

На правах рукописи

**Пырков Вячеслав Евгеньевич**

**МЕТОДИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ Д.Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО  
И ОПЫТ ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В СОВРЕМЕННОМ  
МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ**

Специальность 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания  
(математика, уровень общего образования)

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

Научный руководитель:  
доктор педагогических наук,  
профессор **Т.С. Полякова**

Ростов-на-Дону

2004

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>ГЛАВА 1. К ТВОРЧЕСКОЙ БИОГРАФИИ Д.Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО .....</b>	<b>18</b>
1.1. Обзор исследований о Д.Д. Мордухай-Болтовском .....	18
1.2. Новое в биографических сведениях о родословной, детстве и годах учебы Д.Д. Мордухай-Болтовского .....	31
1.3. Новое в творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского .....	44
1.3.1. <i>Варшавский период творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского .....</i>	<i>44</i>
1.3.2. <i>Творческая деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в Ростове-на-Дону .....</i>	<i>64</i>
1.3.2.1. В Варшавском университете, эвакуированном в г. Ростов-на-Дону. 1915-1917 гг. ....	65
1.3.2.2. В Донском университете. 1917-1925 гг. ....	68
1.3.2.3. В Северо-Кавказском государственном университете. 1925-1931гг. ....	77
1.3.2.4. В Ростовском педагогическом институте и Ростовском госуниверситете. 1931-1947 гг. ....	84
1.3.2.5. Последние годы жизни. 1947-1952 гг. ....	90
1.3.3. <i>Д.Д. Мордухай-Болтовской как организатор высшего математического образования на Дону .....</i>	<i>95</i>
1.3.4. <i>Публицистика Д.Д. Мордухай-Болтовского 1917-1918 гг. ....</i>	<i>105</i>
<b>ВЫВОДЫ ПО ПЕРВОЙ ГЛАВЕ .....</b>	<b>119</b>
<b>ГЛАВА 2. АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ШКОЛЬНОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ В МЕТОДИЧЕСКОМ НАСЛЕДИИ Д.Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО .....</b>	<b>123</b>
2.1. Общий обзор методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского .....	123
2.2. Некоторые актуальные вопросы теории школьного математического образования в методическом творчестве Д.Д. Мордухай-Болтовского	132
2.2.1. <i>Об эвристических методах в обучении математике и методике их применения .....</i>	<i>132</i>
2.2.2. <i>Об историзации математического образования .....</i>	<i>137</i>
2.3. Избранные проблемы методики обучения геометрии в школе в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского .....	142
2.3.1. <i>Логика построения школьного курса геометрии в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского .....</i>	<i>142</i>
2.3.2. <i>Школьное геометрическое доказательство с точки зрения Д.Д. Мордухай-Болтовского .....</i>	<i>147</i>

2.3.3. Использование геометрических моделей и развитие пространственного воображения учащихся в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского .....	152
2.3.4. Идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского об использовании принципа двойственности в школьном курсе геометрии .....	159
<b>ВЫВОДЫ ПО ВТОРОЙ ГЛАВЕ .....</b>	<b>163</b>
<b>ГЛАВА 3. КУРС «ДВОЙСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ» КАК ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДИЧЕСКИХ ИДЕЙ Д.Д. МОРДУХАЙ-БОЛТОВСКОГО В СОВРЕМЕННОМ ШКОЛЬНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ .....</b>	<b>165</b>
3.1. АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИНЦИПА ДВОЙСТВЕННОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ.....	165
3.2. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ДВОЙСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ».....	171
3.2.1. Концептуальные основы элективного курса «Двойственные преобразования» .....	173
3.2.2. Методическая система курса «Двойственные преобразования» ....	189
3.3. ОРГАНИЗАЦИЯ ОПЫТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ВНЕДРЕНИЮ КУРСА «ДВОЙСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ» В УЧЕБНЫЙ ПРОЦЕСС.....	193
3.4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДИЧЕСКИХ ИДЕЙ КУРСА «ДВОЙСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ» .....	196
<b>ВЫВОДЫ ПО ТРЕТЬЕЙ ГЛАВЕ.....</b>	<b>208</b>
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>210</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>216</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>231</b>
<i>Приложение 1. Архивные документы и фотоматериалы к творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского .....</i>	<i>231</i>
<i>Приложение 2. Библиография опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского.....</i>	<i>267</i>
<i>Приложение 3. Содержание архивного фонда Д.Д. Мордухай-Болтовского (ПФА РАН)...</i>	<i>289</i>
<i>Приложение 4. Программа и дидактические материалы к занятиям элективного курса «Двойственные преобразования».....</i>	<i>298</i>
<i>Приложение 5. Инструментарий опытно-экспериментальной работы .....</i>	<i>349</i>

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Характерной чертой современной образовательной ситуации являются динамичное развитие и кардинальные изменения как в структуре и содержании образования, так и в его концептуальных основах. С одной стороны, причиной этого является государственный заказ и проводимая Министерством образования и науки реформа образования, с другой – бурное развитие общепедагогических, дидактических и методических исследований. Качественные изменения в педагогических концепциях неизбежно влекут изменения в методике обучения и воспитания конкретных образовательных дисциплин. Так, теория и методика обучения математике, созданная в рамках субъектно-объектной модели педагогики советского периода, не может быть с таким же успехом применима в рамках личностно-ориентированного и развивающего обучения. Между тем, методические идеи, созвучные данным педагогическим концепциям, были популярны и бурно обсуждались математической и методической общественностью еще в дореволюционной России.

Отметим, что 90-е годы XX в. характеризовались резкой и часто не очень обоснованной критикой тех несомненных достижений в сфере образования, которых достигла наша страна в течение XX в. Лишь сравнительно недавно ситуация объективизировалась, практически на всех уровнях социума вновь признается высокий уровень отечественного образования. Так, в выступлениях руководства страны, в частности, Президента РФ, признается, что исторически сложившаяся в России система образования «демонстрирует значительные преимущества перед многими зарубежными аналогами»<sup>1</sup>, причем наиболее качественной является её естественно-математическая составляющая.

В то же время в публикациях Ж.И. Алферова [3], В.И. Арнольда [4], Ю.М. Колягина [69], Л.Д. Кудрявцева [73], С.М. Никольского [170], Т.С. Поляковой [182], В.А. Садовниченко [213], Н.Х. Розова [209], И.Ф. Шарыгина [244] и мн. др. неоднократно подчеркивается, что отечественное математическое образование было и до сих пор является общепризнанным мировым эталоном.

---

<sup>1</sup> [www.kremlin.ru/events/284.html](http://www.kremlin.ru/events/284.html) - официальный сайт Президента РФ.

Этот факт актуализирует необходимость исследований, посвященных истории отечественного математического образования. Какими путями оно развивалось, достигнув в середине XX в. эталонного уровня? Как влияла на этот процесс подготовка учителя математики? Какова роль в нем математической науки и ученых-математиков, преподавателей высших учебных заведений? Как зарождаются и развиваются методические идеи? Эти и другие глобальные проблемы, связанные с историей математического образования, несомненно актуальны для современного этапа его развития, т.к. они позволяют не только выявить факторы, способствовавшие его эффективности в ретроспективе, но и наметить перспективные направления совершенствования математического образования.

Поэтому интенсивный поиск и разработка методической составляющей современного педагогического процесса порождает спрос на исторические знания, выступающие в некоторых случаях в качестве образцов-эталонов. Для успешного использования этих эталонов они должны быть исторически отслежены и представлены в большом многообразии. В таком случае по этим эталонам можно будет создавать новые методические концепции и системы, которые будут решать новые задачи в новой социально-педагогической ситуации. Все это обуславливает тот факт, что в изучение отдельных аспектов истории отечественного математического образования включается все более широкий круг исследователей.

За последние годы появились серьезные монографические исследования (Ю.М. Колягин, Т.С. Полякова) общей истории математического образования в России; обширные статьи по отдельным её направлениям в специализированной периодике<sup>1</sup> (Р.З. Гушель, С.С. Демидов, Ю.А. Дробышев, Т.С. Полякова, Н.Х. Розов, О.А. Саввина, В.М. Тихомиров, Р.С. Черкасов и мн.др.); защищаются кандидатские (Г.И. Алексеева) и докторские (О.А. Саввина) диссертации; по этой проблематике проводятся юбилейные научные конференции.

---

<sup>1</sup> Журналах «Математика в школе», «Математическое образование», «Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование», «Математика в высшем образовании»; газетах «Математика», «Поиск».

Достаточно красноречив тот факт, что из 38 опубликованных докладов российской презентации на X Международном конгрессе по математическому образованию (Копенгаген, 2004) 14 полностью или частично посвящены истории отечественного математического образования.

Особое внимание исследователей и широкой математической общественности обращено в последние годы на персоналистический компонент истории математического образования в России. Научно-методические конференции ведущих вузов очень часто посвящены памяти выдающихся математиков, внесших значительный вклад в развитие математического образования нашей страны. Так, только за последние несколько лет состоялись конференции, посвященные научной и методико-педагогической деятельности М.В. Остроградского (С.-Петербург, Калуга, 2002), А.П. Киселева (Орел, 2003), Л.Ф. Магницкого (Тверь, 2003), А.Н. Колмогорова (Москва, Ярославль, 2003), И.К. Андронova (Москва, 2004), А.И. Хинчина (Калуга, 2004) и др. По материалам конференций публикуются сборники статей и тезисов, которые содержат новые сведения о творческой биографии, педагогических и методических воззрениях выдающихся деятелей математического образования и характеризуют развитие генерированных ими методических идей.

Историко-биографические книги часто характеризуют роль выдающегося математика в развитии отечественного математического образования. Так, например, в книге о А.Н. Колмогорове<sup>1</sup> имеется специальный раздел «Колмогоров и математическое образование».

Однако в публикациях подобного рода мы не встречали профессионального анализа методического наследия выдающихся математиков, в то время как со времен Л.Эйлера (см. исследования Т.С. Поляковой [182]) методическое творчество явно или неявно очень часто занимает значительное место в их деятельности.

---

<sup>1</sup> Явление чрезвычайное. Книга о Колмогорове – М.: ФАЗИС, 1999.

Это целиком и полностью относится к методическому наследию выдающегося мыслителя и математика XX в., педагога и методиста Д.Д. Мордухай-Болтовского (1876-1952).

Наиболее полно и систематизировано педагогические и методические воззрения Д.Д. Мордухай-Болтовского представлены в написанных им отчетах о работе I и II Всероссийских съездов преподавателей математики (1912, 1915), в ряде научных публикаций в центральных педагогических и методических журналах, а также в оставшихся неопубликованными материалах.

С именем Д.Д. Мордухай-Болтовского мы связываем не только развитие теоретической методики обучения математике первой половины XX в., но и становление общего среднего и особенно высшего математического образования на Дону.

Д.Д. Мордухай-Болтовской разрабатывал наиболее актуальные для своего времени проблемы математического образования среднего и высшего уровней: теоретико-методологические основы школьного курса математики, содержание математического образования, формы и методы обучения математике, теория и методика урока математики, вопросы подготовки учителей математики и организации методической аспирантуры и др. Его перу принадлежат многочисленные труды по истории и философии математики и даже по истории развития в математическом образовании некоторых методических идей.

Следует признать, что значительный вклад Д.Д. Мордухай-Болтовского в различные отрасли науки не был оценен по достоинству, несмотря на очень большой авторитет, который он имел в педагогико-математическом сообществе, значительное количество учеников и последователей<sup>1</sup>.

Тем не менее, его жизни и педагогической деятельности (преимущественно в высшей школе) посвящены статьи ученых Дона М.Б. Налбандян и Ю.С. Налбандян [156-161], Н.М. Несторовича [162-169], М.Г. Хапланова [230], М.П. Черняева [236, 239] и др.

---

<sup>1</sup> Д.Д. Мордухай-Болтовской не имел академического звания; имя этого крупного ученого отсутствует в энциклопедических изданиях – Математическом энциклопедическом словаре, Большой Советской энциклопедии, Педагогической энциклопедии и др.

В 90-х гг. XX в. интерес к личности и научному наследию Д.Д. Мордухай-Болтовского заметно возрастает. Целый ряд исследователей публикует работы, посвященные изучению наследия ученого. В 1993 г. в исторических очерках «Деятели русской науки XIX-XX вв.» (СПб., ИИЕТ. Вып. II) выходит статья А.С. Степановой «Неизвестные страницы жизни и научной деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского (1876-1952)»[222]. В 1994 и 1998 годах появляются депонированные работы М.Б. Налбандян и Ю.С. Налбандян [159, 161], освещающие некоторые аспекты научно-педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского в Варшаве и Ростове-на-Дону. Наконец, в 1998 г. в серии «Философы России XX века» выходит собрание сочинений Д.Д. Мордухай-Болтовского, объединенных триадой «философия-психология-математика» [148]. Составитель сборника А.В. Родин предваряет собрание сочинений краткими биографическими сведениями об ученом и предпринимает попытку характеристики его научного наследия<sup>1</sup>. Тем не менее, полное представление о творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского, научном и – особенно – методическом его наследии до сих пор отсутствует.

Возникает противоречие между значительным интересом научного сообщества к творческой биографии и научному наследию Д.Д. Мордухай-Болтовского и практической невозможностью удовлетворения этого интереса вследствие отсутствия профессионального анализа научного и педагогического творчества этого выдающегося ученого.

Мы считаем, что существенный вклад в разрешение методической компоненты этого противоречия внесет решение **основной проблемы нашего исследования**: *анализ и оценка вклада Д.Д. Мордухай-Болтовского в развитие теории и методики математического образования, исследование эффективности его методических идей в современной практике обучения математике.*

Итак, возможность разрешения сформулированного нами выше противоречия, а также потенциальная осуществимость использования при построении современных методических систем наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского в ка-

---

<sup>1</sup> Более полный анализ литературы о Д.Д. Мордухай-Болтовском см. далее (1.1).



честве историко-методического образца-эталона обуславливает актуальность заявленной нами **темы исследования - методическое наследие Д.Д. Мордухай-Болтовского и опыт его использования в современном математическом образовании.**

**Методологический аппарат исследования.**

**Объект исследования** – отечественная теория и методика математического образования XX в. в их историческом развитии.

**Предмет исследования** – творческая биография, научно-педагогическая деятельность и методическое наследие Д.Д. Мордухай-Болтовского как выдающегося деятеля отечественного математического образования XX в.

**Цель исследования** – воссоздание творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского; поиск и научный анализ работ, составляющих методическое наследие ученого, выявление возможностей его использования в современном математическом образовании.

**Гипотеза исследования** формулируется нами к той его части, которая касается реализации методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского, следующим образом: реализация методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского будет эффективной в том случае если:

– на их основе может быть построена методическая система, цели которой не противоречат целям современного математического образования;

– математическая компонента этих идей не утратила своей актуальности и реализует многообразные и современные функции математического образования;

– они органично встраиваются в современные психолого-педагогические и методические концепции математического образования;

– в процессе их реализации используются современные технологии обучения математике.

Цель, предмет, и гипотеза исследования определили ведущие его **задачи**:

1. Восполнить недостающие фрагменты творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского, документально обосновать некоторые известные её факты.

2. Ввести в научный оборот архивные документы, малоизвестные публикации и неопубликованные материалы, касающиеся жизни, деятельности и творческого наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского.

3. Отобрать и проанализировать те проблемы методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского, которые остаются актуальными для современного отечественного математического образования.

4. Разработать теоретико-методические основы элективного курса «Двойственные преобразования», развивающего идею Д.Д. Мордухай-Болтовского о построении школьного курса геометрии на основе принципа двойственности.

5. Проанализировать опыт изучения курса «Двойственные преобразования» в рамках профильного обучения математике на старшей ступени общего образования.

**Методологические и теоретические основы исследования.** Педагогическая деятельность и методические идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского (глава 1, 2) изучались с учетом таких методологических принципов, как диалектическое единство и взаимосвязь объективного и субъективного, связь исторического и логического, связь исторического с современностью, раскрытие современного и прогностического значения результатов исследования.

В основу опытно-экспериментальной части исследования (глава 3) были положены такие основополагающие идеи развития современного образования, как идеи гуманизации, гуманитаризации и интердисциплинарности, культуро- и природосообразности, профилизации современного образовательного процесса.

**Теоретические основы исследования составляют:**

- работы по методологии исторического, историко-педагогического и историко-методического исследования (Н.А. Бердяев, П.В. Горностаев, Р.З. Гушель, Г.М. Иванов, А.М. Коршунов, Ю.В. Петров, Ю.П. Истратов, Н.И. Кузнецова, С.Р. Микулинский, Н.И. Родный, Н.В. Метельский, В.Н. Мощанский, Н.В. Назаров, З.И. Равкин, К. Ясперс и др.);

– фундаментальные труды по истории математики и математического образования (И.К. Андронов, И.Г. Башмакова, С.Е. Белозеров, А.Н. Боголюбов,

М.Я. Выгодский, Б.В. Гнеденко, С.С. Демидов, Ю.А. Дробышев, В.А. Добровольский, Ю.М. Колягин, А.В. Ланков, Г.П. Матвиевская, Ф.А. Медведев, Н.В. Метельский, М.Б. Налбандян, Ю.С. Налбандян, Т.С. Полякова, В.Е. Прудников, Р.С. Черкасов, И.З. Штокало, А.П. Юшкевич и др.);

- исследования, посвященные интеллектуальной истории Дона, косвенно используемые нами при воссоздании ростовского периода творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского (С.Е. Белозеров, И.М. Гегузин, Я.М. Ерусалимский, Ю.Ф. Коробейник, Н.А. Решетова, З.Н. Римская, Н.Н. Рожанская, Р.М. Ситько, Ю. Фельштинский, М.Г. Хапланов и др.);

- работы, освещающие актуальные проблемы математического образования (Ж.И. Алферов, В.И. Арнольд, Х.Ж. Ганеев, Б.В. Гнеденко, Я.И. Груденов, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев, А.В. Дорофеева, Ю.А. Дробышев, И.В. Дробышева, О.Б. Епишева, Т.А. Иванова, Л.Д. Кудрявцев, З.М. Кондрашова, А.Е. Малых, А.Г. Мордкович, С.М. Никольский, Т.С. Полякова, С.И. Попов, Н.Х. Розов, В.А. Садовничий, Г.И. Саранцев, А.Т. Умарова, Т.Т. Фискович, А.Н. Чалов, О.В. Шабашова, И.Ф. Шарыгин, А.И. Щетников, П.М. Эрдниев, И.С. Якиманская, А.В. Ястребов и др.);

- теоретические разработки ведущих концепций современного образования, в том числе математического, в той или иной мере используемые нами при разработке теоретико-методических основ курса «Двойственные преобразования» (Е.В. Бондаревская, Н.Я. Виленкин, С.П. Грушевский, В.А. Гусев, В.В. Давыдов, Г.В. Дорофеев, Л.В. Занков, Т.А. Иванова, М.И. Кларин, Г.Л. Луканкин, В.В. Орлов, В.В. Попков, Г.К. Селевко, В.В. Сериков, Л.М. Фридман, А.В. Хуторский, Д.Б. Эльконин и др.);

- работы, в которых рассматриваются приложения принципа двойственности (в частности, к геометрии), использованные нами при разработке содержательных основ курса «Двойственные преобразования» (С.Л. Грейтцер, Г.С. М. Коксетер, Т.В. Малкова, В.М. Монахов, М.П. Пистрак, В.В. Попков, Б.Н. Саморуков, Т.Т. Фискович, М.П. Черняев, И.М. Яглом и др.).

