

*На правах рукописи*



**ГРИБОВ АЛЕКСАНДР ЮРЬЕВИЧ**

**ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ МОСКОВСКОЙ  
ФИЛОСОФСКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ШКОЛЫ**

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика)

**Автореферат**

**диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук**

Елец – 2014

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина»

- Научный руководитель: доктор педагогических наук, профессор  
**Саввина Ольга Алексеевна**
- Официальные оппоненты: **Колягин Юрий Михайлович**, академик РАО,  
доктор педагогических наук, профессор,  
заслуженный деятель науки РФ, заслуженный  
учитель школы России
- Лобзина Юлия Валерьевна**, кандидат педагогических наук, ФГБОУ ВПО «Орловский государственный университет», доцент кафедры математики и информацион-ных технологий
- Ведущая организация: ФГАОУ ВПО «Южный федеральный университет»

Защита состоится 5 декабря 2014 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.059.02 по защите докторских и кандидатских диссертаций в Елецком государственном университете имени И.А. Бунина по адресу: 399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, ауд. № 301.

С диссертацией можно ознакомиться в научном отделе библиотеки Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина по адресу: 399770, г. Елец, ул. Коммунаров, д. 28, ауд. № 300 и на сайте [http://elsu.ru/full\\_diss\\_02.html](http://elsu.ru/full_diss_02.html)

Автореферат разослан «\_\_\_» ноября 2014 г.

Учёный секретарь  
диссертационного совета



Е.И. Трофимова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность исследования.** Более двух десятилетий отечественное образование находится в состоянии активного развития, что выражается в реформировании и модернизации как системы в целом, так и ее отдельных уровней. Как правило, стремительное развитие образования мотивировано поиском ответов на те вызовы, которые оно принимает от настоящего и будущего. Вместе с тем сбалансированность изменений основана также на постоянном учете и анализе опыта отечественного образования, накопленного в процессе его исторического развития.

Традиции российского образования представляют собой уникальное явление, обладают мощным потенциалом для развития отдельных его сегментов. В частности, традиции математического образования XVIII-XIX вв. содержат достаточно крупный массив научно обоснованных, эффективных теорий и концепций, не реализованных в полной мере в современной практике (Ю.М. Колягин, Л.Д. Кудрявцев, В.А. Садовничий, И.Ф. Шарыгин и др.).

В качестве одного из факторов, детерминирующих становление и развитие отечественного математического образования, выступила Московская философско-математическая школа, возникшая из Московского математического общества в 1870-е годы и просуществовавшая вплоть до 1920-х годов. Научно-методический корпус Московской философско-математической школы составили два поколения ученых: Н.Д. Брашман, В.Я. Цингер, Н.В. Бугаев (первое поколение); и их ученики: П.А. Некрасов, В.Г. Алексеев, П.А. Флоренский, Н.Н. Лузин (второе поколение).

Термин «Московская философско-математическая школа» впервые был введен в научный оборот П.А. Некрасовым и стал активно использоваться не только учениками Н.В. Бугаева, но и более поздними последователями. Основная деятельность школы была направлена на применение аритмологии (теории разрывных функций), теории вероятностей, математической статистики к исследованию ряда социальных явлений: «индивид-общество», «случайность-неизбежность», «свобода-необходимость». Кроме того, свои философско-математические воззрения представители этой школы распространили на изучение различных вопросов математики, биологии, химии, педагогики.

Учение Московской философско-математической школы, которое идентифицировалось как идеалистическое и консервативное, было резко противопоставлено доминирующим в XIX веке научно-философским школам позитивизма и материализма. Как следствие, в ранний советский период ее представители были дискредитированы, а их труды преданы забвению. В настоящее время подобные обвинения рассматриваются как нелегитимные в контексте исторического процесса.

В результате этого научные достижения Московской философско-математической школы начинают активно изучаться в постсоветский период не только отечественными учеными (А.Е. Годин, С.С. Демидов, С.М. Половинкин, В.А. Шапошников и др.), но и зарубежными (Л. Грэхем, Дж.М. Кантор, Ч.

Форд). Как правило, изучение наследия Московской философско-математической школы осуществляется в основном в двух направлениях: либо в русле философско-математического синтеза идей, либо в русле полученных математических результатов. При этом вне поля зрения современных ученых обычно остается педагогическая деятельность и методико-математические взгляды представителей Московской философско-математической школы.

Вместе с тем, Ю.М. Колягиным и О.А. Саввиной было доказано, что научные достижения Московской философско-математической школы обладают мощным эвристическим потенциалом для теории и практики математического образования. Так, например, методические идеи представителей школы о включении теории вероятностей в школьный курс математики, фуркации старшей ступени обучения перекликаются с современными тенденциями в образовании. Однако многие идеи математиков остаются еще не реализованными: применение математики как научного метода миропознания, включение аритмологии в программы общеобразовательных школ и др.

Основным препятствием для выявления и анализа философско-педагогических и методико-математических идей и концепций, возникших в академической среде Московской философско-математической школы, является их имплицитный характер, что требует систематической реконструкции педагогической составляющей исследуемого наследия.

Анализ литературы и современного опыта реформирования образования позволил выявить ряд **противоречий** между:

- модернизацией современного математического образования и сохранением традиций, заложенных отечественными математиками-педагогами разных поколений;
- высокими научно-педагогическими результатами Московской философско-математической школы и их недооценкой в течение длительного периода;
- имплицитным характером педагогической составляющей наследия Московской философско-математической школы и сложностью ее реконструкции.

С попыткой разрешения данных противоречий и связан выбор темы диссертационного исследования **«Педагогическое наследие Московской философско-математической школы»**.

**Проблема исследования** заключается в анализе и оценке педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы и проверке их эффективности в современных условиях.

**Объект исследования** – история теории и практики обучения математике во второй половине XIX–начале XX столетий.

**Предмет исследования** – педагогические и методико-математические взгляды представителей Московской философско-математической школы.

**Цель исследования** – реконструировать и внедрить в образовательный процесс компоненты методической системы обучения математике, предложенные представителями Московской философско-математической школы.

**Гипотеза исследования:** использование научного наследия Московской философско-математической школы позволит повысить эффективность обучения математике, если:

– в реконструированных педагогических идеях представителей Московской философско-математической школы будут установлены те, которые имеют значение для современной педагогической науки с практической точки зрения;

– в учебный процесс общеобразовательного учреждения на уровне элективного курса будут внедрены компоненты методической системы обучения математике, выявленные в наследии Московской философско-математической школы.

**Задачи исследования:**

1. Выявить основные предпосылки возникновения Московской философско-математической школы.

2. Показать влияние мировоззренческих убеждений представителей Московской философско-математической школы на становление их педагогических взглядов.

