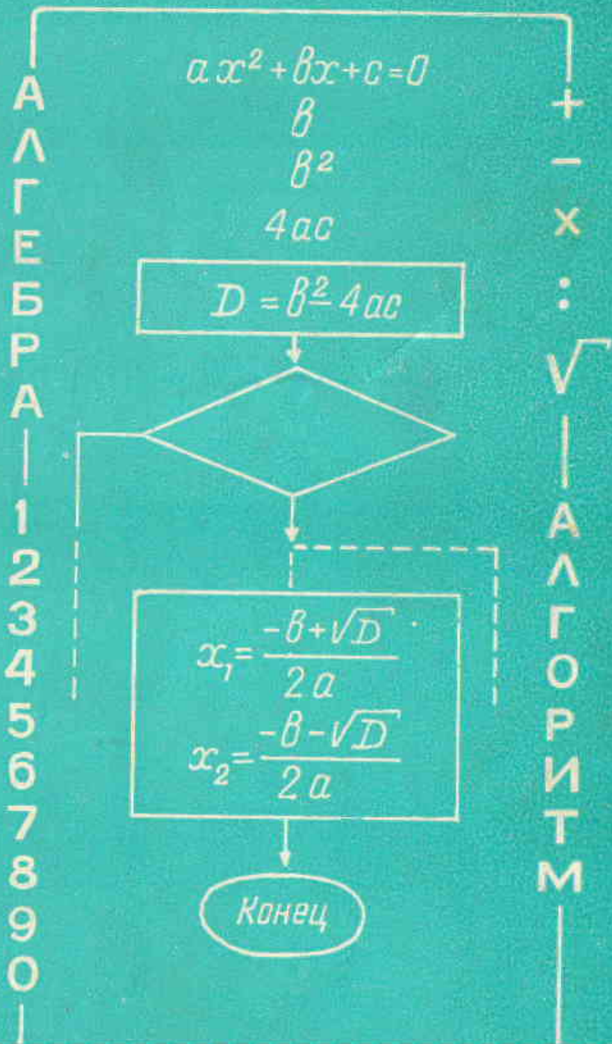
А. Ф. Файзуллаев

Научное творчество МУХАММАДА АЛ-ХОРЕЗМИ



А. Ф. ФАЙЗУЛЛАЕВ

НАУЧНОЕ ТВОРЧЕСТВО МУХАММАДА АЛ-ХОРЕЗМИ

Ответственный редактор
академик АН УзССР *В. К. Кабулов*

ТАШКЕНТ
ИЗДАТЕЛЬСТВО «ФАН» УЗБЕКСКОЙ ССР
1983

Брошюра посвящена научному творчеству Мухаммада ибн Мусы ал-Хорезми в связи с его 1200-летним юбилеем. В ней показаны роль ал-Хорезми в создании алгебры как науки и становление понятия «алгоритм», которое в наше время является одной из фундаментальных категорий кибернетики.

Для широкого круга читателей.

Рецензенты:
академик АН УзССР *М. С. Салахитдинов*,
кандидат философских наук *М. Н. Абдуллаева*

$\frac{1602000000-2263}{М\ 355\ (04)-83}$ Рез—83

ВВЕДЕНИЕ

Круг интересов Абу Абдуллы Мухаммада ибн Мусы ал-Хорезми (783—850 гг.) — крупнейшего ученого IX века — был весьма широк: известны его исследования в области математики, астрономии, географии; он принимал участие в измерении длины градуса земного меридиана; ему принадлежат сочинения о конструировании астролябии, «Алджабр вал алмукабала», «Астрономические таблицы», «Трактат об индийском счете», «Трактат о солнечных часах», «Трактат по музыке» и др. Кроме того, ал-Хорезми создал знаменитую научную школу: в «Байт ал-хикма» («Дом мудрости») — этой первой Академии наук Востока — под его руководством трудились видные ученые того времени, в том числе Ахмад ибн Мухаммад ал-Фергани, Ахмад ибн Абдаллах ал-Марвази, Халид ибн Абд ал-Малик ал-Марварруди, Аббас ал-Джаухари.

Деятельность ал-Хорезми была направлена прежде всего на развитие естественнонаучных знаний, познание природы, изучение мира опытным путем.

Опытно-индуктивный подход к изучению природы, с одной стороны, постановка больших теоретических проблем в области естественных наук, в частности, астрономии, математики, — с другой, обусловили огромную роль его открытий. Эти открытия, по существу, послужили началом становления мировоззренческих принципов в науке Ближнего и Среднего Востока исходя из познания природы, объективного мира. Таким образом, ал-Хорезми можно считать одним из тех, кто в средние века, когда господствовали религиозно-идеалистические взгляды на мир, стоял у истоков прогрессивной общественно-философской мысли в Средней Азии.

Главная заслуга ал-Хорезми заключается в том, что он является основоположником алгебры как обобщенной теории уравнений и методов их решений. Заметим, что фундаментальное понятие современной кибернетики «алгоритм» этимологически связано с именем ал-Хорезми.

I. ОТКРЫТИЕ АЛГЕБРЫ

Элементы алгебры были известны и до ал-Хорезми. Об этом свидетельствует древнеегипетский папирус Ахмеса, существующий уже почти четыре тысячи лет. В древнем Вавилоне, например, арифметические, а также элементарные алгебраические задачи решали с помощью специальных таблиц. Однако доалхорезмийский период (от древних времен до начала IX века) характеризуется отсутствием единой теории и метода решения алгебраических задач, т. е. отсутствием отдельной, специальной науки, — древняя математика была едина.

По мнению крупного алгебраиста академика О. Ю. Шмидта, «со времени Хорезми алгебру уже можно рассматривать как отдельную отрасль математики»[1].

Элементами алгебры являются единица, число, множественность, величины, знаки, отношение, изменение, известное и неизвестное, равенство, уравнение, алгоритм решения. Мухаммад ал-Хорезми, изучая количественные отношения вещей, отметил: «Когда я рассмотрел то, что нужно людям при счете, я нашел, что все это есть число»[2].

Число — понятие абстрактное. Оно имеет, по ал-Хорезми, две стороны: множественность и проявление в конкретных формах. У ал-Хорезми, в отличие от пифагорейцев, понятие числа отнюдь не мистическое, оно отражает практическую потребность человека. О том, что число есть множество, составленное из единиц, было известно еще Евклиду. Аристотель, также знавший о множественном характере числа, считал, что наименьшее число, взятое вообще, есть двойка. Ал-Хорезми пошел дальше: он указал не только на множественность числа («Я уже открыл, что всякое число является составным и что всякое число составляется из единиц. Итак, единица находится в каждом числе»), но и на одновременное нахождение и ненахождение единицы в любом числе: «Единица есть корень всякого числа, и она находится вне чисел. Корень

---

[1] БСЭ. Изд. 2-е, т. 2, с. 54.

[2] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты. Пер. Ю. Х. Копелевич и Б. А. Розенфельда (отв. ред. Г. П. Матвиевская). Ташкент, 1964, с. 26.

числа она потому, что через нее определяют всякое число. Вне чисел она потому, что она определяется сама по себе, т. е. без какого-либо другого числа. Остальные же числа не могут быть найдены без единицы. Ведь когда ты говоришь «единица», то она для определения своего не нуждается в другом числе, а остальные числа нуждаются в единице. Любое число, вне которого существует единица, не может существовать, если уничтожить единицу»[3], причем ал-Хорезми подчеркивает, что речь идет о существе дела, о сути соотношения единицы и числа.

Число состоит из единиц и не может существовать без единиц, но определение единицы как атрибута числа не нуждается в существовании более сложного объекта — числа.

Сущность числа проявляется в конкретных формах. Ал-Хорезми утверждал: «Я нашел, что числа, в которых нуждаются при исчислении алгебры и алмукабалы, бывают трех видов: корни, квадраты и простое число, не отнесенное ни к корню, ни к квадрату». Квадратное уравнение, например

$$x^2+10x=39,$$

является единством различных проявлений числа: квадрат (x^2), корни ($10x$) и простое число (39).