Для реализации поставленных цели и задач в работе использовались научно-теоретические, эмпирические и статистические **методы исследования**.

При проведении исторической части исследования (гл.1) мы использовали:

- изучение архивных документов и первоисточников (воспоминания, эпистолярное наследие, рукописи);
- аналитико-синтетический метод изучения фактов в единстве с историческим подходом к изучаемым явлениям;
- сравнительно-исторический метод;
- метод моделирования и воссоздания исторического образа;
- метод беседы, интервьюирования;
- методы обобщения и систематизации полученного материала и др.

При создании историко-методической части работы (гл.2) были применены следующие методы:

- историко-научный и методический анализ оригинальных текстов опубликованных методических работ Д.Д. Мордухай-Болтовского и рукописей ученого, в которых рассматривались методические проблемы обучения математике;
- теоретический метод анализа и обобщения источников, отражающий развитие методической теории обучения математике;
- сочетание ретроспективы с перспективой при выявлении возможностей использования методического наследия ученого в современном математическом образовании;
- методы классификации и содержательного обобщения и др.

В разработке опытно-экспериментальной части исследования (гл.3) основными методами явились:

- экспериментальные методы (констатирующего и формирующего экспериментов);
- диагностические методы (опрос, тестирование, беседа, наблюдательный метод самооценки и т.п.);
- метод сравнительного сопоставления количественных данных, полученных в результате опытно-экспериментальной работы;

- методы статистического анализа, используемые при обработке результатов опытно-экспериментальной работы. Вычислены процентные соотношения, индексы и коэффициенты; полученные результаты обобщены в таблицы, даны их графические интерпретации в виде диаграмм, графиков, гистограмм.

**Источниковедческую базу** исторической части исследования прежде всего составляют:

– архивные материалы, предоставленные нам крупнейшими архивами страны:

1. Российским государственным историческим архивом (РГИА, фонды: 733, 740);

2. Центральным государственным историческим архивом г. Санкт-Петербурга (ЦГИА СПб, фонды: 14, 114);

3. Петербургским филиалом архива Российской Академии Наук (ПФА РАН, фонды: 162, 821, 967);

4. Государственным архивом Ростовской области (ГАРО, фонды: 42, Р-46, Р-67, Р-97, 527, Р-1019, Р-1452, 1727, Р-2605);

– материалы и документы архивов учебных заведений г. Ростова-на-Дону (РГУ, РГПУ, РГУПС);

– семейный архив Д.Д. Мордухай-Болтовского.

Кроме того, в качестве источников исторической и методической части исследования использовались: 1) публикации о Д.Д. Мордухай-Болтовском, его научном наследии и творческой биографии; 2) историко-математическая, историко-методическая литература и периодическая печать; 3) опубликованные методические труды Д.Д. Мордухай-Болтовского и его современников; 4) рукописи методических статей Д.Д. Мордухай-Болтовского; 5) публицистика Д.Д. Мордухай-Болтовского 1917-1918 г.; 6) деловая переписка ученого 1902-1952 гг. и др.

Исследование проводилось в **три этапа**:

**Первый этап** (2000-2001 гг.) был посвящен разработке общей концепции исследования на основе анализа педагогической, психологической и методической литературы; проведено обоснование проблемы исследования, изучен уро-

вень её разработанности в науке. Осуществлялся поиск печатных и архивных материалов о научно-педагогической деятельности и творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского, поиск работ, составляющих методическое наследие ученого.

**На втором этапе** (2001-2003 гг.) осуществлено углубленное изучение документальных источников, сделан сравнительно-сопоставительный анализ полученных из различных источников данных, определены и изучены те проблемы теории и методики обучения математики (с акцентом на геометрию), которые содержатся в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского и не потеряли своей актуальности. Сформулирована рабочая гипотеза. Начата опытно-поисковая работа по определению возможностей использования методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского в современном математическом образовании.

**На третьем, завершающем этапе** (2003-2004 гг.) разработаны теоретико-методические основы элективного курса «Двойственные преобразования», реализующего одну из конструктивных методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского. Происходит осмысление и корректировка методического аппарата и содержательной компоненты курса «Двойственные преобразования». Внедрение курса в процесс обучения учащихся физико-математического лицея №33 г. Ростова-на-Дону в качестве элективного. Разработка методик диагностики результативности методических идей курса «Двойственные преобразования»; сбор экспериментальных данных и их обработка; проверка эффективности курса «Двойственные преобразования». Систематизация, теоретическое обоснование и оформление результатов исследования в виде кандидатской диссертации.

**Апробация и внедрение результатов исследования.** Результаты исследования докладывались и получили одобрение на научных конференциях, семинарах, совещаниях: Всероссийской школе-семинаре «Профессионализация предметной подготовки учителя математики в педагогическом вузе (концепции, стандарты, программы, учебники)» (г. Ярославль, 2000); научной конференции ИИЕТ РАН «Петербургская математическая школа в период реформ XIX века»,

посвященной 200-летию со дня рождения М.В. Остроградского (г. С.-Петербург, 2001); XXI Всероссийском семинаре преподавателей математики (г. С.-Петербург, 2002); научно-практической конференции Ростовского областного музея краеведения (г. Ростов-на-Дону, 2004). О ходе и результатах проводимого исследования автор сообщал также на методических семинарах кафедры геометрии и методики преподавания математики Ростовского госпедуниверситета.

Внедрение научных результатов осуществлялось в процессе публикаций статей, научно-методических материалов, путем организации опытно-экспериментальной работы в физико-математическом лицее №33 г. Ростова-на-Дону, а также в ходе участия автора в конкурсе «Учитель года 2003». Результаты исследования внедрены в практику работы Ростовского областного института повышения квалификации и переподготовки работников образования. Материалы исследования использовались диссертантом и членами кафедры геометрии и методики обучения математики Ростовского государственного педагогического университета на лекциях и семинарских занятиях в курсах истории математики и истории отечественного школьного математического образования.

По результатам исследования опубликовано 12 работ общим объемом 4,05 п.л., из них в центральной печати 4. Среди них 5 статей [184, 194, 196, 197, 199], 5 тезисов [183, 193, 195, 200, 229] и 2 методические разработки [198, 201].

**Научная новизна и теоретическая значимость** исследования состоят в том, что:

– в научный оборот введены новые архивные и другие ранее не опубликованные материалы, характеризующие творческую биографию и методическое наследие Д.Д. Мордухай-Болтовского, в том числе рукописи методических статей, ранее известные только «со списков», публицистика, деловая переписка;

– уточнены биографические сведения о Д.Д. Мордухай-Болтовском, в частности: документально воспроизведены последние годы жизни ученого; представлена и приведена в систему творческая биография ученого с включением новой информации;

– методическое наследие Д.Д. Мордухай-Болтовского впервые явилось предметом целостного исследования: дана полная характеристика теоретической и практической деятельности ученого по проблемам математического образования в средней школе; особое внимание уделено анализу проблем методики обучения геометрии, не потерявших своего значения;

– обобщенные в диссертационном исследовании концептуальные взгляды Д.Д. Мордухай-Болтовского на теорию и методику обучения математике в средней школе расширяют представления о методических приоритетах первой половины XX в.;

– разработаны методическая система и содержательные основы элективного курса «Двойственные преобразования» для профильной школы, реализующего одну из конструктивных методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского; показана эффективность реализации курса в современной школе.

**Практическая значимость** заключается в том, что методические идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского служат одним из эталонов-образцов для моделирования методических систем в современной школе. Элективный курс «Двойственные преобразования» может быть продуктивно использован в профильном обучении математике.

Результаты и выводы исследования могут служить основой для новых работ по истории математического образования. Фактологический материал и обобщенные в диссертации положения могут входить в фундаментальные исследования и учебные пособия по истории математического образования советского периода, в реализации персонифицированного подхода к проблемам истории математического образования.

Создан сайт [www.pyrkovve.narod.ru](http://www.pyrkovve.narod.ru), посвященный Д.Д. Мордухай-Болтовскому, содержащий помимо основных результатов исследования использованные при написании диссертации материалы (фото, архивные документы, работы Д.Д. Мордухай-Болтовского и мн. др.).

**Достоверность и обоснованность полученных научных результатов** обеспечивается: методологическими подходами к разработке теоретических



основ исследования; использованием комплекса методов, соответствующих предмету исследования и адекватных поставленным цели и задачам; положительными результатами опытно-экспериментальной работы. Достоверность *теоретического компонента* исследования обеспечена широкой источниковедческой базой исследования, подтверждается по критерию практической проверки, по критерию непротиворечивости логики исследования, по критерию контекстуальной достоверности. Достоверность *практического компонента* исследования обеспечена позитивными результатами его внедрения в практику работы МОУ Физико-математический лицей №33 г.Ростова-на-Дону, положительной его оценкой со стороны учителей математики; применением статистических методов при обработке данных исследования.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. В диссертации предложена достаточно целостная, приведенная в систему, дополненная новыми фактами и документально уточненная творческая биография Д.Д. Мордухай-Болтовского.

2. Представленное и проанализированное в диссертации методическое наследие Д.Д. Мордухай-Болтовского вносит существенный вклад в развитие теории и методики обучения математике и должно занять достойное место в истории отечественного математического образования.

3. Многие разработанные Д.Д. Мордухай-Болтовским методико-математические проблемы не потеряли своей актуальности и могут служить эталоном-образцом для создания современных методических систем школьного математического образования.

4. Представленный в диссертации элективный курс «Двойственные преобразования» реализует одну из продуктивных идей Д.Д. Мордухай-Болтовского о построении школьного курса геометрии, построен на основе современных концепций математического образования и может быть эффективно использован в современном профильном обучении математике.

5. Выполненное исследование и практическая деятельность автора (атрибуция захоронения, создание музейной экспозиции в РГПУ, организация уста-

новки мемориальной доски по одному из адресов педагогической деятельности ученого и др.) служат объективизации истории математического образования в России и на Дону, выполняют функции научной и практической реабилитации некоторых фрагментов жизни, творческой деятельности и научного наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского.

**Структура диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и семи приложений. Общий объем диссертации составляет 358 страниц. Из них: 230 с. – основной текст, 16 с. – список литературы из 265 наименований. В тексте содержится 4 схемы, 10 таблиц и 5 диаграмм.

В приложении представлены: 1) архивные документы и фотоматериалы к творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского; 2) библиография работ Д.Д. Мордухай-Болтовского, содержание архивного фонда Д.Д. Мордухай-Болтовского (ПФА РАН ф.821, оп.1); 3) программа и дидактические материалы к занятиям элективного курса «Двойственные преобразования»; 4) инвентарий опытно-экспериментальной работы.

## **Глава 1. К творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского**

### ***1.1. Обзор исследований о Д.Д. Мордухай-Болтовском***

Имя Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского широко известно в научном мире. Популярность и признание он получил благодаря своим математическим работам, а также работам по философии, истории науки и активной педагогической и методической деятельности. Благодаря разносторонности научных интересов и достижению значительных результатов в различных областях математики, его имя можно встретить в некоторых учебниках по математическому анализу, геометрии и теории чисел. Оно обязательно фигурирует во всех обзорных работах по историко-математическим исследованиям в России и по развитию отечественной математики.

Список статей о Д.Д. Мордухай-Болтовском, опубликованных до 1971 г., содержится в биобиблиографическом справочнике “Механико-математический факультет Ростовского университета”[12]. Сейчас этот список нуждается в значительном пополнении. Во первых, это связано с обнаруженными нами изданиями вышедшими до 1971 года, а во вторых, с массой публикаций посвященных Д.Д. Мордухай-Болтовскому, появившихся в печати в последние десятилетия. Нами составлен наиболее полный, как мы считаем, список публикаций<sup>1</sup>, содержащих информацию о Д.Д. Мордухай-Болтовском и вышедших вплоть до 2003 года.

Среди этих работ можно условно выделить несколько основных групп:

- 1) *издания, содержащие сведения справочного характера;*
- 2) *статьи, посвященные анализу научных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского;*
- 3) *работы, в которых анализируется его методическое наследие;*
- 4) *публикации, отражающие творческую биографию ученого и его педагогическую деятельность;*
- 5) *художественная литература;*
- 6) *ресурсы Internet.*

Обзорные сведения справочного характера содержатся в биографических словарях математиков [18, 23, 234], а также в некоторых статьях БСЭ [1, 2, 7, 37], хотя статьи, посвященной самому Д.Д. Мордухай-Болтовскому, в ней нет. Краткие сведения о его научной работе можно найти в изданиях “Математика в СССР за тридцать лет (1917-1947)” [14, 28, 36, 250] и “Математика в СССР за сорок лет (1917-1957)”[54, 76, 240, 249], а также в четырехтомном издании “История отечественной математики”[20, 21, 26, 44].

Рассмотрим вторую группу статей, в которых проводится *анализ научных работ* Д.Д. Мордухай-Болтовского.

---

<sup>1</sup> см. Приложение 1.

Первый цикл статей из этой группы появился в связи с полемикой вокруг докторской диссертации Д.Д. Мордухай-Болтовского «Об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений». Это, прежде всего, отзыв проф. Ц.К. Руссьяна опубликованный в Записках Императорского Харьковского Университета (1913 г.) [212].

Ответ Д.Д. Мордухай-Болтовского на эту рецензию вызвал появление второй, более резкой, статьи Ц.К. Руссьяна «Об ответе Д.Д. Мордухай-Болтовского на мою рецензию его докторской диссертации», появившуюся в тех же «Записках ...» в 1915 г. [211].

Второй цикл статей посвящен анализу историко-математических работ Д.Д. Мордухай-Болтовского и написан его учеником по Варшавскому университету М.Я. Выгодским. Статьи вышли в журнале «Естествознание и марксизм» [32] и сборнике «На борьбу за материалистическую диалектику в математике» [31]. В них содержится критика «далекой от материалистического понимания» [32, С.160] книги Д.Д. Мордухай-Болтовского «Исследования о происхождении некоторых основных идей современной математики». В критике М.Я. Выгодского, основным аргументом явилось указание на преувеличение Д.Д. Мордухай-Болтовским психологического и логического факторов в истории науки. Между тем, эта критика содержит в себе противоречие: сам М.Я. Выгодский с положительной точки зрения оценивает учет Д.Д. Мордухай-Болтовским в своем исследовании момента связи математики с другими явлениями интеллектуальной жизни, с культурой и мировоззрением той или иной эпохи.

Следующие работы [82, 83] посвящены разбору статей Д.Д. Мордухай-Болтовского по синтетической геометрии<sup>1</sup>. Автор этих работ, А.И. Мандзюк, рассматривает сформулированные в статьях теоремы Д.Д. Мордухай-Болтовского, с более общей точки зрения. Так, она показала, например, что первая теорема Д.Д. Мордухай-Болтовского является лишь частным случаем

---

<sup>1</sup> См. Приложение 2. «Библиография опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского» (№47, №157)

более общей теоремы: *если среди групп линейного ряда  $g_n^1$ , лежащего на кривой  $k$ -го порядка, имеется группа, содержащая среди своих  $n$  точек  $a$  бесконечно-удаленных, то средние арифметические центры групп точек ряда  $g_n^1$ , лежат на кривой  $k - a + 1$ -го порядка.* Она же показала, что в теореме Д.Д. Мордухай-Болтовского о случае вырождения квадратичного диаметра в точку, причина вырождения зависит только от особенностей пучка кривых второго порядка, высекающего линейный ряд на кривой третьего порядка  $c$ , и совершенно не зависит от порядка кривой  $c$ , которая в этой теореме может быть заменена любой алгебраической кривой, и т.д.<sup>1</sup>

В связи с выходом из печати в 1948-1950 гг. трехтомного перевода «Начал» Евклида, выполненного Д.Д. Мордухай-Болтовским с обширными историческими комментариями переводчика, появился ряд отзывов на этот фундаментальный труд. Это статьи А.П. Юшкевича «Новые издания классиков математики» (ж. «Успехи математических наук», 1949 г.) и В.Ф. Рогаченко «Рецензия на кн.: «Начала» Евклида» (ж. «Вопросы элементарной и высшей математики», 1952 г.) Обе статьи содержат положительные отклики об этом «первом полном переводе» [207, С.93] содержащем «чрезвычайно подробные комментарии ... касающиеся вопросов истории математики и её методики» [252, С.217].