3. Вычленив в наследии Московской философско-математической школы педагогические идеи, имеющие значение для современной методико-математической науки с практической точки зрения.

4. Разработать и внедрить в практику элективный курс, в основе которого лежат идеи представителей Московской философско-математической школы.

Для достижения поставленных задач использовались следующие **методы исследования:**

– теоретические методы (анализ и систематизация научных и педагогических работ представителей Московской философско-математической школы; программ, учебников и учебных пособий по математике для общеобразовательных учреждений; изучение и анализ психолого-педагогической и методической литературы);

– эмпирические методы (наблюдение, беседа, опрос, анкетирование, констатирующий эксперимент, поисково-формирующий эксперимент);

– статистические методы обработки данных.

**Теоретико-методологической основой исследования** являются:

– труды, посвященные исследованию достижений в области математики, философских и педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы (А.Е. Годин, Л. Грэхем, С.С. Демидов, Н.С. Ермолаева, Ю.М. Колягин, Ж.-М. Кантор, В.В. Мороз, С.М. Половинкин, О.А. Савина, Ч. Форд, В.А. Шапошников и др.);

– философско-педагогическое наследие, которое артикулирует национальную специфику традиций отечественного образования, дореволюционных (Н.И. Пирогов, С.А. Рачинский, К.Д. Ушинский и др.) и современных ученых (Е.П. Белозерцев, А.А. Корольков, Е.Ю. Ромашина и др.);

– исследования по истории и философии образования (З.В. Видякова, О.В. Долженко, И.В. Карлов, Ю.М. Колягин, А.Е. Крикунов, И.Д. Лельчицкий,

М.А. Лукацкий, А.В.Овчинников, Д.Д. Поляков, Т.С. Полякова, В.Е. Пырков, О.А. Саввина, О.В. Тарасова и др.);

– работы, посвященные проблемам современного образования (В.А. Гусев, Ю.А. Дробышев, В.П. Кузовлев, А.А. Кузнецов, В.В. Лаптев, Н.И. Мерлина, А.А. Никитин, Н.Г. Подаева, В.А. Тестов, И.Ф. Шарыгин и др.);

– исследования в области теоретического и практического осмысления педагогической системы (В.П. Беспалько, Н.В. Бордовская, А.В. Иванов, Н.В. Кузьмина, П.И. Пидкасистый, Н.С. Пурышева и др.);

– работы, в которых исследовались методические системы обучения математике и отдельных ее разделов (Л.И. Боженкова, Г.Л. Луканкин, А.Г. Мордкович, Е.А. Перминов, И.М. Смирнова, Т.К. Смыковская, В.И. Снегурова, Н.Л. Стефанова, С.В. Щербатых и др.).

### **Этапы исследования:**

*I этап* был посвящен изучению, анализу и систематизации научных и педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы, выявлению противоречий, определению проблемы, объекта, предмета, цели и задач исследования, формулировке гипотезы исследования.

На *II этапе* были проведены поисково-констатирующий и формирующий эксперименты, включившие в себя анализ возможностей и форм применения педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы в современных условиях, разработку содержания и методики преподавания элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики». Предварительные результаты исследования публиковались и докладывались на конференциях, семинарах.

На *III этапе* осуществлялись обработка, сравнительный анализ и систематизация результатов опытно-экспериментальной работы, были сформулированы выводы исследования, подтвердившие выдвинутую ранее гипотезу. Проводилось оформление текста диссертации.

### **Научная новизна исследования:**

– введены в научный оборот новые факты из биографий представителей Московской философско-математической школы, оказавшие определяющее влияние на их мировоззренческие взгляды;

– раскрыты причины и факторы, обусловившие возникновение Московской философско-математической школы;

– дана оценка трудам представителей Московской философско-математической школы, представляющим несомненную значимость для развития педагогической науки;

– выявлены общие закономерности в эволюции математических, мировоззренческих и педагогических взглядов представителей школы;

– показаны актуальность и возможность применения педагогических идей представителей Московской философско-математической школы в современных условиях.

### **Теоретическая значимость исследования:**

- показано влияние мировоззренческих убеждений на формирование педагогических взглядов представителей школы;
- установлена преемственность мировоззренческих и педагогических взглядов между поколениями представителей Московской философско-математической школы;
- реконструированы компоненты методической системы обучения математике, зародившейся в недрах Московской философско-математической школы: цели и задачи обучения математике («увеличение и изоощрение ума», возвышение нравственности, «приучение ума» к точному и последовательному рассуждению, миропознание, развитие логического мышления, внимания, сосредоточенности, гибкости и воображения, воспитание «любви к истине» и др.); содержание математического образования (аритмология, теория вероятностей, аналитическая геометрия, начала анализа бесконечно малых, теоретическая арифметика и др.); принципы обучения (принцип самобытности отечественного образования, принцип «расчленения трудностей», принцип сосредоточия, принцип гибкого контроля знаний и др.).

### **Практическая значимость исследования:**

- разработан и внедрен в практику общеобразовательной школы элективный курс «Знакомство с элементами высшей математики», в основе которого лежат идеи представителей Московской философско-математической школы;
- предложен методический подход к решению задачи по формированию целостного взгляда на математику посредством введения в общеобразовательное учреждение элективного курса;
- обогащена традиционная методическая система обучения математике идеями представителей Московской философско-математической школы (гибкий контроль знаний, включение аритмологии в школьный курс математики, принцип самобытности отечественного образования и др.).

Кроме того, результаты и выводы диссертационного исследования могут быть использованы при написании трудов по истории и философии математического образования.

**Апробация и внедрение результатов исследования.** Результаты исследования нашли отражение в 12 публикациях (три из них входят в перечень изданий, рекомендованных ВАК РФ), а также докладывались на Международных конференциях («Герценовские чтения», СПб., 2011 г., «IX Колмогоровские чтения», Ярославль, 2011 г., «X Колмогоровские чтения», Ярославль, 2012 г., «Педагогика: традиции и инновации», Челябинск, 2013 г., «Теория и практика образования в современном мире», СПб., 2013 г., «Актуальные вопросы современной педагогики», Уфа, 2013 г., «Актуальные проблемы преподавания математики и информатики в школе и в вузе», Москва, 2014 г.); на региональной научно-практической конференции «Актуальные вопросы естественных наук и их преподавание» (Липецк, 2011 г.); на ежегодных семинарах, конференциях преподавателей, аспирантов и докторантов Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина (2011–2014 гг.).

**Экспериментальной базой исследования** по внедрению элективного курса является муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа № 23 г. Ельца. В опытно-экспериментальной работе приняли участие ученики 10-х классов физико-математического профиля.