Простое число — это всякое число, называемое словами без отношения к корню или квадрату. Простое число — это натуральное число.

«Корень, — определяет ал-Хорезми, — это всякая вещь, умножаемая на себя, будь то число, равное либо большее единицы, или дробь, меньшая ее». Корень как математическая величина имеет свое материальное происхождение: им выражается «мал» (имущество) или «шай» (вещь). Корень — это неизвестная часть уравнения, образно говоря, «корень растения», если растение в целом есть уравнение. Корень имеет противоречивый характер (прибавляемость и вычитаемость, известность и иррациональность). В линейных уравнениях корень выражает неизвестную величину. Такую величину в квадратных уравнениях ал-Хорезми назвал квадратом.

Нуль. «Нуль есть ничто», — замечает ал-Хорезми. Место «ничто» может быть занято только числом, которое не меньше единицы и не больше девяти в индийской позиционной системе. Ничто это не пустота. Ал-Хорезми

---

[3] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 10.

раскрывает значение и рекомендует обозначение нуля: если при вычитании «...ничего не останется, поставь кружок, чтобы разряд не был пуст; пусть будет в нем кружок,... чтобы не случилось так, что если он будет пуст, разряды уменьшатся и второй будет принят за первый, и так ты обманешься в своем числе»[4]. Значит, нуль, с одной стороны, — ничто, а с другой, — разряд. Знак «нуль» в виде кружка впервые употребил ал-Хорезми. Есть мнение, что это «ничто» имело определенный знак в Древней Греции, Индии. Можно предположить, что знак «0» произошел от первой буквы греческого слова ovden («ничто»). В Индии, Индонезии, Кампучии «ничто» выражали, видимо, через точку. В русском языке, а также в ряде других языков арабское слово «цифра», первоначально обозначавшее «нуль», стало названием всех цифр.

Роль «ничто» (нуля) многие крупные ученые оценивают высоко. Так, Б. Л. Ван дер Варден считает, что «...самая важная цифра есть нуль. Это была гениальная идея — сделать ничто из ничего, дать этому ничто имя и изобрести для него символ»[5]. Э. Шредингер также полагает, что «...самое важное число в математике есть нуль... Это единственное число, имеющее некую хартию, королевскую привилегию. В то время как с любым другим числом можно выполнять любую элементарную операцию, на нуль запрещено делить, — в точности так же, например, как во многих парламентах можно обсуждать любой предмет, но только не персону суверена... Эта прерогатива существенна, о ней вы должны думать ежеминутно; когда бы вы не делили, вы должны убедиться, что делитель не «королевской крови», не есть нуль. Другое следствие состоит в том, что королевская кровь не может быть (умножением) получена иначе, как из королевской же крови»[6]. Определенные типы принципа сохранения выражаются именно через нуль: единство противоположных векторных и скалярных величин (количество движения, кинетический момент, кинетическая и потенциальная энергия и т. д.).

«Ничто» и «нечто» — противоречие. Его исследовал Гегель, однако содержание этого противоречия и роль в нем «ничто» раскрыл Ф. Энгельс. Он отметил, что нуль

---

[4] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 13—14.

[5] Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука. М., 1956, с. 77.

[6] Шредингер Э. — В сб. «Бесконечность и Вселенная». М., 1969, с. 24.

«...по своей природе важнее всех других, ограничиваемых им чисел. Действительно, нуль богаче содержанием, чем всякое иное число»[7].

Десятичная система счисления, своим происхождением обязанная Индии, обобщена, усовершенствована, внедрена и распространена на арабском языке Мухаммадом ал-Хорезми. К. Маркс высоко оценил эту систему счисления. Он писал: «Так называемые арабские цифры, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Одно из прекраснейших открытий, состоявшее в том, чтобы записывать, пользуясь ими, самые большие числа с помощью нуля и указания определенного места, пришло через арабов в Европу в 10-м или 11-м столетии»[8].

Правила сложения, вычитания, умножения и деления чисел, по существу, являются алгоритмами арифметики. Вот как, например, поясняет ал-Хорезми алгоритм умножения: «...или все, что сложилось из умножения каждого разряда, напишешь над разрядом, который находится над ним, или, когда ты это сделаешь, сдвинешь также это число, то есть твое, на один разряд, и сделаешь с ним то, что сделал в первых разрядах, и не перестанешь это делать, пока не завершишь все разряды»[9] (разрядка моя — А. Ф.). В истории математики нередко обращали внимание на противоположность умножения и деления.

Кроме того, Мухаммад ал-Хорезми указал следующие алгоритмы: а) алгоритм умножения разных «родов» чисел: «Я уже открыл тебе в умножении минут, секунд и терции, что делать с двумя числами, которые ты хочешь умножить друг на друга, т. е. одно на другое: ты должен сделать их одного рода, иначе говоря, превратить их в род крайнего разряда, т. е. если крайний был из секунд, преврати их в секунды, а если он был из терций — в терции, и так далее». Это и есть алгоритм умножения разных родов разрядов чисел; б) алгоритм приведения к общей единице: «Знай, — советует ал-Хорезми, — для того чтобы умножить число на число, необходимо взять одно из двух чисел кратным столько раз, сколько единиц в другом», т. е. чтобы умножить числа, надо привести их к одной мере; в) алгоритм приведения к простому: «Знай, что когда хочешь разделить число с дробью на другое число с дробью, или число с дробью на целое число, или

---

[7] Маркс К., Энгельс Ф. Соч. Изд. 2-е, 1957, т. 20, с. 576.
[8] Маркс К. Математические рукописи. М., 1968, с. 244.
[9] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 15.

целое число на число с дробью, ты должен сделать оба числа одного рода, т. е. преврати оба числа в низший разряд» (метод решения задачи путем приведения ее к простым операциям, к простому виду — это развивающаяся тенденция); г) алгоритм законов: «Всякий раз при умножении прибавляемого и вычитаемого, например прибавляемой вещи и вычитаемой вещи, произведение — всегда вычитаемое», «Вычитаемая вещь на вычитаемую вещь — это прибавляемый квадрат».

Таковы процессы выполнения операций для решения алгебраических задач, отмеченные ал-Хорезми.

Сущность уравнения. Любое уравнение представляет собой диалектическое единство таких взаимоисключающих понятий, как «известное» и «неизвестное». В этом заключается сущность уравнения. Решение данного противоречия есть решение задачи. До ал-Хорезми были известны линейные и квадратные уравнения, однако они каждый раз решались по-разному, не было общих правил, алгоритмов. Ал-Хорезми на основе анализа различных частных уравнений создал их общий вид. Методом индукции он пришел к шести типам уравнений: «Мы нашли, что все нужное для действий исчисления алгебры и алмукабалы необходимо приводит тебя к одной из шести глав, изложенных и разъясненных мной в этой книге. Знай это»[10]. Открытые ал-Хорезми шесть типов уравнений содержатся в шести главах его сочинения «Алджабр вал алмукабала»: это три уравнения первой степени (линейные) и три — второй степени (квадратные). Уравнения выражают соотношения трех видов величин: простых чисел, корней, квадратов.

Среди трех видов величин «...имеются такие, — отмечает ал-Хорезми, — которые равны друг другу. Так, например, ты говоришь:

«квадраты равны корням»:

$$ax^2=bx, \quad (1)$$

например, $2x^2=4x$;

«квадраты равны числу»:

$$ax^2=c, \quad (2)$$

например, $3x^2=27$;

«корни равны числу»:

$$bx=c, \quad (3)$$

например, $4x=20$, где a, b, c — положительные числа.

[10] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 38.

