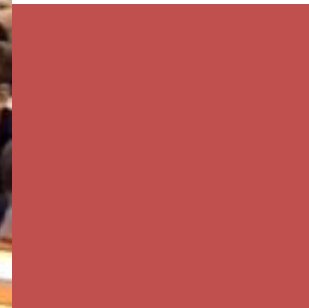


Методика обучения геометрии

Лекция 4. Методика обучения доказательству теорем



*канд. пед. наук, доц.
Вячеслав Евгеньевич Пыркков
pyrkouve@yandex.ru*

План лекции



1. Воспитание потребности в логическом доказательстве
 2. Методика изучения конкретной теоремы
 3. Приемы работы по изучению теоремы
 4. Приемы работы по закреплению теоремы
 5. Приемы повторения изученных теорем
-

Потребность в доказательстве

1. Воспитание критического отношения к заключениям, основанным на неполной индукции

Справедливо ли "свойство" обыкновенных дробей: если числитель и знаменатель содержит одинаковую цифру, то на нее "можно" сократить?

Учитель приводит *примеры*:

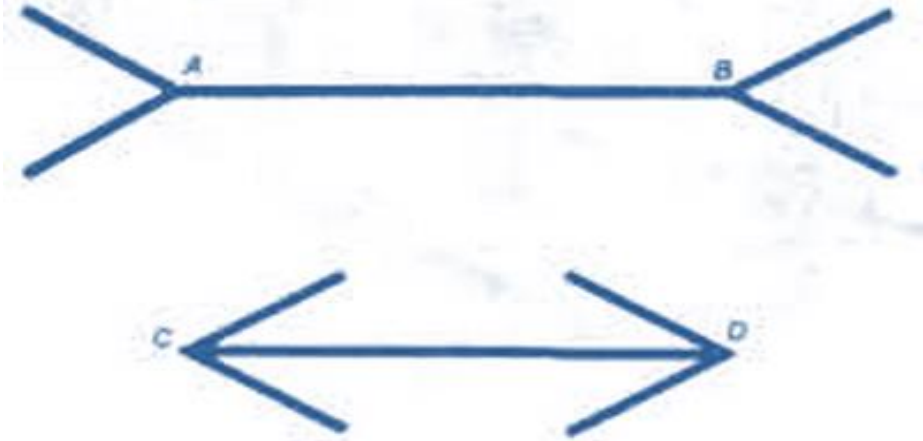
$$\frac{64}{16} = 4; \frac{65}{26} = \frac{5}{2}; \frac{95}{19} = 5; \frac{98}{49} = \frac{8}{4} = 2.$$

После чего показывает, что эти примеры специально подобраны, в общем случае это несправедливо

Потребность в доказательстве

2. Использование особенности зрительных восприятий, показывая, что нельзя доверять простым зрительным впечатлениям

Какой отрезок длиннее?



3. Демонстрация относительности результатов измерений

Уровни обучения доказательству



I уровень

- сформированная потребность в логических обоснованиях утверждений, навыки выполнения дедуктивных умозаключений и понимание того, что из одних предложений логическим путем можно получить новые предложения

II уровень

- наличие умения школьников выполнять цепочки дедуктивных умозаключений и применять эвристические приемы

III уровень

- выполняет анализ доказательства, выделяет логические шаги, поиск и устранение логических пробелов, развертывание дедуктивных умозаключений в логическую схему, выделение идеи доказательства и его воспроизведение, применение эвристических приемов

Уровни обучения доказательству

IV уровень

- умение использовать методы научного познания и самостоятельно выполнять доказательство

V уровень

- умение опровергать предложенные доказательства

Под *обучением доказательству* можно понимать обучение учащихся анализу готовых доказательств, их воспроизведению, самостоятельному открытию факта, поиску и конструированию доказательства, а также опровержению предложенных доказательств.

Методика изучения теоремы



1

- актуализация знаний, мотивация изучения теоремы

2

- формулировка теоремы и усвоение ее содержания

3

- доказательство теоремы

4

- закрепление и применение теоремы
-

Актуализация и мотивация



Технология организации опорного повторения

- разбить доказательство на максимальное число шагов;
- вычленить все математические факты, на которые опирается доказательство;
- проанализировать, все ли они и в какой степени известны учащимся;
- организовать опорное повторение в форме беседы, фронтального опроса, системы подготовительных задач (чаще всего “на готовых чертежах”).