В учебнике В.Ф. Кагана по основаниям геометрии [62] имеется много ссылок на работы Д.Д. Мордухай-Болтовского, используются введенные им термины, а также приводится теорема Мордухай-Болтовского о геометрических построениях в гиперболической плоскости, осуществляемых циркулем и линейкой [62, С.387].

После смерти Д.Д. Мордухай-Болтовского (1952 г.) появляются критические статьи как на его работы, вышедшие посмертно, так и на ранее изданные. Например, в ж. «Успехи математических наук» (т.9, в.3, 1954 г.) появилась статья И. Метелька «Замечания к статье Д.Д. Мордухай-Болтовского «Трехмерный и четырехмерный аналогон теоремы Паскаля» [87]. Рецензируе-

---

<sup>1</sup> См. подробнее [28]

мая автором статья является одной из последних работ Д.Д. Мордухай-Болтовского. Она была подготовлена к печати уже после смерти автора проф. М.П. Черняевым и первоначально послана в редакцию журнала «Доклады АН СССР». В этой статье Д.Д. Мордухай-Болтовской приводит доказательство теоремы сформулированной Шалем в «Истории геометрии» и, затем, строит аналогон теоремы Паскаля в четырехмерном пространстве за образец построения которого взята данная теорема.

В семейном архиве Болтовских нами была обнаружена копия с отзыва на эту статью, который был дан, по-видимому, акад. А.Н. Колмогоровым<sup>1</sup>. В отзыве отмечается, что присланная статья Д.Д. Мордухай-Болтовского «до такой степени искажена при перепечатывании, а также, по-видимому, и при написании её самим автором, что в настоящем своем виде она совершенно не годится для печати»<sup>2</sup>, а также указывается, что теорема, доказательство которой приводится, уже была доказана Штейнером и Шалем. Что касается той части работы, которая содержит предлагаемое Д.Д. Мордухай-Болтовским обобщение (переходом в четырехмерное пространство), то она «является интересной, но изложена столь неряшливо, что требует тщательной редакции»<sup>3</sup>.

Эта, довольно оригинальная работа, к сожалению, уже не могла быть проверена и отредактирована автором. С некоторыми исправлениями она была опубликована в 1953 г. в ж. «Успехи математических наук»<sup>4</sup>. Анализируя её И. Метелька указывает на некоторые неточности в формулировках теорем и пути их устранения, отмечая, что «статья Д.Д. Мордухай-Болтовского заслуживает, чтобы указанные неточности были прокорректированы, что можно сделать очень легко, так как все предыдущие выводы правильны» [87, С.284].

В этом же журнале, но уже в 1956 г, опубликована статья ученика Д.Д. Мордухай-Болтовского Р.И. Киришиева «Об одной теореме Д.Д. Мордухай-

---

<sup>1</sup> Подпись на отзыве отсутствует, наше предположение построено на тех фактах, что А.Н. Колмогоров представлял в этот период математические работы в журнале «Доклады АН СССР» и две другие работы Д.Д. Мордухай-Болтовского были так же представлены в этом журнале А.Н. Колмогоровым.

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, о.1, д.195

<sup>3</sup> Там же

<sup>4</sup> См. Приложение 2. «Библиография опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского» (№307)

Болтовского» [64, С.207-208]. В этой статье Р.И. Киришиев формулирует и доказывает теорему уточняющую высказанное Д.Д. Мордухай-Болтовским в 1927 г. утверждение, что при помощи линейки и циркуля постоянного раскрытия не может быть в плоскости Лобачевского решена всякая конструктивная задача 2-й степени [64, С.207].

В тезисах XIII Международного конгресса по истории науки имеется сообщение М.Б. Налбандян «О некоторых неопубликованных работах Д.Д. Мордухай-Болтовского» [157], которые хранятся в архиве РАН.

Отдельным проблемам теории интегрирования в конечном виде в трудах Д.Д. Мордухай-Болтовского посвящены депонированные работы Н.В. Локоть. Первая из них (1987 г.) включает биографический очерк, написанный на основе уже опубликованных материалов<sup>1</sup>. В работе 2001 г. [77] говорится о малоизвестной работе Д.Д. Мордухай-Болтовского, содержащей обобщение теоремы П.Л. Чебышева о необходимых и достаточных условиях интегрируемости биномиальных дифференциалов. Н.В. Локоть отмечает, что результат Д.Д. Мордухай-Болтовского «является совершенно независимым от результата, полученного Чебышевым, как по способу рассуждений, так и по окончательным выводам» [77, С.75].

В трудах Института истории естествознания и техники АН СССР (Москва, 1990 г.) отдельным изданием выходит глубокое исследование Ф.А. Медведева «О математической бесконечности в Древней Греции в толковании Д.Д. Мордухай-Болтовского» [86]. В нем автор проводит критический анализ перевода и комментариев к «Началам» Евклида выполненных Д.Д. Мордухай-Болтовским и ряда других его историко-математических работ с точки зрения развития идей о математической бесконечности и идеи предела в истории математики.

Отмечая тот факт, что идеи актуальной бесконечности, идеи предела и т.п. по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского не были свойственны античности, а зарождались в недрах теологической схоластики (что ставит Д.Д. Мордухай-

---

<sup>1</sup> См. подробнее [www.math.rsu.ru](http://www.math.rsu.ru)

Болтовского в оппозицию с результатами исследований многих специалистов) Ф.А. Медведев берется показать противоречие априорно признанной Д.Д. Мордухай-Болтовским схемы с фактическим содержанием историко-научного материала и даже с некоторыми вынужденными им признаниями.

Продолжением этой тематики явилась статья Б.Н. Саморукова и А.С. Степановой «Д.Д. Мордухай-Болтовской о зарождении и развитии математических идей» вышедшая в серии «Историко-математические исследования» (№32, 1993 г.) Авторами статьи проведен интересный анализ нескольких рукописей Д.Д. Мордухай-Болтовского из фонда ПФА РАН, посвященных зарождению и развитию основных математических идей в сочинениях средневековых математиков.

Следующий труд, в котором анализируются научные работы ученого, это вступительная статья А.В. Родина к сборнику малоизвестных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского «Философия. Психология. Математика» [148], серии «Философы России XX века», которая озаглавлена «Философская математика Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского». В рассматриваемом сборнике А.В. Родиным собраны некоторые работы Д.Д. Мордухай-Болтовского, не относящиеся к числу специальных математических, а освещающих «философскую математику» ученого. В основном<sup>1</sup> это имеющие философский интерес и ставшие библиографической редкостью изданные работы, многие из которых представляют собой только резюме больших работ, имеющих в рукописном наследии.

Что касается *анализа методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского*, то здесь можно назвать лишь тезисы М.Б. Налбандян и Ю.С. Налбандян «Проблемы методики преподавания математики в научно-педагогической деятельности профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского» (1999 г.) [160], дающие весьма общие о нем представления, и анализ хода и результатов I и II Всероссийских съездов преподавателей математики, выполненный Ю.М. Колягиным в книге

---

<sup>1</sup> В сборник включена одна рукопись «Проблема смерти» (1921 г.), переданная для публикации из семейного архива Болтовских.



«Русская школа и математическое образование» (2001 г.) [69] и Т.С. Поляковой в книге «История математического образования в России» [182] опирающийся на работы Д.Д. Мордухай-Болтовского<sup>1</sup>.

Рассмотрим теперь *статьи, в которых отражены творческая биография ученого и его научная и педагогическая деятельность.*

Первый цикл таких статей появился в связи с празднованием в 1928 г. 30-летнего юбилея педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского. Первая статья вышла в «Бюллетене научных обществ и учреждений Северо-Кавказского края» [162]. В ней Н.М. Несторович кратко освещает педагогическую деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского, которая началась в 1898 г. в качестве ассистента проф. Г.Ф. Вороного и продолжалась вплоть до времени публикации статьи (1928 г.).

Богатейший материал содержится в «Известиях Северо-Кавказского университета» (т.3(15), 1928 г.). Этот том полностью посвящен Д.Д. Мордухай-Болтовскому. Именно в нем были изданы исследования по истории математики, анализ которых провел М.Я. Выгодский. Здесь же представлены статьи Н.М. Несторовича, среди которых, такие как: «К 30-летию научной и педагогической деятельности проф. Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского», «Список печатных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского», «О работе математического Семинария Варшавского и Донского Университета, руководимого проф. Д.Д. Мордухай-Болтовским, за 14 лет его функционирования. 1911-1924 гг.», «Геометрический кабинет СКГУ в его прошлом и настоящем», «О работе Методического Colloquium'a по математике при геометрическом кабинете СКГУ, руководимой проф. Д.Д. Мордухай-Болтовским» и др.

Д.Д. Мордухай-Болтовской встретил 40-летний юбилей своей педагогической деятельности, будучи заведующим кафедрой математики Ростовского педагогического института. Этому событию посвящен X том (физико-

---

<sup>1</sup> См. Приложение 2. «Библиография опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского» (№74, №99)

математический) «Известий Ростовского государственного педагогического института» (1940 г.) [168].

Вступительная статья «По поводу 40-летия научной, педагогической и общественной деятельности проф. Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского» написана также Н.М. Несторовичем. Далее следует целый ряд статей Д.Д. Мордухай-Болтовского, в основном по геометрии и методике преподавания математики.

50-летний юбилей научной и педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского ознаменовался статьей в центральной печати. Журнал «Математика в школе», автором статей которого не раз был юбиляр, помещает на своих страницах статью В.Л. Минковского «К пятидесятилетию научно-педагогической деятельности профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского» [90]. Следующая статья в этом журнале, посвященная ученому, явилась уже некрологом. Её автор, М.П. Черняев, сделал краткий обзор «результатов более чем полувековой работы крупного ученого и талантливого педагога» [236, С.5]. Авторский коллектив, в который вошли М.П. Черняев, Н.М. Несторович и Н.М. Ляпин, опубликовал в ж. «Успехи математических наук» [239] некролог, представляющий из себя несколько переработанный некролог М.П. Черняева. Акценты здесь сделаны на обзор научных достижений Д.Д. Мордухай-Болтовского. Завершает статью список наиболее важных, по мнению авторов, работ Д.Д. Мордухай-Болтовского.

В 1965 г. издательство РГУ предприняло выпуск сборника «Ростовский государственный университет. Статьи, воспоминания, документы. 1915-1965», приуроченного к 50-летию университета. Этот сборник содержит довольно обширную статью М.Г. Хапланова «Выдающийся математик Д.Д. Мордухай-Болтовской (1876-1952)» [230]. В ней автор рассматривает период становления Д.Д. Мордухай-Болтовского как ученого, его основные достижения в различных областях математики, делится воспоминаниями о педагогических и орга-

низаторских талантах своего учителя, а также говорит о продолжателях исследований Д.Д. Мордухай-Болтовского.

В 1977 г. в «Вопросах истории естествознания и техники» (Вып. 3-4) [91] опубликована статья к 100-летию со дня рождения Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского. Её авторы, уже знакомые нам В.Л. Минковский, К.К. Мокрищев, М.Б. Налбандян и М.Г. Хапланов. В данной статье дается краткий обзор тематики научных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского по анализу, теории чисел, геометрии и истории математики, а также говорится о его педагогической деятельности. В основном статья обобщает ранее изданные материалы об ученом.

В 90-е годы XX в. интерес к личности и деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского возрос. Целый ряд исследователей начинают всерьез заниматься изучением наследия ученого.

Во II выпуске серии «Деятели русской науки XIX-XX веков» (1993 г) выходит статья А.С. Степановой «Неизвестные страницы жизни и научной деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского (1876-1952)» [222], написанная по материалам архивного фонда ПФА РАН. В ней имеются новые сведения о семейном укладе Мордухай-Болтовских написанные по воспоминаниям родственников, фрагментарно рассмотрено становление и развитие философских и психолого-педагогических взглядов ученого. Основное содержание статьи представляет анализ тематики философских рукописей ученого. Выделены некоторые идеи в них содержащиеся и касающиеся философии математики, философии биологии и философии истории.

Следует отметить также депонированные работы М.Б. Налбандян и Ю.С. Налбандян. Немало места уделено личности Мордухай-Болтовского в их работе «Из истории общества естествоиспытателей при Варшавском (Донском, Северо-Кавказском) университете» (деп. в НИИ высшего образования, 1994, N 140-94. – 29 с). А работа Ю.С. Налбандян «Научно-педагогическая деятельность профессора Д.Д.Мордухай-Болтовского в Варшаве (1898-1916)» (деп. в ВИНТИ, 1998, N 2290-В98) полностью посвящена личности Д.Д. Мордухай-

Болтовского. В ней рассматривается варшавский период его деятельности, до этого мало освещенный в литературе.

Из последних публикаций необходимо упомянуть «Биографический очерк» составленный А.В. Родиным, который автор поместил в сборнике работ ученого «Философия. Психология. Математика», о котором говорилось выше. В основу этого очерка легла автобиография ученого написанная в 1931 г. дополненная некоторыми воспоминаниями родственников Д.Д. Мордухай-Болтовского.

Такая известная личность, как Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской, нашла свое отражение не только в научной, но и в *художественной литературе*. Много места семье Мордухай-Болтовских и конкретно Д.Д. Мордухай-Болтовскому уделено в повести «С берегов Медведицы» [191] написанной М. Прилежаевой и посвященной детству и юности М.И. Калинина, бывшего в услужении в семье Мордухай-Болтовских. Эта повесть написана еще при жизни Д.Д. Мордухай-Болтовского и основана на реальных событиях и действительных документах. Много внимания семье Мордухай-Болтовских уделено и в других книгах о М.И. Калинине. Например в книге Ю.М. Калининой «Отец: Рассказ дочери» [63].

Следующее литературное произведение, в котором рассматривается и личность Д.Д. Мордухай-Болтовского написано А.И. Солженицыным, который, будучи студентом Ростовского государственного университета, слушал лекции Д.Д. Мордухай-Болтовского. Это роман «В круге первом» [220]. Здесь личность Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского скрыта под псевдонимом Дмитрия Дмитриевича Горяинова-Шоховского. Свои воспоминания о встречах с профессором А.И. Солженицын приводит также в интервью журналу «Студенческий меридиан» [35].

Для более полной картины следует упомянуть и *ресурсы Internet*, в которых содержатся сведения о Д.Д. Мордухай-Болтовском. Рассмотрим лишь те, в которых имеются не просто упоминания, а значительный объем информации о Д.Д. Мордухай-Болтовском.

Наиболее полный сайт [www.math.rsu.ru/mexmat/ma/nalb/DDM-B.html](http://www.math.rsu.ru/mexmat/ma/nalb/DDM-B.html). Создатель его – Ю.С. Налбандян. Здесь имеется краткая биографическая справка о Д.Д. Мордухай-Болтовском, список публикаций автора сайта, информация о неизвестных публикациях ученого в местной периодике, фотогалерея из 9 портретных фотоснимков, нуждающиеся в дополнении библиография работ Д.Д. Мордухай-Болтовского и хронологическая таблица знаменательных дат его жизни. Сайт [www.librari.tversu.ru](http://www.librari.tversu.ru) содержит краткую информацию о дворянском гнезде Мордухай-Болтовских, усадьбе, находящейся в Тверской области. Ряд сайтов ([www.profil.orc.ru](http://www.profil.orc.ru), [www.lib.ru/PROZA/GREKOWA.html](http://www.lib.ru/PROZA/GREKOWA.html), [www.rubezh.samisdatt.ru](http://www.rubezh.samisdatt.ru)) освещает связь между М.И. Калининым и Д.Д. Мордухай-Болтовским.

Нами создан сайт [www.pyrkovve.narod.ru](http://www.pyrkovve.narod.ru), который содержит: 1) архив частично неизвестных ранее документов, фото и видеоматериалов; 2) ряд малодоступных методических статей Д.Д. Мордухай-Болтовского; 3) публицистические работы ученого в местной печати 1917/18 гг.; 4) статьи автора сайта, посвященные Д.Д. Мордухай-Болтовскому (как опубликованные, так и подготовленные к печати), а также 5) дополненную нами библиографию работ Д.Д. Мордухай-Болтовского и содержание некоторых из них. Следует добавить, что сайт постоянно пополняется, отражая новые результаты нашего исследования

Несмотря на значительное число публикаций, посвященных жизни и деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского, многие факты научной биографии ученого до сих пор остаются неизвестными или неоднозначно истолкованными.

Так, например, в издании РГУ [192], имеется информация о том, что Д.Д. Мордухай-Болтовской опубликовал учебник по математическому анализу с историческими комментариями. На самом же деле им были только подготовлены такие исторические комментарии к некоторым главам учебника по математическому анализу. Эти комментарии не были опубликованы и хранятся в архиве<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> ПФА РАН, ф.821, о.1

На сайте Ю.С. Налбандян опровергается информация о том, что Д.Д. Мордухай-Болтовской решил 22-ю математическую проблему Гильберта, несмотря на то, что этот факт упоминается во всех справочных изданиях [18, 23], в авторитетнейшей в области истории математики серии «Историко-математические исследования» [9, С.317] и в целом ряде документов (рецензии<sup>1</sup>, письма<sup>2</sup>), да и сама работа, в которой приводится это решение, была издана дважды – в 1914 г. и в 1932 г.<sup>3</sup> Можно привести еще целый ряд противоречий<sup>4</sup>.

Проведенное нами исследование литературных источников о Д.Д. Мордухай-Болтовском позволяет сделать выводы о том, что несмотря на то, что имя Д.Д. Мордухай-Болтовского прочно вошло в историю отечественной математики, до сих пор не был проведен тщательный анализ научного и методического наследия этого крупного ученого. Также отсутствует и его достаточно полная научная биография<sup>5</sup>.

В этой главе мы предпримем попытку подробно проследить творческий путь Д.Д. Мордухай-Болтовского. Наше исследование опирается в основном на доселе неиспользованные материалы Центрального Государственного исторического архива С.-Петербурга (ЦГИА СПб), Российского государственного исторического архива (РГИА), Петербургского филиала архива Российской Академии Наук (ПФА РАН), Государственного архива Ростовской области (ГАРО), архивов различных вузов г. Ростова-на-Дону, в которых работал Д.Д. Мордухай-Болтовской (РГУ, РГУПС и др.), а также воспоминания родных Д.Д. Мордухай-Болтовского и его учеников и сослуживцев.

