сократа. Во время суда над Сократом Платон был в числе его учеников, предложивших за него денежный залог. Когда Сократ умер¹, Платон принял решение уехать из Афин и путешествовал по Южной Италии, Сицилии, Персии, Египту.

Во время своих поездок Платон оказался при дворе сиракузского тирана, которому попытался изложить свою философскую концепцию устройства государства. Тот, практически ничего не поняв, решил, что Платон готовит заговор. В результате тиран продал философа в рабство. Друзья выручили Платона из этой беды, заплатив за него выкуп.

В дальнейшем Платон еще дважды отправлялся на Сицилию. Там он встречался с новым тираном, сыном предыдущего. Но попытки сделать из него просвещенного монарха оказывались неудачными.

Возвратившись в Афины, Платон в 386 г. до н.э. открыл там школу — знаменитую Академию, просуществовавшую более 9 веков. О трагическом ее конце мы расскажем позже.

Академия была своеобразным философско-религиозным союзом, созданным в какой-то мере по образцу пифагорейского братства. Это было преимущественно образовательное учреждение. Занятия проходили чаще всего на свежем воздухе, в роще за городскими стенами Афин, где позже Платоном было возведено святилище Муз или *mouseion*, основным методом обучения был диалог. В Академии Платон провел вторую половину своей жизни, занимаясь преимущественно философией.

По преданию, Платон умер в день своего рождения, якобы, на брачном пиру. Его похоронили в Академии.□

¹ Знаменитый философ Сократ был критиком учения пифагорейцев. Его философские идеи и образ жизни вызывали у окружающих реакцию отторжения. Его судили, приговорили к смерти и даже заставили выпить яд.

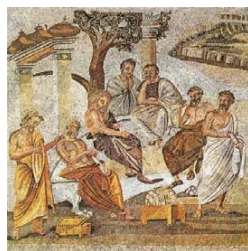


Математические достижения платоновской Академии. Платон не был математиком, но оказал очень большое влияние на ее развитие. О значении математики в жизни Академии говорит тот общеизвестный факт, что над входом в нее висела надпись «Не геометр да не войдет».

Платон – первый философ, чьи сочинения сохранились не в кратких отрывках, цитируемых другими, а полностью в его знаменитых «Диалогах». Он считал, что реальный мир построен на математических началах, поэтому его можно постичь только с помощью математики, т.к. «Бог вечно геометризует». В философских трудах Платона имеется несколько математических разделов, например, касающихся теории чисел. Большое внимание в Академии Платона уделялось геометрическим задачам на построение с помощью циркуля и линейки.

На раннюю Академию существенное влияние оказали пифагорейцы. Платониками было принято учение о квадривиуме (арифметика, геометрия, астрономия, музыка), к которым они добавили стереометрию – объемную геометрию.

Платон инициировал изучение правильных тел, в результате к известным пифагорейцам 4 телам был присоединен икосаэдр (двадцатигранник) – 5-е правильное тело. С той поры правильные многогранники стали называть платоновыми телами. Позже они нашли применение в кристаллографии, а также в некоторых разделах современной математики.



Платон и его последователи многое сделали для развития математических методов. Они продолжили совершенствование аксиоматического метода, заложив основы дедуктивно-аксиоматического метода, сыгравшего значимую роль не только в геометрии, но и во всей математике. Платон – один из основателей метода рассуждений от противного. В Академии был разработан и метод «геометрических мест».

Среди представителей платоновской Академии особое место занимают Теэтет и Евдокс.

Теэтет Афинский. О жизни Теэтета (417–367 гг. до н.э.) известно очень мало. Сведения о нем дошли до нас из знаменитых «Диалогов» Платона, один из которых был специально посвящен Теэтету. Платон



рассказывает, что они с Теэтетом были учениками одного древнегреческого ученого Феодора Киренского. Тот считал, что среди всех молодых людей, с которыми ему приходилось встречаться, он не знал ни одного с такой удивительной одаренностью. Отмечает Феодор и необыкновенную мягкость его характера и в то же время мужественность. Умер Теэтет, как сообщает Платон, от болезней и ран, полученных в одной из войн, ведущейся в то время Афинами, во время которой он проявил незаурядную воинскую доблесть.

Математические достижения Теэтета значительны, он считается одним из выдающихся математиков платоновской Академии. Именно он открыл икосаэдр, а по мнению некоторых историков математики, и октаэдр, которого, возможно, не знали пифагорейцы. Теэтет доказал, что существует пять, и только пять, правильных многогранников. Эта теорема представлена в «Началах» Евклида.

Но главное достижение Теэтета – разработка теории иррациональных величин. Он продолжает исследования Феодора, который открыл иррациональность сторон квадрата с площадью 3, 5, ..., 17. Теэтет предлагает классификацию иррациональностей, так сказать, по степени их иррациональности: отдельно квадратные корни, отдельно высшие степени, их суммы, произведения и т. д. Эта классификация позже представлена Евклидом в его «Началах». К тому же он дал общее доказательство несоизмеримости диагонали квадрата с его стороной. Теэтет Афинский считается создателем первой теории квадратичных и кубических иррациональностей.



Евдокс Книдский (ок. 408 – 355 гг. до н.э.) был не только крупным математиком, но и астрономом, построившим обсерваторию в Книде и создавшим первую чисто математическую теорию движения планет. Он считал Землю шаром и, по преданию, построил глобус.

Евдокс считается непосредственным предшественником Евклида. Сочинения самого Евдокса до нас не дошли, но его математические открытия изложены в «Началах» Евклида.

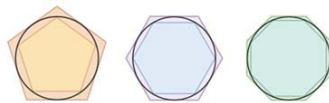
О жизни Евдокса известно немного. Родился в Книде, на юго-западе Малой Азии (ныне территория Турции). Математике учился у

пифагорейцев в Южной Италии. После этого присоединился к платоновской Академии. Страдал в юности от крайней бедности. Ежедневно ходил на занятия из соседнего города, где были дешевле жилье и продукты питания. Стал другом Платона, путешествовал с ним в Египет. Однако, по одной из версий, Платон стал завидовать достижениям Евдокса и охладил к нему. Позднее Евдокс переселился в город Кизик на Мраморном море и открыл там собственную математико-астрономическую школу. Еще позже с частью своих учеников вернулся в Афины. Умер в родном Книде, окруженный славой и почетом.

Евдокс получил фундаментальные результаты в различных областях математики, например, он доказал много новых соотношений в стереометрии, существенно продвинул сферическую геометрию, решая преимущественно астрономические проблемы. Но знаменит он прежде всего созданием теории отношений и метода исчерпывания.

Теория отношений, по сути дела, в какой-то мере преодолевает первый кризис математики, связанный с открытием несоизмеримости. После этого открытия прежняя пифагорейская теория, основанная на понимании отношения двух отрезков как отношения двух целых чисел, а поэтому пригодная лишь для соизмеримых величин, перестала работать.

Теория отношений Евдокса дошла до нас в изложении Евклида. В дополнение к числам Евдокс ввел более широкое понятие геометрической величины, то есть длины отрезка, площади или объема. При таком подходе число есть *отношение двух однородных величин*, что снимает проблему несоизмеримости. По существу, теория отношений Евдокса – это геометрическая модель действительных чисел. Евдокс предложил аксиоматику для сравнения величин, определил их равенство, вывел некоторые свойства отношений. Заметим, что теория действительных чисел Дедекинда (XIX в.) поразительно похожа на теорию отношений Евдокса.



Метод исчерпывания также изложен в «Началах» Евклида. Суть его заключается в следующем: для нахождения площади (объема) некоторой фигуры в нее вписывалась монотонная последовательность других фигур и доказывалось, что их площади (объемы) неограниченно приближаются к площади (объему) искомой фигуры. Затем вычислялся предел последовательности, для чего выдвигалась гипотеза, что он равен некоторому числу и доказывалось, что обратное приводит к противоречию.

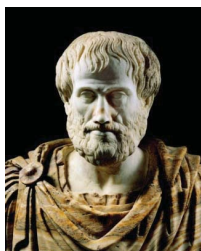
Однако не было никакого общего способа для вычисления предела, что было существенным недостатком метода исчерпывания.

Наиболее плодотворно метод исчерпывания использовался в работах Архимеда, который смог значительно его усовершенствовать и виртуозно применять.

Упомянем еще и выдающиеся работы ближайшего ученика Евдокса Менехма, открывшего так называемую «триаду Менехма» – три вида конических сечений, названных впоследствии эллипсом, гиперболой и параболой. Он исследовал основные свойства своих триад.

4.1.2. Математика в Ликее Аристотеля

Основателем и руководителем другой знаменитой афинской школы Ликей (Лицея) является ученик Платона Аристотель (384 – 322 гг. до н.э.). Он был величайшим философом, который во многом предопределил впоследствии развитие европейской философии.



Сохранились многочисленные сочинения Аристотеля, которые были им завещаны одному из соратников. В сильно пострадавшем виде они в конечном итоге в I в. до н. э. попали в Рим и были там изданы. Это издание послужило основой для всех последующих многочисленных переизданий.

Основные факты биографии. В семнадцатилетнем возрасте Аристотель приехал в Афины и пробыл там 20 лет, до самой смерти Платона. После этого он вместе с единомышленниками уезжает из Афин и приглашается в качестве воспитателя и учителя самого знаменитого полководца всех времен и народов – Александра Македонского. Он обучал его разнообразным наукам, привил любовь к гомеровской поэзии. После убийства отца Александру пришлось брать власть в свои руки. Аристотель же возвращается в Афины, где создает свою школу недалеко от храма Аполлона Ликейского. От названия храма школа и получила свое название – Ликей. Математика в Ликее играла второстепенную роль (в отличие от Академии Платона), но сам Аристотель хорошо знал математику и родственные ей науки.

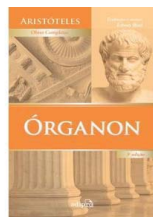
После смерти Александра Македонского в Афинах началось антимакедонское восстание, Аристотелю пришлось покинуть город. Через

год он умирает от болезни желудка. Его тело перенесено в родной город, где благодарные сограждане установили даже в честь Аристотеля празднества, носившие названия «Аристотелии».

Вклад Аристотеля в математику. Несмотря на то, что у Аристотеля отсутствуют специальные труды по математике, он внес в ее развитие некоторый вклад. Скорее, он использовал математику и ее методы для раскрытия своих философских воззрений. Тем не менее, в его философских и естественнонаучных сочинениях имеются фрагменты, существенно повлиявшие на дальнейшее развитие математики.

Аристотель высказывает свои взгляды на предмет математики, которые во многом сохранились и поныне: он считает, что математические понятия – это абстракции предметов реального мира.

Но основной вклад Аристотеля в математику состоит в том, что он является творцом дедуктивной логики. Ее еще называют формальной логикой. Она дошла до нас в философском сочинении «Органон». В некотором смысле на ее основе в XIX в. создана математическая логика, успешно развивающаяся и по сию пору.



Аристотелем разработана теория мышления и его формы – понятия, суждения и умозаключения. Аристотель разъясняет сущность аксиом, постулатов, определений, гипотез и доказательств:

- Под аксиомами он понимает положения, общепризнанные во всех науках, под постулатами – допущения, принятые без доказательств в отдельной науке.
- Определения, как правило, не включают в себя утверждение существования определяемого, его надо еще доказать. Исключение составляют определения основных понятий – единицы, точки, линии.
- Построение служит доказательством существования. Однако доказательство не может строиться на данной частной фигуре, построенные фигуры служат лишь иллюстрацией.
- Доказательство он понимает как цепочку силлогизмов, понимая под ними рассуждения, состоящие из двух посылок (большой и меньшей) и одного заключения.

Аристотелем сформулированы основные логические законы:

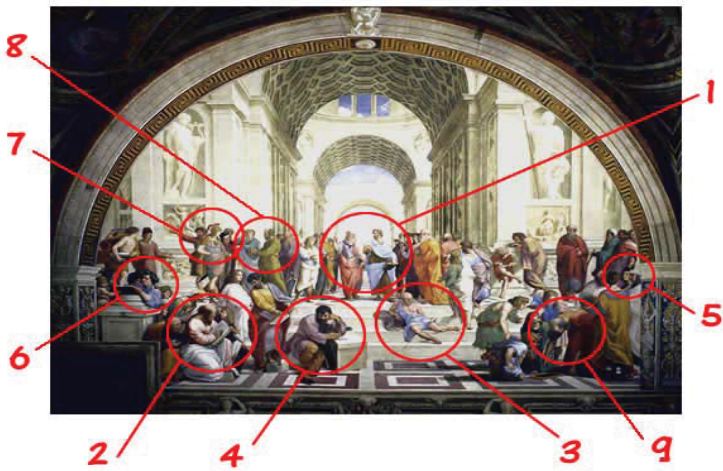
- закон тождества — понятие должно употребляться в одном и том же значении в ходе рассуждений;

- закон противоречия — «не противоречь сам себе»;
- закон исключённого третьего — «А или не-А истинно, третьего не дано».

Аристотель дал важное для математики понятие бесконечности: «Бесконечность – это не то, за чем ничего нет, а то, за чем всегда что-нибудь есть. Он стал впервые употреблять буквы алфавита для обозначения неопределенного количества.

Завершим этот раздел репродукцией со знаменитой фрески «Афинская школа» Рафаэля Санти, написанной им для Ватикана.

Фреска изображает не реальную группу афинян и даже не только современников, но также мудрецов, живших в другое время. Таким образом, «Афинская школа» представляет собой сообщество мыслителей античности. Многим из них Рафаэль придавал облик своих современников. Так, Платону приданы черты Леонардо да Винчи.



Обозначим тех из них, о которых рассказано в этом тексте.

1. Платон и Аристотель. 2. Пифагор. 7. Александр Македонский.
8. Сократ. 9. Евклид.



5. Александрийская математическая школа

Рассказ об Александрийской математической школе мы начнем с Александра Македонского и в качестве его портрета представим аллегорический образ знаменитого полководца с фрески Рафаэля.

Завоевания Александра Македонского длились всего около 10 лет, однако они обеспечили приход совершенно новой эпохи в развитии цивилизации Древней Греции, которая называется *эпохой эллинизма*. Она характеризуется проникновением греческой культуры на Восток, вплоть до Индии.

Таким образом, греческая культура попадает в совершенно новую среду. Надо сказать, что эллинизм – преимущественно городская цивилизация. Сельского населения, т.е. большую часть жителей покоренных стран, эта цивилизация практически не затронула, они продолжали жить так, как жили тысячелетия до этого.

Александр Македонский перенес культурный центр своей огромной империи в новый город, названный им в свою честь Александрией. После его смерти гигантская империя распадается на 3 части – Египет, Месопотамию и Сирию, Македонию.



Египетская Александрия становится центром науки и искусства, достигая наивысшего расцвета в период ≈ 350 –200 гг. до н.э. Правят в этой стране Птолемеи I, II, III ... или Клеопатры...

Птолемеи не имели ни капли египетской крови, но покоренная страна дала им право носить священный титул фараонов, сыновей матери-Исиды. Они тождественны друг другу, что привело к кровосмесительным бракам, отделяющим династию от остального мира. Все фараоны этого времени носили имена Птолемеев или Клеопатр.

