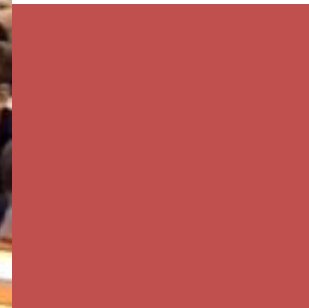


# Методика обучения геометрии

## Лекция 3. Математические предложения и доказательства в курсе геометрии основной школы



канд. пед. наук, доц.  
Вячеслав Евгеньевич Пыркков  
[pyrkouve@yandex.ru](mailto:pyrkouve@yandex.ru)

# План лекции



1. **Формы мышления**
2. **Элементы доказательства и требования к ним**
3. **Логические методы доказательства**
4. **Математические методы доказательства**
5. **Основные приемы обоснования математических предложений**



# Вводные понятия

## Умозаключение

- процесс получения нового суждения-вывода из одного или нескольких данных суждений

## Силлогизм

- умозаключение, в котором на основании двух суждений выводится третье суждение

## Доказательство

- логическое действие, в процессе которого истинность какого-либо математического предложения обосновывается с помощью других предложений, признанных истинными.

# Три элемента доказательства



1

- *Тезис*, установить истинность которого – главная цель доказательства.

2

- *Аргументы* (основания) доказательства – положения, на которые опирается доказательство и из которых при условии их истинности необходимо следует истинность доказываемого тезиса.

3

- *Демонстрация* – логический процесс взаимосвязи суждений, в результате которого осуществляется переход от аргументов к тезису.

# Требования к тезису

- ✓ тезис должен быть сформулирован ясно и определенно.
- ✓ тезис должен оставаться неизменным на протяжении всего доказательства.

***Пример небрежной формулировки тезиса:  
большей дуге соответствует большая  
хорда***



# Требования к аргументам



- ✓ аргументы доказательства должны быть суждениями истинными и доказанными.
- ✓ аргументы должны быть такими суждениями, истинность которых доказана независимо от тезиса.

## *Типичные нарушения первого требования*

- использование в качестве аргумента доказательства такого положения, которое само нуждается в доказательстве;
- использование в качестве аргумента доказательства ложного суждения;
- использование в качестве основания суждения, с помощью которого можно доказать не только данный тезис, но и заведомо ложные утверждения.

# Требования к демонстрации

- ✓ тезис не вытекает из аргументов, а произвольно присоединяется к ним;
- ✓ тезис выведен из аргументов путем ошибочного умозаключения.



# Логические методы доказательства

## Прямые

основаны на каком-нибудь несомненном начале, из которого непосредственно устанавливается истинность теоремы

- синтетический
- аналитический
- метод математической индукции

## Косвенные

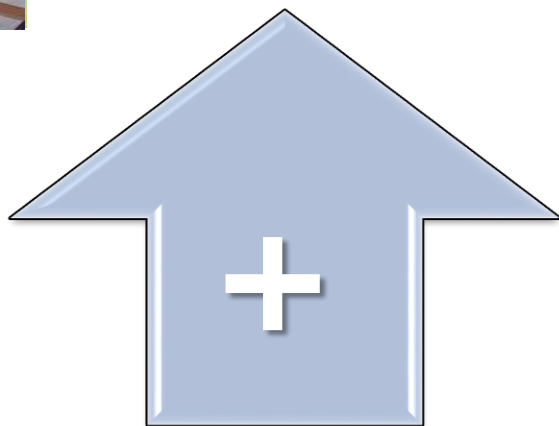
истинность устанавливается посредством опровержения некоторых суждений, содержащихся в теореме

- метод от противного

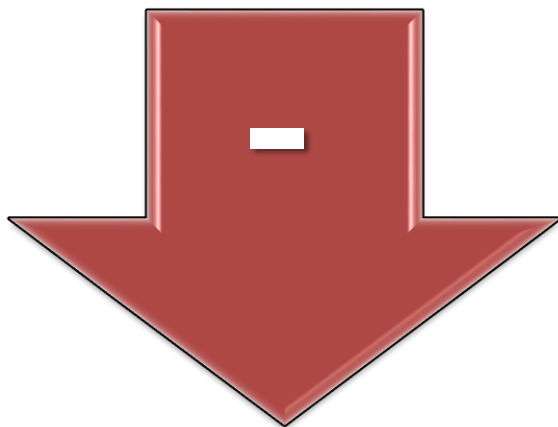


# Синтетический метод

Суть: при построении цепочки силлогизмов мысль движется от условия теоремы к ее заключению