Мы не ставили своей целью при написании этой главы обобщить все добытые предыдущими исследователями уже имеющиеся сведения о Д.Д. Мордухай-Болтовском<sup>6</sup>. Наше исследование носит оригинальный характер и основа-

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-2605, о.1, д.81, л.65; ПФА РАН ф.821, о.1, д.162, л.52-53

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.967, о.3, д.116, л.29-30

<sup>3</sup> См. Приложение 2. «Библиография опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского» (№102, №209)

<sup>4</sup> Несколько ошибок содержится на сайте РГСУ: ошибочно указаны не только место и годы работы Д.Д. Мордухай-Болтовского, но даже и годы его жизни!

<sup>5</sup> Многие периоды жизни ученого почти полностью выпадают из поля зрения предыдущих исследователей

<sup>6</sup> Полная версия биографии ученого уже написана нами и подготовлена к изданию.

но, прежде всего, на новых уточненных фактах при изложении которых в тексте имеются сноски на подтверждающие изложение архивные документы<sup>1</sup>. Тем не менее нам не удалось избежать повторов уже введенных в научный оборот сведений, для построения более стройного изложения. В таком случае в тексте имеются ссылки в [ ] на первоисточник. Но использование таких сведений мы старались свести к минимуму.

## **1.2. Новое в биографических сведениях о родословной, детстве и годах учебы Д.Д. Мордухай-Болтовского**

Как показывает анализ литературных источников, предыдущие исследователи научной и творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского почти полностью игнорировали её детский и юношеский периоды, ограничиваясь лишь датой и местом рождения. По нашему убеждению сведения о семейном укладе, о годах детства и юношества ученого, повлиявших на его становление как личности, являются не менее важными, чем последующие этапы его жизненного пути и дополняют биографию ученого, придавая ей более полный и завершённый вид.

Работая в Центральном государственном историческом архиве С.-Петербурга нам удалось обнаружить документ, с которого берет свое начало история жизненного пути выдающегося отечественного математика-энциклопедиста, методиста и философа XX века – Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского:

«По указу Его Императорского Величества, от С.-Петербургской Духовной Консistorии дано сие свидетельство в том, что в метрической 1876 года книге церкви Института Инженеров Путей Сообщения, в С.-Петербурге, под №7 показано: у Инженера, Надворного Советника Дмитрия Петровича Мордухай-Болтовского и законной жены его Марии Ивановны, обоих православных и первобрачных, сын Дмитрий, родился двадцать седьмого Июля, а крещен вось-

---

<sup>1</sup> Всего, при написании диссертации, только архивных документов было использовано более 300 единиц. См. подробнее «Список используемых архивных документов содержащих сведения о Д.Д. Мордухай-Болтовском»

мого Августа тысяча восемьсот семьдесят шестого года; восприемниками были: Архитектор Александр Викторович Владимирский и жена Инженер-Полковника Антонина Михайловна Власова. Причитающийся гербовый сбор уплачен Января 15 дня 1886 года. Подписали: Член Консистории Священник Василий Смирниц, Секретарь Камчабров и столоначальник Н. Павлов»<sup>1</sup>.

Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской родился 27 июля (9 августа) 1876 года в г. Павловске Петербургской губернии (ныне г. Слуцк Ленинградской обл.)<sup>2</sup>. Как отмечает он сам, «место рождения случайно, я и отец мой родом из Тверской губернии»<sup>3</sup>.

Отец Дмитрия Дмитриевича, Дмитрий Петрович, был видным инженером путей сообщения. Он возглавлял правления Уральской горнозаводской и Привислинской железной дороги, а также был помощником инспектора Курско-Харьково-Азовской, Московско-Рязанской, Козловской и Мариинской железной дороги<sup>4</sup>.

Мать, Мария Ивановна (урожденная Власова)<sup>5</sup>, согласно семейному преданию, обладала экстрасенсорными способностями. Кроме того «барыня сама лечила и крестила»<sup>6</sup>.

По предположению В.А. Родина, унаследовав от отца приверженность к строгости и точности, от матери Дмитрий Дмитриевич получил богатое воображение, «питавшее его интерес к мистике и всякого рода неординарным психическим явлениям, к бессознательному»[148, С.12].

Семья Д.П. Мордухай-Болтовского была знатная, дворянская. Отец прививал сыновьям уважение к генеалогии своего рода. По воспоминаниям внучки Д.Д. Мордухай-Болтовского – Людмилы Филаретовны Болтовской, на которую ссылается и А.С. Степанова [222, С.94], Дмитрий Дмитриевич интересовался своим происхождением и приложил много сил для написания родословной.

---

<sup>1</sup> ЦГИА СПб ф.14, оп.3, д.30754, л. 5 Метрическое свидетельство за №202 от 15/1 1886 г. выданное Петербургской Духовной Консисторией.

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.162, л.38.

<sup>3</sup> Архив РГУ, ф.Р-46, оп.22, д.63, 86.

<sup>4</sup> ЦГИА СПб ф.14, оп.3, д.30754, л.23-35.

<sup>5</sup> Там же, л.24.

<sup>6</sup> «Воспоминания крестьян Тетьковского имения». Частный архив Л.Ф. Болтовской.



Можно даже сказать, что Д.Д. Мордухай-Болтовской не мыслил себя вне своего отношения к роду. Как показывают «Листки по учету кадров»<sup>1</sup> он никогда не скрывал своего дворянского происхождения, несмотря на преследования аристократии при советской власти. В.А. Родин в биографическом очерке о Д.Д. Мордухай-Болтовском удачно подметил отношение ученого к своему происхождению, которое Дмитрий Дмитриевич «мыслил как собственную историю – историю, которая, с одной стороны, не вмещается в узкие рамки личной биографии, но которая, с другой стороны, чужда абстракциям всякой общей истории – общемировой или общенациональной» [148, С.12].

В семье Мордухай-Болтовских из поколения в поколение передавались сведения о происхождении рода, и Дмитрий Дмитриевич сам много сделал для восстановления и уточнения многих разрозненных сведений, относящихся к генеалогии рода. Собранные документы до сих пор хранятся и преумножаются в семейном архиве внучки Дмитрия Дмитриевича — Людмилы Филаретовны Болтовской, любезно предоставившей нам их для изучения. Благодаря этому в нашем распоряжении оказались подлинные родовые документы и записки Д.Д. Мордухай-Болтовского с исследованиями о происхождении своего рода<sup>2</sup> которые в совокупности с дополнительной исторической литературой позволяют нам восстановить генеалогию рода Мордухай-Болтовских которая восходит к XII веку, к ордынскому вельможе по имени Кутлуб-ага (*с монг.- железный бык*).

Кутлуб-ага — султан, т.е. чингисхановой крови, потомок его старшего сына Джучи (сын Малея, внука Тангута, сына Джучи)<sup>3</sup>. Кутлуб-ага имел братьев Дмитрея и Кичибя, жившего около современной Одессы, у лимана (ныне Кичибеев лиман). Сам Кутлуб-ага жил в Тамани и оттуда ездил собирать дань для орды в Подолию. После поражения у Синих Вод он был назначен Тохтамышем губернатором Крыма. Когда Тамерлан разбил Витовта и Тохтамыша (1399 г.),

---

<sup>1</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.162, л.45

<sup>2</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.159

<sup>3</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.159, л.1.

Кутлуб-ага бежит вместе с чиновниками последнего на Русь, к Василию Темному, где и находит приют<sup>1</sup>.

Сын Кутлуб-ага Михаил Болт (болт *с татар.* — секира) — предок Болтиных. Согласно гербовнику Бонецкого, Антон Болт (внук Михаила Болта) прибыл из Москвы в Литву во времена Казимира Ягеллоновича (1440-1492 гг.). Происхождение белорусских Болтов (или Болтовичей) от московских подтверждается и общими соображениями из истории Смоленского и Мстиславского боярства.

По записной книжке Казимира, Софон Болтин (сын Антона) — слуга князя Воротынского, тестя Ивана Можайского, приверженца Шемяки. Воротынский играет роль посредника между Можайским и Казимиром и получает Немечинский дворец, а слуги его получают земли около этого дворца и в других местах под Смоленском. Софон Болтин имел прозвище Мордас (Мордасай), на что указывают парные деревни Мордашево и Болтнево.

Прослеживая перепись войска Литовского за 1528, 1565 и 1567 гг., сам Д.Д. Мордухай-Болтовской выяснил, что потомки Болтов обращаются в Болтутов и Болтутовичей. Фамилия из Болтутов переделывается в Болтовских во время малороссийской войны XVII в. (1654-1667 гг.).

Из сохранившихся в личном архиве Болтовских семейных документов, самый древний — 1664 г. В нем Андрей и Александр Болтовские, после прекращения Малороссийской войны, просят подтверждения прав владения селом Бабенки, полученном еще их предками от Мстиславских удельных князей (вотчина)<sup>2</sup>.

Следующее дело — 1673 г. с монахами Тупичевского монастыря, обвинявшими Андрея и Александра Мордухаевичей-Болтовских в наезде с другой шляхтой на имение, завещанное их дядей Иваном монастырю. Из дела видно, что и дядя, и племянники были православными<sup>3</sup>.

---

<sup>1</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.159, л.7.

<sup>2</sup> Личный архив Л.Ф.Болтовской.

<sup>3</sup> Там же

Первая часть фамилии подверглась искажению. «Мордухай» встречается только с XVIII века. Настоящая форма получилась путем отбрасывания «хлопского» «ович».

Утверждение в дворянстве получили в 1772 г. при первом разделе Польши.

Мордухай-Болтовские — герба Пржосна. В документах, относящихся к утверждению в шляхетстве и дворянстве в XVIII в., говорится, что об этом есть указание в польских летописях (гербовниках). Однако, найти там это не удалось; православные фамилии вообще не вносились в польские гербовники.

Герб получен был, вероятно, в 1530 г. В первоначальном своем виде герб представляет льва, несущего на спине три башни: это олицетворяет храбрость, спасающую города. В дальнейшем герб эволюционирует во льва, держащего в лапах три башни. Княжеская мантия указывает на княжеское происхождение<sup>1</sup>. Можно предположить, что основанием для этого служит указание «родословцев» и предание о происхождении от татарского султана. Герб Пржосна — чисто польского происхождения и чрезвычайно древний (X или XI в.). Получен он воином, спасшим хитростью и храбростью город Премет (на реке Пржосне), осажденный чехами. За что этот герб получен Болтами — неизвестно. Можно думать, что или был родственник поляк, приписанный к этому гербу, или один из предков совершил тоже какой-нибудь подвиг.

Прадед Дмитрия Дмитриевича, Василий Иванович, состоял в Климовичах земским ввозным<sup>2</sup>, дожил до 78 лет и умер за два года до смерти своего младшего сына (Петра Васильевича — деда Дмитрия Дмитриевича) в 1849 г.

Петр Васильевич служил во Владимирском полку в польской кампании 1830 г., получил орден, лишившись одного глаза. Далее он служил в Ярославской палате государственных имуществ, потом управляющим Угличским отделением Удельной конторы, позже управляющим Костромской Удельной конторой.

---

<sup>1</sup> См. подробнее Общий Гербовник дворянских родов Всероссийской империи начатый в 1797 году. Части 4, 9.

<sup>2</sup> Тоже что и генерал

Дмитрий Петрович родился в 1842 г., в 1862 окончил корпус инженеров путей сообщения и служил главным образом директором от правительства на разных железных дорогах.

Жена его, Мария Ивановна, дочь военного инженера Ивана Клементьевича Власова; он был сыном тоже военного инженера Клементия Петровича, сына корабельного мастера Петра Лукича из Архангельска.

Мать Марии Ивановны — Антонина Михайловна Окладных, дочь врача Михаила Куприяновича и Марии Ильиничны Березовской, дочери мелкого помещика, белоруса.

Брат Дмитрия Петровича, Василий Петрович, — председатель окружного суда в Таганроге, затем в Полтаве; позже — сенатор, умер в 1915 г. Другой его брат, Сергей Петрович, — инженер, умер в 1919 г<sup>1</sup>.

Последнее из известных нам изданий генеалогического древа рода Мордухай-Болтовских имеется в сборнике 1900 г., вышедшем в С.-Петербурге [258]. Здесь имеются сведения о семье Дмитрия Петровича Мордухай-Болтовского, о Дмитриии Дмитриевиче и его пяти братьях.

По свидетельству А.С.Степановой детство Д.Д. Мордухай-Болтовского прошло в родовом имении Тетьково, близ деревни Верхняя Троица, Корчевского уезда Тверской губернии<sup>2</sup>. Нами установлено, что в имение семья переезжала только летом, а остальное время проживала на квартире в С.-Петербурге<sup>3</sup>.

Здоровье мальчика оставляло желать лучшего: «... я родился совершенно хилым ребёнком, в классе был самым слабым, был так плох, что меня кормили кровью на скотобойне»<sup>4</sup>, — вспоминал Д.Д. Мордухай-Болтовской в одном из писем<sup>5</sup> к своему сыну Филарету.

Источником для восстановления детского периода биографии ученого послужили не только его воспоминания, но и сохранившиеся воспоминания его прислуги, а также многочисленные рассказы и повести освещающие детские

---

<sup>1</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.159, л.1-7.

<sup>2</sup> То же указывает А.С. Степанова [222, С.92]

<sup>3</sup> Этот факт упоминается родственниками и в краткой биографии М.И.Калинина [63, С.9].

<sup>4</sup> Прим.: Здесь и далее, при цитировании писем орфография и пунктуация авторские. — В. П.

<sup>5</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.22

годы и дружбу обоих мальчиков. Дело в том, что в имени, Дмитрий сдружился с одним крестьянским ребёнком, который затем стал в семье Мордухай-Болтовских казачком. Судьба распорядилась так, что впоследствии этот мальчик стал видным государственным деятелем советского периода – М.И. Калинин, председатель сначала ЦИК, а затем Президиума ВС СССР<sup>1</sup>.

Поскольку семья Мордухай-Болтовских была интеллигентна, их отношения с М.И. Калининым не являлись отношениями «барина и слуги», а были дружескими. Дмитрий Петрович помог получить Калинину образование<sup>2</sup> и устроиться учеником токаря на казенный оружейный завод «Старый арсенал» в С.-Петербурге.

Однажды при советской власти в газете появилась статья: кто-то написал о том, что, мол, Болтовские помещики, эксплуататоры и так далее. Калинин, когда об этом узнал, поместил в газете опровержение [148, С.13]. В архиве Л.Ф. Болтовской сохранилась вырезка статьи из этой газеты, процитируем её: «Прошу Вас поместить в газете нижеследующее: К своему удивлению в некоторых газетах, поместивших в 20 числах прошлого месяца статьи и очерки, касающиеся моего детства и первых лет самостоятельной жизни, я прочел вещи, не отвечающие действительности.

Так в «Красной газете» №264 от 18/XI и «Ленинградской правде» №266 от 20/XI семья инженера Болтовского изображается, как жестокие эксплуататоры по отношению ко мне.

Это неверно. Я должен отметить, что благодаря семье Болтовских мне удалось окончить первоначальное образование. С её членами я до сих пор сохранил самые дружеские отношения.

---

<sup>1</sup> Этот факт общеизвестен и упоминается во многих исследованиях (М.Б. Налбандян, А.В. Родин, А.С. Степанова и др.)

<sup>2</sup> Будучи попечителем Яковлевского народного училища, по просьбе сыновей, Д.П. Мордухай-Болтовской отправил туда М.И. Калинина, чтобы тот получил начальное образование взяв на себя расходы по его содержанию на время учебы. Позже М.И. Калинин переехал с семьей Мордухай-Болтовских в С.-Петербург, где продолжал им прислуживать по дому. Именно здесь он впервые познакомился с революционной «запрещенной» литературой имевшейся в библиотеке Мордухай-Болтовских.

Вообще мои отношения с Болтовскими не укладывались в рамки барина и слуги, а носили более интимный характер. М. Калинин»<sup>1</sup>.

Свою дружбу они пронесли до конца жизни. М.И. Калинин позже помогал Д.Д. Мордухай-Болтовскому в тяжелые пред- и послевоенные годы.

Начальное обучение Дмитрий получил дома, как и большинство детей из дворянских семей того времени.

Следуя тексту «Автобиографии профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского»: «6 марта 1886 года <он> поступил в подготовительный класс 1-й классической Петербургской гимназии, которую окончил в 1894 г»<sup>2</sup>. Впрочем этим и ограничиваются сведения о детском и юношеском периоде жизненного пути Д.Д. Мордухай-Болтовского в работах предыдущих исследователей (А.С. Степанова, М.Н. Несторович, М.Г. Хапланов, В.Л. Минковский и др.). Предпринятый нами поиск позволил обнаружить в Центральном государственном историческом архиве С.-Петербурга «Дело полупансионера Дмитрия Мордухай-Болтовского»<sup>3</sup>.

Следуя материалам дела 5 марта 1886 г. на имя директора 1-ой гимназии С.-Петербурга поступило прошение от инженера Действительного Статского Советника Дмитрия Петровича Мордухай-Болтовского: «Представляя при сем метрическое свидетельство о рождении и крещении сына моего Дмитрия и копию с формулярного о моей службе списка, покорнейше прошу о принятии упомянутого сына моего или приходящим, или полупансионером в подготовительный класс вверенной Вам гимназии и о допущении его к переходным экзаменам в 1-й класс.»<sup>4</sup>.

Как показывают результаты аттестации полученное домашнее образование было отменного качества. На вступительных экзаменах в 1-й класс Дмитрий получил следующие оценки: Закон Божий — пять; русский язык — пять; арифметика — пять<sup>5</sup>.