Ими придуман бог Серапис – покровитель тех, кто сражается с судьбой. Якобы Птолемей I увидел статую Сераписа во сне и велел изваять ее в мраморе: обвитый змеей, с золотой головой и драгоценными камнями вместо глаз. Ему был посвящен храм Серапеум. □





Птолемей I был соратником и другом Александра Македонского, их совместным учителем являлся Аристотель. Возможно, этим объясняется покровительство Птолемея науке. Он впервые в мире обеспечил идеальные условия для ее развития: щедрое финансирование, создание знаменитой Александрийской библиотеки. Образцом для нее, по-видимому, были собрания свитков при Академии Платона и Ликее Аристотеля. Есть версия, что основу библиотечного фонда составила библиотека самого Аристотеля. По некоторым сведениям, к I в до н.э. в ней хранились до 500 тысяч свитков, собранных со всего мира.

При Птолемее I был основан и знаменитый Музейон (прибежище муз). В нем работали виднейшие ученые, которые приезжали сюда учиться и сотрудничать со всего Средиземноморья и других стран. Таким образом, при Птолемее I впервые появились профессиональные ученые, работу которых финансировало государство.

Среди профессиональных ученых важное место занимают математики – Евклид, Эратосфен (были даже руководителями Александрийской библиотеки), Архимед, Аполлоний ...

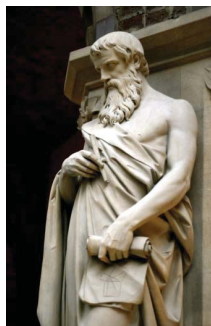
Математика именно в это время выделяется в самостоятельную науку. Основные направления ее развития – обобщение, систематизация, стремление логически последовательно изложить результаты. К тому времени для этого были созданы все условия: труды Фалесе, Пифагора, формальная логика Аристотеля и др.

5.1. «Начала» Евклида

Евклид, по некоторым сведениям, обучался в Академии Платона. Он ученик Евдокса. Одним из первых приглашен в Музейон, число ученых в котором варьировалось от 50 до 100 человек. Евклид руководил и математической школой, и Александрийской библиотекой.

Мы представили внешний облик Евклида по статуе в его честь в Музее естественной истории Оксфордского университета. Разумеется, она аллегорична, но не более чем фрагмент фрески Рафаэля, которую мы уже описывали ранее.

О жизни Евклида (ок. 325-265 до н. э.) сведений практически не сохранилось. По одной из версий историков, он был любезен и мягок со всеми теми, кто



хоть как-то мог способствовать развитию тех или иных математических наук.

Евклид – один из наиболее знаменитых ученых всех времен и народов. С ним связаны некоторые легендарные эпизоды, о которых знает даже каждый школьник.

Приступив к изучению геометрии и разобрав первую теорему, один юноша спросил у Евклида: «А какая мне будет выгода от этой науки?» Евклид подозвал раба и сказал: «Дай ему три обола¹, раз он хочет извлекать прибыль из учёбы».

Птолемей якобы спросил Евклида, есть ли более короткий путь изучения геометрии, нежели *Начала*; тот ответил, что нет царского пути к геометрии.

Эти фразы, приписываемые Евклиду, стали крылатыми.

Ему же присваивают и следующую фразу: «То, что принято без доказательств, может быть отвергнуто без доказательств». □

Евклиду принадлежит ряд трудов по оптике, астрономии, логике, музыке. Один из них – книга "Данные", в которой описаны те условия, которые дают возможность считать "данным" тот или иной математический образ. Другой труд Евклида – книга по оптике, в которой содержатся, в частности, сведения о перспективе. Ученый написал сочинение о теории искажений, возникающих в зеркалах. Известна и книга Евклида под названием "Деление фигур".

Но все эти труды меркнут перед знаменитыми «Началами», в 13 книгах которых воплотились основные направления развития математики:

- систематизация и обобщение всех известных к тому времени математических знаний, дополненных им самим;
- строгое и логичное их изложение.

Отличительной особенностью «Начал» является последовательное использование аксиоматического метода (Гиппократ Хиосский):

- Выделены и описаны основные понятия – точка, прямая, плоскость;
- Сформулированы аксиомы, т.е. предложения, справедливые не только для математики, но и для других наук (преимущественно отношения между величинами: $=$, $<$, $>$);
- И постулаты, относящиеся к геометрии (преимущественно связанные с построениями);

¹ Мелкая монета в Древней Греции.

- Дальнейшее изложение дедуктивное (все остальные понятия вводятся с помощью определений через основные и/или ранее введенные; все остальные предложения доказываются).

Такого рода аксиоматическая теория называется содержательной, т.к. в ней описываются основные неопределяемые понятия.

Кратко охарактеризуем содержание 13 книг «Начал» Евклида:

1-4-я книги – планиметрия;

5-я книга – теория отношений и пропорций по Евдоксу;

6-я книга – подобие фигур;

7-9-я книги – теория чисел;

10-я книга – соизмеримые и несоизмеримые величины;

11-13-я книги – стереометрия.

Подчеркнем роль «Начал» Евклида

- О Первое систематическое изложение математики на аксиоматической основе.
- О Энциклопедия современной Евклиду математики.
- О Классический образец математических рассуждений, единая схема доказательств: формулировка теоремы → чертеж, выделение данных и искомых величин → вспомогательные построения → доказательство → итог (Ч.т.д.).
- О Классическая схема решения задач на построение: набор инструментов – циркуль и линейка; этапы решения: анализ → построение → доказательство → исследование.
- О Фундамент дальнейших преимущественно геометрических исследований.
- О Основа школьных учебников геометрии в течение двух с половиной тысячелетий.

Завершим рассказ о Евклиде и его «Началах» фрагментом знаменитой фрески Рафаэля «Афинская школа», на которой изображен Евклид с учениками.



5.2. Архимед, Эратосфен, Аполлоний

Эпоха эллинизма продолжается. Наступает названный нами постевклидовским ее этап (III - начало IV вв. до н.э.) – этап расцвета александрийской математической школы, основанной Евклидом. По мнению многих историков математики, это наиболее блистательный этап – время Архимеда, Эратосфена и Аполлония.

Но если во времена софистов математика была во многом достоянием широких народных масс (свободных граждан, естественно, рабов это не касалось), то в эпоху эллинизма ею занимались лишь высокообразованные ученые при царских дворах. Так, Архимед творил при дворе сиракузского тирана Гиерона и его сына, Эратосфен был хранителем Александрийской библиотеки, Аполлоний практически всю жизнь провел в Александрии, преподавал там.

Наука была связана преимущественно с библиотеками и основана на щедром финансировании властителей. Однако после Птолемея III они больше не могли тратить так много средств на науку, что явилось одной из внешних причин упадка математики, о чем мы поговорим позже.

5.2.1. Архимед



Архимед (ок. 287-212 до н.э.) – один из самых знаменитых ученых всех времен и народов. Математик, механик, астроном, военный инженер.

Архимед родился в Сиракузах (остров Сицилия), Обучался в Александрии, где познакомился и подружился со многими знаменитыми учеными того времени. Например, с Эратосфеном. С ним он переписывался всю жизнь и посвятил некоторые из своих произведений. Окончив обучение, Архимед возвратился в Сиракузы. Прославился не только наукой, но и тем, что руководил обороной города от войск римского полководца Марцелла. Построенные им механизмы были чудом инженерной мысли. Они позволили отбить штурм города, Марцеллу пришлось осадить Сиракузы, которые были сданы только в результате предательства.

Пожалуй, ни о ком из великих ученых не сохранилось столько легенд, как об Архимеде. Приведем наиболее распространенные из них.

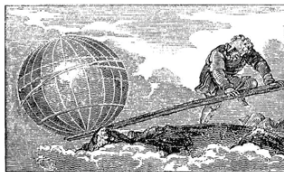
Легенда о золотом венце царя Гиерона. Архимед должен был определить чистоту металла, из которого был сделан венец. Обдумывая



эту задачу, ученый вошел в доверху наполненную ванну, часть воды вытекла. В это время его и осенила идея, что объем венца можно определить, взвесив воду, вытекшую из сосуда, в который

следует поместить изделие. Якобы Архимед нагой бросился обратно, восклицая «**Эврика, эврика!**»

*Легенда о подарке царю Птолемею корабля, являвшегося чудом техники того времени. Однако его не могли спустить на воду. Как будто бы Архимед построил специальную машину, которая позволила выполнить эту работу одному человеку, что и сделал царь Гиерон. С этой легендой связывают приписываемое Архимеду крылатое выражение «**Дайте мне точку опоры, и я переверну мир**».*



Легенда о смерти Архимеда. Существует несколько описаний смерти Архимеда. Приведем наиболее популярную версию и знаменитую мозаику (III в.), иллюстрирующую гибель великого ученого.

В то время как римляне захватили Сиракузы, Архимед сидел на пороге своего дома, размышляя над сделанными им чертежами. Пробежавший мимо римский воин якобы задел их.

Недовольный учёный закричал: «**Не тронь моих чертежей!**», за что был тут же убит.

Есть версия, что Марцелл был разгневан этим жестоким убийством, тем более, что он приказал не трогать великого ученого. Полководец даже якобы устроил Архимеду пышные похороны.□

Со времен Архимеда выделенные нами жирным шрифтом эмоциональные высказывания стали крылатыми фразами, смысл которых должен понимать всякий образованный человек. «Эврика!» как синоним радостного открытия. «Дайте мне точку опоры, и я переверну мир!» как констатация неограниченных возможностей человека при создании ему необходимых условий. «Не тронь моих чертежей!» как показатель того, что творчество – главное для созидателя, и он готов защищать его даже ценой собственной жизни.

Сочинения Архимеда.

Давая общую характеристику математической культуры Древней Греции (п. 1.2.), мы сообщили, что оригинальные сочинения математиков Древней Греции не сохранились. Судить о глубине математических знаний

в этом государстве приходится по спискам со списков, аутентичность которых под вопросом; позднейшим комментариям греческих ученых, в которых приводились и сами комментируемые тексты; арабским и латинским переводам. Особенно интересно, что математические фрагменты сохранились в сочинениях древних философов. Почему же сугубо математические тексты не сохранились, а сочинения древних философов сохранились? Об этом позже.

Палимпсест Архимеда. Пергамент изначально содержал записанные в X в. сочинения Архимеда, в том числе ранее неизвестные. В XIII в. эти записи были стерты, и на освободившемся пергаменте записаны христианские литургические тексты. Палимпсест был обнаружен в начале XX в., поменял многих хозяев, в конце века был продан на аукционе Кристис за 2 миллиона долларов. В наше время для его изучения были применены современные методы (рентгенография, оцифровка и др.).□

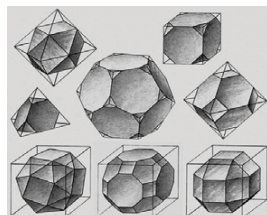
Тем не менее, до нас дошли несколько математических сочинений Архимеда. Важнейшие из них:

1. Измерение круга
2. О спиралях (спираль Архимеда)
3. О шаре и цилиндре
4. Метод механических теорем (иначе – «Послание Эратосфену о методах»)
5. О коноидах и сфероидах
6. Квадратура параболы
7. Исчисление песчинок (Псаммит)

Кстати, первые 4 из перечисленных сочинений содержатся в палимпсесте Архимеда.

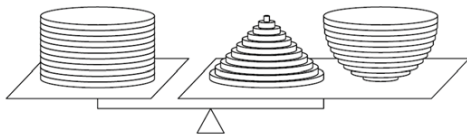
Математические достижения. Перечислим основные из них. Гениальный древнегреческий математик:

- нашёл все полуправильные многогранники, которые с той поры называются Архимедовыми телами,
- развил учение о конических сечениях,
- дал геометрический способ решения кубических уравнений вида $x^2(a+x) = b$, (корни – пересечения параболы и гиперболы), установив, при каких условиях они будут иметь



действительные положительные различные корни, а при каких корни будут совпадать;

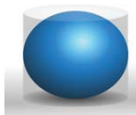
- установил, что объемы сферы и двух конусов с общей вершиной, вписанные в цилиндр $V(2K:C:Ц)$ соотносятся как $1:2:3$.



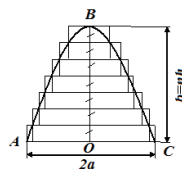
Однако лучшим своим достижением сам Архимед считал определение поверхности и объема шара – задача, которую до него никто решить не мог. Он даже просил выбить на своей могиле шар, вписанный в цилиндр. Существует версия, что эта просьба была выполнена.

Тем не менее, большинство специалистов-историков склонны считать основным вкладом Архимеда в математику предвосхищение им методов интегрального исчисления. А именно, теоремы о площадях и объемах фигур, ограниченных кривыми линиями и поверхностями. Кстати, площадь поверхности и объем шара были вычислены с помощью именно этих методов, так что Архимед также считал решение этих задач самыми значимыми.

Для решения этих математических проблем он усовершенствовал и виртуозно применил метод исчерпывания Евдокса, а также использовал бесконечно малые величины. Не менее важен разработанный Архимедом метод, получивший позднее название метода интегральных сумм, который использован им в сочинениях 2,3,5 из перечисленных выше. Все эти методы тщательно изучались и плодотворно использовались учеными XVII в. при разработке методов интегрирования.



Упомянем ещё сочинение Архимеда «Исчислении песчинок» (Псаммит), в котором он пытается определить верхнюю грань числа песчинок, которые занимает в своём объёме Вселенная. В связи с этим Архимед изобретает и способ наименования очень больших чисел от 10^8 (мириад¹ мириад) до $10^8 \cdot 10^{16}$ (в современных обозначениях).



Научные достижения Архимеда феноменальны. Поражает глубина и широта его исследований во многих важнейших сферах науки, предвосхи-

¹ Мириада 10 000

щение многих гениальных открытий будущего, оригинальность его мышления, которая проявилась в создании им множества уникальных методов решения возникавших перед ним научных проблем.

5.2.2. Эратосфен Киренский



Эратосфен (276-194 гг. до н.э.), всю свою творческую жизнь поддерживая дружеские отношения и переписку с Архимедом, который даже посвящал ему некоторые свои сочинения, все же не обладал гениальностью последнего. Друзья называли его «бета после Архимеда», а также «пентатлос», так как он прославился в пяти различных отраслях — математике, географии, истории, филологии и поэзии.

Эратосфену было, по-видимому, около 50 (по другим сведениям – около 30) лет, когда его пригласили ко двору Птолемея III в качестве воспитателя наследника престола и главы знаменитой Александрийской библиотеки. Тонкие комплименты Птолемею в поэтических сочинениях Эратосфена говорят о нем как об искусном царедворце. Что касается его деятельности на посту руководителя Александрийской библиотеки, то Эратосфен активно занимался ее совершенствованием. Так, по его просьбе власти портов Александрии отбирали все книги с чужеземных кораблей для изучения и копирования.

В конце жизни он ослеп. Есть предположение, что умер Эратосфен «смертью философов», как называли в то время самоубийство.