**Достоверность и обоснованность результатов исследования** обеспечиваются выбором взаимосвязанных теоретических и эмпирических методов, адекватных цели и задачам исследования; логикой проведения опытно-экспериментальной работы по внедрению элективного курса в учебный процесс общеобразовательного учреждения, состоящего из нескольких этапов (поисково-констатирующего и формирующего); наличием контрольной и экспериментальной групп испытуемых; подтвержденными результатами эксперимента.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Предпосылками возникновения Московской философско-математической школы является комплекс культурно-исторических и научно-педагогических факторов. Во-первых, доминирование позитивизма и материализма в науке последней трети XIX века стимулировало появление научных конкурентов, в числе которых выступила Московская философско-математическая школа, развивающая традиции идеализма и консерватизма, что тем самым вызвало диссонанс в научном сообществе и, как следствие, мотивировало к исследовательскому процессу. Во-вторых, конфликт научно-философских школ сказался и на развитии педагогики, что проявилось в демонстрации в научных кругах сомнения относительно образовательной значимости ряда школьных предметов, в том числе и математики. В результате артикуляции данной проблематики представители Московской философско-математической школы заняли позицию аргументированной защиты математики как ведущей школьной дисциплины, что потребовало активного осуществления разработки философских и прикладных аспектов математического знания. В-третьих, дискурсивность научного конкурентирования спровоцировала тенденцию усиления мировоззренческих позиций оппонентами, что было результатом Московской философско-математической школой посредством междисциплинарных исследований.

2. Специфической доминантой педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы явилось христианское мировоззрение, основанное на глубоком религиозном чувстве и укорененное в традициях Православия. Это выразилось в трактовке представителями школы общих смыслов образования: единство целеполагания светского образования и идеалов Православной Церкви; значимость в осуществлении образовательного процесса воспитания учащихся на основе христианских ценностей; ясность, простота, логичность и последовательность как центральные принципы обучения; сущностное знание в обучении как альтернатива формализма; очевидность и наглядность слова, мысли и действия как основа дисциплины и одновременное отрицание строгости в педагогических воздействиях.



3. Наследие Московской философско-математической школы содержит педагогические идеи, обладающие эвристическим потенциалом для современного образования на теоретико-педагогическом и практико-методическом уровнях: комплементарность нравственного воспитания и процесса обучения математике; применение математики как научного метода миропознания; обогащение школьного курса математики идеями аритмологии, теории множеств и теории вероятностей; артикуляция принципов самобытности отечественного образования, сосредоточия, расчленения трудностей, гибкого контроля знаний и др.

4. Педагогическая и методическая эвристичность идей Московской философско-математической школы для математического образования в современных условиях подтверждена на примере элективного курса, в методике проведения которого нашли отражение цель (сформировать целостное представление учащихся о математике как универсальной методологии миропознания и социокультурного феномена), содержание («1. Элементы теории множеств», «2. Функции. Предел функций», «3. Элементы аналитической геометрии», «4. Теория вероятностей»), принципы и методы обучения математике, предложенные представителями школы.

**Структура диссертационного исследования.** Диссертация состоит из введения, трех глав, выводов по каждой главе, заключения, библиографического списка и приложений.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** диссертационного исследования обосновывается актуальность темы, выявляются противоречия, определяются проблема, цель, объект, предмет исследования, ставятся задачи, формулируются гипотеза, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, положения, выносимые на защиту, раскрываются теоретико-методологические основы исследования, методы и этапы его выполнения.

**В первой главе** рассматриваются истоки и предпосылки формирования педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы.

В исследовании устанавливается взаимосвязь между тенденциями развития Московского университета, образовательной политики и эволюции отечественного образования во второй половине XIX века и возникновением Московской философско-математической школы.

Так, в качестве значимого локального фактора, определившего развитие отечественной математической школы, рассматривается прогрессивная академическая среда Московского университета, в которой с середины 1830-х годов был ощутим заметный рост уровня математического образования. В работах С.С. Демидова и Т.А. Токаревой данный факт объясняется деятельностью профессоров Н.Е. Зернова (1804–1862) и Н.Д. Брашмана (1796–1866). Оба математика обладали незаурядными педагогическими способностями, воспитали ряд

учеников, получивших впоследствии признание не только в России, но и в Европе.

Немаловажным фактором, стимулировавшим возникновение Московской философско-математической школы, явилась образовательная политика Российской Империи во второй половине XIX века, инициированная Александром II. В исследовании анализируются либеральные реформы этого периода, в том числе и в сфере образования. В частности, в 1863 году был принят новый университетский устав, согласно которому увеличивалось число докторов и магистров на кафедрах, большие права предоставлялись Университетскому Совету, на котором теперь избирались ректор и профессора.

В исследовании данный фактор рассматривается в тесной связи с таким фактором, как эволюция отечественного образования. Так, в диссертации отмечается, что выход нового университетского устава стимулировал общественную научную активность ученых: открытие юридического общества и общества любителей естествознания, антропологии и этнографии при Московском Императорском университете. В 1864 году при участии заслуженного профессора Н.Д. Брашмана был организован Кружок любителей математических наук, который в дальнейшем получил статус Московского математического общества. Первоначально главную цель возникшее Общество видело во взаимной помощи при занятиях математическими науками. Его членами могли стать доктора и магистры физико-математических наук, а также люди, известные своими серьезными достижениями в области математики.

Немаловажным обстоятельством развития Московского математического общества в диссертации признается создание научной периодики на русском языке. Так, в 1865 году членами Московского математического общества было принято решение дважды в год выпускать журнал «Математический сборник». Выпуск журнала на русском языке активно отстаивался Н.В. Бугаевым, который аргументировал это такими причинами, как необходимость уважения родного языка, повышение статуса национальной математической науки на международном уровне. По справедливому замечанию В.Е. Прудникова, «Математический сборник» не уступал лучшим европейским математическим журналам по своей строгости, научности, разносторонности содержания и количеству статей.

В исследовании установлено, что возникновение Московской философско-математической школы было обусловлено диссонированием с позитивизмом как характерным признаком науки рассматриваемой эпохи. Так, в русле позитивистских установок в научной среде пропагандировалась идея, согласно которой математика не обладает образовательной ценностью и «даже вредна в нравственном отношении». Члены Московского математического общества выступили в защиту математики, что отразилось в формулировке главной цели Общества, прозвучавшей в Уставе 1867 года: содействие развитию математических наук в России.

У московских математиков также возникла потребность искать аргументы в защиту своей науки, а для этого требовалось выйти за границы ее предме-

та, что побудило членов Общества погрузиться в философские и прикладные вопросы математики. Так возникла Московская философско-математическая школа, достигшая наивысшего расцвета в творчестве и деятельности Н.В. Бугаева и его учеников и последователей – П.А. Некрасова (1853–1924), В.Г. Алексеева (1866–1944), П.А. Флоренского (1882–1937), Н.Н. Лузина (1883–1950). Было установлено, что всех их объединил интерес к математическому анализу и зарождающемуся учению об аритмологии (теории прерывных функций).