---

<sup>1</sup> Выходные данные установить не удалось

<sup>2</sup> Архив РГУ, ф.Р-46, оп.22, д.63, л.86

<sup>3</sup> ЦГИА СПб ф.114, оп.1, д.7533

<sup>4</sup> ЦГИА СПб ф.114, оп.1, д.7533, л.3.

<sup>5</sup> ЦГИА СПб ф.114, оп.1, д.7533, л.5.

6 марта 1886 г. он поступил в подготовительный класс 1-й классической Петербургской гимназии. Во время обучения в гимназии у него проявился определенный интерес к математике, поддерживаемый уже зародившейся страстью к чтению и любовью к учебной книге. Родные вспоминают следующий эпизод из жизни гимназиста Дмитрия Мордухай-Болтовского: однажды, после знакомства с книжицей о геометрии Лобачевского, он спросил у своего преподавателя, почему в гимназии не знакомят с настоящей наукой, на что в ответ получил следующее: «Хотите, господин Мордухай-Болтовский в табели кол?» По-видимому, неудовлетворенный таким ответом преподавателя, Дмитрий Дмитриевич, уже будучи маститым математиком, много времени и труда посвятил изучению пространства Лобачевского и достиг в этом вопросе значительных результатов<sup>1</sup>.

С детства он слышал из разговоров отца о многих известных математиках своего времени. Так, Дмитрий Петрович часто вспоминал о М. В. Остроградском, у которого он учился в корпусе инженеров путей сообщения. «В моем воображении, — писал Д.Д. Мордухай-Болтовской, — создался образ этой медведеобразной фигуры с лицом, на котором запечатлелось какое то напряжение постоянно работающего математического аппарата с огромным лбом и вытекшим глазом ...»[126, С.116].

По свидетельству самого Д.Д. Мордухай-Болтовского он «до 15 лет особых способностей к математике не проявлял»<sup>2</sup>. Острый интерес к математике проявился у него уже в старших классах. В аттестате зрелости выданном Дмитрию Мордухай-Болтовскому 28 мая 1894 г. отмечено: «Во первых, что на основании наблюдений за все время обучения его в С.-Петербургской Первой гимназии, поведение его вообще было отличное, исправность в посещении и приготовлении уроков, а также в исполнении письменных работ достаточная. Прилежание достаточное, и любознательность в особенности к математике.

Во вторых, что он обнаружил нижеследующие познания:

В Законе Божиим	5 (пять)	5 (пять)
-----------------	----------	----------

<sup>1</sup> Похожий случай описывается в повести М.Прилежаевой [191, С.126]

<sup>2</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.1, д.404, л.94 оборот.

Русском языке и Словесности	3 (три)	4 (четыре)
Логике	3 (три)	
Языках: Латинском	4 (четыре)	4 (четыре)
Греческом	4 (четыре)	4 (четыре)
Математике	5 (пять)	4 (четыре)
Физике и Математической Географии		5 (пять)
Истории	4 (четыре)	4 (четыре)
Географии	5 (пять)	
Языках: Французском	5 (пять)	5 (пять)» <sup>1</sup>

В личном деле гимназиста Д.Д. Мордухай-Болтовского сохранилась характеристика, выданная ему коллективом преподавателей гимназии.

«Мордухай-Болтовской Дмитрий, сын Действительного Статского Советника, православного вероисповедания, родился в СПб 24 июля 1876 года, пробыл 8 лет в СПб Первой гимназии. В посещении уроков, в приготовлении к ним, в исполнении письменных работ был достаточно исправен, в классе был внимателен, более других предметов интересовался математикой, в которой и приобрел познания более чем того требует гимназическая программа; но это вселяло в него самоуверенность и заставляло пренебрегать тем, что проходило в классе.

Флегматик, рассеянный, способный, довольно небрежный, он много читал, но по молодости лет еще не выработал себе устойчивых взглядов на многое из того, чем он интересовался. Ни в чем предрассудительном он никогда не замечался и аттестован по поведению баллом 5 (пять). Изъявил желание поступать на математическое отделение университета»<sup>2</sup>.

Ничтожно скудны в указанных выше биографических статьях и сведения о годах учебы Д.Д. Мордухай-Болтовского в С.-Петербургском университете. Только лишь в работах Ю.С. Налбандян и А.С. Степановой авторы, не ограничиваясь только указанием временного промежутка, называют еще и фамилии некоторых выдающихся ученых, лекции которых слушал Д.Д. Мордухай-

<sup>1</sup> ЦГИА СПб ф.14, оп.3, д.30754, л.2 с оборот.

<sup>2</sup> ЦГИА СПб ф.14, оп.27, д.306, л.31



Болтовской. Практически все исследователи, следуя автобиографии Д.Д. Мордухай-Болтовского<sup>1</sup> отмечают особую роль К.А. Поссе в формировании научных интересов ученого.

Сведения об этом периоде жизни Д.Д. Мордухай-Болтовского нам удалось получить из обнаруженных нами «Личного дела студента Д.Д. Мордухай-Болтовского» (ЦГИА СПб ф.14, оп.3, д.30754), воспоминаний самого Д.Д. Мордухай-Болтовского изложенных им в письмах к сыну Филарету и хранящихся в ПФА РАН, а так же из автобиографий различных лет имеющихся в фондах архивов учебных заведений в которых он преподавал.

Согласно материалам «Личного дела ...» в июле 1894 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской подает прошение на имя ректора С.-Петербургского Университета о зачислении в студенты по отделению математических наук физико-математического факультета<sup>2</sup>, где уже учился его старший брат Иван Дмитриевич. К тому времени Петербургский университет являлся крупнейшим центром образования и научных исследований в России, особенно в области математики.

Из квитанций об уплате денег за обучение и записи на конкретные курсы следует, что в первый же год обучения Д.Д. Мордухай-Болтовской слушал лекции И.Л. Пташицкого по аналитической геометрии (позже эллиптическим функциям и начертательной геометрии) и А.А. Маркова введению в анализ<sup>3</sup> (позже дифференциальному исчислению; теории вероятностей). Кроме того, ему посчастливилось слушать лекции таких выдающихся ученых и педагогов, как А.Н. Коркин (теория дифференциальных уравнений и вариационное исчисление), Ю.В. Сохоцкий (высшая алгебра, теория функций комплексного переменного, теория определенных интегралов), Д.А. Граве (практические занятия), С.Е. Савич (высшая геометрия), Д.Ф. Селиванов (теория чисел), Д.К. Бобылев (механика, кинематика), Е.В. Борисов (приложение определителей), К.А. Поссе (приложение анализа к геометрии, интегральное исчисление) С.П. Глазенап

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, о.1, д.162, л.6-13

<sup>2</sup> ЦГИА СПб ф.14, оп.3, д.30754, л.1

<sup>3</sup> ЦГИА СПб ф.14, оп.3, д.30754, л.20.

(общий курс астрономии). Будучи сам уже маститым профессором, Мордухай-Болтовской с глубокой благодарностью вспоминал своих учителей, которые, по его образному выражению «жили под солнцем Чебышева», к школе которого «на правах внука» он причислял и себя<sup>1</sup>.

О своем отношении к учебному процессу<sup>2</sup> Д.Д. Мордухай-Болтовской рассказывал в письме к сыну от 18 июня 1928 г.: «Лекции, которые определённно не могли быть полезными я не посещал.... Тех, кто лекции читал так, что нельзя было найти в книге, я подробно записывал. Тех, кто читал как Марков совершенно по книге (Введение в анализ), конечно, не записывал; кто как Поссе несколько отступал, сверял с книгой, которую я раньше читал и из лекций делал пополнения. Конечно не все, а те которые считал полезными, необязательные лекции я посещал, некоторые даже подробно записывал и переписывал, внимательно вникая, но не уча их ...»<sup>3</sup>. В другом письме от 3 ноября 1928 г. читаем: «В стремлении к широте знаний можно зарваться. При моих всегда очень широких вкусах, в бытность свою в университете, начиная со 2 курса я вынужден был себя сильно сократить, превратившись только в математика. Мое философское образование получено, главным образом, по окончании университета от 1898 по 1908 год»<sup>4</sup>.

Незаурядная математическая одаренность и резко выраженная склонность к углубленному осознанию научных проблем новичка-студента привлекают к себе внимание выдающихся профессоров университета.

Начало научной деятельности, как пишет Д.Д. Мордухай-Болтовской в своей автобиографии хранящейся в архиве Ростовского государственного университета путей сообщения, «можно отнести к 1896 г., когда я выступил с рядом докладов в Студенческом Математическом обществе и затем со своей дипломной работой «О преобразовании кратных интегралов»»<sup>5</sup>. Эта работа получила особое одобрение К.А. Поссе. Кстати, первая научная студенческая работа

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.123, л.2.

<sup>2</sup> Эти же сведения нам встретились и в депонированной работе Ю.С. Налбандян [161], которая приводит похожие фрагменты цитат со ссылкой на частный архив писем к сыну-студенту в 1928-1930 гг.

<sup>3</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.24 с оборотом

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.27 с оборотом

<sup>5</sup> Архив РГУПС, оп.1, св.85, д.8448, л.5

Д.Д. Мордухай-Болтовского тоже была выполнена под руководством К.А. Поссе, оказавшим на него в дальнейшем наибольшее влияние. Позднее, уже в другой автобиографии, Дмитрий Дмитриевич напишет, что считает Константина Александровича «своим учителем, направившем меня на те темы, которыми я занимался главным образом в своей молодости, т.е. об Абелевых и эллиптических интегралах и функциях»<sup>1</sup>.

Интенсивные занятия привели к тому, что дало о себе знать ослабленное здоровье: «17-18 лет я страдал по 2-3 раза в неделю головными болями»<sup>2</sup> – вспоминает Д.Д. Мордухай-Болтовской в письме к сыну от 18 июня 1928 г.

По окончании университета в 1898 году Д.Д. Мордухай-Болтовской был удостоен диплома первой степени<sup>3</sup>. Благодаря своим способностям и трудолюбию, Д.Д. Мордухай-Болтовской по представлению профессуры (К.А. Поссе и А.А. Марков) был оставлен при университете на два года для подготовки к профессорскому званию по кафедре чистой математики, но без назначения стипендии<sup>4</sup>.

Итак, в процессе исследования детского и юношеского периода биографии ученого нами:

- обнаружены и введены в научный оборот ранее неизвестные документы касающиеся генеалогии рода Мордухай-Болтовских хранящиеся как в государственных архивах (ЦГИА СПб, ПФА РАН, ГАРО), так и в частном архиве Болтовских. Благодаря этому мы смогли гипотетически восстановить генеалогию рода Болтовских начиная с 1200 г.;

- введены в научный оборот сохранившиеся в семейном архиве Болтовских письма и воспоминания Д.Д. Мордухай-Болтовского содержащие сведения о детских и юношеских годах ученого. В результате чего, установлены сведения о семейном укладе Болтовских, о том в какой среде воспитывался и вырос ученый, что оказало влияние на формирование его интересов и взглядов;

---

<sup>1</sup> Архив РГУ, ф.Р-46, т.22, д.63, л.86

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л. 22

<sup>3</sup> Диплом об окончании университета. Личный архив Л.Ф. Болтовской.

<sup>4</sup> ЦГИА СПб ф.14, оп.1, д.9593, №54, л.81

- уточнены сведения о связи Д.Д. Мордухай-Болтовского с общественным и политическим деятелем М.И. Калининым, которая лишь упоминается в работах предыдущих исследователей (Налбандян М.Б., Степановой А.С., Родина А.В.);

- обнаруженное нами в ЦГИА СПб «Дело» гимназиста Д.Д. Мордухай-Болтовского содержащее документы о его учебе в 1-й классической гимназии С.-Петербурга, позволило установить проявление у Д.Д. Мордухай-Болтовского способностей и интереса к математике со школьной скамьи, что подтверждают как успеваемость по данному предмету, так и характеристики данные его преподавателями;

- из материалов ЦГИА СПб и ПФА РАН содержащих «Дело» студента Д.Д. Мордухай-Болтовского нами уточнены сведения об обучении его в С.-Петербургском университете касающиеся преподавательского состава, отношения к науке и учебе, формирования научных интересов, а также отклонений в физическом состоянии (частые головные боли в следствие умственных перегрузок).

Результаты данного исследования позволили уточнить и значительно обогатить биографические сведения об ученом, придать им целостность и завершенность.

### ***1.3. Новое в творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского***

#### **1.3.1. Варшавский период творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского**

Говоря о воссоздании варшавского периода творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского нужно отдать должное депонированной работе Ю.С. Налбандян «Научно-педагогическая деятельность профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского в Варшаве 1898-1916 гг.», которая специально посвящена этой тематике. Т.к. в указанной работе особое внимание акцентировано на научных работах Д.Д. Мордухай-Болтовского, мы переместимся в плоскость личной жизни и творческой биографии, основываясь на вводимые в научный оборот

архивные документы. При написании этой части работы, в основном, мы использовали довольно богато представленные архивные материалы из фондов Варшавского Политехнического института и Варшавского Императорского университета хранящихся в Российском государственном историческом архиве, Петербургском филиале архива Российской Академии Наук и Государственном архиве Ростовской области, а также документы из личного архива Болтовских.

Педагогическая деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского началась с 1 ноября 1898 г. в Варшавском Политехническом Институте в качестве преподавателя вначале нештатного, а с 1 октября 1899 г. штатного с функциями ассистента при проф. Г.Ф. Вороном, а затем также и при проф. В.А. Анисимове.

Здесь сразу же проявились характерные черты Д.Д. Мордухай-Болтовского: добросовестность, трудолюбие и любовь к педагогической и методической работе. В результате чего он не только вел практические занятия по дифференциальному и интегральному исчислению, но выполнял и более ответственные функции: читал курсы сферической тригонометрии и анализа бесконечно малых во время командировок в Санкт-Петербург проф. Г.Ф. Вороного<sup>1</sup>.

Следует отметить, что ведению практических занятий и их организации Д.Д. Мордухай-Болтовской придавал большое значение. Начиная преподаватель в первые же годы работы (1898-1899 гг.) составил задачник по дифференциальному и интегральному исчислению, который выдержал несколько литографированных изданий. Позднее эта книга легла в основу изданного в 1914-1915 гг. в Петрограде большого двухтомного задачника, получившего широкую известность и популярность. Удачное методическое построение его послужило образцом для задачников по математике ряда других авторов<sup>2</sup>.

21 марта 1900 г. высочайшим приказом по гражданскому ведомству за №1 Д.Д. Мордухай-Болтовской был пожалован кавалером ордена св. Анны 2 степени «за отлично-усердную службу и особые труды»<sup>3</sup>. А 16 июня 1900 г. высо-

---

<sup>1</sup> Архив РГУПС, оп.1, св.85, д.8448, л.3

<sup>2</sup> См. подробнее [182]

<sup>3</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.162, л.27.

чайшим приказом по гражданскому ведомству за №47 он был утвержден в чине надворного советника, со старшинством с 4 октября 1899 г.<sup>1</sup>

Слабое физическое здоровье усугубилось новым заболеванием. В 22-25 лет Д.Д. Мордухай-Болтовской страдал «таким носоглоточным катаром, что выплевывал огромные сгустки крови, которые меня душили так, что я выбегал из аудитории»<sup>2</sup>.

Напряженная и плодотворная педагогическая работа и ухудшившееся физическое состояние не явились преградой Д.Д. Мордухай-Болтовскому в достижении основной цели – подготовке к магистерским экзаменам, к которым он относился чрезвычайно серьезно. Магистерские экзамены были блестяще сданы при Петербургском университете в 1900 (24 ноября и 22 декабря) – 1901 (23 марта) годах. После их сдачи Д.Д. Мордухай-Болтовской получил выгодное предложение от своих учителей занять место исполняющего должность профессора в Томском техническом институте<sup>3</sup>, но, заинтересованный библиотекой, необходимой для работы над диссертацией, он остался в Варшаве.

С 1902 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской начинает интенсивную научную деятельность, в результате которой в «Сообщениях харьковского математического общества» появилась его первая публикация. Это работа «Об одном обобщении теоремы Абеля». Здесь дается обобщение знаменитой теоремы Абеля в совершенно новом направлении, приводящем к эллиптическому интегралу. Эта работа оценена современниками как «блестящее выступление молодого математика в вопросе, который был предметом исследований многих выдающихся математиков на протяжении почти целого столетия» [164, С. 4].

Его вторая работа «Об инвариантных преобразованиях ультраэллиптических интегралов», напечатанная здесь же, как вспоминает его коллега по Варшавскому политехническому институту проф. И.Р. Брайцев «была им задумана еще в бытность студентом 4-го курса. В ней он дает очень интересное обобщение одного исследования Раффи, касающегося одной группы псевдо-

---

<sup>1</sup> Там же

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.22.

<sup>3</sup> Архив РГУПС, оп.1, св.85, д.8448, л.3

эллиптических интегралов, которые выражаются через функции алгебраические и логарифмические»<sup>1</sup>.

Среди работ, продолжающих данную тематику и вышедших в 1903 г., можно выделить «О приведении абелевых интегралов к ультраэллиптическим интегралам первого класса». В ней Д.Д. Мордухай-Болтовской применяет теорему Кенигсбергера к изысканию условий, при которых Абелев интеграл выражается через сумму двух ультраэллиптических интегралов первого класса.

6 апреля 1903 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской был «всемилоостивейше награжден орденом св. Станислава 3 степени»<sup>2</sup>.

В конце 1903 г., когда предполагалось расширение штата преподавателей математики в Варшавском университете, Г.Ф. Вороной рекомендовал физико-математическому факультету университета своего ассистента по Политехническому институту Д.Д. Мордухай-Болтовского в качестве преподавателя чистой математики. В своей рекомендации он писал: «Д.Д. Мордухай-Болтовской мне известен как опытный преподаватель, в течение пяти лет ведущий под моим руководством практические занятия по высшей математике в Политехническом институте ... Я могу рекомендовать Д.Д. Мордухай-Болтовского факультету так же и как талантливого молодого ученого, уже заявившего себя в науке»<sup>3</sup>.