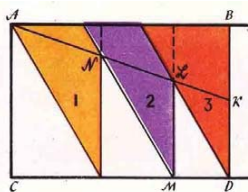
Эратосфен считается многими историками основоположником географии, ему принадлежит и это название (землеописание). Эратосфеном создана одна из первых карт Земли, которая с точки зрения современника представляется, естественно, весьма примитивной, но чрезвычайно важна сама идея, заложенная в основу ее построения: Эратосфен ввел в карту Земли линии, которые сейчас называются параллелями и меридианами. С этой точки зрения его можно считать и предвестником создания координатного метода. Ему удалось достаточно точно измерить длину земного меридиана. Эратосфен знал расстояние от Александрии до Сиены, находящейся к югу от столицы. Ученый установил, что во время летнего солнцестояния Солнце в Сиене находится в зените, в то время как в Александрии отклоняется от зенита на величину, чуть более 7° в силу шаро-



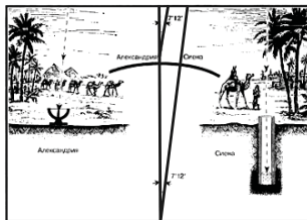
образности Земли. Это и помогло ему измерить длину меридиана с удивительной для того времени точностью.□

Математические достижения Эратосфена.

Эратосфену удалось решить одну из



знаменитых задач древности – задачу об удвоении куба, применяя простой механический прибор *мезолябию*. С помощью этого прибора можно было извлекать кубические корни, следовательно, и решить задачу об удвоении куба. Напомним, что в современных обозначениях она может быть выражена уравнением $x^3 = 2a^3$.



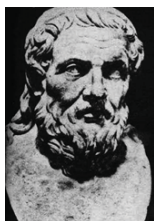
Несомненным достижением Эратосфена в области теории чисел является способ отсеивания простых чисел – так называемое *решето Эратосфена*. Суть этого метода для чисел, меньших 100, легко усмотреть из рисунка.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Сведения о достижениях Эратосфена в области средних пропорциональных величин отличаются неполнотой, в связи с чем мы не будем рассматривать этот вопрос.

Эратосфен известен и своими этическими сочинениями «О добре и зле», «О богатстве и бедности», «Об искусстве жить не скорбя».

5.2.3. Аполлоний Пергский

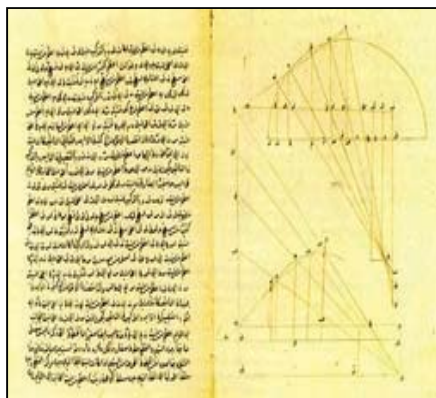


Аполлоний (262-190 гг. до н.э.) родился в г. Пергаме (территория современной Турции). Как и Архимед с Эратосфеном, долгое время жил, учился и работал в Александрии, поэтому его с полным правом причисляют к Александрийской школе.

Однако правитель Пергама создал новую научную математическую школу, одним из представителей которой

можно считать и Аполлония, который вернулся на родину в зрелом возрасте. Тем не менее, умер он в Александрии. Каких-либо других сведений о жизни Аполлония практически не сохранилось.

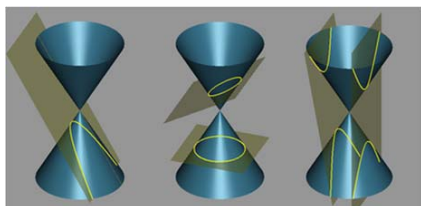
Прославлен Аполлоний знаменитым трудом «Конические сечения» в 8 книгах: первые четыре книги сохранились в греческом изложении, три последующие – в арабском переводе, восьмая книга утеряна.



Как нам уже известно, коническими сечениями занимался ряд выдающихся греческих математиков. Вспомним, например, знаменитые триады Менехма, «О коноидах и сфероидах» Архимеда. Они рассматривали сечения конуса плоскостью, перпендикулярной к его образующей, и в зависимости от угла при его вершине получали различные кривые.

Заслуга Аполлония состоит не только в том, что он обобщил и систематизировал всё ранее известное о конических сечениях. Главное – ему удалось создать стройную их теорию.

При этом Аполлоний получал все три конических сечения, пересекая различными плоскостями один и тот же конус, состоящий из двух симметричных тел, с острым углом при вершине и окружностью в основании. В зависимости от положения секущей плоскости получается одна из кривых,



названных Аполлонием эллипсом, параболой и гиперболой.

В первой книге Аполлоний определяет эти кривые и рассматривает вопрос о построении к ним касательных.

Во второй книге излагается теория главных осей, асимптот и сопряженных диаметров. Приводятся доказательства того, что у всех конических сечений, за исключением окружности, имеется только одна пара взаимно-перпендикулярных осей, вводится понятие диаметра.

В третьей книге рассматриваются свойства полюсов и поляра, фокусов эллипса и гиперболы.

Четвертая книга посвящена взаимному расположению двух конических сечений, в частности, доказываемая, что они не могут пересекаться более чем в четырех точках.

Остальные книги посвящены некоторым специальным вопросам теории конических сечений.

Таким образом, Аполлоний почти на два тысячелетия предвосхитил создание аналитической геометрии. Отличие состоит практически только в геометрическом языке и в отсутствии координатного метода, хотя некоторые приближения к нему в его сочинениях имеются. «Конические сечения» Аполлония были одной из вершин теоретической математики Древней Греции.

В заключение несколько слов о взаимоотношениях двух гениальных и одного выдающегося древнегреческого математика.



Архимед и Эратосфен были дружны, как уже упоминалось ранее. Известна их активная переписка, посвящение другу некоторых своих сочинений Архимедом.

Иначе обстояло дело во взаимоотношениях Аполлония и его старшего современника Архимеда (между ними разница в пару десятилетий). Архимед якобы обвинял Аполлония в плагиате на том основании, что конические сечения изучались его предшественниками, в том числе, самим Архимедом. Современный анализ работ Аполлония говорит о том, что Архимед был глубоко не прав.

Архимед никогда не ссылался на известные ему работы Аполлония, который, однако, полемизировал с ним. В частности, он подвергал критическому анализу сочинения Архимеда «Измерение круга» в сатире «О быстром разрешении от бремени».

Возможно, глубинной причиной противостояния двух гениев были политические предпочтения: Аполлоний был сторонником римлян,

начавших свои завоевания Средиземноморья, в отличие от Архимеда, который, как нам известно, активно противостоял этим завоеваниям.□

Итак, гениальные сочинения Евклида, Архимеда и Аполлония не только явились вершиной древнегреческой математики, но и послужили основой для создания, начиная с XVII в.:

- основ дифференциального и интегрального исчислений, в свою очередь послуживших источником множества математических дисциплин;
- всего комплекса современных геометрических дисциплин – аналитической, начертательной, дифференциальной, проективной геометрий.

Однако процитируем знаменитого историка математики Б.Л. ван дер Вардена: «После Аполлония греческая математика сразу кончается».

5.3. Математика в эпоху Римской империи

Несколько веков Европу, в первую очередь Средиземноморье, а также Ближний Восток сотрясают разрушительные войны, результатом которых стало создание ко II в. н.э. Римской империи. Эллинистические государства теряли самостоятельность и были низведены до уровня колоний.



Математика в упадке. Перечислим внешние причины этого упадка:

- войны привели к непосильным налогам, разрушениям, в том числе научной инфраструктуры (так, в I в. до н.э. при осаде города частично сгорели фонды знаменитой Александрийской библиотеки), прекращению царского финансирования;
- римские императоры очень мало заботились о развитии науки, прежде всего математической; по мнению римлян, наукой должны были заниматься «гречишки», как презрительно называли греков римляне, и другие поработанные народы;
- многие труды великих математиков были утеряны, другие считались чрезвычайно трудными (Архимед, Аполлоний) и большей частью не изучались.

Но кроме внешних существовали и весьма существенные внутриматематические причины спада в развитии математики как науки. Прежде

всего это – геометрический язык, на который перешла древнегреческая математика после открытия несоизмеримости.

Ясно, что этот язык нельзя было использовать для развития арифметики. К тому же ее развитию препятствовали и древнегреческие алфавитные непозиционные системы счисления.

Не могла серьезно развиваться и алгебра, т.к. геометрической интерпретации подлежали только первая степень величины (длина), вторая степень (площадь) и третья (объем). Более высокие степени в геометрическом языке отсутствовали. Тем более отсутствовали отрицательные степени в силу того, что языком геометрической алгебры признавались только положительные числа. Следовательно, уравнения первой и второй степеней рассматривались часто и успешно, уравнения третьей степени – только в крайнем случае.

Надо признать, что в начале нашей эры внешние причины трудностей в развитии науки постепенно стали ослабевать. Александрия вновь становится центром культуры и науки, в том числе, математики. В ней работают такие крупные ученые как Герон, Клавдий Птолемей, Диофант. Греческий язык становится первым признанным общенаучным языком.

5.3.1. Герон Александрийский. Клавдий Птолемей.



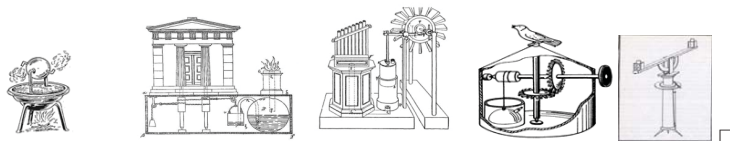
Герон Александрийский. Время жизни Герона Александрийского точно не установлено. Историки склоняются датировать его деятельность I в.н.э. Он один из последних ученых-энциклопедистов Древней Греции. Труды Герона представляют из себя нечто вроде энциклопедий по прикладной математике и механике.

Герона считают основателем геодезии – он выработал правила земельной съемки, основанные на прямоугольных координатах, следовательно, в некотором смысле заложил основы координатного метода, правда, вне математики.

Многие труды Герона сохранились. По-видимому, в силу большой практической значимости. Они пользовались большим успехом в течение многих столетий.

Герона относят к величайшим инженерам за всю историю человечества. Он первым изобрёл автоматические двери, орган, автомат для продажи святой воды, скорострельный самозаряжающийся арбалет, прооб-

раз паровой реактивной турбины, нивелир, прибор, который мы сейчас назвали бы таксометром и др.



Основной математический труд Герона – «Метрика» вряд ли может быть названа научным трудом. Скорее это собрание формул и задачи на их применение. Однако написана «Метрика» ясным и понятным языком. Она включает в себя преимущественно правила расчета площадей фигур и объемов тел. Усеченного конуса и пирамиды, шарового сегмента, тора, пяти правильных многогранников.

Кроме того, в ней представлены численные решения квадратных уравнений и приближенное извлечение квадратных и кубических корней. А также приведено доказательство носящей его имя формула для вычисления площади треугольника по трем сторонам $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где p – полупериметр, a , b , c – стороны.

Есть мнение, что «Метрика» составлена не самим Героном, а подготовлена в его школе в Александрии.



Клавдий Птолемей. Клавдий Птолемей, живший в Александрии во втором веке нашей эры, известен прежде всего как астроном, автор знаменитого сочинения, названного впоследствии «Альмагест». Сам автор назвал его «Великое математическое построение астрономии в 13 книгах». Трактат Птолемея не только обобщил знания древнегреческих ученых по астрономии, но и оказал большое влияние на ее дальнейшее развитие.

Однако первая книга «Альмагеста» содержит сведения по плоской и сферической тригонометрии, поэтому мы вправе считать Клавдия Птолемея и математиком.

Клавдий Птолемей доказал знаменитую теорему о вписанном в круг выпуклом четырехугольнике и на ее основе вычислил значения хорд всех дуг от 0 до 180 градусов, ввел деление градусов на минуты и секунды. Изложил сведения о плоской и сферической тригонометрии, ввел три прямо-

угольные оси – прообраз современной координатной системы, вычислил точное значение $\pi \approx 3,14167\dots$

5.3.2. Диофант Александрийский

На фоне упадка древнегреческой математики необъяснимой загадкой возникает творчество Диофанта. Он нарушил геометрическую традицию эллинистических математиков и возродил и развил алгебру. Историки считают, что его творчество возникло не на пустом месте, однако предшественников, если они имелись, установить не удалось. Как не удалось установить и точные годы жизни. Диапазон колебаний – от III в. до н.э. до III в. н.э. Все же, скорее, это третий век нашей эры. Расцвет творчества Диофанта, по-видимому, приходится на его середину.



О жизни Диофанта почти ничего не известно. Он считается последним великим математиком античности.

О некоторых событиях жизни Диофанта известно с большой степенью вероятности из Палатинской антологии – сборника греческих эпиграмм. В ней содержится эпиграмма-задача, из которой можно сделать вывод, что Диофант прожил 84 года.

Приведем ее текст.

Прах Диофанта гробница покоит; дивись ей и камень
Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребенком.

И половину шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая, с подругой он обручился.
С нею, пять лет проведя, сына дождался мудрец;
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил.

Отнят он был у отца ранней могилой своей.
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Тут и увидел предел жизни печальной своей. □



Основной труд Диофанта – «Арифметика». В авторском введении говорится о 13 книгах этого сочинения, до нас дошли лишь 6. Эти книги содержат 189 задач с решениями. Особенность «Арифметики» состоит в

постановке и оригинальном решении этих задач, а также в применяемой Диофантом символике.

Приведем лист из сочинения Диофанта (рукопись XIV в.). В верхней строке записано уравнение $x^3 \cdot 8 - x^2 \cdot 16 = x^3$.

$$K^T \eta \Lambda \Delta^T \epsilon \Gamma \epsilon \sigma K^T \bar{a}.$$

Καὶ τὸ ἴν, ὁ μὲν δὲ δύναμις, καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον ὁ γ.
 δὲ ἐπίσημον ἔχον τ. αχ. ὁ δὲ κύβος, καὶ ἐστὶν
 αὐτῆς σημεῖον ἔχον τ. κχ. ὁ δὲ ἐκ τετραγώνου
 ἐφέαυτ' ἀπὸ πολλὰ πλάσια ἀδίδωτο, διωαμόδυναμις, καὶ ἐστὶ
 αὐτῆς σημεῖον, δέλετ' διὸ ἐπίσημον ἔχον τ. ααχ. ἔξτε
 δὲ τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς ἀπὸ πλείους κύβων πολλὰ πλά
 σια δίδωτο, διωαμόκύβος καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον δὲ ἀκ' ἐπὶ
 σημεῖον ἔχον τ. ααχ. ὁ δὲ ἐκ κύβου ἐπὶ πλείους
 πλάσια δίδωτο, κύβος κύβος, καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον ὁ γ.
 δὲ ἐκ ἐπίσημον ἔχον τ. κχ.

Особенности алгебры Диофанта, изложенной в его «Арифметике», состоят в следующем.

Алгебра Диофанта основана не на геометрии, как у Евклида, Архимеда, Аполлония, а на арифметике.

Диофант ввел отрицательные числа и правила действий над ними. Он применяет отрицательные числа в промежуточных действиях, интерпретируя их как «недостаток». Формулирует правила действий над ними. Например: «Недостаток, умноженный на недостаток, дает наличие; недостаток же, умноженный на наличие, дает недостаток».