Основателем учения об аритмологии является Н.В. Бугаев, который позиционировал аритмологию как противопоставление классическому анализу. Считая, что математический анализ развит намного лучше и имеет более широкий аппарат для исследований, ученый утверждал центральную значимость для развития математического аппарата теории прерывных функций благодаря обширности материала, общности приемов и красоте результатов.

Последователи Н.В. Бугаева под влиянием своего учителя расширили границы применения аритмологии на другие разделы математики и отрасли знаний: П.А. Некрасов – на теорию вероятностей и социологию, В.Г. Алексеев – на теорию инвариантов бинарных форм и химию. Начиная с П.А. Флоренского и Н.Н. Лузина, формируется теория функций действительного переменного как развитая идея прерывных функций.

Стоит заметить, что интерес к новому разделу математики у представителей школы возник не сразу. В своих начальных исследованиях они активно использовали и даже пытались совершенствовать аппарат математического анализа, но обнаруживая его ограниченность, пришли к выводу о необходимости дополнения его аритмологическими представлениями.

Особое внимание уделено в исследовании изучению мировоззренческих взглядов представителей Московской философско-математической школы, поскольку, несомненно, именно они оказали влияние на формирование их математических интересов и педагогических идей.

Мировоззренческие взгляды Н.Д. Брашмана выявляются в работе посредством анализа заочной научной полемики ученого с шотландским философом У. Гамильтоном, который пропагандировал идею о том, что математические науки не только не развивают умственные способности, но, напротив, они их стагнируют, а также негативным образом сказываются на нравственности человека. Н.Д. Брашман в речи «О влиянии математических наук на развитие умственных способностей» (1841), возражая У. Гамильтону, утверждал, что математика полезна тем, что приучает ум к точному и последовательному рассуждению.

Обращаясь к одному из высказываний Гамильтона о том, что математика не занимается причинами явлений, а философы их объясняют, Н.Д. Брашман отмечал: «Это справедливо в некотором отношении; действительно, математики и не предполагают открывать первоначальных причин явлений: они известны одному Создателю. Правда, что математики не занимаются сущностью вещей, потому что они почитают её для себя тайной; но если эта тайна должна

когда-либо проясниться для нас, то едва ли это произойдет от философии...». «Математик знает, – говорил он, – что высокие истины Веры выше человеческой мудрости, что душа, озаренная Божественным светом Веры, сама собой созерцает ее истины, и убежден, что содержание Священного писания истинно, но иногда не понимает, в чем эти истины состоят, равно как можно видеть свет солнца, и не знать сущности света».

Мировоззренческие взгляды В.Я. Цингера исследуются на основе его работ «Точные науки и позитивизм» (1874) и «Недоразумения во взглядах на основания геометрии» (1894). Отмечается, что в них он выступал с резкой критикой позитивизма, против признания единственным источником истинного действительного знания конкретные (эмпирические) науки и защищал ценность религиозного и философского познания. В.Я. Цингер большое значение придавал «силе разума», считая, что без него опыт не мог бы ничему научить и был бы даже совсем невозможен. На борьбу с позитивизмом ученого побуждало его мирозерцание. Он всю жизнь оставался убежденным защитником духовной сущности сознания. В связи с этим понятно отрицательное отношение математика к попыткам объяснить аксиомы геометрии опытным путем.

На основе анализа работы Н.В. Бугаева «Математика и научно-философское мирозерцание» в исследовании определяются мировоззренческие установки ученого, центральной из которых признается следующая: утверждение значимости «числа и меры» для полноты миропонимания, следовательно, основная задача философа, политика и художника трактуется как стремление найти меру в областях мысли, воли и чувства.

Н.В. Бугаев представлен в исследовании как ученый, расширивший границы математического знания. В его концепции математика в своем прикладном значении при изучении различных явлений трактуется как теория функций, которая разделяет физическое бытие на непрерывные и прерывные функции. В интерпретации Н.В. Бугаева теория непрерывных функций идентифицируется с математическим анализом, а теория прерывных функций – с аритмологией. Ученый высказывает идею, согласно которой будущее в изучении физических и социальных явлений за аритмологией, поскольку прерывность как функция более точно описывает бытие, она гораздо разнообразнее непрерывности и, более того, непрерывность есть также прерывность, в которой изменение идет через бесконечно малые и равные промежутки. Фактически Н.В. Бугаев, не умаляя научной значимости математического анализа, позиционировал его как достаточно ограниченный метод применительно к исследованию физического и социального бытия, поскольку в нем допускается непрерывность изменения явлений природы, а аналитические функции, отражающие явления природы, в большинстве случаев являются однозначными.

Было выявлено, что мировоззрение ученика Н.В. Бугаева П.А. Некрасова также базируется на установках христианства. Наиболее полно это демонстрируется в признании ученым науки о духе как более сложной, чем науки о природе. П.А. Некрасов аргументирует свою позицию, ссылаясь на тот факт, что если наука о природе опирается на опыт, наблюдение единичных случаев, ко-

которые заявлены в природе как прообразы, то в науке о духе основой исследования и одновременно субъектом познания выступает сам человек. Однако в этот случае человек не может быть экспериментальным материалом не только ввиду нравственных установок, но и ввиду неverifiedности осознания человеком бытия.

Развивая аритмологические идеи своего учителя Н.В. Бугаева, ученый утверждал, что во многих социальных явлениях проявляется неопредельный аритмологизм (революции, катастрофы и т.д.), поэтому с этим необходимо считаться реформаторам социальной жизни, которые делают выбор между предельно аритмологической реформой и реформой неопредельно аритмологической. Этот выбор может проходить как эволюционно (без жертв и потрясений), так и революционно (с жертвами и потрясениями).

В качестве материала для анализа мировоззрения другого представителя школы В.Г. Алексеева были выбраны такие философские работы ученого, как «Математика как основание критики научно-философского мировоззрения» (1904), «Бугаев Н.В. и проблемы идеализма Московской математической школы» (1905) и др.

В.Г. Алексеев, рассматривая в качестве основной идеи математики идею количественного изменения, отмечал, что одни количества могут изменяться самостоятельно (независимые переменные), а другие изменяются в зависимости от первых (зависимые переменные, или функции первых). В свою очередь, изменение переменной может быть непрерывным и прерывным, т.е. скачкообразным. Считая, что свойства и исследования непрерывных переменных существенно отличаются от прерывных, профессор так же, как и Н.В. Бугаев, всю математику делил на два больших раздела: математический анализ (теория непрерывных функций) и аритмологию (теория прерывных функций). В качестве примера прерывной функции Н.В. Бугаев широко применял функцию  $E(x)$ .