Так составлены три вида линейных уравнений. Кроме того, ал-Хорезми дал три формы квадратных уравнений: «Я нашел, что эти три вида, т. е. корни, квадраты и числа, соединяются по три и имеются три рода соединений», а именно:

«квадраты и корни равны числу»:

$$ax^2+bx=c, \tag{4}$$

например, $x^2+10x=39$;

«квадраты и число равны корням»:

$$ax^2+c=bx, \tag{5}$$

например, $x^2+21=10x$;

«корни и число равны квадратам»:

$$bx+c=ax^2, \tag{6}$$

например, $3x+4=x^2$.

Ал-Хорезми пришел к указанным шести типам уравнений методом абстрагирования, т. е. обобщения того основного, что встречается во всех конкретных случаях данного типа. Однако абстрагирование не было для него самоцелью — абстрактное в каждом случае воплощалось в конкретное.

Ал-Хорезми указал на равновесие изменяющихся величин, единство устойчивого и изменчивого. В истории обобщения квадратных уравнений ал-Хорезми прошел путь от частного к особенному. До общего — уравнения $ax^2+bx+c=0$ — он не дошел, хотя, как мы увидим в дальнейшем, это общее он решал, сводя его к одному из особенных, т. е. обе части уравнения делил на a.

Описав все уравнения (1)—(6), ал-Хорезми «...истолковал их и сообщил о том, что в трех из этих видов нет раздвоения (числа) корней и объяснил необходимое для них правило. Что же касается (случаев), когда необходимо раздвоение (числа) корней в трех остальных главах, то... достоверно изложил их в (этих) главах и начертил для каждой главы чертеж, объясняющий причину раздвоения»[11]. Раздвоение связано с квадратом. Правила раздвоения ал-Хорезми излагает так: «Если ты захочешь раздвоить какое-нибудь число, начни с первого разряда и раздвой его; если в нем было число нечетное, раздвой четное, и останется единица, которую раздвоишь, т. е. разделишь на две половины, и одну половину составят тридцать частей из шестидесяти, составляющих единицу...»[12]. Б. А. Розенфельд отмечает: «Ал-Хорезми считает

[11] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 29.
[12] Там же, с. 15.

раздвоение (mediatio), т. е. деление пополам и удвоение (duplicatio), особыми арифметическими действиями». Умножение производилось путем последовательного удвоения. По Иоанну Севильскому, «Раздвоение есть вид деления, а удвоение — вид умножения». Корень «...находится с помощью удвоения и раздвоения... По-видимому, этого же мнения придерживался и ал-Хорезми».

Методы восстановления и противопоставления. Для решения каждого из шести уравнений, открытых Мухаммадом ал-Хорезми, необходимы две операции, им же введенные: алджабр и алмукабала. Алджабр — восстановление или восполнение. Этот метод заключается в приведении противоположных знаков к одному — положительному. Алмукабала — противопоставление однородных членов. Единство обоих методов можно уподобить равновесию весов с двумя чашами, расположенными в противоположных сторонах от стрелки. Противопоставление, как указывает ал-Хорезми, иногда означает уничтожение: «...ты противопоставил десять прибавляемых вещей десяти вычитаемым вещам, т. е. уничтожил их». Б. А. Розенфельд замечает, что Абу Камил (конец IX века), возможно, хотел заменить термин ал-Хорезми «алджабр», считая довольно случайным название алгебры у ал-Хорезми, «но к концу X в., когда алгебраисты перешли от квадратных уравнений к кубическим, они вернулись к термину ал-Хорезми»[13].

Абстракция, обобщение, метод. Ал-Фараби считал методы науки искусными приемами: «Науки об искусных приемах указывают способы познания мер и методов приспособления для реализации их с помощью искусства и вызывания их к актуальной жизни в естественных и чувственно воспринимаемых телах. К этим наукам относятся приемы с числами — «числовые хитрости». Их имеется множество: сюда, например, относится наука, известная в наше время под названием «алджабр и алмукабала», и тому подобное»[14]. Таким образом, возникновение методов алгебры как науки — это не естественный процесс, а продукт деятельности ученых. Как полагает Т. Н. Кары-Ниязов, «...главная заслуга ал-Хорезми заключается в том, что он прежние приемы, рассматриваемые каждый раз применительно к отдельной конкретной

---

[13] Розенфельд Б. А. — Вопросы истории естествознания и техники. Вып. 1(26). М., 1969, с. 35.

[14] Аль-Фараби. Философские трактаты. Алма-Ата, 1972, с. 160.

задаче, абстрагируя, обобщает в виде определенного метода»[15].

Каждая математическая формула, с помощью которой решаются задачи данного типа, по существу, является законом, выражающим устойчивость определяющих связей различных величин. То же можно сказать и о формулах ал-Хорезми — правилах или алгоритмах решения уравнений.

Алгоритм решения первого уравнения. Квадраты равны корням. Чему равен корень? Запишем уравнение

$$ax^2=bx.$$

В уравнении может быть «много» ($a>1$) или «мало» ($a<1$) квадратов, или же квадрат равен корням ($a=1$): «Будь квадратов много или мало, они приводятся к одному квадрату, и так же поступают с равными им корнями, которые приводятся к тому же, к чему приводятся квадраты», т. е. обе части уравнения делятся на a:

$$x^2=\frac{b}{a}x.$$

Правая часть уравнения представляет собой произведение корня на $\frac{b}{a}$. Значит, корень равен $\frac{b}{a}$, т. е.

$$x=\frac{b}{a}.$$

Алгоритм решения второго уравнения. Квадраты равны числу. Чему равен квадрат? Запишем уравнение

$$ax^2=c.$$

Здесь либо $a>1$, либо $a<1$, либо $a=1$. В первых двух случаях «все квадраты с избытком или недостатком приводятся к одному квадрату, и если они меньше квадрата, их увеличивают, пока не получится полный квадрат», т. е. обе части делятся на a:

$$x^2=\frac{c}{a}$$

---

[15] Кары-Ниязов Т. Н. Избранные труды, т. VI. Ташкент, 1967, с. 44.

и извлекается корень:

$$x = \sqrt{\frac{c}{a}}\ .$$

Алгоритм решения третьего уравнения. Корни равны числу. Найти корень. Запишем уравнение

$$bx = c.$$

Обе его части разделим на b:

$$x = \frac{c}{b}\ .$$

Это и есть корень.

Алгоритмы решения четвертого уравнения. Решения показываются на примере уравнения

$$x^2 + 10x = 39:$$

а) «Раздвой число корней $\left[\frac{10}{2} = 5\right]$... ,умножь это на равное ему $[5^2 = 25]$..., прибавь это (к числу) $[25+39=64]$..., извлеки из этого корень $[\sqrt{64} = 8]$... и вычти из этого половину числа корней $\left[8 - \frac{10}{2} = 3\right]$... , это и будет корень квадрата, который ты искал», т. е.

$$x = -\frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} = 3$$

(данный пример ал-Хорезми приводился почти во всех средневековых арабских и западноевропейских учебниках алгебры); корень, кроме положительного, может иметь и отрицательный знак;

б) утверждение ал-Хорезми в канонической форме можно переписать в виде $x^2 + px + q = 0$, откуда

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Алгоритм решения пятого уравнения. Решение показывается на примере уравнения

$$x^2 + 21 = 10x.$$

«Правило его таково: раздвой число корней $\left[\frac{10}{2} = 5\right]$... , умножь это на равное ему $[5^2 = 25]$..., вычти из этого число $[25 - 21 = 4]$..., извлеки из этого корень $[\sqrt{4} = 2]$... , вычти это из половины (числа) корней $\left[\frac{10}{2}-2=3\right]$... ,это и будет корень квадрата, который ты искал..., если хочешь, прибавь это к половине (числа) корней, будет другой корень, это (тоже) корень квадрата, который ты искал», т. е.

$$x^2+q=px,$$

$$x_{1,2}=\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}.$$

Это общее правило применимо к частному случаю

$$x^2+21=10x.$$

Найдем корни данного уравнения:

$$x_{1,2}=\frac{10}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2-21}=5\pm 2\left(x_1=3;\ x_2=7\right).$$

«В этой главе, — пишет ал-Хорезми, — применяется и сложение и вычитание, чего нет в остальных из тех трех глав, в которых нужно раздваивать (число) корней. Знай, что если в этой главе ты раздвоил (число) корней и умножил его на равное ему, и произведение оказалось меньше числа дирхемов, сложенных с квадратом, задача невозможна».