За выслугу лет 24 мая 1904 г. высочайшим приказом по гражданскому ведомству за № 39 Д.Д. Мордухай-Болтовской был произведен в коллежские советники, со старшинством с 4 октября 1903 г.<sup>4</sup>

Рассмотренные выше и последующие работы послужили основой для его большого труда «О приведении абелевых интегралов к низшим трансцендентным», представленного Д.Д. Мордухай-Болтовским в Петербургский университет в качестве магистерской диссертации. Оппонентами по диссертации Д.Д. Мордухай-Болтовского выступали И.Л. Пташицкий и Д.Ф. Селиванов. Защита состоялась в Петербургском университете 10 декабря 1906 года.

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.174, л.1

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.162, л.27

<sup>3</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.22, л.386

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.162, л.27

В этой работе автору удалось получить ряд новых и ценных результатов. Так, получены условия приведения интегралов общего и специального типов к сумме абелевых интегралов низших порядков. Предложен совершенно новый метод приведения, дающий автору решение ряда никем раньше не решенных проблем: вывод условий существования алгебраического решения обобщенного эйлерового уравнения, решение проблемы Шварца о преобразовании абелевых интегралов, обобщение результатов Пуанкаре-Пикара относительно приведения абелевых интегралов трансцендентным методом.

Эти первые работы сразу создают Д.Д. Мордухай-Болтовскому заслуженный авторитет в среде математиков, в результате чего он избирается действительным членом ряда математических обществ: Харьковского, Московского и др.

Что касается личной жизни, то здесь события развиваются так же бурно, как и в научной. В Варшаве Дмитрий Дмитриевич познакомился со своей будущей женой Людмилой Филаретовной, урожденной Ганжулевич. Её отец был в Варшаве мировым судьей. Они поженились буквально перед защитой магистерской диссертации – 9 апреля 1906 г. и после свадьбы совершили недолгое путешествие по Европе (Германия, Австро-Венгрия<sup>1</sup>). Это был единственный брак Д.Д. Мордухай-Болтовского, а также его первая и единственная любовь. Близкие люди подчеркивают необыкновенную нежность, с которой супруги относились друг к другу всю жизнь, несмотря на все тяготы того времени и перипетии судьбы, выпавшие на их долю. Об этом же свидетельствует частная переписка и воспоминания современников.

Диплом магистра чистой математики был вручен Д.Д. Мордухай-Болтовскому 27 февраля 1907 г. Не менее торжественным в жизни молодого преуспевающего человека было событие, произошедшее через месяц после этого – 24 марта 1907 г. в семье Мордухай-Болтовских появился первенец, которого решено было назвать Дмитрием. В семье Д.Д. Мордухай-Болтовского также проявилось доминирование мужского начала, характерное для всего рода Мор-

---

<sup>1</sup> Цель этой поездки в анкетах Д.Д. Мордухай-Болтовской указывает, как «научную»



духай-Болтовских. У него было пять братьев: Иван, Александр, Константин, Петр и Владимир. А у самого Д.Д. Мордухай-Болтовского было три сына: Дмитрий, Филарет и Степан.

Семья была очень дружная и сплоченная. Родители просто обожали своих мальчиков. Вот что пишет в своем дневнике сослуживец по кафедре Ростовского университета, известный математик В.И. Романовский: «6 октября. Был у Болтовских в гостинице «Интернациональ». Чудесные мальчики, особенно два младших. Отец их – явно любит: часто целует, особенно среднего»<sup>1</sup>. Все три сына получили отменное образование. В последствии старший – Дмитрий, стал инженером, средний – Филарет, – известным гидробиологом, а младший – Степан, – палеонтологом<sup>2</sup>. Но особенная, духовная близость со средним сыном – Филаретом, отмеченная В.И. Романовским еще в бытность того ребенком, сохранилась до конца жизни Д.Д. Мордухай-Болтовского.

В 1904-1905 гг., когда в Варшаве начались студенческие волнения, проходили забастовки и демонстрации, Варшавский Императорский университет и Варшавский политехнический институт были закрыты вплоть до 1908 года.

В 1907 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской вместе с Г.Ф. Вороным, И.Р. Брайцевым и другими учеными Варшавы под руководством профессора Варшавского университета Н.Н. Зинина, согласно распоряжению министра торговли и промышленности от 17 сентября 1907 г. за №5233, был откомандирован в Новочеркасск, для налаживания учебной работы во вновь открытом Донском политехническом институте. Этот факт упоминается во всех статьях о Д.Д. Мордухай-Болтовском биографического характера. Обнаруженное нами в ГАРО «Дело Донского Политехнического Института о службе преподавателя Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского. 1907-1909 гг.»<sup>3</sup> позволяет нам несколько расширить сведения об этом периоде деятельности ученого.

К сожалению, в материалах дела мы не обнаружили документов подтверждающих утверждение Д.Д. Мордухай-Болтовского исполняющим должность

---

<sup>1</sup> См. подробнее [19, С.46].

<sup>2</sup> По сведениям Л.Ф. Болтовской, С.Д. Мордухай-Болтовской возглавил палеонтологический музей в Аргентине и является почетным гражданином этой страны.

<sup>3</sup> ГАРО ф.42, о.2, д.408

ординарного профессора Донского политехнического института по кафедре чистой математики о котором говорится в «Формулярном списке»<sup>1</sup> со ссылкой на приказ по Министерству Народного просвещения от 15 сентября 1907 г. за №9906. Зато обнаружили несколько новых фактов.

В сохранившемся расписании учебных занятий на I семестре в 1907/08 ак. году<sup>2</sup> имеются сведения о том, что Д.Д. Мордухай-Болтовской вел по 1 часу в неделю практических занятий по математике на трех факультетах: горном, инженерно-мелиоративном и химическом. На механическом факультете, предполагающем более сильную математическую подготовку, он имел 2 недельных часа практических занятий по математике, 1 недельный час практических занятий по начертательной геометрии и 1 час на занятия по алгебраическому анализу.

Такая же нагрузка, за исключением 1 часа занятий по начертательной геометрии, сохранилась и во II семестре 1907/08 ак. года<sup>3</sup>.

Следуя отчету Д.Д. Мордухай-Болтовского о ведении им практических занятий по Аналитической геометрии, эти занятия состояли в следующем: «Студентами решались под моим руководством элементарные примеры преимущественно числового характера. Каждый час практических занятий делился на две части:

- 1) сперва делалось резюме прочитанного отдела курса и давались советы, полезные при решении задач,
- 2) затем студентами у доски решались предлагаемые мною примеры.

Зачет производился на основании обнаруживаемого умения решать эти примеры»<sup>4</sup>.

В 1908 году Варшавский политехнический институт возобновил свою работу. В виду предстоящего откомандирования к постоянному месту службы

---

<sup>1</sup> РГИА ф.733, оп.155, д.350 (микрофильм)

<sup>2</sup> ГАРО ф.42, оп.1, д.11, л.1-2.

<sup>3</sup> Там же, л.3-5.

<sup>4</sup> ГАРО ф.42, оп.1, д.6, л.5.

Д.Д. Мордухай-Болтовской выразил желание остаться на службе в Донском политехническом институте<sup>1</sup>.

Причиной этому, видимо, послужило заманчивое предложение управляющего институтом на правах директора проф. Н.Н. Зинина о представлении Д.Д. Мордухай-Болтовского к назначению профессором старшего оклада<sup>2</sup> и закреплении за ним кафедры чистой математики<sup>3</sup>.

Получив телеграммой<sup>4</sup> согласие от Д.Д. Мордухай-Болтовского остаться в Новочеркасске «при обещанных условиях», Н.Н. Зинин добился его назначения преподавателем математики в Донском политехническом институте с 1 августа 1908 г.<sup>5</sup>

После занятия Д.Д. Мордухай-Болтовским кафедры чистой математики Донского политехнического института изменилась соответственно и его нагрузка: практические занятия сменили серьезные лекционные курсы.

Сохранилось свидетельство о том, как серьезно подходил Д.Д. Мордухай-Болтовской к самостоятельному чтению этих первых лекций, вплоть до выбора наиболее выигрышного времени дня:

«При назначении часов для лекций по дифференциальному и интегральному исчислению было бы весьма желательно, чтобы

- 1) эти часы назначались до 12 часов, а не позже 12
- 2) если же является необходимость назначить их позже 12, то чтобы они назначались не от 12 до 1, но от 1 до 2.

Желательно, чтобы между часами лекций не было бы пустых часов и чтобы на один день не приходилось бы более 2<sup>x</sup> часов лекций»<sup>6</sup>.

К сожалению, нам не удалось обнаружить всех сведений о нагрузке в 1908/09 ак. году Д.Д. Мордухай-Болтовского. Известно лишь то, что на инженерно-мелиоративном факультете он читал курс дифференциального и интегрального исчисления на I, II, III и IV семестрах, имея по 3 недельных часа на

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.42, оп.2, д.408, л.2.

<sup>2</sup> Там же, л.3.

<sup>3</sup> Там же, л.14.

<sup>4</sup> Там же, л.4.

<sup>5</sup> ГАРО ф.42, оп.2, д.5, л.62.

<sup>6</sup> ГАРО ф.42, оп.1, д.11, л.13.

каждом из них. Практические занятия по этому курсу велись М.Ф. Зиминим<sup>1</sup>. Очевидно, что на остальных факультетах положение обстояло так же.

Уже в самом начале педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовской проявил себя как хороший лектор, лекции которого увлекали слушателей, будили их любознательность и стремление к дальнейшим занятиям. Эта черта его преподавательской деятельности сыграла потом немаловажную роль в организации Ростовской школы математиков.

В связи с нехваткой учебных пособий во вновь открывшемся институте, Д.Д. Мордухай-Болтовской издает литографским способом «Практические упражнения по аналитической геометрии», а также несколько вариантов курсов лекций по дифференциальному и интегральному исчислениям, вышедших в 1908 г. и 1909 г. в Новочеркасске и Ростове-на-Дону<sup>2</sup>.

За отличную работу 19 апреля 1908 года он был всемилостивейше награжден орденом св. Анны 3 степени<sup>3</sup>.

В ГАРО имеются также свидетельства об участии Д.Д. Мордухай-Болтовского в организации в Новочеркасске Высших женских курсов<sup>4</sup>. Имя Д.Д. Мордухай-Болтовского имеется в списках членов и преподавателей Донского Общества содействия высшему женскому образованию. Через некоторое время Д.Д. Мордухай-Болтовской примет участие в организации и работе подобного общества уже в Ростове-на-Дону<sup>5</sup>.

В 1909 году занятия в Варшавском университете возобновляются. К тому времени физико-математический факультет потерял своих ведущих профессоров и нуждался в пополнении: в августе 1907 г. скончался В.А. Анисимов, а в ноябре 1909 г. – вернувшийся в Варшаву Г.Ф. Вороной.

Д.Д. Мордухай-Болтовской подает прошение о приеме его на кафедру чистой математики Варшавского университета в качестве экстраординарного профессора. К этому времени он опубликовал уже около двух десятков научных

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.42, оп.1, д.6, л.8.

<sup>2</sup> См. подробнее библиографию работ Д.Д. Мордухай-Болтовского

<sup>3</sup> РГИА ф.733, оп.155, д.350.

<sup>4</sup> ГАРО ф.372, оп.2, д.10.

<sup>5</sup> См. подробнее Римская З.Н. Из истории Новочеркасских высших женских курсов (1910-1918 гг.) // Известия областного музея краеведения. Вып.8., -Ростов-н/Д, 2000.-172 с.

работ, в том числе солидный труд «Общие исследования, относящиеся к интегрированию в конечном виде дифференциальных уравнений первого порядка» {44}<sup>1</sup>, и другие работы, изданные в «Математическом сборнике» и «Вопросах философии и психологии» {15, 19, 22, 31}.

По представлению проф. П.И. Митрофанова на заседании совета физико-математического факультета Императорского Варшавского университета от 23 февраля 1909 г., Д.Д. Мордухай-Болтовской был единогласно выбран в кандидаты на замещение вакантной кафедры чистой математики в звании экстраординарного профессора<sup>2</sup>.

Отзыв о научной деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского был дан профессором И.Р. Брайцевым, отмечавшим «большую любовь» автора с которой он «занят разработкой определённого цикла вопросов, находящейся в тесной взаимной зависимости ... что является залогом того, что Мордухай-Болтовской и впредь будет также плодотворно работать, как и до сих пор»<sup>3</sup>.

Прошение в Совет Императорского Варшавского университета от физико-математического факультета последовало от 24 февраля 1909 г. К нему прилагались, также, и «лестные отзывы о научных достоинствах Д.Д. Мордухай-Болтовского»<sup>4</sup> профессора И.Л. Пташицкого и академика А.А. Маркова.

В результате баллотировки Д.Д. Мордухай-Болтовского в кандидаты на замещение кафедры чистой математики Варшавского университета, проведенной 26 марта 1909 года (не избирать -1; избирать – 28; воздержались -0)<sup>5</sup>, Советом физико-математического факультета 18 апреля 1909 г. было направлено представление Попечителю Варшавского учебного округа [161, С.6].

Согласно Высочайшего приказа по гражданскому ведомству от 25 августа 1909 г. за №64 Д.Д. Мордухай-Болтовской был переведен на службу в Импера-

---

<sup>1</sup> Здесь и далее ссылки в {} означают статьи из составленной нами библиографии изданных работ Д.Д.Мордухай-Болтовского. См. Приложение 2.

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.175, л.1

<sup>3</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.174, л.3

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.175, л.2

<sup>5</sup> Там же, л.6

торский Варшавский университет экстраординарным профессором по кафедре чистой математики с 1 июня 1909 г<sup>1</sup>.

Перейдя в университет, Д.Д. Мордухай-Болтовской совмещает свою преподавательскую деятельность с работой в Варшавском политехническом институте, в котором с 1 сентября 1909 года он «допускается временно, по найму, к чтению необязательных курсов проективной геометрии и теории вероятностей, а также к ведению практических занятий по математике»<sup>2</sup>.

Сформировавшийся в самом начале преподавательской деятельности интерес к методико-математическим проблемам проявился в довольно обширной работе Д.Д. Мордухай-Болтовского «Психология математического мышления», изданной в журнале «Вопросы философии и психологии» (1908 г.), а также в качественно составленных им учебных пособиях для высшей школы. Отметив эту направленность начинающего профессора, попечитель Варшавского учебного округа распоряжением от 27 ноября 1909 года за № 33197 разрешил командировать Д.Д. Мордухай-Болтовского в С.-Петербург с 19 по 26 ноября 1909 г. для участия в Трудах русской национальной подкомиссии Международной комиссии по преподаванию математики, возглавляемой Ф. Клейном<sup>3</sup>.

Вернувшись из этой командировки, Д.Д. Мордухай-Болтовской был направлен по приказу министра народного просвещения с 20.12.1909 по 9.01.1910 в г. Москву на XII съезд русских естествоиспытателей и врачей.

В период с 1909-1910 гг. Д.Д. Мордухай-Болтовской продолжает активно издавать свои научные работы не только в «Известиях Варшавского Политехнического института» {34, 40, 42, 43} и в «Варшавских Университетских известиях» {41, 51}, но и в центральных изданиях – ж. «Математический сборник» {49} и «Вестник опытной физики и элементарной математики» {48}. Кроме того, с 1909 г. ему было поручено помещать отчеты о русских математи-

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д. 162, л.28

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.175, л.12

<sup>3</sup> См. подробнее: Бычков Б.П. [27, С.83-86]; Ланков А.В. [75, С.125-134].

ческих работах во французский журнал «Revue semestrielle»<sup>1</sup> {52-54, 64-69, 93-98}.

Высочайшим приказом по гражданскому ведомству от 14 февраля 1911 г. за № 12 за выслугу лет Д.Д. Мордухай-Болтовской был произведен в чин статского советника<sup>2</sup>.

С 27 декабря 1911 г. по 3 января 1912 г. по ходатайству Варшавского Императорского университета от 13 октября 1911 г. за № 402 «О разрешении командировок без пособия»<sup>3</sup>, Д.Д. Мордухай-Болтовской принимает участие в работе I Всероссийского съезда преподавателей математики, проходившего в С.-Петербурге.

На съезде присутствовало 1217 человек, был заслушан 71 доклад, в том числе 47 докладов по методологии и методике преподавания математики. Такой аудитории и такого внимания русская методика математики до тех пор не видела.

Написанный Д.Д. Мордухай-Болтовским отчет «О первом Всероссийском съезде преподавателей математики» {74, 89} содержит философские, методологические и дидактические очерки по поводу предложений, высказываемых докладчиками. Это издание является практически основным источником<sup>4</sup>, который современные исследователи истории математического образования (Ю.М. Колягин, Т.С. Полякова и др.) используют для анализа работы этого съезда.

Очередное повышение в чинах Д.Д. Мордухай-Болтовской получил 1 января 1912 г., будучи пожалован кавалером ордена св. Станислава 2 ст<sup>5</sup>.

С 7 ноября 1912 г. указом Попечителя Варшавского учебного округа за № 37145 Д.Д. Мордухай-Болтовской был утвержден ученым секретарем физико-математического факультета согласно избранию<sup>6</sup>. В это время он занимает ведущую роль на кафедре чистой математики.

---

<sup>1</sup> РГИА ф.740, оп.17, д.151, л.2

<sup>2</sup> РГИА ф.733, оп.155, д.350

<sup>3</sup> Варшавские университетские известия, №3, 1913 г., с.35.

<sup>4</sup> Прим.: За исключением редкого издания: Труды 1-го Всероссийского Съезда преподавателей математики. СПб., 1913.

<sup>5</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.162, л.27

<sup>6</sup> Там же

В «Обзрении преподавания предметов в 1911-1912 гг.» по физико-математическому факультету имеются сведения о его преподавательской нагрузке: «Д.Д. Мордухай-Болтовской, экстраординарный профессор, будет читать аналитическую геометрию студентам 1 курса по 4 часа в неделю и руководить математическим семинарием 1 час в неделю для студентов всех курсов. ... интегральное исчисление студентам 2 курса по 2 часа в неделю и студентам 3 курса по 2 часа в неделю в осеннем полугодии, определенные интегралы студентам 3 курса по 1 часу в неделю и эллиптические функции студентам 4 курса по 1 часу в неделю»<sup>1</sup>.