Мотивация изучения теоремы

чаще всего связывается учителем с решением практической задачи, в которой необходим факт, отраженный в теореме

Формулировка и содержание

Способы введения формулировки теоремы

1-й способ Учитель сам формулирует теорему с предварительной мотивировкой либо без нее

- + краткость, четкость, экономия времени;
- возможен формализм, догматизм.

2-й способ Учащиеся подготавливаются к самостоятельному формулированию теоремы

- + развитие творческих способностей учеников, повышение интереса к изучению геометрии;
- большие затраты времени, возможное распыление внимание на несущественные детали.

Пример

Для самостоятельного открытия учащимися теоремы о хордах окружности учитель предлагает следующие вопросы и задания:

- *Проведите в окружности две неравные хорды.*
- *Установите на глаз, какая из них ближе к центру.*
- *Сформулируйте свой вывод.*
- *Можно ли считать его достоверным?*

Формулировка и содержание

Способы уточнения содержания теоремы

- оговариваем терминологию;
- выделяем условие и заключение теоремы;
- параллельно выполняем краткую запись данных и того, что требуется доказать;
- строим чертеж.

Требования к чертежу

- ✓ должен быть изображен общий, а не частный случай;
- ✓ размеры чертежа должны быть оптимальны;
- ✓ данные и искомые выделяются на чертеже цветом, используются специальные метки и символы для обозначения.

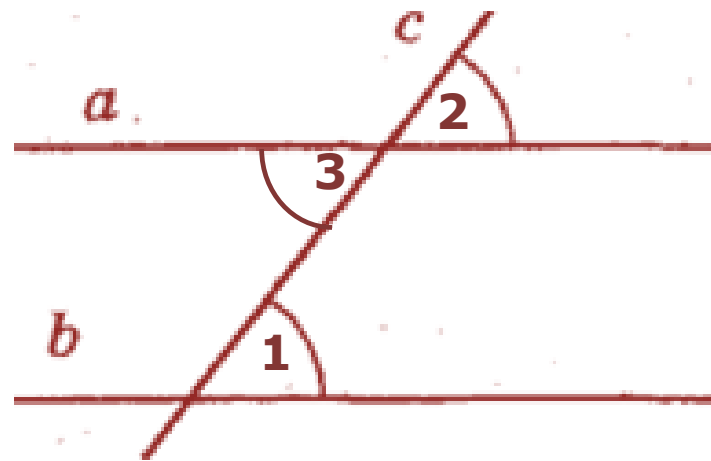
Доказательство теоремы



На первых порах для понимания структуры доказательства, после того, как оно найдено, полезно оформление его в виде двух колонок, в одной из которых – утверждения, в другой – обоснования.

Теорема: Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

Утверждение	Обоснование
1. $\angle 3 = \angle 2$	Вертикальные углы равны
2. $\angle 1 = \angle 2$	По условию
3. $\angle 1 = \angle 3$	Как левые части верных равенств, у которых равны правые части
4. $a \parallel b$	$\angle 1$ и $\angle 3$ – накрест лежащие углы при пересечении прямых a и b секущей c .



Доказательство теоремы

Приемы составления плана доказательства

1-й прием Дается *готовый план* доказательства новой теоремы, учащимся предлагается самим доказать ее с помощью плана.

Пример

К теореме «*Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то он является параллелограммом*» предлагается такой план:

1. Провести диагональ
2. Доказать равенство полученных треугольников
3. Доказать параллельность противоположных сторон четырехугольника
4. Сделать вывод

2-й прием Учащихся учат составлять план уже доказанной теоремы.

Формулировка и содержание

Учитель должен систематически учить учащихся

- 1) конструировать доказательства из шагов;
- 2) превращать сокращенные книжные доказательства в развернутые цепочки шагов с указанием обоснований;
- 3) оформлять полные записи доказательства отдельных теорем.

Для обеспечения усвоения доказательства широко применяется *прием двукратного доказательства*: сначала обсуждается только идея, план; доказательство излагается фрагментарно. После этого доказательство излагается полностью, со всеми тонкостями и нюансами

Закрепление и применение



Приемы закрепления доказательства

- ✓ в процессе беседы с учащимися еще раз выделить основную идею, метод и шаги доказательства;
- ✓ предложить объяснить отдельные шаги доказательства;
- ✓ перечислить все аксиомы, теоремы и определения, которые используются в доказательстве;
- ✓ выяснить, где используется то или иное условие, все ли они оказались использованными;
- ✓ нет ли других способов доказательства;
- ✓ при закреплении полезно варьировать обозначения на чертеже, а также сам чертеж и т.п.

Применение теоремы

- ✓ в процессе решения задач;
 - ✓ при доказательстве других теорем.
-