Уравнение $x^2+c=bx$ при $\left(\frac{b}{2}\right)^2<c$ имеет два мнимых корня. «А если оно в точности равно (числу) дирхемов, корень квадрата равен половине (числа) корней без сложения и вычитания».

Уравнение $x^2+c=bx$ при $\left(\frac{b}{2}\right)^2=c$ имеет один корень:

$$x=\frac{b}{2}.$$

Алгоритм решения шестого уравнения. Решение уравнения показывается на следующем примере:

$$3x+4=x^2.$$

„Правило таково: раздвой (число) корней $\left[\frac{3}{2}\right]$... , умножь это на равное ему $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}\right]$... , прибавь к числу $\left[\frac{9}{4}+4=\frac{25}{4}\right]$... , извлеки из этого корень $\left[\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}\right]$... , прибавь это к половине (числа) корней $\left[\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=4\right]$.

Таким образом,

$$x=\frac{3}{2}+\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+4}=4.$$

«Все, что больше квадрата или меньше, приведи к одному квадрату», — дополняет ал-Хорезми.

Представление о полном квадратном уравнении. Если коэффициент перед квадратом больше или меньше единицы, ал-Хорезми рекомендует поступать так же, но приводить эти квадраты к одному квадрату, а «... корни и число (данные) с ним» приводить «...к тому же, что и квадрат».

Следовательно, алгоритм решения четвертого уравнения дополняется, если коэффициент перед квадратом не равен единице, т. е. при $a \gtrless 1$ надо разделить обе части уравнения на a. Тогда

$$x^2+px=q.$$

«Таким же образом поступай всегда, когда встретишься с квадратами, корнями и равным им числом», — учит ал-Хорезми.

Известный историк математики Соломон Гандц, приводя типологию квадратных уравнений, отмечает преимущества уравнений ал-Хорезми перед вавилонскими и уравнениями Евклида, Диофанта.

Квадратные уравнения ал-Хорезми трех типов

$$ax^2+bx=c.$$

$$ax^2+c=bx,$$

$$ax^2+bx=c$$

в канонической форме записываются так:

$$ax^2+bx+c=0,$$

а их решения имеют вид

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Алгебра и жизнь. О необходимости математического мышления в решении жизненных вопросов ал-Хорезми говорит: «Книга «Алджабр и алмукабала» необходима людям при дележе наследства, составлении завещаний, разделе имущества и судебных делах, в торговле и всевозможных сделках, а также при измерении земель, проведении каналов, инженерных и прочих разновидностях подобных дел»[16]. В Азии необходимость в математической науке, пожалуй, ощущалась довольно остро, ибо, как отметил Ф. Энгельс: «Наша геометрия исходит из пространственных отношений, а наша арифметика и алгебра — из числовых величин, соответствующих нашим земным отношениям»[17].

Действительно, в Средней Азии, как и в других странах Востока, проведение оросительных каналов являлось и является ныне жизненно важным общественным делом. Для этого человеку нужно было владеть своего рода искусством производить измерения. Ал-Фараби показывает, как определяет человек, «например, высоту крупных деревьев и стен, ширину долин и рек, даже высоту гор и глубину долин и рек, после того, как окинет взором их края. Далее расстояние (до) облаков и других предметов от места нашего нахождения и по отношению к любому месту земли. Затем расстояние (до) небесных тел и их величины, которые можно наблюдать под углом оптических приборов, и вообще, величины, которые желают определить, и расстояние от какой-либо вещи, на которую падает взгляд, до других вещей, наблюдаемых с помощью орудий, созданных для нацеливания зрения во избежание ошибок»[18].

Ал-Хорезми ставит математику на службу практике, применяя ее при решении вопросов о наследстве. Практические руководства ал-Хорезми помогали решать сложные проблемы имущественных отношений для отдельных граждан, семей и целых слоев населения. Наследственные связи того времени требовали создания определенных установок, имеющих количественное выражение.

В мусульманском праве наследование реализовалось по различным связям: по нисходящей, восходящей, боковой линиям, по корану или духовному завещанию; в круг наследников входили супруги, прямые наследники, родственники; принимались во внимание также зачатый ребенок, пропавшие без вести лица, незаконнорожденные дети. У мусульман-суннитов оставшееся после смерти имущество распределялось в следующем порядке: прежде всего покрывались издержки по погребению умершего, затем уплачивались его долги, после чего 1/3 оставшегося имущества шла на удовлетворение духовного завещания и, наконец, 2/3 оставшегося имущества делились между

---

16 Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 26.
17 Маркс К., Энгельс Ф. Соч. Изд. 2-е, 1957, т. 20, с. 582.
18 Аль-Фараби. Философские трактаты. Алма-Ата, 1970, с. 151.

наследниками умершего. Эти правовые отношения, воплощаясь в конкретные цифры, принимали вид количественных отношений и подчинялись законам математики. Если сумма долей, наследуемых различными лицами, превышает целое наследство, то доли должны быть уменьшены, за исключением долей супругов, которые не изменяются. Так, если после смерти женщины остаются ее муж и две родные сестры, то муж наследует 1/2, а родные сестры 2/3; в данном случае сумма долей превышает целое, поэтому они должны быть уменьшены пропорционально путем разделения единицы на более мелкие дроби, и тогда муж получит 3/7, а каждая из сестер — по 2/7. Если сумма долей, наследуемых различными лицами, окажется меньше целого наследства, то доли должны быть увеличены пропорционально, за исключением долей супругов, которые не изменяются. Если, например, женщина оставила после себя родную дочь и внучку по мужской линии, то дочь наследует 1/2, а внучка — 1/6. В данном случае сумма долей меньше целого, следовательно, каждая доля должна быть пропорционально увеличена, тогда родная дочь получит 3/4, а внучка — 1/4. Всего наследственных долей шесть: 1/2, 1/3, 1/4, 1/6, 1/8, 2/3, но на практике встречаются и такие доли: 2/7, 3/7, 3/4.

Наследственные отношения сложны и противоречивы. Ал-Беруни, например, писал: «Основные положения о наследовании у индийцев отстраняют женщин, за исключением дочери. Последняя получает четвертую долю того, что получает сын, согласно тексту книги Ману»[19].

Некоторые исследователи совершенно справедливо считают, что, может быть, ни одна человеческая система не дала места стольким странным применениям, нелепым размышлениям, несправедливым заключениям, как эта часть мусульманского права. Применение математических методов облегчало решение задач наследования. В свою очередь, эта гражданская потребность обусловливала в определенной мере развитие математики.

В отдельные периоды истории человеческого общества выявлялись преобладающие области науки, где методы математики применялись чаще. Например, в период возникновения и развития механистического материализма XVII—XVIII вв. ареной математики была механика.

Мухаммад ал-Хорезми применял открытые им методы количественного изучения к явлениям социальной жиз-

---

[19] Бируни Абу Рейхан. Избранные произведения, т. III, Ташкент, 1966, с. 476.

ни. Он выбрал четыре области отношений между людьми, характерные для тогдашнего строя: сделка, залог, завещание и торговля рабами.