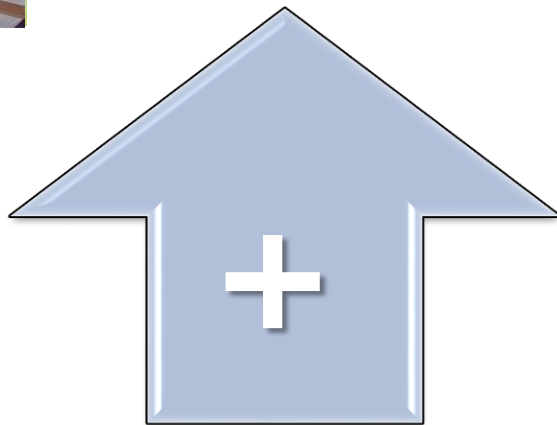
- полнота
- сжатость
- краткость



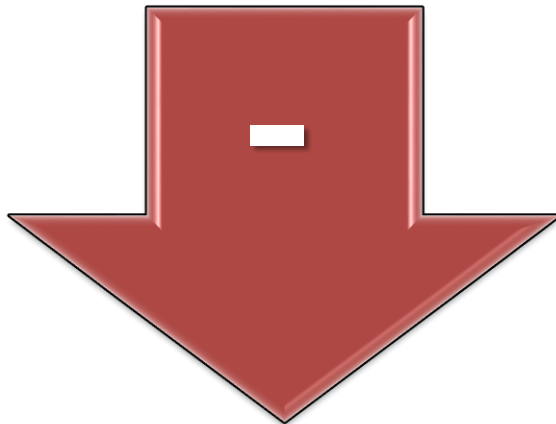
- отсутствие мотивации шагов, обоснования дополнительных построений
- формальный характер

# Аналитический метод

Суть: при поиске доказательства мысль движется от заключения теоремы к ее условию



- наличие отправного звена доказательства
- мотивированные дополнительные построения
- творческая активность учащихся



- большие потери времени
- трудность обоснования искусственных дополнительных построений

# Доказательство от противного

**Суть: вместо прямой доказывається обратная противоположной теорема**

## ***Алгоритм доказательства от противного***

1. Допускаем, что заключение теоремы ложно. Тогда будет верно противоречащее ему утверждение.
2. Вычленяем возможные случаи.
3. Убеждаемся, что в каждом случае приходим к следствию, которое противоречит:
  - условию теоремы,
  - ранее установленным математическим фактам.
4. Наличие противоречия заставляет отказаться от принятого заключения.
5. Признаем справедливость заключения доказываемой теоремы.



## Метод равенства и подобия треугольников

- соответствует классической концепции обучения геометрии в школе;
- известен со времен Евклида;
- методика его хорошо разработана;
- навыки формируются постепенно, в процессе решения задач и доказательства теорем.

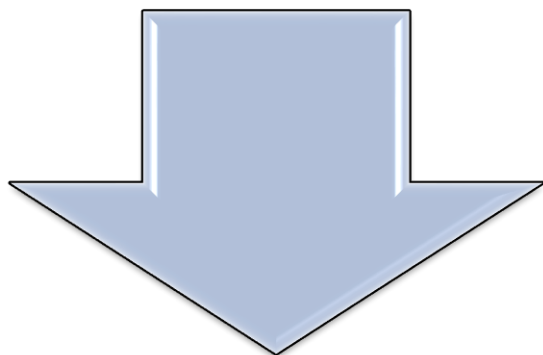
## Метод геометрических преобразований

- соответствует современной концепции обучения геометрии в школе;
- требует развитого абстрактного и пространственного мышления;
- эффективен и эффектен;
- методика его использования в школе отработана недостаточно.

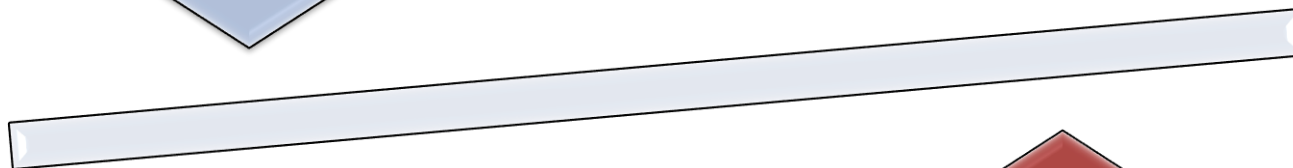
# Индукция



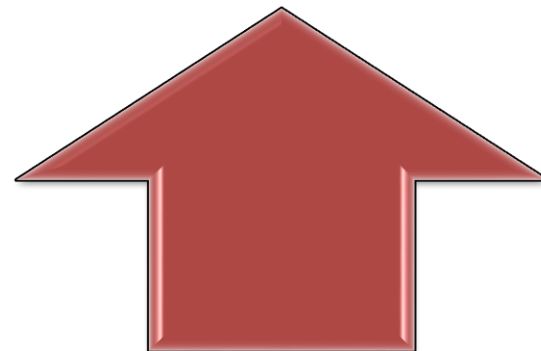
**Индукция** – это умозаключение, при котором из одного или нескольких единичных или частных суждений получают новое общее суждение.



**Неполная индукция** – умозаключение, основанное на рассмотрении одного или нескольких, но не всех, единичных суждений.



**Полная индукция** - умозаключение, основанное на рассмотрении всех единичных и частных суждений, относящихся к рассматриваемой ситуации.



# Дедукция

**Дедукция** – умозаключение, при котором из одного общего суждения и одного частного суждения получают новое, менее общее суждение

Сущность дедукции состоит в том, что данный частный случай подводится под общее положение

**Дедукция является основным методом логического доказательства**

Дедуктивное доказательство теорем характеризуется логической последовательностью шагов, обязательностью обоснований и их ссылками на уже признанные достоверными математические факты