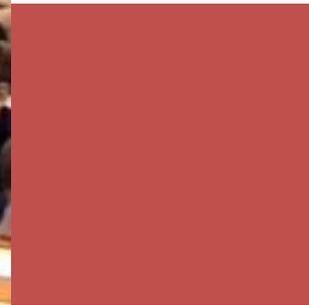
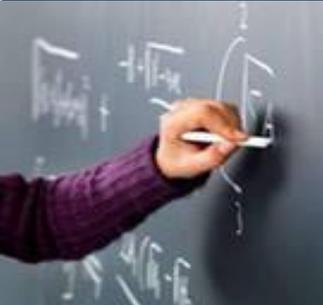


Методика обучения геометрии

Лекция 3. Математические предложения и доказательства в курсе геометрии основной школы



*канд. пед. наук, доц.
Вячеслав Евгеньевич Пырков
pyrkouve@yandex.ru*

План лекции



- 1. Формы мышления**
 - 2. Элементы доказательства и требования к ним**
 - 3. Логические методы доказательства**
 - 4. Математические методы доказательства**
 - 5. Основные приемы обоснования математических предложений**
-

Вводные понятия

Умозаключение

- процесс получения нового суждения-вывода из одного или нескольких данных суждений

Силлогизм

- умозаключение, в котором на основании двух суждений выводится третье суждение

Доказательство

- логическое действие, в процессе которого истинность какого-либо математического предложения обосновывается с помощью других предложений, признанных истинными.

Три элемента доказательства

1

- *Тезис*, установить истинность которого – главная цель доказательства.

2

- *Аргументы* (основания) доказательства – положения, на которые опирается доказательство и из которых при условии их истинности необходимо следует истинность доказываемого тезиса.

3

- *Демонстрация* – логический процесс взаимосвязи суждений, в результате которого осуществляется переход от аргументов к тезису.

Требования к тезису

- ✓ тезис должен быть сформулирован ясно и определенно.
- ✓ тезис должен оставаться неизменным на протяжении всего доказательства.

***Пример небрежной формулировки тезиса:
большей дуге соответствует большая
хорда***

Требования к аргументам

- ✓ аргументы доказательства должны быть суждениями истинными и доказанными.
- ✓ аргументы должны быть такими суждениями, истинность которых доказана независимо от тезиса.

Типичные нарушения первого требования

- использование в качестве аргумента доказательства такого положения, которое само нуждается в доказательстве;
- использование в качестве аргумента доказательства ложного суждения;
- использование в качестве основания суждения, с помощью которого можно доказать не только данный тезис, но и заведомо ложные утверждения.

Требования к демонстрации

- ✓ тезис не вытекает из аргументов, а произвольно присоединяется к ним;
- ✓ тезис выведен из аргументов путем ошибочного умозаключения.



Логические методы доказательства

Прямые

основаны на каком-нибудь несомненном начале, из которого непосредственно устанавливается истинность теоремы

- синтетический
- аналитический
- метод математической индукции

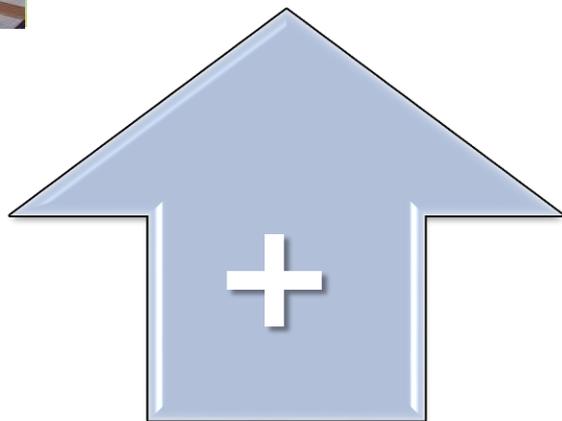
Косвенные

истинность устанавливается посредством опровержения некоторых суждений, содержащихся в теореме

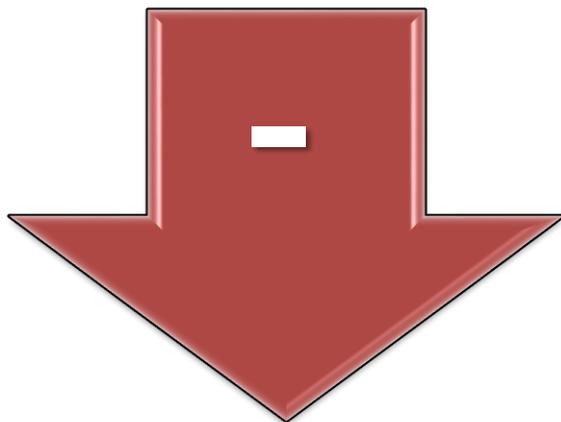
- метод от противного

Синтетический метод

Суть: при построении цепочки силлогизмов мысль движется от условия теоремы к ее заключению