Сделки ал-Хорезми изучал с точки зрения числовых отношений. «Знай, что сделки людей, как покупка и продажа, обмен и наем, а также другие, имеют дело с четырьмя числами, устанавливаемыми спрашивающим, — мерой, ценой, количеством и стоимостью. Число, равное мере, стоит против числа, равного стоимости, а число, равное цене, стоит против числа, равного количеству. Из этих четырех чисел три всегда известны, а одно неизвестно, и о нем-то говорящий говорит сколько и спрашивает спрашивающий». Пример: «Работник, месячный заработок которого 10 дирхемов, работал 6 дней; какова его доля, если ты знаешь, что 6 дней есть одна пятая месяца и что его доля дирхемов такова же, как доля проработанного им времени от месяца»[20]. Для решения задачи необходимо классифицировать величины. В данном случае: мера — 30 дней, цена — 10 дирхемов, количество — 6 дней, стоимость? Правило: $30:10=6:x$; $x=2$ дирхема. Это и есть стоимость.

Ал-Хорезми рассматривает отношения: между наследниками отдавшего в залог сумму и получившим залог (проценты, вычеты и «капитал»); между деньгами и предметом.

Ал-Хорезми дает рекомендации и для решения задач, связанных с реализацией завещаний: завещанное, оказывается, должно быть равно трети имущества. К «исчислению кругооборотов», ал-Хорезми относит задачи, где в не предусмотренных ранее обстоятельствах лица «меняются местами». Например, «...человек, будучи смертельно больным, женился... и не имел имущества... Затем жена умерла, завещав треть своего имущества...».

При распределении имущества по завещанию муж по величине получаемой доли занимал положение между сыном и женой, жена и сестра получали поровну, сын — больше чем жена; при наличии детей муж получал 1/4 имущества. Человек мог завещать другому человеку столько же, сколько сыну, но дочь получала меньше каждого из них. При женитьбе муж вносил брачный выкуп и еще определенную сумму. Этот выкуп по характеру отличался от калыма. Если калым платили родителям или воспитателям невесты, то брачным выкупом распоряжа-

[20] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 51—52.

лась невеста. Если у невесты был долг, то она выплачивала его за счет брачного выкупа.

Таковы были отношения между мужем и женой, между родителями и детьми в оформлении и реализации завещаний.

Время беспощадно отметает неправильные идеи. Критерием истины, как известно, являются практика, сама жизнь. Все методы и правила ал-Хорезми служат человечеству уже двенадцать веков.

Некоторые свои идеи ал-Хорезми развил далее. Примером может служить геометрическое доказательство решения алгебраических уравнений:

Частный случай

Если $x^2 + 10x = 39$, то

$$x = -\frac{10}{2} + \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} = 3.$$

Это надо доказать.

Доказательство: возьмем квадрат $ABCD = x^2$.

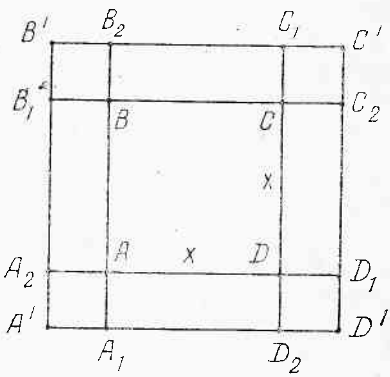
Общий случай

Если $x^2 + bx = c$, то

$$x = -\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}.$$

Это надо доказать.

Доказательство: возьмем квадрат $ABCD = x^2$.



Дополним его на $\frac{10}{4}$ и получим

$$A_1AA_2B_1BB_2C_1CC_2D_1DD_2 = A'B'C'D' - \frac{10}{4} \cdot \frac{10}{4} \cdot 4 = 39;$$

Дополним его на $\frac{b}{4}$ и получим

$$A_1AA_2B_1BB_2C_1CC_2D_1DD_2 = A'B'C'D' - \frac{b}{4} \cdot \frac{b}{4} \cdot 4 = c;$$

$$A'B'C'D' = 39 + 25 = 64; \qquad A'B'C'D' = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2;$$

$$A'D' = \sqrt{64}; \qquad A'D' = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c};$$

$$x + 2 \cdot \frac{10}{4} = 8; \qquad x + 2 \cdot \frac{b}{4} = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c};$$

$$x = 3. \qquad x = -\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}.$$

Общий случай решается на основе частного.

От алгебры ал-Хорезми до современных алгебр. После ал-Хорезми в развитие алгебры внесли весомый вклад Омар Хайям, ал-Каши (теория кубических уравнений); крупным событием стало введение символики: ал-Хорезми все действия излагал словами, а начиная с XV века появляются знаки + и —, буквы, знаки степени, корня и т. д. Виет ввел буквенные обозначения известных и неизвестных величин. Тарталья и Кардано окончательно решили кубическое уравнение. В XVII веке начали применяться отрицательные числа. На алгебраический язык переводились геометрические задачи — возникла аналитическая геометрия Декарта. Ньютон и Лейбниц были создателями анализа бесконечно малых. Мнимые и иррациональные числа были введены в алгебру в XVIII в.; появились алгебра многочленов и уравнения n-й степени.

В современной алгебре основными направлениями являются: алгебра многочленов, линейная алгебра, высшая алгебра, теория полей, теория групп, теория инвариантов, алгебра тензоров, теория алгебраических чисел, алгебра логики, алгебраическая геометрия, гомологическая алгебра, топологическая алгебра, полуупорядоченные алгебры, йордановы алгебры.

Алгебра как фундаментальная математическая наука имеет большое прикладное значение. Велика ее роль в обосновании и развитии вычислительной математики, кибернетики, теории управления.

В развитие алгебры и связанных с ней отраслей математики внесли большой вклад советские ученые: А. А. Марков, Н. Г. Чеботарев, Д. А. Граве, О. Ю. Шмидт, А. Г. Курош, Б. Н. Делоне, П. С. Александров, Л. С. Понтрягин, Т. А. Сарымсаков, С. Х. Сираждинов, Н. П. Романов, Т. А. Азларов, А. Ф. Лаврик и другие. В области дифференциальных и интегральных уравнений, уравнений математической физики плодотворно работают С. Л. Соболев, А. Н. Тихонов, А. В. Бицадзе, М. С. Салахитдинов, Т. Д. Джураев, Н. Ю. Сатимов, Л. Ш. Ходжаев и другие. Алгебра развивается. Перспективы ее велики.

II. ВОЗНИКНОВЕНИЕ И РАЗВИТИЕ ПОНЯТИЯ «АЛГОРИТМ»

Термин «алгоритм» произошел от имени великого ученого, затем он обозначал нумерацию по позиционной системе счисления, а теперь — любую систему вычислений, производимых по строго определенным правилам и заведомо приводящих к решению поставленной задачи, а еще шире — направленную систему операций для осуществления поставленной цели. В процессе развития понятия «алгоритм» форма его сохранялась, а содержание изменялось.

Академик А. Н. Колмогоров описывает весь ход развития понятия «алгоритм»: «В средние века алгоритмом называли правило, по которому выполняется то или другое из четырех арифметических действий по десятичной системе счисления. В IX веке такие правила были даны узбекским математиком Хорезми (по-арабски: ал-Хорезми); по его имени совокупность этих правил стали называть в Европе словом «алгоризм», затем,... это название было переделано в алгоритм»[21].

Известность ученого — один из критериев ценности его научных идей, методов и открытий. Именами ученых называют приборы, единицы измерения, химические элементы, космические объекты. Химический элемент № 101 получил название менделеевий, один из кратеров Луны стал кратером Улугбека, прибор для измерения силы электрического тока назван амперметром, единицы измерения джоуль, ватт, фарада, рентген также названы именами открывших их ученых.

Имя ал-Хорезми увековечено в самом названии научного понятия «алгоритм».

Напомним данное Мухаммадом ал-Хорезми правило решения уравнения

$$ax^2+bx+c=0.$$

[21] БСЭ. Изд. 2-е, т. 2, с. 65.