Ученый полагал, что математический анализ достиг уже значительного развития, аритмология же отстала от анализа вследствие гораздо большей сложности вопросов, касающихся разнообразных форм прерывности. Несмотря на это, в будущем, по его мнению, аритмология не только поглотит всю область математического анализа, но и выработает много новых самостоятельных приемов и методов исследования. Математик пришел к выводу, что и в биологии, и в социологии, и в других науках для исследования недостаточно одного аналитического мировоззрения, необходимо также, или даже более, аритмологическое мировоззрение, дающее больше простора индивидуальным качествам наблюдаемых элементов.

Идеи Н.В. Бугаева оказали большое влияние и на П.А. Флоренского, многие из них легли в основу его кандидатского сочинения «Об особенностях плоских кривых как местах нарушения их непрерывности», ставшего небольшой частью работы «Идея прерывности как элемент мирозерцания».

Уже в студенческие годы П. Флоренский задался вопросом: что же сделало термин «непрерывность» известным всем? И таким первоисточником он считал анализ бесконечно малых Лейбница, который ввел в общественное соз-

нение *идею* непрерывности, которая была занесена и в биологические науки, а из них – в историю, психологию, социологию и другие науки.

По его мнению, «идею непрерывности на степень понятия непрерывности» впервые возвел Г. Кантор, утверждавший, что *continuum* есть связная и совершенная группа точек. Тем самым Кантор дал возможность критически отнестись к мировоззрению XIX века, а не догматически принимать его или отвергать, что приходилось делать до его работ.

Таким образом, в ходе анализа мировоззренческих взглядов представителей Московской философско-математической школы удалось установить, что ученых отличало ярко выраженная приверженность к православному мирозерцанию, что детерминировало их научные изыскания в области математики. Отличительной чертой учения этой школы следует рассматривать применение аритмологии (теории прерывных функций) для изучения различных физических и социальных феноменов. Данному разделу они противопоставляли классический анализ. Такой научный подход резко расходился с позитивистскими настроениями академической среды исследуемого периода.

Характерной чертой научного творчества представителей школы следует рассматривать выход за пределы математического и естественнонаучного знания в области философской и мировоззренческой проблематики. Центральной идеей работ Н.В. Бугаева и его последователей был поиск идеалов, в качестве которых учеными рассматривались христианские ценности, служение Родине, повышение престижа и конкурентоспособности отечественной науки, воспитание достойного поколения.

**Вторая глава** исследования посвящена реконструкции педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы.

Исходным методологическим посылом настоящего исследования выступила идея имплицитности педагогических взглядов представителей Московской философско-математической школы, о чем свидетельствует тот факт, что ученые активно занимались педагогической деятельностью, рефлексировали свой педагогический опыт, что отчетливо выражено в достаточно крупном массиве их работ (статьях, публичных выступлениях, учебной литературе), а также в контекстных источниках (воспоминания их современников и биографов).

В качестве основного принципа, детерминирующего педагогические воззрения ученых, в диссертации рассматривается принцип самобытности отечественного образования, выдвинутый и обоснованный Н.Д. Брашманом. Согласно аргументации ученого, математическое образование, будучи частью всеобщего образования, подчиняется культуросообразной интерпретации. Следовательно, математическое образование, реализуемое с учетом российской идентичности, должно быть соотнесено с ценностями Православия и целеориентировано на благо Отечества. Методическим принципом педагогической практики Н.Д. Брашмана выступил принцип связи суждений.

Значимым в исследовании признается методическая установка В.Я. Цингера, основанная на преодолении формализма в математическом образовании, понимаемого как фактическое знание материала посредством обеспечения пол-

ного понимания. Ученый, реализуя данную идею на практике, пытается создать руководство по геометрии, которое позволит уйти от формализма в обучении. В качестве центральных методических принципов обучения математике, соблюдение которых позволяет решить данную проблему, В.Я. Цингер рассматривает принципы сущностного знания предмета, очевидности и наглядности в преподавании, ясности, простоты, искренности или добросовестности в процессе педагогического взаимодействия.

Педагогические взгляды Н.В. Бугаева образуются вокруг центральной методической идеи, согласно которой математика обладает очень мощным образовательным потенциалом за счет интеграции таких качеств, которые она способна развить, как: логическое мышление, внимание, сосредоточенность, гибкость, а также любовь к истине. Многие его идеи (повсеместное распространение средних учебных заведений в стране, специальная подготовка учителей для средних учебных заведений, профильная дифференциация на старшей ступени обучения и др.) уже воплотились в жизнь. Другие же (зачисление в студенты, гибкая система контроля, повышение материальной и нравственной самостоятельности учителей и др.) требуют, на наш взгляд, более пристального внимания в связи с модернизацией современной системы образования.

Ценность для науки методических идей Н.В. Бугаева определяется в работе на основе их практического воплощения в виде создания ученым ряда учебников, которые основаны на реализации таких принципов, как составление комплекта учебник-задачник (прообраз современного УМКД), последовательность изложения (теория, механизм вычисления и приложения теории к решению практических задач, вопросы к разделам для проверки усвоения материала, исторические сведения и др.).

В исследовании также анализируются педагогические взгляды учеников и последователей Н.В. Бугаева, которые не только развили многие идеи своего учителя, но и высказывали ряд собственных оригинальных идей, актуальных и для современной теории и практики математического образования.

Так, П.А. Некрасов считал единственной правильной целью изучения математики «... усвоение ее как науки и как научного метода миропознания». Свои педагогические взгляды П.А. Некрасов высказывал на I и II Всероссийских съездах преподавателей математики, где выступал с разными докладами. Он развил идею Н.В. Бугаева о введении промежуточной лицейской ступени между средней и высшей школами. Данное промежуточное звено, по его мнению, поднимет не только общую культуру в стране, но и повысит уровень образованности в целом. Ученики, прошедшие через лицейскую ступень, получают подготовку к обучению в вузе и приобретут необходимый багаж знаний.

Другой представитель школы – В.Г. Алексеев – поддержал идею П.А. Некрасова о включении теории вероятностей в средние учебные заведения, считая, что с помощью нее открывается «совсем новое мировоззрение в противовес господствующему материалистическому мировоззрению, которое упрочилось во всех отраслях знаний, незаметно пронизало всю нашу культуру, весь строй нашей жизни...».

Н.Н. Лузин считал, что при обучении математике недопустимо ориентироваться на механическую память обучаемых: «В условиях ориентировки на

понимание не страшны дефекты памяти, т.е. механического заучивания, так как самый ход однажды понятого материала не позволяет утратить существенное, деталь же легко восстановить по справочнику».