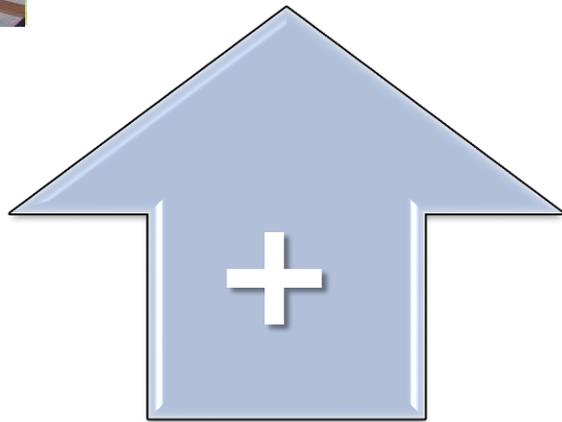
- полнота
- сжатость
- краткость



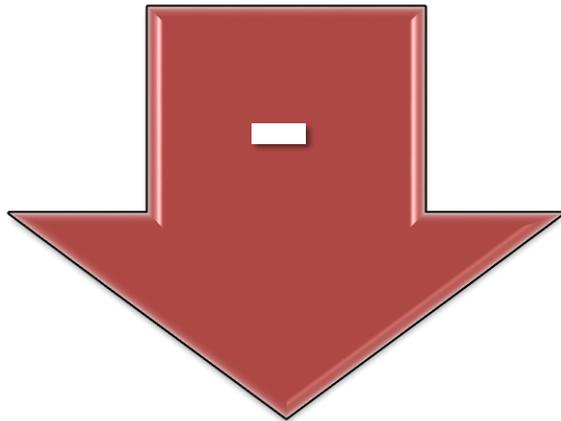
- отсутствие мотивации шагов, обоснования дополнительных построений
- формальный характер

Аналитический метод

Суть: при поиске доказательства мысль движется от заключения теоремы к ее условию



- наличие отправного звена доказательства
- мотивированные дополнительные построения
- творческая активность учащихся



- большие потери времени
- трудность обоснования искусственных дополнительных построений

Доказательство от противного

Суть: вместо прямой доказывается обратная противоположной теорема

Алгоритм доказательства от противного

1. Допускаем, что заключение теоремы ложно. Тогда будет верно противоречащее ему утверждение.
2. Вычленяем возможные случаи.
3. Убеждаемся, что в каждом случае приходим к следствию, которое противоречит:
 - условию теоремы,
 - ранее установленным математическим фактам.
4. Наличие противоречия заставляет отказаться от принятого заключения.
5. Признаем справедливость заключения доказываемой теоремы.



Метод равенства и подобия треугольников

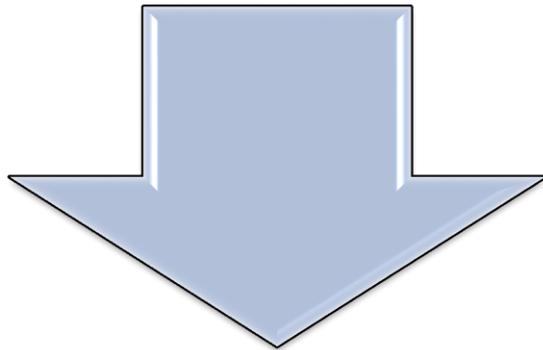
- соответствует классической концепции обучения геометрии в школе;
- известен со времен Евклида;
- методика его хорошо разработана;
- навыки формируются постепенно, в процессе решения задач и доказательства теорем.

Метод геометрических преобразований

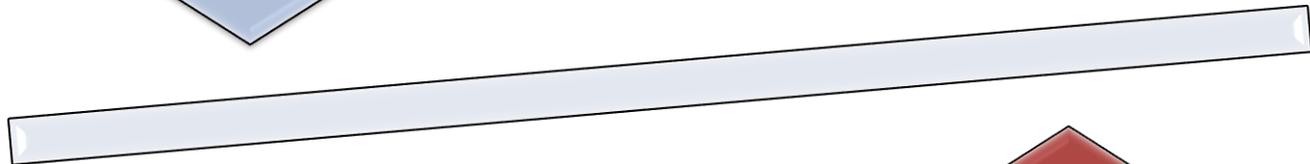
- соответствует современной концепции обучения геометрии в школе;
- требует развитого абстрактного и пространственного мышления;
- эффективен и эффектен;
- методика его использования в школе отработана недостаточно.

Индукция

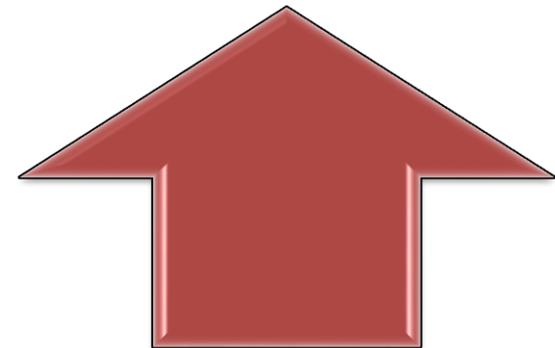
Индукция – это умозаключение, при котором из одного или нескольких единичных или частных суждений получают новое общее суждение.



Неполная индукция – умозаключение, основанное на рассмотрении одного или нескольких, но не всех, единичных суждений.



Полная индукция - умозаключение, основанное на рассмотрении всех единичных и частных суждений, относящихся к рассматриваемой ситуации.



Дедукция

Дедукция – умозаключение, при котором из одного общего суждения и одного частного суждения получают новое, менее общее суждение

Сущность дедукции состоит в том, что данный частный случай подводится под общее положение

Дедукция является основным методом логического доказательства

Дедуктивное доказательство теорем характеризуется логической последовательностью шагов, обязательностью обоснований и их ссылками на уже признанные достоверными математические факты