Он говорил, что надо взять сначала b, потом возвести в квадрат: b^2; взять $4ac$, отнять его от b^2; извлечь квадратный корень; сложить алгебраически с $-b$, потом разделить на $2a$; то, что получилось, т. е.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

и есть решение. Действительно, иначе это уравнение решить нельзя. Например, не извлекая квадратного корня, нельзя складывать и делить. Такое последовательное, в определенном порядке, выполнение известного количества вычислительных операций и есть алгоритм.

В наше время понятие «алгоритм» связано и с человеком, и с вычислительной машиной: человек составляет алгоритм в виде программы, а машина, осуществляя вычисления, ее выполняет.

Таким образом, содержание понятия «алгоритм» в наше время значительно шире, чем во времена создания алгебры.

В. А. Успенский, чьи труды в области теории алгоритмов широко известны, так характеризует суть современного алгоритма: «Усовершенствование вычислительных машин дает возможность реализовать на них все более сложные алгоритмы. Однако встретившийся в описывающей понятие алгоритма формулировке термин «вычислительный процесс» не следует понимать в узком смысле цифровых вычислений. Так, уже в школьном курсе алгебры говорят о буквенных вычислениях, да и в арифметических вычислениях повторяются отличные от цифр символы: скобки, знак равенства, знаки арифметических действий. Можно пойти дальше и рассматривать вычисления с произвольными символами и их комбинациями; именно таким широким пониманием пользуются при описании понятия алгоритма. Так, можно говорить об алгоритме перевода с одного языка на другой, об алгоритме работы поездного диспетчера (перерабатывающего информацию о движении поездов в приказы) и других примерах алгоритмических описаний процессов управления; именно поэтому понятие алгоритма является одним из центральных понятий кибернетики»[22].

Если попытаться выделить специфические черты понятия «алгоритм», то прежде всего надо отметить его *цепной* характер: в математике алгоритм означает цепь вычислений, в которой каждое последующее звено нахо-

---

[22] БСЭ. Изд. 3-е, т. 1, с. 401.

дится по тем же правилам, что и предыдущее. Алгоритм есть выражение определенного *порядка*, т. е. он представляет собой точное предписание о выполнении в определенном порядке некоторой системы операций для решения всех задач данного типа.

Алгоритм — любой правильный *способ* вычисления. В определениях часто указывается именно это его свойство. Алгоритм — это регулярный, *последовательный процесс* — им всегда можно пользоваться для решения задач данного типа. Это — общее название любой системы вычислений, выполняемых по строго определенным правилам, совокупность формальных правил, последовательно реализуемых при решении конкретного типа задач. Алгоритм содержит *предписание*, точнее, он есть система предписаний (приказов) о выполнении в твердо установленном порядке вполне определенных операций (вычислительных и логических) для решения всех задач данного типа. Предписание точно определяет вычислительный процесс, ведущий от варьируемых исходных данных к искомому результату, и им необходимо руководствоваться, чтобы получить требуемое решение задачи. В определениях понятия алгоритма внимание часто фиксируется на конечности процесса. Любой алгоритм — это процесс, имеющий определенное *исходное* положение и *завершение*, являющееся решением задачи.

Иногда алгоритм отождествляется с *планом* выполнения в твердо установленном порядке вполне определенных вычислительных и логических операций для решения задач. Он составляется для определенного типа задач, т. е. распространяется на *любую* задачу этого типа. Если алгоритм составлен, то решение задачи *реально*.

С алгоритмом связаны и такие понятия, как *схема, система, операция, логический метод*. Известно мнение, что алгоритм — это вычислительная машина, *автомат*.

Таковы структурные элементы содержания понятия «алгоритм», которое мы находим в различных литературных источниках. В каждом определении исследователи стремились показать основную его логическую функцию и обобщить существенные стороны, черты и признаки.

Развитие понятия «алгоритм» — сложный процесс, который, в свою очередь, требует всестороннего изучения (представление, сравнение, анализ, обобщение, абстрагирование). Можно характеризовать содержание понятия «алгоритм» как з а к о н о м е р н о с т ь (порядок, правило, предписание, план, приказ), с и с т е м н о с т ь (система, цепь, совокупность), м е т о д (метод, способ), ф о рмализацию (описание, схема), процесс (процесс, операция), машинное средство (вычислительная машина, автомат), ограничение свободы (ограниченная свобода, свобода внутри типа), предсказание (приводящее к решению).

Таким образом, понятие «алгоритм» не статично, и его определение не абсолютно. Новые алгоритмы формируются на основе совершенствования старых.

С развитием науки и техники расширяется диапазон содержания алгоритма, развивается его понятие. Возникает проблема создания всеобщего алгоритма.

Теория алгоритмов — крупное достижение нашего века. Алгоритмизация — это экономия ресурсов энергии, времени, материалов. В очень широком смысле алгоритм — это прежде всего правильно выбранный метод решения.

Алгоритмами можно считать инструкции и приказы, принципы действия автоматических устройств (телефоны, кассы); туристический маршрут, справочники, правила открытия дверного замка, рецепты приготовления лекарства, кулинарные рецепты — все это, по существу, тоже алгоритмы.

В начале XX века в точной науке математике начали обнаруживаться парадоксы, антиномии, например: 1) некоторые множества могут быть равномощны своим частям; 2) кардинальное число множества его подмножеств 2^m, с одной стороны, удовлетворяет условию $2^m > m$, с другой, — $2^m < m$; 3) парадокс брадобрея: «Представим себе, что один из солдат оказался по профессии парикмахером. Узнав об этом, командир полка приказал ему брить всех тех и только тех, кто сам себя не бреет. Все было хорошо, пока не пришло время побрить самого себя. Оказалось, что побрить себя нельзя, так как приказано брить *только* тех, кто себя не бреет; не брить себя тоже нельзя, потому что приказано брить *всех*, кто себя не бреет»[23].

Появление этих и других антиномий потрясло фундаментальные основы математики. Возникла необходимость пересмотра ее обоснования. Поиски выхода из парадоксов пошли по нескольким течениям. Согласно одному из них, «...исходным материалом для построения могут быть лишь наиболее простые математические объекты, применение которых оправдано всей практикой человечества,

---

[23] Криницкий Н. А. Алгоритмы вокруг нас. М., 1977, с. 57.

причем количество их типов должно быть ограничено. В качестве основного средства получения новых математических объектов должны служить алгоритмы»[24]. Это направление было названо конструктивным. Теория алгоритмов как раз и рассматривается как аппарат для обоснования математики, второй ее этап — это логическая основа работы ЭВМ.

Теория и практика алгоритмов потребовали унификации описания алгоритмических правил. В связи с этим возникли алгоритмические языки, с помощью которых записываются программы работы ЭВМ. Среди них «АЛГОЛ» — сокращенное название ряда языков программирования, образованное из начальных букв английских слов Algorithmic (алгоритмический) и Language (язык), ФОРТРАН, ЛЯПАС, α-язык и т. д.; в настоящее время существует более трехсот алгоритмических языков.

В отличие от естественных человеческих языков — арабского, латинского, русского, узбекского и т. п. — алгоритмический язык — это язык человеко-машинный, т. е. язык взаимодействия человека с машиной. Это — как бы продолжение естественных языков в формализованном виде. Вот как выглядит одно из уравнений ал-Хорезми на естественном и формализованном языках. Сам ал-Хорезми пишет: «...квадраты и корни равны числу»; «Раздвой число корней..., умножь это на равное ему..., прибавь это (к числу)..., извлеки из этого корень..., и вычти из этого половину числа корней..., это и будет корень квадрата, который ты искал». На языке символов эта мысль выражается формулами

$$ax^2 + bx = c,$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a} \ .$$

Алгоритм решения этой задачи на ЭВМ упрощенно[25] можно записать так:

1) ввести в машину числа a, b, c и перейти к п. 2;

---

[24] Криницкий Н. А. Алгоритмы вокруг нас. М., 1977, с. 59.