Диофант ввел также обозначения неизвестного, его первых 6-ти положительных и отрицательных степеней. Он сформулировал правила действий над степенями. Например, правила умножения степеней звучат так: «Число, умноженное на число, производит квадрат, на квадрат – куб, на куб – квадрато-квадрат... квадрат же на квадрат – квадрато-квадрат, на куб – квадрато-куб, на квадрато-квадрат – кубо-куб...».

При записи уравнений Диофант пользуется знаками «минус», «равенство», знака сложения нет. Сначала в каждом члене указывается степень неиз-



вестного, затем коэффициент, перед отрицательными членами ставится знак минус.

При решении уравнений Диофант использует *правила приведения подобных членов и прибавления к обеим частям уравнения одного и того же числа*.

Все это позволило ему предложить разнообразные приемы решения линейного уравнения, а также свести решение квадратного уравнения к системам двух линейных уравнений с двумя неизвестными

Таким образом, Диофант пользуется достаточно развитой символикой, степенями, отрицательными числами, что чрезвычайно далеко от греческой математики. Но еще более удивителен круг проблем, которые ставит и решает Диофант и которые до сих пор носят его имя.

Как уже говорилось, сочинение Диофанта содержит 189 задач. Каждая из них снабжена одним или несколькими решениями. Причем, задачи формулируются *в общем виде*, и только потом берутся конкретные значения входящих в них величин и предлагаются решения.

Задачи первой книги «Арифметики» Диофанта в большинстве своем определенные, сводящиеся к линейным или квадратным уравнениям и решаемые так, как указано ранее.

Во второй книге рассматриваются задачи, связанные с неопределенными уравнениями и системами таких уравнений трех, четырех и большего числа уравнений степени не выше второй. Для них ищутся рациональные положительные решения. Диофант разрабатывает в высшей степени оригинальные приемы их решения. Полученные методы применяются в остальных книгах «Арифметики» к решению более трудных задач.

Диофант явился главным посредником в процессе усвоения греческой алгебры арабами, благодаря которым она проникла в Европу уже в эпоху Возрождения.

Гениальные сочинения Диофанта явились отправной точкой для исследований Ферма, Эйлера, Гаусса и других выдающихся математиков. Имя Диофанта в математике увековечено терминами; диофантовы уравнения, диофантов анализ, диофантовы приближения. Современные математические теории носят эти названия.

5.3.3. Гибель Александрийской школы

Несмотря на блестящий взлет Диофанта, он явился последним греческим математиком, внесшим в эту науку новые оригинальные идеи. Закат александрийской школы продолжался.

Александрийские математики позднего периода (IV-VI вв. н.э.) занимались в основном компилированием и комментированием своих гениальных предшественников. Каковы причины этого явления?

У Диофанта нет последователей, его символический язык не освоен. Новые исследования не проводятся в силу сложности и исчерпанности возможностей геометрического языка. Но у компиляции и комментирования есть и свои плюсы: труды древних сохранились именно в работах компиляторов и комментаторов.

Так, в комментариях одного из последних преподавателей Музейона, руководителя собственной научной школы Теона Александрийского (IV в.)



сохранились «Начала» Евклида и «Альмагест» Клавдия Птолемея. Но знаменит он не столько этим, сколько своей дочерью Гипатией (Ипатией) Александрийской, одной из самых легендарных женщин всех времен и народов.

Гипатия Александрийская (370-415) – философ, математик, астроном, врач.

Гипатия еще в детстве проявила поразительные способности и под руководством отца стала одной из ярчайших представительниц александрийской научной школы. Гипатия изображена Рафаэлем Санти на фреске «Афинская школа», деталь которой представлена на этой странице.

Гипатия читала лекции в школе Теона, возглавляла одну из ведущих кафедр – кафедру философии. Кстати, одно время она училась в Афинах в платоновской Академии и развивала философию Платона и Аристотеля.



Гипатия преподавала математику. Написала комментарии к трактатам «Конические сечения» Аполлония Пергского и «Арифметика» Диофанта Александрийского.

После смерти отца возглавляла его школу в Александрии, привлекая большое количество студентов своими яркими лекциями.

В отношении религиозных предпочтений Гипатии мнения историков расходятся. Одна из наиболее распространенных версий – она была авторитетнейшей язычницей. В Александрии же христианская церковь приобретает все большую власть, подчиняя себе власть светскую и военную. Общественный климат в огромной степени зависит от епископа. В период смены епископа, благоволившего к Гипатии и ее школе, на патриарха Кирилла Александрийского (канонизированного святого) против Гипатии по его наущению была поднята волна обвинений в чародействе.

В 415 г. группа религиозных фанатиков, поддерживающих Кирилла, напала на Гипатию и зверски убила ее. Беснующаяся толпа сорвала с нее одежду и заживо растерзала тело до костей. Останки протащили по улицам и бросили за чертой города. Так обычно поступали в Александрии с самыми закоренелыми преступниками.

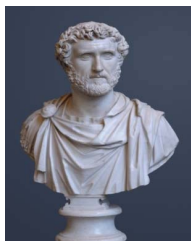
Последняя крупная представительница Александрийской научной школы – знаменитая Гипатия – пала жертвой религиозного фанатизма и варварства.

Многие писатели и драматурги посвятили свои произведения блестящей жизни и трагическому концу великой женщины-ученого. В частности, знаменитый наш современник Умберто Эко в романе «Баудолино» описывает загадочное племя гипатий, якобы являющихся последовательницами и потомками Гипатии, бежавшими из Александрии.

В 2009 г. снята историческая драма «Агора», в которой воспроизведена история Гипатии Александрийской. Представим кадр из этого фильма, на котором Теон и Гипатия спускаются по ступеням Александрийской библиотеки.



□



Не только Гипатия, но и вся древнегреческая наука пала жертвой религиозного фанатизма и варварства.

Император Феодосий в конце IV в. издал ряд указов, фактически запрещавших языческие религии. На этом основании разрушен Музейон как культовый центр Александрии, включавший храм бога Сераписа и Александрийскую библиотеку. Упразднены Олимпийские игры, которые были главным спортивным праздником на протяжении более чем одиннадцати веков.

Запрещено преподавание математики и астрологии, которые связывались с магией и колдовством. Христиане стирали с пергамента тексты греческих авторов и писали на нем свои священные тексты.

Окончательно уничтожил древнегреческую науку император Юстиниан. В 529 г. он закрыл платоновскую Академию, просуществовавшую около 900 лет.

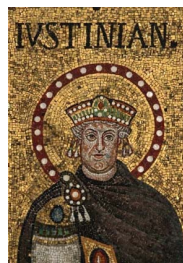
Один из законов знаменитого кодекса Юстиниана назывался «О злоумышленниках, математиках и тому подобных». Он гласил: «Совершенно запрещается достойное осуждения искусство математиков». Другой закон: «Да никто не совещается с гадалцем и математиком».

Последовавшие вскоре завоевания арабов нанесли еще один непоправимый ущерб древнегреческой культуре. Один из первых халифов Омар, санкционируя уничтожение книг, говорил: «Либо в этих книгах написано то, что есть в коране, и тогда нам незачем их читать, либо они утверждают то, что противоречит корану, и тогда их не подобает читать».

По некоторым сведениям, почти полгода бани Александрии отапливались пергаментными свитками. Так завершилось начатое Юлием Цезарем, продолженное христианами и законченное арабами уничтожение самой знаменитой во всей человеческой цивилизации Александрийской библиотеки.

В 1.2. мы ставили вопрос о том, почему аутентичные литературные источники древнегреческой математики не сохранились. Теперь ответ на этот вопрос ясен: их просто целенаправленно и злонамеренно уничтожали. И уничтожили.

Математика надолго, практически на тысячелетие, прекратила свое развитие. Только в XVI в. в Европе были получены первые серьезные но-



вые математические результаты – итальянскими математиками эпохи Возрождения открыты формулы решения кубических уравнений.

Но все же и в этом мрачном для науки тысячелетии у математики Древней Греции были преемники: Византия пассивно хранила, страны ислама активно использовали древние сокровища в виде научных трактатов древнегреческих ученых. Но об этом в следующем учебном пособии серии «История математики».

Заключение

Во введении нами заявлен тезис о математической культуре Древней Греции как основе современной математики. Автор надеется, что работа с этим учебным пособием убедила читателя в этом.

Содержание древнегреческой математики включает в себя *основы всей элементарной математики*. Покажем это.

Арифметика. Пифагорейцами созданы основы теоретической арифметики. Ими классифицированы числа – четные и нечетные; простые, составные и взаимно простые; совершенные, сверхсовершенные и недостающие; наконец, дружественные. Ими заложены основы вычислительной математики (логистики), создана таблица умножения (Таблица Пифагора). В школе Пифагора созданы основы теории отношений и пропорций. Открытие пифагорейцами несоизмеримости величин породило иррациональные числа. Представитель платоновской Академии Теэтет разработал теорию иррациональностей, создал их классификацию. Теория отношений Евдокса во многом совпадает с теорией действительных чисел Дедекинда. Архимед изобрел способ наименования очень больших чисел. Эратосфен предложил способ отсеивания простых чисел.

Геометрия. Многие геометрические факты известны уже народам древних цивилизаций. Однако именно древнегреческий мудрец Фалес доказал первые геометрические теоремы. В пифагорейской школе созданы основы прямолинейной геометрии, доказана теорема Пифагора, открыты свойства правильных многогранников и несоизмеримость стороны квадрата и его диагонали. Гиппократ Хиосский впервые систематически изложил геометрию на аксиоматических началах. Над входом в Академию знаменитого философа Платона висела надпись «Не геометр да не войдет». Евдоксом доказаны многие соотношения стереометрии, он существенно продвинул сферическую геометрию. Менехмом открыта знаменитая триады кри-

вых второго порядка – эллипс, гипербола и парабола. Аполлоний создал стройную их теорию. Евклид обобщил и систематически изложил геометрию на основе дедуктивно-аксиоматического метода. Архимед нашел все полуправильные многогранники, определил поверхность и объем шара, доказал некоторые важнейшие соотношения в стереометрии. Герон доказал теорему своего имени.

Алгебра. Поздние пифагорейцы создали так называемую геометрическую алгебру, в которой числа выступали в качестве геометрических фигур – отрезков, площадей, объемов. Несмотря на то, что геометрический язык существенно затруднял развитие алгебры, последователи пифагорейцев успешно решали уравнения первой и второй степеней. Архимед находил решения уравнений третьей степени как пересечения конических сечений. Диофант на фоне упадка древнегреческой математики создает алгебру, основанную не на геометрии, а на арифметике; вводит достаточно развитую символику, отрицательные числа и действия над ними, положительные и отрицательные степени и действия над ними; правила приведения подобных членов и прибавления к обеим частям уравнения одного и того же числа. Это позволяет ему решать обширный класс уравнений, в том числе неопределенных.

Тригонометрия. Эта дисциплина не была в центре внимания древнегреческих математиков. Развивалась преимущественно *сферическая геометрия*, необходимая для нужд астрономии. Тем не менее, Клавдий Птолемей обобщил все известные знания по плоской и сферической тригонометрии, впервые вычислил значения хорд всех дуг от 0 до 180 градусов, ввел деление градусов на *минуты и секунды*. Труды Птолемея явились основой для развития тригонометрии в рамках арабской математической цивилизации.

Методы математического исследования в Древней Греции. Требование доказательства, появившееся впервые в Древней Греции, породило методы, которые эффективно действуют и поныне. Фалес для доказательства первых теорем использовал созданные им методы – *метод наложения, метод равенства треугольников и метод их подобия*. Гиппократ Хиосский предложил *аксиоматический метод*, который усовершенствован Платоном до степени *дедуктивно-аксиоматического* и блестяще использован Евклидом в знаменитых «Началах». В Академии Платона был разработан *метод рассуждений от противного*, а также *метод геометрических мест точек*. Евдоксом предложен *метод исчерпывания*, который впослед-

ствии был виртуозно применен Архимедом для поиска площадей и объемов фигур, ограниченных кривыми линиями и поверхностями. Метод исчерпывания положен в основу дифференциального и интегрального исчислений в XVII в. Аристотель является творцом *методов формальной логики*, в соответствии с которыми впоследствии строились доказательства. Эратосфен в географии и Герон в геодезии использовали аналоги системы координат, применив зачатки *координатного метода*.

Гениальные предвидения. Почти на два тысячелетия (!) Архимед предвосхитил создание дифференциального и интегрального исчислений, а Аполлоний – аналитической геометрии. Диофант систематически использовал символику, ввел обозначения переменных величин за полтора тысячелетия до периода математики переменных величин!

Литература

1. Андронов, И.К. Трилогия предмета и метода математики: учебное пособие. Часть 1. – М.: Из-во МГОУ им. Н.К. Крупской, 2004. – 206 с.
2. Арнольд, В.И. Нужна ли в школе математика? Стенограмма пленарного доклада на Всероссийской конференции «Математика и общество. Математическое образование на рубеже веков» (Дубна, 21 сентября 2000 г.). – М.: МЦНМО, 2001. – 32 с.
3. Ван дер Варден, Б. Л. Пробуждающаяся наука. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции. — М.: ГИФМЛ, 1959.– 460 с.
4. Волошинов, А.В. Пифагор: Союз истины, добра и красоты. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 224 с.
5. Клайн, М. Математика: утрата определенности. – М.: МИР, 1984.
6. Малаховский, В.С. Избранные главы истории математики: Учеб. издание. – Калининград, ФГУИПП «Янтарный сказ», 2002. – 304 с.
7. Никифоровский, В.А. В мире уравнений. – М.: Наука, 1987. – 176 с.
8. Одинец, В.П. Зарисовки по истории математики: Учебное пособие. – Сыктывкар: Изд-во КГПИ, 2005. – 232 с.
9. Пифагор. Золотой канон. Фигуры эзотерики. – М.: Изд-во Эксмо, 2003. – 448 с. (Серия «Антология мудрости»).
10. Полякова, Т.С. История математики. Период зарождения. Математика древних цивилизаций. Краткий очерк: учебное пособие. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Издательство Южного федерального университета, 2017. – 100 с.
11. Яковлев В.И. Математические начала. – Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2005. – 224 с.