К своей преподавательской деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовской всегда относился серьезно, много внимания уделяя методической работе. В 1911 г. он начал создавать математический кабинет, оборудованный разнообразными моделями, таблицами, математическими инструментами, чертежными принадлежностями. Из отчета о деятельности математического кабинета в 1911-1912 гг., помещенному в «Варшавских Университетских Известиях» (№6, 1913, С.55), можно сделать вывод о том, что этот математический кабинет был одним из лучших в России. Его пособия условно подразделялись на три категории: 1) относящиеся к геометрическим фактам, входящим в программы читаемых в Университете курсов; 2) относящиеся к элементарной математике и 3) научные модели и инструменты, относящиеся к научным истинам, выходящим за границы университетской программы. Первая категория пособий демонстрировалась на лекциях по аналитической и начертательной геометрии. Со второй категорией пособий студенты знакомились исключительно на семинарских занятиях, как правило, после доклада студента или лекции профессора. Третья категория демонстрировалась тоже исключительно в семинарии и играла на нем основную роль.

Как было уже отмечено выше, математический семинарий, действующий под руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского, функционировал наряду с лекциями и практическими занятиями. В «Кратком отчете о состоянии и деятель-

---

<sup>1</sup> «Варшавские Университетские Известия», №3, 1913, с.3



ности Императорского Варшавского университета за 1912-1913 академический год» заявлены следующие цели семинария:

«1. Пополнение содержания лекций новыми главами, выходящими за пределы программ этих лекций, но могущими быть усвоенными хотя бы в общих чертах, с помощью лекций профессоров и докладов студентов.

2. Разъяснение тем кандидатских и других самостоятельных работ.

3. Сообщение студентами товарищам и профессорами результатов их работ.

4. Демонстрирование моделей, инструментов и таблиц математического кабинета»<sup>1</sup>.

Благодаря огромной эрудиции руководителя студенты получали в семинарии исчерпывающие библиографические указания, что давало им возможность ориентироваться в богатейшей университетской библиотеке, побуждало читать иностранную литературу. В 1911-1913 гг. литографированным способом печатались «Труды математического семинария Варшавского университета» {81, 90, 91}, где помещались не только лекции профессоров, но и сообщения студентов. Среди последних были доклады Н.М. Несторовича, С.А. Хвалковского, А.А. Батырева – будущих научных работников РГУ – и М.Ф. Субботина, впоследствии крупного астронома, чл.-корр. АН СССР.

Не менее активной была деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского и в работе существовавшего при университете Общества естествоиспытателей. Здесь он часто выступал с докладами, часть из которых издана в «Протоколах заседаний» {47, 72, 73, 84-86, 103}. Кроме профессоров и преподавателей участниками работы общества были и студенты, а также слушательницы Варшавских женских курсов и др. [159].

В цитированном выше «Кратком отчете ...» имеются также сведения и о публичных лекциях и докладах в ученых обществах, прочитанных Д.Д. Мордухай-Болтовским в 1912-1913 академическом году. Так он «на летних курсах для учителей средней школы прочел 4 лекции по философии математики, в

---

<sup>1</sup> Варшавские Университетские Известия, 1913, №6, с.57

Варшавском кружке преподавателей математики сделал два доклада ... и кроме того прочел доклад в Обществе Естествоиспытателей при Варшавском университете на тему «Научная деятельность А. Пуанкаре»<sup>1</sup>. В это же время он читает лекции на Высших женских курсах и по заданию Попечителя учебного округа участвует в работе экзаменационных комиссий в гимназиях.

Что касается общественной работы в университете, то сохранились документы<sup>2</sup> о деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского в «Комиссии вспомоществования недостаточным студентам». Эта комиссия функционировала, согласно постановлению Совета Императорского Варшавского университета, с 23 октября 1908 г. Ее целью было «изыскивать средства и распределять их между недостаточными студентами»<sup>3</sup>.

Распоряжением по Варшавскому учебному округу от 11 ноября 1913 г. за № 34331 Д.Д. Мордухай-Болтовской был откомандирован на II Всероссийский съезд преподавателей математики, который проходил в Москве с 26 декабря 1913 г. по 3 января 1914 г.<sup>4</sup> В опубликованном обстоятельном отчете {99, 109} об этом съезде он попутно дает оценку обсуждаемым вопросам и высказывает свои педагогические воззрения.

Естественно, что такой преуспевающий и плодотворный ученый-исследователь подумывал о защите докторской диссертации. В качестве таковой Д.Д. Мордухай-Болтовской планировал представить работу «Об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений». Отдельное издание этой, довольно обширной работы (344 с.) появилось в Варшаве в 1910 г. {50}, в этом же году она по частям была переиздана в «Варшавских Университетских Известиях» {51}.

Защищать диссертацию Д.Д. Мордухай-Болтовской планировал в том же университете, где и учился, где преимущественно интересовались интегрированием в конечном виде и где имелись такие специалисты по этой проблеме,

---

<sup>1</sup> Там же, с.36

<sup>2</sup> Краткий отчет о состоянии и деятельности императорского Варшавского университета за 1912-1913 академический год // Варшавские университетские известия 1913, № 6.

<sup>3</sup> там же, с.17

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.162, л.29

как И.Л. Пташицкий и И.П. Долбня. В своем письме к В.А. Стеклову от 5 декабря 1909 г. он пишет:

«...я обратился с просьбой принять на рассмотрение мою работу к И.Л. Пташицкому, который весьма любезно не только изъявил согласие на это, но даже дозволил выслать себе листы моей работы по мере их выхождения. И.Л. Пташицкий сообщил мне, что наиболее вероятным является, что вторым оппонентом пришлось бы быть Вам.

Поэтому спешу обратиться к Вам с просьбой принять на себя тяжелый труд рассмотрения моей работы ...»<sup>1</sup>.

Владимир Андреевич Стеклов являлся в то время секретарем Харьковского Математического Общества, в «Записках» которого уже неоднократно издавались статьи Д.Д. Мордухай-Болтовского {5, 6, 24, 25, 29, 44}.

Во введении к своей докторской диссертации Д.Д. Мордухай-Болтовской признает, что его труд «является прямым продолжением работ Лиувилля», который показал принципиальную невозможность интегрирования в квадратурах некоторых дифференциальных уравнений. Д.Д. Мордухай-Болтовской следует направлению, в котором сначала отыскивается возможная форма интеграла дифференциального уравнения в случае его выражаемости в конечном виде, затем изучаются условия существования интеграла данной формы, и уже потом отыскиваются методы его нахождения.

Среди всех научных математических работ, написанных Д.Д. Мордухай-Болтовским, рассматриваемая работа является единственной большой монографией. Тем не менее, её судьба довольно печальна.

Первый отзыв на эту монографию был сделан профессором Харьковского университета Ц.К. Руссьяном. Он появился в «Записках Императорского Харьковского университета» (1913 г.) [212]. В нем рецензент высказывает серьезные замечания и, «несмотря на положительные данные ... не считает представленную диссертацию достаточной для получения степени доктора чистой математики» [212, С.57]. Последующий через год отклик Д.Д. Мордухай-Болтовского

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.162, оп.2, д.284, л.6-7

{100} на эту «отрицательно настроенную рецензию» {100, С.2} в котором были даны ответы на основные замечания рецензента «в тоне мало объективном, а иногда и недопустимом в научной статье»<sup>1</sup> вызвал появление второй, более резкой, статьи Ц.К. Руссьяна «Об ответе Д.Д. Мордухай-Болтовского на мою рецензию его докторской диссертации», появившуюся в тех же «Записках» в 1915 г.

Все это время шли, по-видимому, и закулисные обмены мнениями. Об этом позволяют судить письма К.А. Поссе<sup>2</sup> (1910) и А.А. Маркова (1913) [221, С.220, 223] к В.А. Стеклову по поводу диссертации Д.Д. Мордухай-Болтовского, содержащие не совсем корректные высказывания. Сам Д.Д. Мордухай-Болтовской вряд ли знал об их содержании, но он догадывался о негативном отношении В.А. Стеклова к своей работе и не исключал возможного давления на оппонентов. В своем письме к К.А. Поссе от 20 сентября 1913 г. он пишет: «Глубокоуважаемый Константин Александрович!

В математическом кабинете Варшавского Университета хранится письмо г. Синцова, которое вполне ясно доказывает, какое давление произвел на моих оппонентов Стеклов, что подтверждается и другими полученными мной сведениями. Поэтому оскорбительное обвинение меня во лжи я считаю безосновательным.

Для г. Стеклова, которого Вы беретесь защищать, нет ничего оскорбительного в моей фразе. Вполне естественно и позволительно настаивать на провале той работы, которую считаешь абсурдной»<sup>3</sup>.

Вполне возможно, что Дмитрию Дмитриевичу удалось бы убедить своих оппонентов в ценности и результативности своих исследований, но дело затянулось, и жизненные обстоятельства надолго отодвинули эту проблему.

Полемика по поводу защиты докторской диссертации разрешилась уже в советское время (1935 г.) присуждением Д.Д. Мордухай-Болтовскому ученой

---

<sup>1</sup> Так считает сам рецензент, Руссьян Ц.К. [212, С.1]

<sup>2</sup> ПФА РАН, ф.162, оп.2, д.354, л.37 и л.41

<sup>3</sup> ПФА РАН ф.162, оп.2, д.284, л.9.

степени доктора физико-математических наук без защиты диссертации<sup>1</sup>. В дальнейшем, соответствующие темы исследований он регулярно предлагал своим ученикам, будучи твердо убежденным в действенности своих методов и в правильности результатов.

Подтверждение своей правоты он находил уже в 20-е годы XX в. и в возрастающем внимании со стороны ленинградских математиков, и в положительных откликах в Московском математическом обществе.

В своем письме сыну Филарету от 16 апреля 1929 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской обращается с просьбой о том, чтобы тот передал редактору некролог К.А. Поссе: «Я глубоко раскаиваюсь, что затеял всю эту историю, оказавшись в глупом положении человека, навязывающего некролог лица, хотя и моего учителя, но, в конечном счете, которому я лично обязан, чем многим другим, и в отвратительном деле провала моей диссертации, не только не замолвившем за меня слово, но еще выразившем глубокое возмущение за мои нападки на рецензентов, которых я жестоко осмеял, доводя вычисления до конца там, где они утверждали, что метод бессилён и т.д. <...> Интересно то, что мой довольно оптимистический принцип – восторжествование справедливости сказывается и на мне. Моя проваленная диссертация покуда только в Петрограде привлекает к себе возрастающее внимание. <...> Когда правда раскрывается, тех кто заинтересован этим, уже нет на свете. Ведь правду видишь, да не скоро скажешь, именно не скоро, обычно тогда, когда нет тех ушей, которые ждали эту правду»<sup>2</sup>.

Именно так и случилось. В 1952 г. (год смерти Д.Д. Мордухай-Болтовского) идеи, представленные им в своей несостоявшейся диссертации, получили развитие в докторской диссертации и других трудах киевского математика К.Я. Латышевой<sup>3</sup>.

Вернемся в Варшавский университет, заслуги Д.Д. Мордухай-Болтовского перед которым являются бесспорными. 27 июня 1914 г. ректор университета

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.163.

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.35-36

<sup>3</sup> В этой области работает также самарский математик Л.М. Беркович

подписал прошение за № 19207 на имя господина Министра Народного Просвещения «О назначении Д.Д. Мордухай-Болтовского и. д. ординарного профессора». В документе особое внимание отводится педагогической деятельности ученого, которая ведется «с большим усердием и пользой для дела»<sup>1</sup>, отмечается что он «всегда обнаруживал большое стремление к усилению практических занятий студентов»<sup>2</sup>. Деятельность по организации учебного процесса представлена следующим образом: «... в Университете им организован математический семинарий и устроен математический кабинет, постоянно пополняемый и заключающий не только предметы, присланные со стороны, но и модели, исполненные самими студентами. Кроме того, профессор Мордухай-Болтовской заведывает семинарской библиотекой физико-математического факультета и состоит руководителем математической секции студенческого педагогического кружка, принимая также деятельное участие в деятельности кружка преподавания математики, в котором он избран почетным членом»<sup>3</sup>.

Далее отмечается, что параллельно с интенсивной педагогической работой он «энергично трудится и на научно-литературном поприще». Приводится список изданных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского, имеющих своим предметом как специальные вопросы математики, так и вопросы педагогики и «математической методологии», а также философские работы. Из всего сказанного следует, что он «имеет существенные заслуги, как способный, широко образованный и усердный преподаватель, и как энергичный ученый исследователь и писатель»<sup>4</sup>.

13 сентября 1914 г. Министр народного просвещения, тайный советник Л.А. Кассо, в своем докладе о назначении Д.Д. Мордухай-Болтовского отметил, что по существующему с 1893 г. закону последний «как не имеющий ученой степени доктора, не может быть назначен ординарным профессором университета. Принимая, однако, во внимание его преподавательские способности и научную деятельность в качестве экстраординарного профессора, я полагал бы

---

<sup>1</sup> РГИА ф.740, оп.17, д.151, л.1

<sup>2</sup> Там же

<sup>3</sup> Там же

<sup>4</sup> Там же, л.2

возможным удовлетворить изложенное ходатайство»<sup>1</sup>. Высочайший приказ<sup>2</sup> по гражданскому ведомству об утверждении последовал 6 октября 1914 г. за № 67.

Началась первая мировая война. Военные действия вскоре перекрестили границу Российской империи, что сразу же отразилось на деятельности Варшавского университета. В «Кратком отчете о состоянии и деятельности Варшавского университета за 1914 г.» говорится: «В истекшем 1914 г. занятия в математическом семинарии, деятельность, которого тесно связана с деятельностью математического кабинета, не могла вестись в той широте, как в прошлые годы. Занятия в осеннем полугодии вследствие военных событий были возобновлены только 1 декабря»<sup>3</sup>. В связи с приближением в начале 1915 г. военных действий к Варшаве, университет вместе с прикрепленными к нему Высшими женскими курсами был эвакуирован в Москву. Вопрос о дальнейшем перебазировании решился не сразу. Приглашения поступили из разных городов – Саратова, Казани, Перми, Екатеринослава, Екатеринодара и Ростова-на-Дону. Особенно настойчивым и заманчивым было ходатайство о переводе Варшавского университета со всеми факультетами в Ростов<sup>4</sup>. Этот город являлся в то время в экономическом отношении «второй Москвой». «Город-купец, богатейший не по дням, а по часам.... не имеет очагов культуры, рассадников высшего знания...», так характеризовала обстановку местная газета «Приазовский край» от 11.08.1915 г.

Специальная делегация представителей правления Варшавского университета, направленная в Ростов для знакомства с обстановкой на месте убедилась, что условия, предлагаемые Городской думой, вполне приемлемы. Гарантировалось размещение университетских учреждений, устройство профессоров и студентов. Так, в Ростове-на-Дону, не имевшем ни одного научно-учебного заведения, ни одного человека с ученой степенью и званием с переездом Варшавского университета сразу оказался большой коллектив ученых. [10, С.49-50].

---

<sup>1</sup> РГИА ф.740, оп.17, д.151, л.17

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.175, л.15

<sup>3</sup> Варшавские Университетские Известия. 1916, №6. Ростов-на-Дону, 1917, с.50

<sup>4</sup> См. подробнее [10, 44, 230]

Итак, в процессе исследования варшавского периода творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского нами:

- воспроизведен первый период творческой биографии ученого, раскрывающий этап его становления как математика, педагога и методиста;

- проанализированы и введены в научный оборот документы касающиеся научной деятельности, карьерного роста и личной жизни ученого хранящиеся в РГИА, ПФА РАН, ГАРО и в архивах учебных заведений (РГУ, РГУПС) в которых он работал.

- впервые подробно описаны деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в Донском Политехническом институте (1907-1909 гг.) и материалы касающиеся защиты докторской диссертации;

- уточнены и документально подтверждены сведения освещающие путь Д.Д. Мордухай-Болтовского от ассистента до профессора кафедры чистой математики Варшавского Императорского университета.

### **1.3.2. Творческая деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в Ростове-на-Дону**

Работ, специально освещающих деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в Ростове-на-Дону, нами не обнаружено. Сведения, относящиеся к ростовскому периоду творческой биографии ученого, можно встретить в статьях С.Е. Белозерова [7, 8], Я.М. Ерусалимского, Ю.Ф. Коробейника, М.Б. Налбандян, Н.Н. Рожанской [53] и др., посвященных истории Ростовского госуниверситета и носящих обзорный характер, а также в ряде юбилейных статей, написанных В.Л. Минковским [90], Н.М. Несторовичем [161-168], М.Г. Хаплановым [230], М.П. Черняевым [236, 238, 239] и др. Мы дополнили и уточнили изложенные в них сведения ссылками на архивные документы, отражающие этот период. В основном это фонды Ростовского госуниверситета, хранящиеся в ГАРО, и личные дела Д.Д. Мордухай-Болтовского из фондов ПФА РАН, а также сохранившиеся воспоминания сослуживцев, учеников и родственников.



### 1.3.2.1. В Варшавском университете, эвакуированном в г. Ростов-на-Дону. 1915-1917 гг.

Как вспоминает Э.Д. Болтовская<sup>1</sup>, после переезда Варшавского университета в Ростов семья Д.Д. Мордухай-Болтовского, как и семьи других профессоров университета, временно была размещена в гостинице «Интернациональ». Д.Д. Мордухай-Болтовской, возглавлявший кафедру математики, получил хорошую нагрузку в университете, сыновья начали учиться в 1-й Ростовской классической гимназии. Несколько позже семья получит довольно просторную квартиру по адресу ул. Старопочтовая, д. 78, кв. 5 (ныне ул. Станиславского)<sup>2</sup>. Здесь они и поселятся вплоть до эвакуации из Ростова (1942 г.) во время Великой Отечественной войны.