[25] Более точные выражения приведены в работах Н. А. Криницкого «Алгоритмы вокруг нас» (М., 1977) и Э. Ахмедова «Развитие понятия алгоритма в период научно-технической революции».— В кн.: Философские проблемы научно-технической революции (Ташкент, 1977).

2) вычислить величины $2a$, b^2+4ac, $-b$; обозначить их соответственно e, d, g и перейти к п. 3;

3) вычислить величины $(g-\sqrt{d}): e$, $(g+\sqrt{d}): e$ и обозначить их соответственно x_1 и x_2; перейти к п. 4;

4) печатать числа x_1, x_2. Конец.

Программу на автокоде можно записать следующим образом:

Метка	Команда
	ВВОД a, b, c
	$d := b^2 + 4 \times a \times c$
2	$x_1 := (-b + \text{КВАДКОР}\, d) : (2 \times a)$
	$x_2 := (-b - \text{КВАДКОР}\, d) : (2 \times a)$
3	ПЕЧАТЬ x_1, x_2
	КОНЕЦ

Таково развитие форм изложения одного из уравнений ал-Хорезми.

Ученые разных стран мира постоянно работают над повышением эффективности алгоритмов для решения различных задач. В нашей стране и за рубежом этому вопросу посвящены многие издания. Отметим, например, серию «Библиотека алгоритмов и программ для ЭВМ» (Минск), журналы «Algorithms» (США) и «Algorytm» (Польша). Значительный вклад в разработку алгоритмов вносят ученые ордена Трудового Красного Знамени Института кибернетики с Вычислительным центром Академии наук УзССР. Самым ценным собранием алгоритмов является Государственный фонд алгоритмов при Государственном комитете СССР по науке и технике.

III. ИЗУЧЕНИЕ ТВОРЧЕСКОГО НАСЛЕДИЯ АЛ-ХОРЕЗМИ

Средняя Азия — родина многих выдающихся ученых, мыслителей, поэтов. Мухаммад ал-Хорезми хронологически является первым из них. После него жили и творили Ахмед Фергани, Ахмед Мервези (IX век), Абу Наср Фараби, Хамид Ходженди (X век), Махмуд Кашгари, Абу Наср Мансур, Абу Райхан Беруни, Абу Али ибн Сина, Хасан Насави (XI век), Махмуд Чагмини, Шамсиддин Самарканди (XIII век), Улугбек, Гиясиддин ал-Каши, Казы-Заде Руми, Алавиддин Али-Кушчи (XV век) и многие другие ученые и мыслители средневековья, которые внесли весомый вклад в развитие математики, астрономии, механики, геодезии, географии, минералогии, химии, медицины, фармакогнозии, истории, логики, лингвистики, философии и других отраслей знаний.

После Улугбека, погибшего в 1449 г. от рук феодальных мракобесов, в развитии науки в Средней Азии наступил некоторый застой. В школах и медресе стало господствовать схоластическое религиозное учение. Достижения среднеазиатских ученых в области естественных наук, которые в известной степени явились источником развития естественных наук в Европе, на родине их авторов были забыты.

Лишь через несколько веков под влиянием передовой русской научной мысли наука в Средней Азии начинает возрождаться. Вопреки колониальной политике царизма видные путешественники и естествоиспытатели способствуют распространению знаний в крае. Многие годы жизни и труда отдали исследованию природы Средней Азии Н. А. Северцов, А. П. Федченко, П. П. Семенов-Тян-Шанский, Н. М. Пржевальский, И. В. Мушкетов и другие.

Но по-настоящему широко наука в Средней Азии стала развиваться только после победы Великой Октябрьской социалистической революции. В Узбекистане на сегодняшний день, как отметил кандидат в члены Политбюро ЦК КПСС, Первый секретарь ЦК КП Узбекистана тов. Ш. Р. Рашидов «...создан крупный научно-технический потенциал. В настоящее время насчитывается около 200 научно-исследовательских учреждений и высших учебных заведений, в которых трудятся 36 тысяч научных работников, в том числе около 1000 докторов и свыше 13 тысяч кандидатов наук. В тесном сотрудничестве с работниками промышленности и сельского хозяйства учеными выполнен ряд работ, имеющих большое теоретическое и прикладное значение. Созданы образцы высокопроизводительной техники, разработаны прогрессивные технологические процессы и агротехнические приемы, новые решения по механизации и автоматизации ряда производственных процессов...»[26]. Огромны достижения в области автоматизированной системы управления, теоретической и прикладной математики, теории алгоритмов. Большая группа ученых и инженеров под руководством академика АН УзССР В. К. Кабулова занята разработкой вопросов алгоритмизации производственных процессов.

Бурно развивается в Советском Узбекистане история науки. Без прошлого нет будущего, и перспективы сегодняшней науки, планирование ее исследований во многом опираются на историю науки.

---

[26] «Правда Востока», 1982, 18 сентября.

История науки, как и сама наука в целом, по настоящему начала развиваться в Узбекистане лишь в советский период. В дореволюционной Средней Азии народ ничего не знал о творчестве ал-Хорезми. Лишь отдельные лица знали его рукописи «Алджабр вал алмукабала». После революции благодаря ленинской национальной политике в Советском Союзе, в частности, в Узбекистане, началось изучение творчества ал-Хорезми и других мыслителей прошлого. Произошло второе рождение ал-Хорезми на земле, где он жил и трудился.

В хорезмиведение большой вклад внесли советские ученые И. Ю. Крачковский, Т. Н. Қары-Ниязов, И. М. Муминов, А. П. Юшкевич, С. Х. Сираждинов, В. Қ. Қабулов, А. П. Ершов, Б. А. Розенфельд, М. А. Салье, Г. П. Матвиевская, В. А. Успенский, Х. Х. Хасанов, А. Ахмедов, Ю. Х. Қопелевич, Э. Ахмедов и другие.

Ученые мира признали научное творчество ал-Хорезми. Академик П. С. Александров предлагает следующую классификацию научных открытий: «Великие открытия в математике могут быть разных типов: это доказательство отдельных фактов; внесение новых методов, в большинстве своем связанных с доказательством того или иного факта; наконец, открытие новых перспектив, новых областей, нового идейного подхода к ранее существовавшей теории... Последняя категория — тип творческой работы — наиболее важна для математики в целом»[27]. Алгебра Мухаммада ал-Хорезми относится к этой категории научных открытий.

Выяснение истинного значения научных открытий ученых Средней Азии имеет принципиальное значение для определения их роли и места в истории естествознания средневековья.

Ал-Хорезми отмечает, что ученые всегда трудились во имя последующих поколений, поэтому о них нужно вспоминать с благодарностью. Он пишет: «Ученые прошлых времен и ушедших народов не переставали писать книги по разделам науки и отраслям философии, имея в виду тех, кто будет после них, рассчитывая на награду соразмерно своим силам и надеясь, что они будут вознаграждены славой и памятью и им достанется из правдивых уст похвала, по сравнению с которой ничтожны взятые на себя труды и тяготы, принятые ими для рас-

[27] Научное открытие и его восприятие. М., 1971, с. 68—69.

крытия сокровенных тайн науки». Ученый должен улучшать, совершенствовать работы ученых прошлых поколений, «...думая хорошо о своем предшественнике, не заносясь перед ним и не гордясь тем, что сделал»[28].

Ал-Хорезми подразделяет ученых на группы по характеру их работы: «один из них опередил других в том, что не разрабатывалось до него, и оставил это в наследие тем, кто придет после него»; «другой комментирует труды его предшественников и этим облегчает трудности, открывает закрытое, освещает путь и делает это более доступным»; «или же это человек, который находит в некоторых книгах изъяны и соединяет разъединенное...»[29]. Самого ал-Хорезми как автора «Алгебры» можно отнести к первой группе, как автора «Арифметики» — ко второй.