Модуль II . Контрольно-измерительные и проектные материалы

1. Вопросы компьютерного тестирования по истории математики Древней Греции

1. Что сущностного изменено на этапе перехода ко второму этапу истории математики:
а) предмет,
б) метод,
в) содержание,
г) система счисления?
2. Впишите (с заглавной буквы в именительном падеже), что сущностного изменилось при переходе ко второму этапу истории математики _____
3. Что сущностного сохранено на этапе перехода ко второму этапу истории математики:
а) предмет,
б) метод,
в) содержание,
г) система счисления?
4. Какой сущностный метод становится определяющим в период математики постоянных величин:
а) метод равенства фигур,
б) метод подобия фигур,
в) метод доказательства,
г) метод наложения?
5. Каков предмет второго периода истории математики:
а) алгебра,
б) переменные величины,
в) геометрия,
г) постоянные величины?
6. В каких рамках развивалась математика второго периода ее истории:
а) крупных цивилизаций, сменяющих друг друга,
б) крупных цивилизаций, существующих параллельно,
в) научных школ,
г) академий?
7. В каких цивилизациях развивалась математика второго периода ее истории:
а) древнегреческой,
б) египетской,
в) европейской,
г) индийской,
д) китайской,,
е) арабской?
8. Как относились крупнейшие цивилизации периода математики постоянных величин к достижениям предшественников:
а) они достаточно полно усваивались,
б) они игнорировались,
в) они частично усваивались,
г) не знаю?
9. Каков основной результат периода математики постоянных величин:

- а) создание алгебры,
 - б) создание геометрии,
 - в) создание элементарной математики,
 - г) создание математического анализа?
10. Когда возникли полисы Древней Греции:
- а) VII-V вв. до н. э.,
 - б) XIII в. н.э.,
 - в) XIII в. до н.э.,
 - г) VII в н.э.?
11. В каком веке до нашей эры возникли полисы Древней Греции? Впишите только век римскими цифрами _____
12. Какая общественная система процветала в городах-государствах Древней Греции:
- а) рабовладельческая деспотия,
 - б) рабовладельческая демократия,
 - в) рабовладельческая аристократия,
 - г) феодализм?
13. Каковы хронологические рамки развития математической культуры Древней Греции:
- а) VII-V вв. до н. э. – III-VI вв. н.э.,
 - б) VII-V вв. до н. э.,
 - в) XIII в. до н.э. – VI в. н.э.,
 - г) VII в до н.э. - V вв. н. э.?
14. Каков временной период развития математической культуры Древней Греции:
- а) около двух тысячелетий,
 - б) около тысячелетия,
 - в) около 500 лет,
 - г) около столетия?
15. В каких организационных рамках развивалась математическая культура Древней Греции:
- а) университетов,
 - б) академий,
 - в) научных школ,
 - г) цивилизаций?
16. Соотнесите названия научных школ Древней Греции и их ярких представителей:
- 1.Ионийская,
 - 2.Италийская,
 - 3.Афинская,
 - 4.Александрийская,
- а) Евклид,
 - б) Евдокс,
 - в) Пифагор,
 - г) Фалес.
17. Расположите в порядке хронологической последовательности научно-математические школы Древней Греции: а) Италийская, б)Ионийская, в)Александрийская, г)Афинская.
18. Каковы временные рамки функционирования ионийской математической школы:
- а) VI-V вв. до н.э.,
 - б) VII-VI вв. до н.э.,
 - в) III в. до н.э.- V в. н.э.,

- г) IV-III вв. до н.э.?
19. Каковы временные рамки функционирования италийской математической школы:
- а) VI-V вв. до н.э.,
 - б) VII-VI вв. до н.э.,
 - в) III в. до н.э.- V в. н.э.,
 - г) IV-III вв. до н.э.?
20. Каковы временные рамки функционирования афинской математической школы:
- а) VI-V вв. до н.э.,
 - б) VII-VI вв. до н.э.,
 - в) III в. до н.э.- V в. н.э.,
 - г) IV-III вв. до н.э.?
21. Каковы временные рамки функционирования александрийской математической школы:
- а) VI-V вв. до н.э.,
 - б) VII-VI вв. до н.э.,
 - в) III в. до н.э.- V в. н.э.,
 - г) IV-III вв. до н.э.?
22. Соотнесите временные рамки функционирования научных школ Древней Греции и их названия:
1. Ионийская,
 2. Италийская,
 3. Афинская,
 4. Александрийская,
- а) VI-V вв. до н.э.,
 - б) VII-VI вв. до н.э.,
 - в) III в. до н.э.- V в. н.э.,
 - г) IV-III вв. до н.э.
23. В чем проявился высокий динамизм математической культуры Древней Греции:
- а) за два века греки прошли путь, для которого древним потребовалось два тысячелетия,
 - б) за два тысячелетия греки прошли путь, для которого древним потребовалось три тысячелетия,
 - в) за век греки прошли путь, для которого древним потребовалось два тысячелетия,
 - г) не знаю?
24. Какие литературные источники, в которых изложена математика Древней Греции, сохранились:
- а) списки со списков,
 - б) папирусы,
 - в) клинописные таблички,
 - г) арабские и латинские переводы,
 - д) фрагменты в сочинениях философов?
25. Кто возглавлял Академию? Впишите имя _____
26. Кто возглавлял Ликей? Впишите имя _____
27. Кто возглавлял «Союз истины, добра и красоты»? Впишите имя _____
28. Кто возглавлял ионийскую научно-математическую школу? Впишите имя _____
29. Какие литературные источники, в которых изложена математика Древней Греции, сохранились:
- а) списки со списков,
 - б) папирусы,

- в) комментарии,
 - г) арабские и латинские переводы,
 - д) клинописные таблички?
30. Какие литературные источники, в которых изложена математика Древней Греции, сохранились:
- а) арабские и латинские переводы,
 - б) папирусы,
 - в) клинописные таблички,
 - г) компиляции, комментарии,
 - д) фрагменты сочинений философов?
31. Какие системы счисления существовали в Древней Греции:
- а) ионическая,
 - б) лицевая,
 - в) клинописная шестидесятиричная,
 - г) аттическая,
 - д) иероглифическая десятичная?
32. Какими были обе системы счисления древней Греции:
- а) позиционные буквенные,
 - б) непозиционные буквенные,
 - в) позиционные клинописные,
 - г) непозиционные клинописные?
33. Каковы основные достижения Фалеса в математике:
- а) требование доказательства, доказательство первых теорем,
 - б) предвосхищение создания дифференциального и интегрального исчисления,
 - в) создание основ теоретической арифметики,
 - г) предвосхищение создания теории кривых второго порядка?
34. Чем считается ионийская (милетская) математическая школа:
- а) родоначальницей дедуктивной математики как науки,
 - б) родоначальницей математики переменных величин,
 - в) родоначальницей компьютерной математики,
 - г) родоначальницей практической математики?
35. Кто был ведущим ученым ионийской (милетской) школы:
- а) Пифагор,
 - б) Фалес,
 - в) Архимед,
 - г) Евклид?
36. В связи с каким событием Фалес был провозглашен первым из «семи мудрецов»:
- а) созданием метода равенства и подобия треугольников,
 - б) доказательством ряда теорем,
 - в) предсказанием полного солнечного затмения,
 - г) введением календаря?
37. Кто доказал теорему о равенстве вертикальных углов:
- а) Фалес,
 - б) Пифагорейцы,
 - в) Аполлоний,
 - г) Архимед?
38. Кто доказал теорему о вписанном угле, опирающемся на диаметр:

- а) Фалес,
 - б) Пифагорейцы,
 - в) Аполлоний,
 - г) Архимед?
39. Кто доказал теорему о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника:
- а) Пифагорейцы,
 - б) Фалес,
 - в) Аполлоний,
 - г) Архимед?
40. Кто доказал теорему о делении окружности пополам ее диаметром:
- а) Архимед,
 - б) Пифагорейцы,
 - в) Аполлоний,
 - г) Фалес ?
41. Кто доказал теорему о равенстве треугольников с равной стороной и равными прилежащими к ней углами:
- а) Фалес,
 - б) Пифагорейцы,
 - в) Аполлоний,
 - г) Архимед?
42. К какой из научно-математических школ Древней Греции принадлежит Фалес:
- а) Милетской (Ионийской),
 - б) Пифагорейской,
 - в) Александрийской,
 - г) школе софистов?
43. Открытие каких математических методов приписывают Фалесу:
- а) аксиоматический метод,
 - б) метод наложения,
 - в) метод поиска простых чисел,
 - г) метод исчерпывания,
 - д) методы равенства и подобия треугольников?
44. Какая теорема названа в честь Фалеса:
- а) о равенстве вертикальных углов,
 - б) о том, что угол, опирающийся на диаметр, прямой,
 - в) о пропорциональности отрезков угла, разделенного параллельными линиями,
 - г) о делении окружности пополам ее диаметром?
45. С помощью какого метода Фалес определил высоту пирамиды по длине ее тени:
- а) метода подобия треугольников,
 - б) метода наложения,
 - в) метода равенства треугольников,
 - г) метода исчерпывания?
46. С помощью какого метода Фалес определил расстояние корабля от берега:
- а) метода подобия треугольников,
 - б) метода наложения,
 - в) метода равенства треугольников,
 - г) метода исчерпывания?
47. Какие теоремы доказал Фалес:

- а) один из признаков равенства треугольников,
 - б) об углах, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой,
 - в) о равенстве вертикальных углов,
 - г) о равенстве противоположных углов параллелограмма,
 - д) о делении окружности пополам ее диаметром?
48. Какие теоремы доказал Фалес:
- а) о делении окружности пополам ее диаметром,
 - б) теорему Пифагора,
 - в) о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника,
 - г) о касательной к окружности,
 - д) о вписанном угле, опирающемся на диаметр?
49. Какие теоремы доказал Фалес:
- а) один из признаков равенства треугольников,
 - б) об углах, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей прямой,
 - в) о равенстве вертикальных углов,
 - г) о касательной к окружности,
 - д) о вписанном угле, опирающемся на диаметр?
50. Какое естественнонаучное открытие совершил Фалес:
- а) открыл годовое движение Солнца на фоне «неподвижных» звезд,
 - б) измерил длину земного меридиана,
 - в) дал общий очерк геометрии,
 - г) создал первую в мире географическую карту?
51. Какую практическую задачу решил Фалес, воспользовавшись методом подобия:
- а) определение расстояния до недоступного предмета,
 - б) измерил длину земного меридиана,
 - в) дал общий очерк геометрии,
 - г) создал первую в мире географическую карту?
52. К какой научной школе принадлежал Зенон:
- а) ионийской школе,
 - б) Пифагорейскому союзу,
 - в) школе элеатов,
 - г) академии?
53. Что сформулировал Зенон:
- а) теорему Зенона,
 - б) парадоксы Зенона,
 - в) аксиому о параллельности,
 - г) несоизмеримость величин?
54. Чем являлась научная школа Пифагора:
- а) монашеским орденом,
 - б) религиозно-этическим братством,
 - в) лицеем,
 - г) академией?
55. Как называлась научная школа Пифагора:
- а) монашеским орденом,
 - б) Пифагорейским союзом,
 - в) ликеем,
 - г) академией?
56. Как называлась научная школа Пифагора?

- а) монашеским орденом,
 - б) Союзом истины, добра и красоты,
 - в) лицеем,
 - г) академией,
 - д) Пифагорейским союзом?
57. Как называлась научная школа Пифагора:
- а) монашеским орденом,
 - б) Союзом истины, добра и красоты,
 - в) лицеем,
 - г) академией?
58. Почему научная школа Пифагора называлась союзом истины...:
- а) потому что ее члены никогда не лгали,
 - б) потому что в ней занимались наукой,
 - в) потому что в ней занимались искусством,
 - г) потому что они разработали морально-этические принципы?
59. Почему научная школа Пифагора называлась союзом добра ...:
- а) потому что ее члены никогда не лгали,
 - б) потому что в ней занимались наукой,
 - в) потому что в ней занимались искусством,
 - г) потому что в ней разработаны морально-этические принципы?
60. Почему научная школа Пифагора называлась союзом красоты ...:
- а) потому что ее члены никогда не лгали,
 - б) потому что в ней занимались наукой,
 - в) потому что в ней занимались эстетикой, искусством и музыкой,
 - г) потому что они разработали морально-этические принципы?
61. Каков был характер пифагорейского учения:
- а) эзотерический,
 - б) мистический,
 - в) универсальный,
 - г) явный?
62. Почему Пифагора называют «первым великим плагиатором»:
- а) потому что он заимствовал достижения своих учеников,
 - б) потому что все достижения научной школы Пифагора принято было приписывать ему,
 - в) потому что все достижения научной школы Пифагора считались общим достоянием,
 - г) не знаю?
63. К чему привела расправа над пифагорейцами:
- а) к распространению учения по всей Греции,
 - б) к закрытию пифагорейской научной школы,
 - в) к забвению достижений пифагорейцев,
 - г) не знаю?
64. Что было основой философии и религии пифагорейцев до открытия ими несоизмеримости:
- а) величина,
 - б) геометрическая фигура,
 - в) число,
 - г) множество?

65. Кто создал основы теоретической арифметики:
а) Фалес,
б) Пифагорейцы,
в) Аполлоний,
г) Архимед?
66. Кто доказал теоремы прямолинейной геометрии:
а) Фалес,
б) Пифагорейцы,
в) Аполлоний,
г) Архимед?
67. Кто создал математические основы музыкальной теории:
а) Фалес,
б) Пифагорейцы,
в) Аполлоний,
г) Архимед?
68. Кто заложил основы теории отношений и пропорций?
а) Фалес,
б) Пифагорейцы,
в) Аполлоний,
г) Архимед?
69. Кто использовал теорию отношений для создания древнегреческого аналога теории действительных чисел:
а) Фалес,
б) Евдокс,
в) Аполлоний,
г) Архимед?
70. Какие числа изучали пифагорейцы:
а) фигурные,
б) клинописные,
в) иероглифические,
г) символические?
71. Какое из фигурных чисел служило основным божеством пифагорейцев:
а) триада,
б) диада,
в) декада,
г) монада?
72. Впишите арабскими цифрами число, служившее основным божеством пифагорейцев
-
73. С помощью каких знаков записывались фигурные числа у пифагорейцев:
а) точек и тире,
б) иероглифов,
в) алфавита,
г) точек?
74. Как называлась система знаний пифагорейцев:
а) тривиум,
б) дуэт,
в) квадравиум,

- г) квартет?
75. Выберите компоненты квадривиума из предложенных вариантов:
- а) тривиум,
 - б) арифметика,
 - в) музыка,
 - г) квартет,
 - д) геометрия.
76. Выберите компоненты квадривиума из предложенных вариантов:
- а) тривиум,
 - б) астрономия,
 - в) музыка,
 - г) квартет,
 - д) геометрия.
77. Соотнесите названия чисел у пифагорейцев с их основным свойством:
- 1) совершенные
 - 2) сверхсовершенные
 - 3) недостающие
 - 4) дружественные
- а) сумма делителей меньше самого числа
 - б) сумма делителей больше самого числа
 - в) сумма делителей равна числу
 - г) одно число равно сумме делителей другого числа
78. Чем считали пифагорейцы вычислительную математику (логику):
- а) наукой второго сорта,
 - б) не считали наукой,
 - в) первоклассной наукой,
 - г) не знаю?
79. Какие действия над числами выполнялись пифагорейцами:
- а) только $+$, $-$,
 - б) только $+$, $-$, $\times$, $:$,
 - в) $+$, $-$, $\times$, $:$, извлечение квадратных и кубических корней,
 - г) извлечение корней n -ой степени?
80. С помощью чего выполняли пифагорейцы действия над числами:
- а) с помощью счет,
 - б) с помощью счетной доски (абака),
 - в) с помощью арифмометра,
 - г) с помощью калькулятора?
81. Каковы основные достижения пифагорейцев в математике:
- а) прямолинейная геометрия,
 - б) предвосхищение создания дифференциального и интегрального исчисления,
 - в) создание основ теоретической арифметики,
 - г) открытие несоизмеримости,
 - д) предвосхищение создания теории кривых второго порядка?
82. Чем является «таблица Пифагора»:
- а) таблицей умножения,
 - б) таблицей обратных чисел,
 - в) таблицей квадратов,

- г) таблицей логарифмов?
83. Что представляет из себя созданная пифагорейцами прямолинейная геометрия:
- а) планиметрию,
 - б) планиметрию без окружности и круга,
 - в) абсолютную геометрию,
 - г) стереометрию?
84. Свойства каких многоугольников и многогранников доказаны пифагорейцами:
- а) произвольных,
 - б) четырехугольников и параллелепипедов,
 - в) правильных многоугольников и многогранников,
 - г) не знаю?
85. Какая легенда Древней Греции связана с доказательством теоремы Пифагора:
- а) о золотом треножнике,
 - б) об Одиссее и Пенелопе,
 - в) о Прометее,
 - г) о ста быках?
86. Какое открытие является самым большим вкладом пифагорейцев в математику:
- а) совершенных чисел,
 - б) дружественных чисел,
 - в) несоизмеримости диагонали квадрата с его стороной,
 - г) четных и нечетных чисел?
87. Что породило открытие пифагорейцами несоизмеримости:
- а) первый кризис в математике,
 - б) второй кризис в математике,
 - в) борьбу между научными школами Древней Греции,
 - г) дискуссию внутри пифагорейской школы?
88. Чем явилось открытие несоизмеримости для математики пифагорейцев:
- а) крушением их точки зрения на величины,
 - б) крушением их точки зрения на число,
 - в) крушением точки зрения на геометрию,
 - г) не знаю?
89. Чем явилось открытие несоизмеримости для философии и религии пифагорейцев:
- а) крушением их точки зрения на величины,
 - б) крушением всей религии и философии,
 - в) крушением точки зрения на геометрию,
 - г) не знаю?
90. Как был найден выход из первого кризиса математики в XIX в.:
- а) создана теория отрицательных чисел,
 - б) создана теория действительных чисел,
 - в) создана теория комплексных чисел,
 - г) не знаю?
91. Когда был найден выход из первого кризиса в математике:
- а) в конце XIX в.,
 - б) в XVII в.,
 - в) в III. До н.э.,
 - г) не знаю?