П.А. Флоренский всегда стремился выделять и развивать те моменты исторического процесса мысли, которые имеют особое значение для богословия, и указывал на религиозные следствия, содержащиеся в том или другом течении мысли. Его исследования были направлены на выяснение общечеловеческих корней платонизма, через которые философ был связан с религией и философским идеализмом. В своей педагогической деятельности П.А. Флоренский заботился о том, «чтобы художественное восприятие не было засорено ... ложными взглядами, которые усвоены как сознательно, так и ... полусознательно из окружающей среды». Для него студенты – это «чистое око человечества, которым оно созерцает реальность».

Таким образом, в исследовании было установлено, что педагогические взгляды представителей Московской философско-математической школы, присутствующие в их наследии имплицитно, содержат, тем не менее, ярко выраженные общепедагогические и методические установки: комплементарность нравственного воспитания и процесса обучения математике; применение математики как научного метода миропознания; обогащение школьного курса математики идеями аритмологии, теории множеств; артикуляция принципов самобытности отечественного образования, сосредоточия, гибкого контроля знаний и др.

**В третьей главе** раскрывается опыт внедрения педагогических идей представителей Московской философско-математической школы в практику современной школы.

Актуализация рассматриваемых в исследовании общепедагогических и методических установок Московской философско-математической школы определяется скрытым формализмом современного отечественного образования, что проявлено в подмене развития математического мышления учащихся подготовкой к экзаменам, фактическом игнорировании достижения цели формирования целостного взгляда на предмет дисциплины. Последняя проблема особенно значима ввиду того, что целостный взгляд на предмет математики обеспечивает всестороннее развитие личности учащихся (мышление, культура математического языка и речи, научное мировоззрение и др.).

Одним из приоритетных направлений развития среднего образования, согласно методологии ФГОС 2-го поколения, является формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира. Следовательно, математическое образование в современных нормативных документах трактуется значительно шире, чем передача учащимся определенных знаний, умений и навыков.

С целью преодоления вышеуказанной проблемы в 2010 г. был разработан элективный курс «Знакомство с элементами высшей математики», основанный на методических идеях представителей Московской философско-математической школы (МФМШ). Своей «идеологией» он отличался от ранее разработанных подобных курсов других авторов, цель курса – сформировать



целостное представление учащихся о математике как универсальной методологии миропознания и социокультурного феномена.

В качестве основных идей, выступивших основополагающими установками конструирования данного курса, явились следующие.

– Содержание и методическая система данного элективного курса детерминированы идеей интеграции концепции методики преподавания математики МФМШ и современных методических систем.

– Комплементарность нравственного воспитания и процесса обучения математике (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Флоренский и др.), согласно которой преподавание математики рассматривается как педагогический процесс, ориентированный на формирование и развитие нравственных установок и черт личности обучаемых посредством овладения ими предметного знания, что достигается посредством реконструкции математического знания как философского.

– Применение математики как научного метода миропознания (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Некрасов, В.Я. Цингер и др.), благодаря чему осуществляется расширение границ предмета математики, артикулируется необходимость освоения обучаемыми методологической базы математики со всеми возникающими в науке дискурсами и противоречиями, а также выдвигается необходимость практико-ориентированного подхода к обучению школьников математике.

– Обогащение школьного курса математики идеями аритмологии, теории множеств и пр. (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, Н.Н. Лузин и др.), согласно чему именно данные разделы позволяют расширить предмет математики до уровня универсальной методологии миропознания, поскольку аритмология выступает предметным локусом, позволяющим перевести регистр математического знания в область универсальной методологии миропознания.

– Артикуляция принципов самобытности отечественного образования (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Флоренский, В.Я. Цингер и др.), в контексте чего математическое знание позиционируется как социокультурный феномен, обладающий национальной спецификой, но восходящий к универсалиям общечеловеческой культуры, ведущим лейтмотивом которой выступает именно гуманизм.

Элективный курс рассчитан на 34 часа и предлагается учащимся десятых классов физико-математического профиля. В нем уделяется большое внимание историческому аспекту предлагаемых тем, что ориентировано на усиление положительного отношения учащихся к предмету, воспитание их моральных качеств, развитие познавательного интереса.

Источниками для содержания курса стали, помимо современной учебной литературы, труды представителей Московской философско-математической школы: «Краткий курс аналитической геометрии с упражнениями» В.Г. Алексеева, «Аналитическая геометрия» Н.Д. Брашмана, «Теория вероятностей» П.А. Некрасова, «Прерывная геометрия» Н.В. Бугаева, введение к диссертации «Идея непрерывности как элемент мирозерцания» П.А. Флоренского и др.

Содержание элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики» включает в себя 4 основных раздела. Одним из критериев отбора со-

держания образования явилась идея Н.В. Бугаева, согласно которой аритмология, классический анализ, геометрия и теория вероятностей представляют собой логичную, последовательную основу для выработки фундаментальных основ научно-философского мировоззрения и целостного представления о математике.

Структура каждого раздела определяется следующими компонентами:

1. Теоретический блок, в котором раскрываются основные понятия раздела, содержатся ключевые теоремы.

2. Практический блок, содержащий задачи, соответствующие тематике данного раздела, дифференцированные как иллюстративные, стандартные и нестандартные, а также по уровню сложности и области применения (межпредметные связи).

3. Критический блок, включающий в себя полемический материал, в котором отражены дискуссии ученых-математиков относительно исследуемых разделов.

4. Блок персоналий, в котором представлены сведения личностно-биографического характера, выполняющие функцию социокультурной ориентации изучаемого материала.

Первый раздел содержания курса «Элементы теории множеств» значим для школьников с практической точки зрения, поскольку он ориентирует учащихся на восприятие окружающего мира как конечного, бесконечного, счетного множества объектов. Изучение раздела заканчивается анализом актуальной и потенциальной бесконечности, поскольку данная тема оказывает существенное влияние на формирование мировоззрения учащихся. Носителями актуальной бесконечности являются бесконечные множества. Именно эти объекты положены в основу теории множеств Г. Кантора и теории актуальной бесконечности П.А. Флоренского.

Во втором разделе «Функции. Предел функций» основное внимание уделяется различию непрерывных и разрывных функций, последние из которых имеют большое практическое значение, поскольку многие явления природы по своей сути являются прерывными. Впервые учащиеся знакомятся с разрывной функцией  $E(x)$ , историей ее появления и практическим применением. Данная тема, несомненно, расширяет научный кругозор школьников и заставляет смотреть на многие феномены с различных точек зрения.

В разделе «Элементы аналитической геометрии», кроме кривых второго порядка, предлагаются три знаменитые задачи древности (трисекция угла, квадратура круга, удвоение куба). Изучение данной темы способствует повышению интереса к математике, поскольку учащиеся сталкиваются с нестандартными способами решения задач на построение. При решении задачи об удвоении куба они знакомятся со вторым способом Менейхма – пересечением двух парабол. Этот способ в своем учебнике по аналитической геометрии предложил В.Г. Алексеев.