С. Гандц оценивал роль ал-Хорезми следующим образом: «Произведения Хорезми — начало европейской науки, он сам имеет больше права быть названным отцом алгебры, чем Диофантус»[30]. Такого же мнения придерживался известный американский ученый Д. Сартон. Он считал, что Мухаммад ал-Хорезми — «...величайший математик своего времени, и если учесть все обстоятельства, один из важнейших — всех времен»[31]. Э. Видеман характеризует Мухаммада ал-Хорезми как «...личность большой научной гениальности», считает, что его труды «оригинальны и важны»[32]. Д. Смит называет ал-Хорезми «...крупнейшим математиком при дворе ал-Мамуна»[33]. По свидетельству В. Д. Чистякова, «из ранних средневековых ученых много занимался приближенной квадратурой круга ал-Хорезми. Своими сочинениями ал-Хорезми много содействовал распространению индийской системы исчисления, без которой вряд ли можно было бы в Европе получить «Рудольфово число», а также другие, более точные европейские приближения числа π»[34].

[28] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 25.
[29] Аль-Хорезми Мухаммад. Математические трактаты, с. 25.
[30] Gandz S. The Sources of al-Khowārizmis algebra.—Osiris, 1936, vol. I, p. 264.
[31] Sarton G. Introduction to the history of Science. Baltimore, 1927, vol. 1, p. 545.
[32] Wiedemann E. The Enciclopedia Americana. New York — Chicago, 1949, p. 912.
[33] Smit D. Hirschsprungs konversations leksikon. — Kobenhavn, 1962, vol. 1, p. 170.
[34] Чистяков В. Д. Три знаменитые задачи древности. М., 1963, с. 25.

Влияние трудов ал-Хорезми на развитие науки средневековой Европы признают многие ученые. Так, М. Симон отмечал: «Решающее значение для принятия в Европе десятичной позиционной нумерации и новых цифр имело ознакомление, начиная с XII в., с латинскими переводами арабских книг по арифметике, в первую очередь с арифметикой ал-Хорезми. Наряду с этими переводами важную роль играет латинский перевод «Книги Алгоризма о практике арифметики» Иоанна Севильского, «Книги введения Алгоризма в астрономическое искусство, составленной магистром А»[35]. «Европейцы учились алгебре по «Алджабр» Мухаммеда Ибн Мусы ал-Хорезми», — говорит С. Гандц[36]. Далее он отмечает: «Из книги ал-Хорезми европейцы также узнали три основные группы уравнений второй степени:

$$x^2+bx=c,$$

$$x^2+c=bx,$$

$$x^2=bx+c$$

и метод их решения»[37]. Как констатирует Н. Юсупов, «...школа ал-Хорезми в тяжелые для европейской науки годы застоя научной мысли и в первые годы Возрождения подготовила известных математиков в лице Леонарда Пизанского, Паччали и др.»[38]. В. П. Шереметьевский подчеркивает, что «...арифметика в смысле логистики древних, алгебра уравнений первой и второй степени в трактатах ал-Хорезми, элементы теоретической арифметики и геометрии Евклида, наконец, тригонометрия внесли громадную сумму знаний по сравнению с тем, что было известно в Европе в начале XII в.»[39].

Д. Сартон связывает с именем ал-Хорезми два периода в истории науки: первая половина IX века — «период ал-Хорезми»[40], а перевод трактата ал-Хорезми «Алджабр

---

[35] Simon M. Zu Hwarizmis hisabalgabr wal muqabala. — Archiv der Math. und Physik, Bd. 18. Leipzig—Berlin, 1911, p. 195.

[36] Gandz S. The Sources of al-Khowārismis algebra.—Osiris, 1936, vol. I, p. 409.

[37] Gandz S. The origin and development of the quadratic equations in Bobulonian, Greek and early Arabic algebra. — Osiris, 1937, vol. III, p. 410.

[38] Юсупов Н. Очерки по истории развития арифметики на Ближнем Востоке. Казань, 1932, с. 15.

[39] Шереметьевский В. П. Очерки по истории математики. М., 1940, с. 30.

[40] Sarton G. — Introduction to the history of Science, vol. I. Baltimore, 1927, p. 320.

вал алмукабала» на латинский язык в XII веке—«начало европейской алгебры»[41]. В. П. Шереметьевский писал: «Теперь (с XII века — А. Ф.) должна была начаться работа прочного усвоения, полной ассимиляции как этих элементарных, так и более трудных частей античной и арабской науки, прежде чем могла наступить пора самостоятельных исследований. Эта подготовительная работа, так быстро выполненная арабами, затягивалась у их западных учеников более чем на три столетия»[42].

А. П. Юшкевич, рецензируя издание одного из трудов ал-Хорезми («Алгоризм Мухаммеда ибн Мусы Алхваризми». Древнейший учебник арифметики с помощью индийских цифр. Издал и комментировал Курт Фогель), отмечал: «Историческая роль этого руководства очень велика: оно положило начало распространению принципов десятичной позиционной арифметики, основанной на употреблении цифровых знаков 0, 1,..., 9, сначала в странах ислама, а затем в Западной Европе. Многие поколения авторов арифметических учебников отправлялись от этой книги, отличавшейся высокими методическими достоинствами»[43].

Некоторые ученые сопоставляют ал-Хорезми и Евклида. Так, С. Гандц подчеркивает: «Несмотря на очевидное сходство, фигуры Евклида и ал-Хорезми по существу разные. Они доказывают различные примеры различными способами»[44].

* * *

Наука — общественное явление, одна из форм общественного сознания. Математика является наиболее древней наукой. Ее многочисленные отрасли открывались в разное время исторического развития человеческой мысли. Одно из классических направлений математики — алгебра. Тысячелетия алгебраические представления носили эмпирический характер, не были обобщены, кроме того, не существовало теории, единого метода решения задач.

---

[41] Sarton G.—Introduction to the history of Scince, vol. II, 1936, p. 263.

[42] Шереметьевский В. П. Очерки по истории математики. М., 1940, с. 35.

[43] Труды Института истории естествознания и техники, т. 1. М., 1954, с. 60.

[44] Gandz S. The origin and development of the quadratic equations in Bobulonian, Greek and early Arabic algebra. — Osiris, 1937, vol. III, p. 515.

Обобщение огромного количества частных квадратных уравнений в виде конечных типов их классификации, выполненное великим ученым средневековья ал-Хорезми, положило начало современной алгебре. Ал-Хорезми открыл безупречные методы их решения, которыми, по существу, ежедневно пользуются все школьники мира. Методы эти обладают логическим совершенством, красотой мышления, педагогическим удобством. Эвристический характер открытых Мухаммадом ал-Хорезми методов решения задач получил всеобщее признание в мировой науке; не случайно одно из понятий современной науки — алгоритм — этимологически связано с именем ал-Хорезми. Алгебра и теория алгоритмов интенсивно развиваются и в настоящее время по различным направлениям.

Встречая 1200-летний юбилей великого ученого средневековья, советский народ высоко чтит его память.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Аманулла Файзуллаевич Файзуллаев

НАУЧНОЕ ТВОРЧЕСТВО
МУХАММАДА АЛ-ХОРЕЗМИ

Утверждено к печати Ученым советом
Института философии и права имени И. М. Муминова,
Отделением философских, экономических и юридических наук
АН УзССР

Редактор *Н. М. Вайсбрит*
Художник *А. М. Расулев*
Технический редактор *Х. У. Бабамухамедова*
Корректор *Ф. А. Сигал*

ИБ 2609

Сдано в набор 28. 12. 82. Подписано к печати 25. 02. 83. Р07643. Формат $84\times108^1/_{32}$. Бумага типографская № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 1,69. Уч. изд. л. 1,6. Тираж 5000. Заказ 21. Цена 5 к.

Издательство «Фан» УзССР, 700047, Ташкент, ул. Гоголя, 70.
Типография Издательства «Фан» УзССР. Ташкент, проспект М. Горького, 79.