92. Что предприняли древние греки, преодолевая кризис математики, связанный с открытием несоизмеримости:
- а) исключили отношения чисел из математики,
 - б) исключили числа из математики,
 - в) исключили геометрические фигуры из математики,
 - г) исключили величины из математики?
93. Что исключили из математики пифагорейцы, открыв несоизмеримость стороны квадрата с его диагональю:
- а) числа,
 - б) теоремы,
 - в) доказательства,
 - г) определения?
94. Что предприняли пифагорейцы, преодолевая кризис математики, связанный с открытием несоизмеримости:
- а) перешли на алгебраический язык,
 - б) перешли на геометрический язык,
 - в) перешли на язык величин,
 - г) перешли на язык символов?
95. На какой язык перешли пифагорейцы, преодолевая кризис математики, связанный с открытием несоизмеримости:
- а) на алгебраический язык,
 - б) на геометрический язык,
 - в) на язык величин,
 - г) на язык символов?
96. Какие дисциплины прекратили развитие с переходом математики на геометрический язык:
- а) стереометрия,
 - б) геометрия,
 - в) арифметика,
 - г) алгебра,
 - д) тригонометрия?
97. Выберите знаменитых представителей ионийской научно-математической школы:
- а) Пифагор,
 - б) Анаксимандр,
 - в) Фалес,
 - г) Евдокс,
 - д) Аполлоний.
98. Выберите знаменитых представителей итальянской научно-математической школы:
- а) Пифагор,
 - б) Анаксимандр,
 - в) Гиппас,
 - г) Евдокс ,
 - д) Аполлоний.
99. Выберите знаменитых представителей афинской научно-математической школы:
- а) Пифагор,
 - б) Платон,
 - в) Фалес,

- г) Теэтет,
 - д) Аполлоний.
100. Выберите знаменитых представителей александрийской научно-математической школы:
- а) Пифагор,
 - б) Анаксимандр,
 - в) Фалес,
 - г) Евдокс,
 - д) Аполлоний.
101. Выберите знаменитых представителей александрийской научно-математической школы:
- а) Пифагор,
 - б) Архимед,
 - в) Фалес,
 - г) Аристотель,
 - д) Аполлоний.
102. Выберите знаменитых представителей александрийской научно-математической школы:
- а) Гиппас,
 - б) Гипатия,
 - в) Евклид,
 - г) Евдокс,
 - д) Аполлоний.
103. Выберите знаменитых представителей афинской научно-математической школы:
- а) Платон,
 - б) Евклид,
 - в) Теэтет,
 - г) Евдокс,
 - д) Аполлоний.
104. Кем были софисты:
- а) художниками,
 - б) странствующими учителями,
 - в) музыкантами,
 - г) людьми, учившими обосновывать свою точку зрения,
 - д) людьми, получавшими средства к существованию преподаванием?
105. Кем были софисты:
- а) академиками,
 - б) странствующими учителями,
 - в) лиценстами,
 - г) людьми, учившими обосновывать свою точку зрения,
 - д) людьми, получавшими средства к существованию преподаванием?
106. Какими математическими проблемами преимущественно занимались софисты:
- а) удвоение куба,
 - б) иррациональности,
 - в) трисекция угла,
 - г) квадратура круга,
 - д) тригонометрия?

107. Какими математическими проблемами преимущественно занимались софисты:
а) удвоение куба,
б) бесконечно малые величины,
в) трисекция угла,
г) квадратура круга,
д) алгебра?
108. Расположите в порядке хронологической последовательности имена знаменитых математиков Древней Греции:
а) Архимед, б) Фалес, в) Евклид, г) Теэтет, д) Анаксимандр.
109. Расположите в порядке хронологической последовательности имена знаменитых математиков Древней Греции:
а) Герон, б) Фалес, в) Евклид, г) Менехм, д) Анаксимандр.
110. Расположите в порядке хронологической последовательности имена знаменитых математиков Древней Греции:
а) Эратосфен, б) Фалес, в) Пифагор, г) Теэтет, д) Анаксимандр.
111. Расположите в порядке хронологической последовательности имена знаменитых математиков Древней Греции:
а) Аполлоний, б) Фалес, в) Пифагор, г) Платон, д) Анаксимандр.
112. Расположите в порядке хронологической последовательности имена знаменитых математиков Древней Греции:
а) Диофант, б) Фалес, в) Евдокс, г) Пифагор, д) Аполлоний.
113. Кто считается автором первого систематического сочинения по геометрии:
а) Теэтет Афинский,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Платон,
г) Аристотель?
114. Кто заложил основы дедуктивно-аксиоматического метода:
а) Теэтет Афинский,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Платон,
г) Аристотель?
115. Кто считается автором теории квадратных и кубических иррациональностей:
а) Теэтет Афинский,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Платон,
г) Аристотель?
116. Кто считается одним из основателей метода рассуждения от противного:
а) Теэтет Афинский,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Платон,
г) Аристотель?
117. Кто разработал теорию иррациональных величин:
а) Теэтет Афинский,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Платон,
г) Аристотель?
118. Кто из математиков афинской школы открыл три вида конических сечений:

- а) Тезетт Афинский,
 - б) Гиппократ Хиосский,
 - в) Менехм,
 - г) Аристотель?
119. Кто дал важное для математики понятие бесконечности:
- а) Аристотель,
 - б) Гиппократ Хиосский,
 - в) Платон,
 - г) Пифагор?
120. Открытие каких математических методов приписывают Евдоксу:
- а) аксиоматический метод,
 - б) метод наложения, методы равенства и подобия треугольников,
 - в) метод поиска простых чисел,
 - г) метод исчерпывания?
121. Какие математические методы разработаны в Академии Платона:
- а) метод подобия,
 - б) дедуктивно-аксиоматический метод,
 - в) метод исчерпывания,,
 - г) метод рассуждений от противного,
 - д) метод геометрических мест?
122. В какой научно-математической школе разработан метод рассуждений от противного:
- а) Ионийской школе,
 - б) школе софистов,
 - в) Академии Платона,
 - г) Ликее Аристотеля?
123. В какой научно-математической школе разработан дедуктивно-аксиоматический метод:
- а) Ионийской школе,
 - б) школе софистов,
 - в) Академии Платона,
 - г) Ликее Аристотеля?
124. В какой научно-математической школе разработан метод геометрических мест:
- а) Ионийской школе,
 - б) школе софистов,
 - в) Академии Платона,
 - г) Ликее Аристотеля?
125. Какие математические достижения принадлежат Евдоксу Книдскому:
- а) теория отношений,
 - б) метод исчерпывания,
 - в) метод геометрических мест,
 - г) метод подобия
 - д) координатный метод?
126. Кто из великих древнегреческих ученых считал, что математические понятия являются абстракциями предметов реального мира:
- а) Аристотель,
 - б) Фалес,
 - в) Пифагор,
 - г) Платон?

127. Кто из великих древнегреческих ученых разработал теорию мышления, выделил его формы – понятия, суждения, умозаключения:
а) Аристотель,
б) Фалес,
в) Пифагор,
г) Платон?
128. Кто из великих древнегреческих ученых дал важное для математики понятие бесконечности:
а) Аристотель,
б) Фалес,
в) Пифагор,
г) Платон?
129. Каким временем датируются завоевания Александра Македонского:
а) 334-323 гг. до н.э.,
б) 334-323 гг. н.э.,
в) III в. до н.э.,
г) II в. до н.э.?
130. Кто был учителем Александра Македонского:
а) Евклид,
б) Платон,
в) Аристотель,
г) Демокрит?
131. Кто был учителем Птолемея I:
а) Евклид,
б) Платон,
в) Аристотель,
г) Демокрит?
132. Чьим учителем был Аристотель:
а) Евклида,
б) Александра Македонского,
в) Фалеса,
г) Птолемея I ,
д) Юлия Цезаря?
133. Впишите имя учителя Александра Македонского _____
134. Впишите имя учителя Птолемея I _____
135. Вскоре после какого события начался «золотой век» древнегреческой математики:
а) после проникновения греческой культуры на Восток,
б) после троянской войны,
в) после предсказания солнечного затмения Фалесом,
г) после завоеваний Александра Македонского?
136. Сколько времени длился «золотой век» древнегреческой математики:
а) около 150 лет,
б) около 300 лет,
в) около века,
г) около тысячелетия?
137. Укажите хронологические рамки «золотого века» древнегреческой математики:
а) VII-VI вв. до н.э.,

- б) с середины IV до конца III вв. до н.э.,
 - в) VII-VI вв. н.э.,
 - г) с середины IV до конца III вв. н.э.
138. Чем характеризуется эпоха эллинизма:
- а) проникновением греческой культуры на Восток,
 - б) проникновением греческой культуры на Запад,
 - в) проникновением греческой культуры на Север,
 - г) проникновением греческой культуры на Юг?
139. Какая эпоха греческой истории характеризуется проникновением греческой культуры на Восток:
- а) эпоха семи мудрецов,
 - б) эпоха пифагореизма,
 - в) эпоха эллинизма,
 - г) эпоха римских завоеваний?
140. Какой город становится центром науки и искусства во времена Птолемея I:
- а) Александрия,
 - б) Афины,
 - в) Спарта,
 - г) Милет?
141. В каком городе располагалась Академия Платона во время его жизни:
- а) в Александрии,
 - б) в Афинах,
 - в) в Спарте,
 - г) в Милете?
142. В каком городе располагался Лицей Аристотеля:
- а) в Александрии,
 - б) в Афинах,
 - в) в Спарте,
 - г) в Милете?
143. В каком государстве располагалась Александрийская научная школа:
- а) в Египте,
 - б) в Македонии,
 - в) в Месопотамии,
 - г) в Ионии?
144. Чем становится Александрия со времен Птолемея I:
- а) центром пифагореизма,
 - б) центром военного искусства,
 - в) центром науки и искусства,
 - г) центром научной школы Аристотеля?
145. Кто впервые создал условия для развития науки в Александрии:
- а) Птолемей I,
 - б) Клеопатра,
 - в) Александр Македонский,
 - г) Юлий Цезарь?
146. Чем, прежде всего, являлся Музейон в Александрии:
- а) торговым центром,
 - б) научно-образовательным центром,

- в) спортивным центром,
г) центром искусства?
147. В какую эпоху появился профессиональный ученый:
а) в эпоху Птолемея I,
б) в эпоху Александра Македонского,
в) в эпоху Пифагора,
г) в эпоху Платона?
148. В какую эпоху математика выделяется из системы наук:
а) в эпоху Птолемея I,
б) в эпоху Александра Македонского,
в) в эпоху Пифагора,
г) в эпоху Платона?
149. Впишите (с заглавной буквы в именительном падеже) название города, который становится центром науки и искусства во времена Птолемея I _____
150. Впишите имя правителя, который впервые стал финансировать науку _____
151. Впишите имя правителя, который создал Музейон _____
152. Выберите деяния Птолемея I:
а) основал дедуктивную логику,
б) создал условия для развития науки в Александрии,
в) создал Музейон,
г) основал Олимпийские игры,
д) впервые осуществил государственное финансирование науки.
153. Выберите изменения, которые произошли в науке в эпоху Птолемея I:
а) появление доказательства,
б) появление профессионального ученого,
в) выделение математики из системы наук,
г) создание дедуктивной логики,
д) создание метода исчерпывания.
154. Выберите изменения, которые произошли в математике в эпоху Птолемея I:
а) появление доказательства,
б) обобщение и систематизация математических знаний,
в) выделение математики из системы наук,
г) создание дедуктивной логики,
д) создание метода исчерпывания.
155. К какой научной школе принадлежит Евклид:
а) к Академии Платона,
б) к Лицею Аристотеля,
в) к Александрийской школе,
г) к Афинской школе?
156. Соотнесите имя ученого и научную школу:
- | | |
|------------------------|--------------------|
| | 1.Александрийская, |
| | 2.Афинская, |
| | 3. школа Платона, |
| | 4.Милетская, |
| а) Евклид, | |
| б) Гиппократ Хиосский, | |
| в) Фалес, | |

- г) Евдокс Книдский.
157. 143. Соотнесите имя ученого и научную школу:
- а) Архимед,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Фалес,
г) Евдокс Книдский.
158. Соотнесите имя ученого и научную школу:
- а) Аполлоний,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Фалес,
г) Евдокс Книдский.
159. Соотнесите имя ученого и научную школу:
- а) Эратосфен,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Фалес,
г) Евдокс Книдский.
160. Соотнесите имя ученого и научную школу:
- а) Диофант,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Фалес,
г) Евдокс Книдский.
161. Соотнесите имя ученого и научную школу:
- а) Герон,
б) Гиппократ Хиосский,
в) Фалес,
г) Евдокс Книдский.
162. Какая математическая теория создана или предвосхищена Евклидом:
- 1.Александрийская,
2. Афинская,
3. школа Платона,
4.Милетская,
1. Александрийская,
2. Афинская,
3. Школа Платона,
4. Милетская,
1. Александрийская,
2. Афинская,
3. школа Платона,
4.Милетская,
- 1.Александрийская,
2.Афинская,
3.Школа Платона,
4.Милетская,
- 1.Александрийская,
2.Афинская,
3.школа Платона,
4.Милетская,