Теория вероятностей с примкнувшей к ней теорией соединения, по мнению П.А. Некрасова, «представляет средство для развития способности представлять явления в разных комбинациях. Кроме того, теория вероятностей есть один из немногих разделов математики, принадлежащих аритмологии. Между тем аритмология как математический метод миропознания имеет не менее важное значение, чем анализ».

В качестве ключевых принципов построения методической системы преподавания элективного курса были определены следующие:

- принцип научности (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Некрасов и др.);
- принцип активизации мыслительной деятельности учащихся посредством применения активных методов и форм обучения (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, Н.Н. Лузин и др.);
- принцип расчленения трудностей (Н.Н. Лузин);
- принцип средоточия (Н.В. Бугаев);
- принцип последовательной алгоритмичной работы над изучаемым материалом (Н.В. Бугаев, В.Я. Цингер).

Идея гибкости контроля, предложенного Н.В. Бугаевым, реализована при написании контрольных работ. Она предполагает самостоятельный выбор учащимися одной из двух предложенных учителем дат. Такой подход, по мнению Н.В. Бугаева, «устраняет неправильные отношения» между участниками образовательного процесса.

Графически методическая система элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики» представлена на рисунке 1.

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе МБОУ СОШ № 23 г. Ельца с 2010/2011 по 2012/2013 учебные годы и включала в себя три основных этапа:

1. Поисково-констатирующий этап эксперимента (2010–2011).
2. Формирующий этап эксперимента (2011–2013).
3. Контрольный этап эксперимента (2013).

На *поисково-констатирующем* этапе был осуществлен анализ программ и учебных пособий по математике для общеобразовательных школ; изучена и проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература; организовывалось наблюдение за работой учащихся на уроках математики; проводились беседы с учащимися, учителями по интересующей нас проблеме; были определены экспериментальная и контрольная группы; проведено анкетирование для установления уровня возможной проблемы; выявлены возможности по использованию идей представителей МФМШ в современной школе; разработан элективный курс «Знакомство с элементами высшей математики», основанный на идеях представителей МФМШ.

## МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ

Интеграция концепции методики преподавания математики МФМШ и современных методических систем.

Комплементарность нравственного воспитания и процесса обучения математике (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Флоренский и др.)

Применение математики как научного метода миропознания (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Некрасов, В.Я. Пингер)

Обогащение школьного курса математики идеями аритмологии, теории множеств и пр. (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Некрасов).

Артикуляция принципов самобытности отечественного образования (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Флоренский, В.Я. Цингер и др.)

## ЦЕЛЕВОЙ КОМПОНЕНТ

**Цель:** сформировать целостное представление учащихся о математике как универсальной методологии миропознания и социокультурного феномена

### Образовательные задачи:

- расширение представления учащихся о возможностях математики;
- углубление и систематизация знаний по математике;
- формирование мировоззрения учащихся посредством расширения математического кругозора и включения элементов знаний о методологических вопросах математики;
- формирование знаний учащихся в области таких разделов математики, как элементы теории множеств, функции и предел функций, элементы аналитической геометрии, теория вероятностей.

### Развивающие задачи:

- обучение методам самостоятельного исследовательского поиска;
- развитие умений применять математические знания для решения практических задач;
- развитие логического мышления, математической интуиции, умения анализировать, применять знания в нестандартных ситуациях;
- обучение самостоятельной деятельности по овладению знаниями.

### Воспитательные задачи:

- воспитание нравственных качеств личности школьников и морально-этических и духовно-нравственных ценностных установок;
- развитие положительной мотивации учащихся к изучению математики.

## СОДЕРЖАТЕЛЬНЫЙ КОМПОНЕНТ

**1. Элементы теории множеств.**

**2. Функции. Предел функций.**

**3. Элементы аналитической геометрии.**

**4. Теория вероятностей.**

Структура разделов

1. Теоретический блок. 2. Практический блок. 3. Критический блок. 4. Блок персоналий.

## МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ

### Принципы:

- научности (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, П.А. Некрасов);
- активизации мыслительной деятельности учащихся посредством применения активных методов и форм обучения (Н.Д. Брашман, Н.В. Бугаев, Н.Н. Лузин и др.);
- расчленения трудностей (Н.Н. Лузин);
- средоточия (Н.В. Бугаев);
- последовательной алгоритмичной работы над изучаемым материалом (Н.В. Бугаев, В.Я. Цингер).

### Активные методы:

- расчленения трудностей,
- мозговая атака,
- метод экспертных оценок,
- метод гипотетического формулирования и пр.

### Логика:

1. Исследование проблемы на теоретическом уровне.
2. Отработка механизма вычисления.
3. Самостоятельное приложение теории к решению практических задач.

## КОНТРОЛЬНО-ДИАГНОСТИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ

Гибкие дифференцированные контрольные работы

Рисунок 1. Методическая система элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики»

В ходе анкетирования было установлено, что слабое понимание учащимися определения математики лежит в основе незнания главных целей обучения предмету. Респонденты показали отсутствие представлений о широких возможностях применения математики при изучении естественных и гуманитарных наук (биология, социология, психология и др.). Ученики продемонстрировали незнание истории математики и отсутствие владения информацией относительно отечественных ученых-математиков. Данный факт иллюстрирует недостаточную сформированность патриотизма и гордости за отечественную науку.

На *формирующем этапе эксперимента* элективный курс был внедрен в образовательный процесс в 10 классе МБОУ СОШ № 23 г. Ельца, были разработаны методики проведения отдельных занятий.

По окончании курса, на *контрольном этапе*, была проведена проверка его эффективности, включавшая в себя повторное анкетирование, итоговую контрольную работу, статистическую обработку результатов.

Контрольная работа состояла из 10 заданий по всем пройденным разделам элективного курса. За правильно выполненное задание начислялся один балл, за отсутствие ответа – 0 баллов, если задание было выполнено наполовину, то 0,5 балла.

Полученное среднее значение коэффициента  $K_y = 0,885$  позволяет говорить о высоком уровне усвоения учебного материала испытуемыми. Для подтверждения статистической достоверности исследования необходимо, чтобы показатель точности  $\varepsilon \leq 0,05$ . Для вычисления данного показателя было определено сначала среднее квадратичное отклонение  $\sigma$  и относительная устойчивость  $v$ :

$$1) \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (K_{y_i} - K_y)^2} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{20} (6(0,885 - 1)^2 + 8(0,885 - 0,9)^2 + 4(0,885 - 0,8)^2 + (0,885 - 0,7)^2 + (0,885 - 0,6)^2} =$$

$$= 0,09872;$$

$$2) v = \frac{\sigma}{K_y} = \frac{0,099}{0,855} = 0,1186;$$

$$\text{Тогда } \varepsilon = \frac{v}{\sqrt{n}} = \frac{0,1186}{\sqrt{20}} = 0,02518 \leq 0,05.$$

Таким образом, найденный показатель точности подтверждает статистическую достоверность полученного результата.