- а) интегральное исчисление,
 - б) теория кривых второго порядка,
 - в) теория неопределённых уравнений,
 - г) содержательная аксиоматическая теория?
163. К каким категориям математики у Евклида относится выражение "линия же - длина без ширины":
- а) определениям,
 - б) теоремам,
 - в) постулатам,
 - г) аксиомам?
164. К каким категориям математики у Евклида относится выражение "все прямые углы равны":
- а) определениям,
 - б) теоремам,
 - в) постулатам,
 - г) аксиомам?
165. К каким категориям математики у Евклида относится выражение "если $a=v$, $a=v=c$, то $a=c$ ":
- а) определениям,
 - б) теоремам,
 - в) постулатам,
 - г) аксиомам?
166. К каким категориям математики у Евклида относится выражение "точка есть то, что не имеет частей":
- а) определениям ,
 - б) теоремам,
 - в) постулатам,
 - г) аксиомам?
167. Каково содержание первых четырех книг "Начал" Евклида:
- а) евдоксова теория несоизмеримых,
 - б) геометрия на плоскости,
 - в) теория чисел,
 - г) приложение евдоксовой теории несоизмеримости к подобию треугольников?
168. Каково содержание пятой книги "Начал" Евклида:
- а) теория отношений и пропорций,
 - б) геометрия на плоскости,
 - в) теория чисел,
 - г) приложение евдоксовой теории несоизмеримости к подобию треугольников?
169. Каково содержание шестой книги "Начал" Евклида:
- а) евдоксова теория несоизмеримых,
 - б) геометрия на плоскости,
 - в) теория чисел,
 - г) приложение евдоксовой теории несоизмеримости к подобию треугольников?
170. Каково содержание VII-IX книг "Начал" Евклида:
- а) суммирование геометрических прогрессий,
 - б) геометрия на плоскости,
 - в) делимость,

- г) приложение евдоксовой теории несоизмеримости к подобию треугольников,
 д) свойства простых чисел?
171. Выделите те положения, которые касаются роли «Начал» Евклида в развитии математики:
- а) первое систематическое изложение на аксиоматической основе,
 - б) использование инфинитезимальных методов,
 - в) энциклопедия современной Евклиду математики,
 - г) единая схема доказательств
 - д) использование координатного метода.
172. Выберите те положения, которые касаются роли «Начал» Евклида в развитии математики:
- а) классическая схема решения задач на построение циркулем и линейкой,
 - б) использование инфинитезимальных методов,
 - в) фундамент дальнейших преимущественно геометрических исследований,
 - г) единая схема доказательств,
 - д) использование координатного метода.
173. Выберите те положения, которые касаются роли «Начал» Евклида в развитии математики:
- а) классическая схема решения задач на построение циркулем и линейкой,
 - б) использование инфинитезимальных методов,
 - в) фундамент дальнейших преимущественно геометрических исследований,
 - г) основа школьных учебников геометрии вплоть до настоящего времени
 - д) использование координатного метода.
174. Выберите имена тех древнегреческих математиков, которые творили в постевклидовский период:
- а) Аристотель,
 - б) Аполлоний,
 - в) Пифагор,
 - г) Эратосфен,
 - д) Платон.
175. Выберите имена тех древнегреческих математиков, которые творили в постевклидовский период:
- а) Архимед,
 - б) Аполлоний,
 - в) Пифагор,
 - г) Эратосфен,
 - д) Платон.
176. Выберите достижения Архимеда в математике:
- а) открытие несоизмеримости,
 - б) открытие полуправильных многогранников,
 - в) работы о конических сечениях,
 - г) метод поиска простых чисел,
 - д) геометрический способ решения кубических уравнений.
177. Выберите достижения Архимеда в математике:
- а) открыл несоизмеримость величин,
 - б) сравнил объемы сферы и двух конусов с общей вершиной, вписанных в цилиндр,
 - в) предвосхитил открытие дифференциального и интегрального исчисления,

- г) предложил метод поиска простых чисел,
 - д) предложил геометрический способ решения кубических уравнений.
178. В сочинении «Псаммит» Архимед изобрел:
- а) геометрический способ решения кубических уравнений,
 - б) метод поиска простых чисел,
 - в) метод исчерпывания,
 - г) способ наименования очень больших чисел.
179. Какая математическая теория создана или предвосхищена Аполлонием:
- а) интегральное исчисление,
 - б) теория кривых второго порядка,
 - в) теория неопределённых уравнений,
 - г) содержательная аксиоматическая теория?
180. Каковы основные достижения Аполлония в математике:
- а) требование доказательства, доказательство первых теорем,
 - б) предвосхищение создания дифференциального и интегрального исчислений,
 - в) создание основ теоретической арифметики,
 - г) предвосхищение создания теории кривых второго порядка?
181. Кто доказал свойства конических сечений:
- а) Фалес,
 - б) Пифагорейцы,
 - в) Аполлоний,
 - г) Архимед?
182. Какое из сочинений древнегреческой математики принадлежит Аполлонию:
- а) Исчисление песчинок (Псаммит),
 - б) Конические сечения,
 - в) Метрика,
 - г) Арифметика
183. Каковы основные достижения в математике Архимеда:
- а) требование доказательства, доказательство первых теорем,
 - б) предвосхищение создания дифференциального и интегрального исчислений,
 - в) создание основ теоретической арифметики,
 - г) предвосхищение создания теории кривых второго порядка?
184. Какая математическая теория создана или предвосхищена Архимедом:
- а) интегральное исчисление,
 - б) теория кривых второго порядка,
 - в) теория неопределённых уравнений,
 - г) содержательная аксиоматическая теория?
185. К какой из научно-математических школ Древней Греции принадлежит Архимед:
- а) Милетской,
 - б) Пифагорейской,
 - в) Александрийской,
 - г) школе софистов.
186. Кто доказал теоремы о площадях и объемах фигур, ограниченных кривыми линиями и поверхностями:
- а) Фалес,
 - б) Пифагорейцы,
 - в) Аполлоний,

- г) Архимед?
187. Какое из сочинений древнегреческой математики принадлежит Архимеду:
- а) Исчисление песчинок (Псаммит),
 - б) Конические сечения,
 - в) Метрика,
 - г) Арифметика?
188. К какой из научно-математических школ Древней Греции принадлежит Эратосфен:
- а) Милетской,
 - б) Пифагорейской,
 - в) Александрийской,
 - г) школе софистов?
189. Какие задачи преимущественно решались в школе софистов:
- а) задачи на вычисление,
 - б) задачи на доказательство,
 - в) знаменитые задачи древности: квадратура круга,...,
 - г) задачи на несоизмеримость?
190. Выберите знаменитые задачи древности, которыми занимались в школе софистов:
- а) квадратура круга,
 - б) задача о кроликах,
 - в) трисекция угла,
 - г) удвоение куба,
 - д) несоизмеримость стороны квадрата и его диагонали.
191. Открытие каких математических методов приписывают Эратосфену:
- а) аксиоматический метод,
 - б) метод наложения, методы равенства и подобия треугольников,
 - в) метод поиска простых чисел,
 - г) метод исчерпывания?
192. Чьим именем назван метод поиска простых чисел:
- а) Пифагора,
 - б) Эратосфена,
 - в) Архимеда,
 - г) Аполлония?
193. Когда жил Архимед:
- а) в III в. до н. э.,
 - б) в III в. н. э.,
 - в) в I в. до н. э.,
 - г) в I в. н. э.?
194. Когда жил Эратосфен:
- а) в III в. до н. э.,
 - б) в III в. н. э.,
 - в) в I в. до н. э.,
 - г) в I в. н. э.?
195. Когда жил Аполлоний:
- а) в III в. до н. э.,
 - б) в III в. н. э.,
 - в) в I в. до н. э.,
 - г) в I в. н. э.?

196. Соотнесите математические методы и имена открывших их ученых:

- 1.Фалес,
- 2.Эратосфен,
- 3.Евклид,
- 4.Евдокс,

- а) аксиоматический метод,
- б) метод наложения, методы равенства и подобия треугольников,
- в) метод поиска простых чисел,
- г) метод исчерпывания.

197. Соотнесите естественнонаучные открытия и имена открывших их ученых:

1. Фалес,
2. Эратосфен,
3. Анаксагор,

- а) создание космогонической теории,
- б) предсказание солнечного затмения,
- в) измерение длины земного меридиана.

198. Какое естественнонаучное открытие сделал Эратосфен:

- а) измерил длину земного меридиана,
- б) предсказал солнечное затмение,
- в) создал космогоническую теорию,
- г) явился основоположником географии,
- д) открыл закон всемирного тяготения?

199. Какое естественнонаучное открытие сделал Фалес:

- а) измерил длину земного меридиана,
- б) предсказал солнечное затмение,
- в) создал космогоническую теорию,
- г) открыл закон всемирного тяготения?

200. Впишите имя математика Древней Греции, предвосхитившего создание теории бесконечно малых _____

201. Впишите имя математика Древней Греции, предвосхитившего создание теории кривых второго порядка _____

202. Впишите имя математика Древней Греции, предложившего метод поиска простых чисел _____

203. Выберите те виды деятельности, которыми занимался Эратосфен:

- а) поэт,
- б) инженер,
- в) математик,
- г) географ,
- д) историк.

204. Выберите те виды деятельности, которыми занимался Архимед:

- а) поэт,
- б) инженер,
- в) математик,
- г) механик,
- д) историк.

205. Выберите те виды деятельности, которыми занимался Аполлоний:

- а) астроном,

- б) инженер,
в) математик,
г) географ,
д) историк.
206. Соотнесите высказывания древнегреческих ученых и их имена:
1. Евклид,
 2. Архимед,
 3. Платон,
- а) Не геометр да не войдет,
б) В геометрии нет царской дороги,
в) Эврика!
207. Соотнесите высказывания древнегреческих ученых и их имена:
1. Евклид,
 2. Архимед,
 3. Платон,
- а) Не геометр да не войдет,
б) В геометрии нет царской дороги,
в) Дайте мне точку опоры и я переверну мир
208. Соотнесите высказывания древнегреческих ученых и их имена:
1. Евклид,
 2. Архимед,
 3. Платон,
- а) Не геометр да не войдет,
б) В геометрии нет царской дороги,
в) Не трогай моего чертежа!
209. Какой язык становится первым общенаучным языком:
- а) арабский,
 - б) египетский,
 - в) греческий,
 - г) латинский?
210. Какое из перечисленных произведений древнегреческой математики принадлежит Герону:
- а) Конические сечения,
 - б) Метрика,
 - в) Арифметика,
 - г) Исчисление песчинок (Псаммит)?
211. К какой из научно-математических школ Древней Греции принадлежит Диофант:
- а) милетской,
 - б) пифагорейской,
 - в) александрийской,
 - г) школе софистов?
212. К какой из научно-математических школ Древней Греции принадлежит Герон:
- а) милетской,
 - б) пифагорейской,
 - в) александрийской,
 - г) школе софистов?
213. Какое сочинение древнегреческой математики принадлежит Диофанту:

- а) Исчисление песчинок (Псаммит),
 - б) Конические сечения,
 - в) Метрика,
 - г) Арифметика?
214. Какая математическая теория создана или предвосхищена Диофантом:
- а) интегральное исчисление,
 - б) теория кривых второго порядка,
 - в) теория неопределённых уравнений,
 - г) содержательная аксиоматическая теория?
215. Какую математическую дисциплину развивал Диофант в своей «Арифметике»:
- а) геометрию,
 - б) алгебру,
 - в) арифметику,
 - г) тригонометрию?
216. В сочинении какого древнегреческого математика формулируются правила действий над первыми 6-ью положительными и отрицательными степенями неизвестного:
- а) Герона,
 - б) Аполлония,
 - в) Архимеда,
 - г) Диофанта?
217. В сочинении какого древнегреческого математика используются первые 6 положительных и отрицательных степеней неизвестного:
- а) Герона,
 - б) Аполлония,
 - в) Архимеда,
 - г) Диофанта?
218. В сочинении какого древнегреческого математика используются отрицательные числа:
- а) Герона,
 - б) Аполлония,
 - в) Архимеда,
 - г) Диофанта?
219. В сочинении какого древнегреческого математика формулируются правила действий с отрицательными числами:
- а) Герона,
 - б) Аполлония,
 - в) Архимеда,
 - г) Диофанта?
220. В сочинении какого древнегреческого математика формулируются правила приведения подобных членов:
- а) Герона,
 - б) Аполлония,
 - в) Архимеда,
 - г) Диофанта?
221. Выберите те виды деятельности, которыми занимался Герон:
- а) основатель геодезии,
 - б) филолог,
 - в) математик,

- г) изобретатель,
 - д) историк.
222. Выберите математические достижения Диофанта:
- а) правила действий над отрицательными числами,
 - б) метод исчерпывания,
 - в) теория неопределенных уравнений,
 - г) правила приведения подобных членов,
 - д) решение задачи о квадратуре круга.
223. Выберите математические достижения Диофанта:
- а) правила действий над отрицательными числами,
 - б) метод исчерпывания,
 - в) теория неопределенных уравнений,
 - г) правила действий с положительными и отрицательными степенями неизвестного,
 - д) решение задачи о квадратуре круга.
224. Кто из ученых александрийской школы в IV-V вв. написал комментарии к "Началам" Евклида:
- а) Теон Александрийский,
 - б) Эратосфен,
 - в) Гипатия Александрийская,
 - г) Герон Александрийский?
225. Кто из ученых александрийской школы в IV-V вв. написал комментарии к "Арифметике" Диофанта:
- а) Теон Александрийский,
 - б) Эратосфен,
 - в) Гипатия Александрийская,
 - г) Герон Александрийский?
226. Кто из ученых александрийской школы в IV-V вв. написал комментарии к "Коническим сечениям" Аполлония:
- а) Теон Александрийский,
 - б) Эратосфен,
 - в) Гипатия Александрийская,
 - г) Герон Александрийский?
227. Выберите из предложенных сочинений те, комментарии к которым написаны Гипатией Александрийской:
- а) Конические сечения,
 - б) Начала,
 - в) Арифметика,
 - г) Псаммит,
 - д) Метрика.
228. Впишите (арабскими цифрами, через дефис, без пробелов) годы жизни Гипатии Александрийской _____
229. Каковы внутриматематические причины кризиса греческой математики:
- а) возможности геометрического языка исчерпаны, новый математический язык не освоен,
 - б) завоевание Греции римлянами,
 - в) математика воспринималась христианством как часть языческой религии и культуры,
 - г) уничтожение древнегреческих храмов?

230. Каковы внешние причины кризиса греческой математики:
а) возможности геометрического языка исчерпаны, новый математический язык не освоен,
б) завоевание Греции римлянами, презрительно относившимся к науке,
в) математика воспринималась христианством как часть языческой религии и культуры,
г) уничтожение древнегреческих храмов?
231. Укажите годы жизни Гипатии Александрийской:
а) 370-415,
б) 415-370 г. до н.э.,
в) I в.,
г) I в. до н.э.,
232. Что явилось причиной трагической гибели Гипатии Александрийской:
а) предательство,
б) религиозный фанатизм,
в) болезнь,
г) самоубийство?
233. Кто из ученых александрийской школы погиб в результате религиозного фанатизма и варварства:
а) Гипатия Александрийская,
б) Евклид,
в) Аполлоний,
г) Фалес?
234. Кто из ученых александрийской школы погиб в результате религиозного фанатизма и варварства:
А Теон Александрийский),
б) Гипатия Александрийская,
в) Архимед,
г) Фалес Милетский?
235. Кем была Гипатия Александрийская по религиозной принадлежности:
а) христианкой,
б) иудейкой,
в) язычницей,
г) мусульманкой?
236. К какой научной школе принадлежала Гипатия Александрийская:
а) Платона,
б) Аристотеля,
в) Пифагора,
г) Фалеса?
237. Кем был Теон Александрийский:
а) одним из последних преподавателей Музейона,
б) создателем теории конических сечений,
в) комментатором «Начал»,
г) отцом Гипатии Александрийской,
д) создателем прообраза паровой машины?
238. Кем была Гипатия Александрийская:
а) механиком,
б) врачом,

- в) философом,
 - г) воином,
 - д) математиком?
239. Кем была Гипатия Александрийская:
- а) астрономом,
 - б) врачом,
 - в) философом,
 - г) поэтом,
 - д) математиком,
 - е) историком?
240. Кто из римских императоров запретил математику как часть языческой культуры Древней Греции:
- а) Феодосий,
 - б) Теон,
 - в) Юстиниан,
 - г) Тертуллиан?



241. Кто изображен на портрете? Впишите только имя _____
242. Какие запреты ввел император Феодосий:
- а) на языческие религии,
 - б) на занятия медициной,
 - в) на олимпийские игры,
 - г) на занятия поэзией,
 - д) на занятия историей?
243. Какие культурные объекты были разрушены по приказу императора Феодосия:
- а) Музейон,
 - б) театры,
 - в) Александрийская библиотека,
 - г) термы,
 - д) стадионы?
244. Кто в VI в. окончательно уничтожил древнегреческую науку, в том числе математику:
- а) Александр Македонский,
 - б) император Юстиниан,
 - в) Аполлоний Пергский,
 - г) император Феодосий?
245. Какие меры предпринял император Юстиниан для уничтожения науки, в том числе математики, Древней Греции:
- а) сжег храм Сераписа,
 - б) закрыл платоновскую Академию,
 - в) запретил занятия математикой,
 - г) запретил Олимпийские игры,
 - д) запретил языческие религии?
246. Какие цивилизации наследовали интеллектуальные традиции Древней Греции:

- а) Византийская,
 - б) Китайская,
 - в) Арабская,
 - г) Индийская,
 - д) Европейская?
247. Жертвой чего пала древнегреческая наука:
- а) войн,
 - б) междоусобиц,
 - в) религиозного фанатизма и варварства,
 - г) интеллектуальных споров?
248. На какое время были забыты в Европе достижения древнегреческой математики:
- а) около столетия,
 - б) около тысячелетия,
 - в) около половины тысячелетия,
 - г) до XVII в.?
249. Какая цивилизация пассивно наследовала интеллектуальные традиции Древней Греции:
- а) Византийская,
 - б) Китайская,
 - в) Арабская,
 - г) Индийская?
250. Какая цивилизация активно наследовала интеллектуальные традиции Древней Греции:
- а) Византийская,
 - б) Китайская,
 - в) Арабская,
 - г) Индийская?

Методические указания для студента к компьютерному тестированию

Вопросы компьютерного тестирования представлены в нескольких видах, ответы на которые предполагают: 1) выбор одного верного из предложенных ответов, 2) выбор нескольких ответов, каждый из которых верен; 3) указание соответствия между двумя сериями фактов, 4) последовательность фактов, 5) вписывание верного ответа.

Из предложенных 250 вопросов компьютер самостоятельно формирует для каждого студента свой вариант, включающий 25 вопросов, на которые необходимо ответить в течение 20 минут. Можно пропустить вопрос и вернуться к нему позже. Тип вопроса легко установить по его формату. Отметки выставляются в пяти – и двадцатипятибалльной системе.

2. Демонстрационная версия кратковременной контрольной работы по самостоятельно изучаемому материалу в виде бланочно-го тестирования по теме «Евклид и его «Начала»»

Контрольная работа № 7. «Начала» Евклида. Фамилия студента _____

1. Чьим учеником был Евклид, кем он был приглашен в Александрию? _____

2. Охарактеризуйте роль «Начал» Евклида в математике как науки _____

3. Каково содержание 1-4 книг «Начал» _____

Контрольная работа № 7. «Начала» Евклида. Фамилия студента _____

1. Какое изречение Евклида дошло до наших дней _____

2. Каков классический образец математических рассуждений, единая схема доказательства, впервые предложенная в «Началах»? _____

3. Каково содержание 6 и 7-9 книг «Начал»? _____

Контрольная работа № 7. «Начала» Евклида. Фамилия студента _____

1. Каково содержание пятой книги «Начал» Евклида? _____

2. Каковы основные направления развития математики, воплощенные в «Началах»? _____

3. Какова классическая схема решения задачи на построение, впервые предложенная в «Началах»? _____

Контрольная работа № 7. «Начала» Евклида. Фамилия студента _____

1. Каково содержание 10 и 11-13 книг «Начал» Евклида? _____

2. В чем выражается последовательность в использовании Евклидом аксиоматического метода? _____

3. Каков классический образец рассуждений в процессе доказательства, предложенный в «Началах»? _____

Методические указания к выполнению кратковременной контрольной работы

В контрольной работе 4 варианта. Она выполняется по материалу, заданному заранее для самостоятельного изучения.

В аудитории каждый студент получает свой бланк с вариантом задания и заполняет его, кратко излагая свои мысли по предложенной проблеме. На выполнение задания дается 5-7 минут.

Оценка выставляется по пятибалльной шкале. Оценивается каждое задание. В данном случае они оцениваются по-разному: максимально 1-е и 3-е – по 1 баллу, 2-е – 3 балла.

Задания могут быть равноценны, тогда они оцениваются каждое в 2,5 балла максимально.

3. Возможные темы проектов по истории математики Древней Греции

1.	Письменные источники математики Древней Греции (общая характеристика, примеры)
2.	Системы счисления Древней Греции. Выполнение действий над числами. Дроби.
3.	Древнегреческая система счисления как прообраз древнерусской нумерации
4.	Ученики и последователи Фалеса. Философские взгляды, естественнонаучные открытия, математика
5.	Школа элеатов. Философские взгляды. Апории Зенона
6.	Философия, религия, образ жизни пифагорейцев
7.	Деятельность и разгром пифагорейской школы. Участие в политической и общественной жизни
8.	Системы знаний Древней Греции: тривиум и квадриум
9.	Пифагорейская теория отношений и пропорций в математике и музыке
10.	Правильные и полуправильные многогранники в древнегреческой математике
11.	История открытия несоизмеримости. Иррациональности в древнегреческой математике
12.	Эзотерика и мистика пифагорейцев
13.	Тригонометрия в древнегреческой математике
14.	Геометрическая алгебра в древнегреческой математике
15.	Числовые ряды в математике пифагорейцев
16.	Три знаменитые задачи древности в древнегреческой математике
17.	Пять знаменитых задач древности в древнегреческой математике
18.	Школа софистов: философия, просветительская деятельность, достижения в математике
19.	Философия и математика в Академии Платона
20.	Естественнонаучные достижения Евдокса
21.	Метод исчерпывания: от Евдокса до Архимеда
22.	Философия и математика в сочинениях Аристотеля
23.	Александрия как крупнейший культурный, научный и образовательный центр
24.	Планиметрия в «Началах» Евклида

25.	Теория отношений в «Началах» Евклида
26.	Стереометрия в «Началах» Евклида
27.	Архимед как механик и астроном
28.	Роль Архимеда в защите Сиракуз от римских завоевателей
29.	Теоремы о площадях и объемах фигур, ограниченных кривыми линиями в творчестве Архимеда
30.	Естественнонаучные достижения Эратосфена
31.	Конические сечения Аполлония: источники, содержание, роль в развитии математики
32.	Упадок математики в эпоху Римской империи. Внешние и внутриматематические причины
33.	Достижения Герона Александрийского в геодезии и инженерии
34.	Астрономия и математика в трудах Клавдия Птолемея
35.	Алгебра в «Арифметике» Диофанта
36.	Александрийская библиотека: история создания, роль в древнегреческой науке, разрушение

Методические указания к выполнению проекта

Проект в виде реферата компилятивного характера выполняется индивидуально или в составе группы, если тематика позволяет это сделать.

Основные этапы выполнения проекта:

1. *Подбор литературы.* Основная литература указывается в списке, предложенном в конце первого модуля. Кроме того, приветствуется использование:

- а) литературы по всемирной истории или ее периодам и странам;
- б) фундаментальных исследований по истории математики (например, трехтомник А.П. Юшкевича) и более популярной литературы (например, книг В.А. Никифоровского), их следует искать в алфавитном каталоге библиотек института, университета, публичной и др.;
- в) публикаций в серии «Историко-математические исследования» (тематический указатель статей этой серии подготовлен В.Е. Пырковым);
- г) интернет-источники.

2. *Составление плана работы,* в котором должны быть отражены:

- а) во введении: основные характеристики эпохи (кратко), развития математики в эту эпоху, история обнаружения письменного источника, биографические сведения об авторе (если объектом исследования является конкретный трактат, книга и т.п.),
- б) основная часть раскрывает содержание темы.;

в) в заключении: роль объекта исследования в развитии математики Древней Греции, развитие основных идей исследуемого явления;

г) Список литературы, оформленный в соответствии с ГОСТом (см. в интернете)

4. *Реализация плана*: составление текста со ссылками на литературные источники (например, [6, с. 15]), где первая цифра – номер литературного источника в списке литературы, вторая – страница, которая цитируется.

5. *Подготовка выступления* на 5-7 мин. в сопровождении презентации, иллюстрирующей основные положения выступления.

6. *Защита проекта* на семинарских занятиях или в процессе экзамена.

4. Тематика эссе по истории математики Древней Греции

1. Легендарный Фалес Милетский – первый из семи мудрецов Древней Греции, дипломат, гражданин, ученый

2. Пифагор и пифагореизм – мифы и реальность

3. Аристотель и его знаменитые ученики Александр Македонский и Птолемей I

4. Архимед – легенды и мифы о великом ученом и гражданине

5. Эратосфен – «бета после Архимеда» и «пентатлос»

6. Гипатия Александрийская – прижизненная и посмертная слава

Методические указания к написанию эссе

Эссе — литературный жанр, прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции.

Эссе выражает индивидуальные впечатления и соображения автора по конкретному поводу или предмету и не претендует на исчерпывающую или определяющую трактовку темы. Стилю эссе свойственны образность, афористичность, установка на интимную откровенность и разговорную интонацию.

Можно предложить следующие советы по написанию эссе:

1. Эссе должно легко читаться. Для того, чтобы этого добиться, не следует злоупотреблять длинными фразами. Если все же не удастся сформулировать мысль коротко, то необходимо перемежать длинные и короткие фразы.

2. Не стоит «онаучивать» текст, злоупотребляя научными терминами, непонятными и громоздкими словами; с другой стороны, следует использовать как можно меньше общих фраз.

3. Главное при написании эссе – отражение личности автора, его опыта, воспоминаний, впечатлений, убеждений; при этом нельзя забывать о фак-

тической стороне проблемы, логике изложения, которая должна быть безупречной.

4. Если автор никогда не сталкивался с написанием подобного текста, стоит познакомиться с эссе по другой проблематике, лучше авторитетных авторов.

5. Вопросы для письменной части экзамена по истории математики Древней Греции

1. Древнегреческие системы счисления
2. Математические достижения Фалеса Милетского
3. Значение чисел в пифагорейской математической школе
4. Основы теоретической арифметики в школе Пифагора
5. Основы вычислительной математики (логистики) в школе Пифагора
6. Теория отношений и пропорций в школе Пифагора
7. Планиметрия прямоугольных фигур в школе Пифагора
8. Правильные многогранники, пентаграмма в школе Пифагора
9. Открытие несоизмеримости, его роль для пифагореизма
10. Геометрическая алгебра в школе Пифагора, ее потенциал
11. Математические проблемы школы софистов
12. Математические достижения Гиппократы Хиосского
13. Математика в Академии Платона
14. Математика в Ликее Аристотеля
15. Математические достижения Теэтета Афинского
16. Математические достижения Евдокса Книдского
17. «Начала» Евклида: содержание и роль в развитии всемирной математики и математического образования
18. Математические достижения Архимеда
19. Математические достижения Эратосфена
20. Математические достижения Аполлония Пергского
21. Математические достижения Герона Александрийского и Клавдия Птолемея
22. Математические достижения Диофанта Александрийского

Методические указания к подготовке к экзамену по истории математики

В экзаменационном билете по истории математики содержатся 3 задания:

1) компьютерное тестирование по всему материалу курса, 2) письменный ответ на один из вопросов, 3) защита проекта с обязательной презентацией. Тематика письменных ответов предполагает характеристику одного из вопросов темы, связанных с математическими достижениями: 1) всей Древней Греции, 2) древнегреческих научных школ, 3) отдельных персоналий. При ответе на этот вопрос достаточно ограничиться материалами учебного пособия.

Оглавление

Введение	3
Модуль I. Материалы к лекциям	7
1. Период математики постоянных величин. Древняя Греция	7
1.1. Характеристика периода математики постоянных величин.....	7
1.2. Характеристика древнегреческой математической культуры	8
2. Ионийская (милетская) математическая школа. Фалес.....	12
3. Итальянская научная математическая школа	17
3.1.1. Пифагореизм	17
3.1.2. Математические достижения пифагорейцев	23
4. Афинская математическая школа	30
4.1. Математика в Академии Платона и Ликее Аристотеля	35
4.1.1. Математика в платоновской Академии	35
4.1.2. Математика в Ликее Аристотеля	39
5. Александрийская математическая школа.	42
5.1. «Начала» Евклида	43
5.2. Архимед, Эратосфен, Аполлоний.	46
5.2.1. Архимед.....	46
5.2.2. Эратосфен Киренский	50
5.2.3. Аполлоний Пергский	51
5.3. Математика в эпоху Римской империи.....	54
5.3.1. Герон Александрийский. Клавдий Птолемей.....	55
5.3.2. Диофант Александрийский.....	57
5.3.3. Гибель Александрийской школы.....	60
Заключение	63
Литература.....	65
Модуль II. Контрольно-измерительные и проектные материалы	65
1. Вопросы компьютерного тестирования по истории математики Древней Греции.....	66
2. Демонстрационная версия кратковременной контрольной работы по самостоятельно изучаемому материалу в виде бланчного тестирования по теме «Евклид и его «Начала»»	94
3. Возможные темы проектов по истории математики Древней Греции ..	96
5. Вопросы для письменной части экзамена по истории математики Древней Греции.....	99

Учебное издание

ПОЛЯКОВА Татьяна Сергеевна

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ

ПЕРИОД МАТЕМАТИКИ ПОСТОЯННЫХ ВЕЛИЧИН

МАТЕМАТИКА ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ

Краткий очерк

Учебное пособие

Подписано в печать 11.10.2018 г.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Формат 60×84 ¹/₁₆.
Усл. печ. лист. 5,93. Уч. изд. л. 4,3. Заказ № 6639. Тираж 50 экз.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ.
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, тел (863) 243-41-66.