Проведение элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики» позволило расширить границы представлений учащихся о математике и ее практическом значении в изучении различных явлений природы, гуманитарных и естественнонаучных дисциплин. Кроме того, несколько учеников высказали мнение о большом развивающем и воспитательном потенциале математики. По нашему мнению, это связано с тем, что в ходе изучения курса учащиеся познакомились с новыми именами отечественных ученых-математиков, их открытиями и научными интересами. Как следствие, это сказалось на повышении у школьников мотивации изучения элементов высшей математики, росте интереса к математике в целом, результатом чего стало значительное увеличе-

ние числа учащихся, читающих дополнительную литературу, а также участвующих в конкурсах, олимпиадах, конференциях по предмету. Это свидетельствует о личностном развитии школьников.

Учащиеся изменили свое мнение о перспективности и полезности изучения элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики» в школе. Об этом свидетельствуют полученные статистические расчеты, для которых был применен критерий Макнамары, предполагающий двухразовый опрос. Предположим, что нулевая гипотеза  $H_0 = \{\text{различие значений показателя до и после эксперимента незначительно}\}$ ; альтернативная гипотеза  $H_1 = \{\text{различие значений показателя до и после эксперимента значительно}\}$ . Приведем результаты опроса:

Таблица 1. Результаты двухразового опроса респондентов

		Второй опрос	
		Да	Нет
Первый опрос	Да	A=6	B=1
	Нет	C=12	D=1

Здесь А – количество учащихся, которые до и после эксперимента ответили «да», В – количество учащихся, которые до эксперимента ответили «да», а после – «нет», С – количество учащихся, которые до эксперимента сказали «нет», а после эксперимента – «да», D – количество учащихся, которые до и после эксперимента ответили – «нет».

Поскольку  $B+C=13 < 20$ , то критерий Макнамары определяем по алгоритму:

- 1) находим минимальное из В и С:  $\min(B,C)=1$ ;
- 2) находим по таблице значений  $M_{эмп.} = M(13,1) = 0,02$ ;
- 3)  $M_{кр.}(0,05) = 0,025$ ;
- 4) так как  $M_{эмп.} < M_{кр.}$ , то нулевая гипотеза  $H_0$  отклоняется. Применяется альтернативная гипотеза  $H_1$ .

Таким образом, результаты формирующего эксперимента по внедрению элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики», основанного на идеях представителей МФМШ, показали его эффективность в современных условиях.

**В заключении** сформулированы результаты исследования:

1. Выявлены основные предпосылки возникновения Московской философско-математической школы.

2. Показано влияние мировоззренческих взглядов представителей Московской философско-математической школы на формирование педагогических идей.

3. В наследии Московской философско-математической школы выявлены педагогические идеи, имеющие значение для современной науки с практической точки зрения.

4. Разработан и внедрен в практику элективный курс «Знакомство с элементами высшей математики», в основе которого лежат идеи представителей Московской философско-математической школы. Эффективность данного курса подтверждена экспериментально.

**Основное содержание диссертационного исследования отражено в следующих публикациях:**

**Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ**

1. Грибов, А.Ю. В.Я. Цингер как философ, математик и педагог / А.Ю. Грибов // Ярославский педагогический вестник. – 2011. – Том III (Естественные науки) – №3. – С. 148–152.

2. Грибов, А.Ю. Мировоззренческие взгляды педагога-математика П.А. Некрасова / А.Ю. Грибов // Ученые записки Орловского государственного университета. Серия «Гуманитарные и социальные науки». – 2012. – №5. – С. 309–312.

3. Грибов, А.Ю. Научные взгляды педагога-математика В.Г. Алексеева [Электронный ресурс] / А.Ю. Грибов // Письма в Эмиссия. Оффлайн. – 2013. Режим доступа: <http://www.emissia.org/offline/2013/1978.htm>.

**Статьи в журналах, научных сборниках, материалах конференций**

4. Грибов, А.Ю. Актуальность изучения наследия Московской философско-математической школы / А.Ю. Грибов // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. – Вып. 34: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2014. – С.16–18.

5. Грибов, А.Ю. Из опыта разработки и проведения элективного курса «Знакомство с элементами высшей математики»: сб. мат. науч.-практ. конференции / А.Ю. Грибов // Актуальные проблемы естественных наук и их преподавания. – Липецк: ЛГПУ, 2011. – С. 56–63.

6. Грибов, А.Ю. Зарождение Московского математического общества / А.Ю. Грибов // Теория и практика образования в современном мире (III): матер. межд. заочн. научн. конфер. – СПб: Реноме, 2013. – С. 35–38.

7. Грибов, А.Ю. Математические интересы представителей Московской философско-математической школы / А.Ю. Грибов // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Выпуск. 32: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2012. – С.23-32.

8. Грибов, А.Ю. Мировоззренческие взгляды педагога-математика В.Я. Цингера / А.Ю. Грибов // Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина. Выпуск. 28: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования). – Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2011. – С.11-18.

9. Грибов, А.Ю. Научно-педагогические взгляды П.А. Флоренского / А.Ю. Грибов // Актуальные вопросы современной педагогики: мат. IVмежд. научн. конфер. – Уфа: Лайм, 2013. – С. 29-31.

10. Грибов, А.Ю. Педагогические взгляды Н.Н. Лузина (к 130-летию со дня рождения) / А.Ю. Грибов // Педагогика: традиции и инновации (III): мат. межд. заочн. научн. конфер. – Челябинск: Два комсомольца, 2013. – С.29-30.

11. Грибов, А.Ю. Педагог-математик Н.Д. Брашман и его мировоззренческие взгляды / А.Ю. Грибов, О.А. Саввина // Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник работ, предст. на межд. научн. конф. «64 Герценовские чтения». – СПб: РГПУ им. А.И. Герцена, 2011. – С.3–8.

12. Грибов, А.Ю. Формирование целостного взгляда на математику / А.Ю. Грибов // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе: материалы II Международной научной конференции 2 – 4 октября 2014 г., ФГБОУ ВПО МПГУ. – М.: ФГБОУ ВПО МПГУ, 2014. – С.59–67.

Лицензия на издательскую деятельность  
ИД № 06146. Дата выдачи 26.10.01.  
Формат 60 x 84 /16. Гарнитура Times. Печать трафаретная.  
Усл.-печ.л. 1,0 Уч.-изд.л. 1,2  
Тираж 100 экз. Заказ 102

Отпечатано с готового оригинал-макета на участке оперативной полиграфии  
Елецкого государственного университета им. И.А.Бунина.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»  
399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28