После эвакуации в 1915 г. Варшавский университет переживал немалые организационные трудности. Дмитрий Дмитриевич прилагал много сил и труда для организации учебной и научной работы на факультете. Учитывая то обстоятельство, что все имущество университета (богатейшие библиотеки и оборудование), для перевозки которого потребовалось бы не менее 300 вагонов, почти полностью осталось в Варшаве, он предпринимал различные попытки для оснащения аудиторий учебными и наглядными пособиями. В ГАРО сохранились многочисленные свидетельства<sup>3</sup> того, какая огромная работа была проведена Д.Д. Мордухай-Болтовским для организации нового математического кабинета из имущества которого из Варшавы «не было абсолютно ничего эвакуировано»<sup>4</sup>.

В Ростове университет развернул большую организационную и научно-просветительную деятельность. В 1916-1917 уч. году в Ростове были организованы Педагогические курсы, в которые перерос педагогический кружок, действовавший в Варшаве под руководством преподавателя философских и педагогических наук проф. Е.А. Боброва, – являвшегося заведующим Педагогическими курсами.

---

<sup>1</sup> Эмилия Дмитриевна Болтовская – жена среднего сына Д.Д. Мордухай-Болтовского, Филарета, семья которого долгое время проживала под одной крышей с Д.Д. Мордухай-Болтовским.

<sup>2</sup> Во время ВОВ дом, в котором проживала семья Д.Д. Мордухай-Болтовского, был разрушен.

<sup>3</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.52

<sup>4</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.52, л.9

Курсы состояли из пяти отделений: словесного, исторического, классического, отделения естествознания, химии и географии и отделения физики, математики и космографии. Деканом последнего отделения был назначен Д.Д. Мордухай-Болтовской, как уже имеющий опыт работы в качестве руководителя секции математических наук и естествознания при Варшавском педагогическом кружке<sup>1</sup>. Эта сфера деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского полностью ускользнула из поля зрения предыдущих исследователей. Между тем это практически единственный случай, когда Д.Д. Мордухай-Болтовской выступает в роли администратора.

Здесь, помимо организационной работы, Д.Д. Мордухай-Болтовской вел занятия по истории и методике математики, а также руководил работой методического семинария по математике<sup>2</sup>. Следуя обнаруженному нами отчету о работе методического семинара, суть его работы Д.Д. Мордухай-Болтовской видел «в разборе под его руководством учебной литературы, как старой, с целью ознакомления с эволюцией методических идей, так и новой в связи с современными научными и философскими взглядами на основы математики»<sup>3</sup>.

Из обнаруженных нами документов, освещающих деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в качестве декана и преподавателя Ростовских Педагогических курсов, наибольший интерес представляют разработанные им требования, предъявляемые к курсистам и программа курса «История и методика математики»<sup>4</sup>.

Так, среди требований предъявляемых курсистам, фигурируют:

«1) Каждый курсист должен дать два пробных урока по математике и два по физике, первый в присутствии руководителя и всех курсистов, второй (официальный) в присутствии заведующего курсами или декана отделения и других преподавателей отделения.

2) Каждый курсист должен представить по методике математики два реферата в письменной форме и сделать доклады по этим рефератам.

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.79, л.58-61

<sup>2</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.449, л.8

<sup>3</sup> Там же, л.35

<sup>4</sup> Там же, л.35-36

3) Каждый курсист должен самостоятельно выполнить определённое (по указанию руководителя) число демонстраций по физике»<sup>1</sup>.

Как видно из документов, при подготовке учителей Д.Д. Мордухай-Болтовской, наряду с их методической и дидактической подготовкой, уделял внимание и выработке навыков научной работы по методике преподавания математики.

Из краткого содержания курса истории и методики математики можно сделать вывод, что сведения из истории математики использовались Д.Д. Мордухай-Болтовским для прослеживания развития методических идей, т.к. история математики, особенно на ранних своих этапах, представляет в значительной степени историю математического учебника, а, следовательно, эволюцию методических идей.

В Ростове полностью сохранился преподавательский состав кафедры математики Варшавского университета. Преподавание велось в том же объеме, что и раньше. Так, из сохранившегося расписания занятий на математическом отделении физико-математического факультета в 1916/17 ак. г.<sup>2</sup> видно, что учебные занятия в I полугодии распределены следующим образом:

Д.Д. Мордухай-Болтовской читал лекции по аналитической геометрии (1 курс), проективной геометрии (1-4 курсы), интегральному исчислению (2, 3 курсы), эллиптическим функциям (4 курс), истории и методике математики (3, 4 курсы). Он же руководил занятиями математического семинария для 1-4 курсов. В.И. Романовский читал курс «Введение в анализ» и вел практические занятия по анализу на 1 курсе. Кроме того, он читал лекции по интегрированию дифференциальных уравнений (3 курс) и теории вероятностей (4 курс). В.П. Вельмин отвечал за курс высшей алгебры (1-4 курсы) и дифференциальной геометрии (2 курс).

Следует отметить, что курс «История и методика математики» читался Д.Д. Мордухай-Болтовским в 1916/17 ак. г. впервые. Этот курс не был обязательным для изучения в университете, но Д.Д. Мордухай-Болтовской добился

---

<sup>1</sup> Там же, л.84

<sup>2</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.310

от попечителя Варшавского университета разрешения на прочтение данного курса еще в 1915/16 уч. г. В связи с организационными трудностями работы на новом месте он был вынужден отложить его на следующий год<sup>1</sup>. При работе в архивах нами была обнаружена программа курса<sup>2</sup> «История и методика математики», представляющая несомненный интерес для специалистов в области истории методики математики.

### **1.3.2.2. В Донском университете. 1917-1925 гг.**

5 мая 1917 г. Варшавский университет был переименован в Донской и тем самым было определено, что он останется в Ростове навсегда. [53, С.5]

Как следует из протоколов совета университета<sup>3</sup>, в связи с преобразованием университета из Варшавского в Донской в нем были произведены и некоторые реформы в преподавании: весной 1917 г. факультет постановил ввести деление по специальностям. Эта реформа предполагала в зависимости от специальности замену второстепенных обязательных курсов курсами по выбору и введение практических занятий по наиболее важным предметам специальности. На самом же деле вся реформа в Донском университете свелась просто к освобождению студентов от некоторых курсов (эллиптические функции, начертательная геометрия и др.). Также был осуществлен переход с *курсовой* на *предметную* систему, которая, по выражению Д.Д. Мордухай-Болтовского, понималась в смысле: «сдавай что хочешь и когда угодно»<sup>4</sup> в течение выделенного студенту шестилетнего срока. Эта мера была принята в целях дать возможность студентам выполнять «трудовую повинность», патриотическое значение которой защищалось некоторыми членами Совета университета. Кроме того, набрали силу появившиеся студенческие революционные комитеты, требующие снижения требований и всевозможные льготы, большинство из которых было выполнено Советом университета исходя из «тактических соображений».

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.271, л.194

<sup>2</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.449, л.121-122 с оборотом

<sup>3</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.448

<sup>4</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.310, л.23-25 с обор.

Нежелание мириться с этими новшествами мы находим в «Записке проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского о произведенных реформах в преподавании с преобразованием Варшавского в Донской университет»<sup>1</sup>. В этой записке Д.Д. Мордухай-Болтовской отмечает, что данные реформы «все мои усилия поднять преподавание чистой математики ... аннулируют»<sup>2</sup>. «С педагогической точки зрения, введение этой <предметной – В.Е.>, на мой взгляд, непродуманной системы, является в настоящий неподходящий момент огромной ошибкой»<sup>3</sup>. К числу педагогических ошибок он относит и выполнение требований студенческих организаций «ищущих царских путей для достижения диплома»<sup>4</sup>.

Для исправления результатов «разрушительной работы» реформы Д.Д. Мордухай-Болтовской указывает на необходимость решения целого ряда вопросов: о сроке пребывания учащегося в вузе (явно менее 6 лет); о последовательности и сроках сдачи экзаменов; о разработке обязательного минимума содержания образования.

Необходимость начала «созидательной работы» Д.Д. Мордухай-Болтовской, как всегда, хорошо мотивирует и снабжает убедительными аргументами, предлагая вести эту работу, руководствуясь «не тактическими соображениями, а исключительно педагогическими и психологическими соображениями ... и статистическими данными в руках»<sup>5</sup>.

Работа эта велась «Комиссией по вопросу о расширении преподавания математики в Донском университете и распределении лекций», возглавляемой Д.Д. Мордухай-Болтовским. Деятельность «Комиссии ...» нашла отражение в целом ряде документов<sup>6</sup>, свидетельствующих о большой работе и её конкретных результатах (деление предметов на циклы: обязательных, полубязательных, необязательных; разработка и введение новых курсов; разработка минимумов; график сдачи экзаменов и др.).

---

<sup>1</sup> Там же.

<sup>2</sup> Там же, л.23 оборот

<sup>3</sup> Там же

<sup>4</sup> Там же, л.24; Не ограничиваясь официальной «Запиской ...» Д.Д. Мордухай-Болтовской публикует и статьи в местной периодической печати [94-96, 99, 105-106, 119, 128-129, 137, 143-145], анализ которых представлен нами в п.1.3.4.

<sup>5</sup> Там же, л.25 оборот

<sup>6</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.310, л.88, 89, 90-91, 95, 96, 176, 177-178.

Между тем, военные события и произвол, царивший на Дону во время гражданской войны, осложнили условия деятельности университета. Семья Д.Д. Мордухай-Болтовского, как и семьи всей варшавской профессуры, находилась в это время в тяжелых материальных условиях. Об этом ярко свидетельствует запись, сделанная сотрудником Д.Д. Мордухай-Болтовского, В.И. Романовским в своем дневнике: «Тоска ... заниматься своим делом так, как занимаемся мы, российские и особенно варшавские профессора, заваленные лекциями, озабоченные всякой копеечкой, не имеющие ни времени, ни возможности материально работать прилично... Это – профессорство! ... Вот тяжесть, вот несчастье и чего ради! Ради громкого профессорского звания?»<sup>1</sup>.

Даже такие тяжелые условия не сломили Д.Д. Мордухай-Болтовского. В это время он активно публикуется в местной газете «Ростовская речь» [94-96, 99, 105-106, 119, 128-129, 137, 143, 145]. Эти статьи переполнены болью за судьбу России, российской интеллигенции, и российского образования<sup>2</sup>. В них предлагаются конструктивные пути выхода из сложившейся ситуации. Так, будучи председателем родительского попечительского совета 1-й классической гимназии, где учились сыновья, он активно участвует в организации помощи детям-беженцам. В статье «Об учениках-беженцах», опубликованной в газете «Ростовская речь» (№277 от 25 ноября 1917 г.), он предлагает организовать соединенный родительский комитет от 30-40 средних учебных заведений г. Ростова и г. Нахичевани, который распределил всех учеников-беженцев по 9 человек на каждое учебное заведение, закрепив за ними опеку.

Работая в ГАРО, нам удалось обнаружить документы, освещающие неизвестную ранее деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в различных общественных организациях. Из «Протоколов Совета Университета» следует, что в это время Д.Д. Мордухай-Болтовской избирается представителем от факультета в «Советскую комиссию для организации общения со студентами»<sup>3</sup>, а также при-

---

<sup>1</sup> Цитируется по биографической книге о В.И. Романовском [19. С.49].

<sup>2</sup> Подробнее см. п. 1.3.4.

<sup>3</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.306, л.26 оборот

нимает деятельное участие в работе комиссии, состоящей из профессоров и студентов и занимающейся вопросами «освобождения от платы за учение»<sup>1</sup>.

«Отчет о составе и деятельности Отделения чистой и прикладной математики Общества Естествоиспытателей при Донском университете за 1918 год»<sup>2</sup> подтверждает, что в этот тяжелый период научная деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского не ослабевает<sup>3</sup>. Как отмечает сам Д.Д. Мордухай-Болтовской, он всегда был верен своей работе «и в хорошей обстановке – при электрическом свете и мягкой мебели, и в подвале при коптящей лампе»<sup>4</sup>.

Как свидетельствуют «Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при ДГУ за 1916-1918 гг.», в это время деятельность общества проходила в «самых неблагоприятных условиях». Помимо того, что научная деятельность общества «была сильно затруднена общим политическим положением страны, а также затруднениями в денежных отношениях»<sup>5</sup>, оно понесло еще и «тяжелые утраты» своих членов<sup>6</sup>. На второй день после занятия большевистскими войсками Ростова-на-Дону, 11 февраля 1918 г., был убит председатель отделения физики и химии, проф. А.Р. Колли<sup>7</sup>, вскоре «безвременно скончался молодой ученый» В.Ф. Зигель.

По мнению Н.А. Решетовой [205], репрессии стали неотъемлемой частью революционных методов принуждения, которые с большой силой обрушились на интеллигенцию. Государство, ориентировавшееся на политику террора, уде-

---

<sup>1</sup> Там же, л.48 оборот

<sup>2</sup> ГАРО №1700  $\frac{5}{Д67}$ , Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при ДГУ, годы 1916-1918, Вып.3, 1919 г.

<sup>3</sup> См. подробнее [158]

<sup>4</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.1, д.404, л.94 оборот

<sup>5</sup> ГАРО №1700  $\frac{5}{Д67}$ , Протоколы заседаний общества естествоиспытателей при ДГУ, годы 1916-1918, Вып.3, 1919 г., С.14

<sup>6</sup> Там же, С.13

<sup>7</sup> Поводом для ареста А.Р. Колли послужил ложный донос о том, что профессор хранит у себя дома оружие и бомбы. «После второго безрезультатного обыска в квартире красноармейцы-латыши, выйдя на улицу, сняли с профессора пальто, пиджак, шапку и ботинки, надели на него принесенный ими с собою китель с одним погоном и аксельбантом и, поставив к стенке, расстреляли. Несколько дней тело А.Р. Колли оставалось на улице, несмотря на распоряжение городской управы прибрать его. См. подробнее [205, С.189-195, 212]

ляло особое внимание созданию карательных органов, определению карательных мер. В ВЧК был специальный отдел по интеллигенции.

Среди прочих идейных врагов советской власти оказались профессора, преподаватели, журналисты. Постановлением ВРК<sup>1</sup> от 12 (25) февраля 1918 г. редакции газет «Приазовский край» и «Ростовская речь» закрывались, как явно контрреволюционные. Аресту подверглись профессора И.А. Малиновский, А.А. Жандр и З.В. Гутников, а также ассистент А.Н. Успенский. Допросам подвергались целые семьи.

Д.Д. Мордухай-Болтовской также сотрудничал с газетами «Приазовский край» и «Ростовская речь», на страницах которых имелось более десятка его статей. Имел ли этот факт для него трагические последствия, документально неизвестно, однако по воспоминаниям Э.Д. Болтовской красноармейцы посетили и их дом. Когда в квартиру ворвался вооруженный солдат, Дмитрий Дмитриевич мужественно себя повел и сумел охладить его революционный пыл<sup>2</sup>.

Власть в Ростове переходила из рук в руки. Жизнь шла по законам военного времени. Обязательным явилась всеобщая трудовая повинность, которой подвергалось все население независимо от постоянной работы и рода занятий. Очевидно, «трудовая повинность» не миновала и Д.Д. Мордухай-Болтовского. Позже он вспоминал: «... меня постигло то, чего я больше всего боялся, – физический труд, в результате которого я имею слишком слабые ноги»<sup>3</sup>.

В 1920-1921 гг. от голода и болезней умерли десятки выдающихся ученых. Из сослуживцев Д.Д. Мордухай-Болтовского по физико-математическому факультету – Д.И. Ивановский, П.И. Митрофанов, В.В. Курилов, К.В. Харичков и И.О. Годлевский.

Положение немного улучшилось в 1921 г. благодаря организации и деятельности Юго-Восточной КУБУ<sup>4</sup>. Из обнаруженных нами документов КУБУ следует, что семья Д.Д. Мордухай-Болтовского оказалась в достаточно благо-

---

<sup>1</sup> ВРК – Временный Революционный комитет

<sup>2</sup> Этот случай описан В.А. Родиным в биографическом очерке к сборнику научных трудов Д.Д. Мордухай-Болтовского [148, С.22]

<sup>3</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.1, д.404, л.94 оборот

<sup>4</sup> КУБУ – комиссия улучшения быта ученых



приятном положении, т.к. при назначении денежного пособия учитывались категория научного работника, научный стаж и плодотворность научной деятельности. При этом предпочтение отдавалось представителям точных, естественных, прикладных наук.

В марте 1921 г. по инициативе Д.Д. Мордухай-Болтовского, а также профессоров И.И. Ягодинского и А.М. Ладыженского при Донском университете было организовано Философское Общество. Согласно уставу, его целями явились «разработка и популяризация философских проблем и основных вопросов отдельных наук»<sup>1</sup>. Заседания проходили по воскресеньям, через каждые две недели. Интенсивная деятельность общества привлекала к себе «симпатии всех истинно интересующихся философскими вопросами»<sup>2</sup>. На заседаниях присутствовали как профессора, преподаватели и студенты университета, так и многочисленные представители ростовской интеллигенции. Здесь Д.Д. Мордухай-Болтовской часто выступал с докладами на темы, которые его всегда интересовали: «Понятие числа в схоластике», «Эволюция проблем» и др., а также принимал наиболее деятельное участие в прениях по докладам.

В 1921/22 уч. г. восстановил свою работу студенческий математический семинар, временно прекративший деятельность в 1918-20 гг. «вследствие острого недостатка в книгах и слабой подготовки студентов»<sup>3</sup>. На первых порах доклады пришлось делать самому Д.Д. Мордухай-Болтовскому из-за неподготовленности слушателей.

К началу 1922/23 уч. г. в университете был организован педагогический факультет в составе четырех отделений: физико-технического, социально-экономического, естественного и лингвистического. В конце следующего учебного года физико-математический факультет был присоединен к педагогическому.

В это время на физико-математическом факультете сложилось тяжелое положение: заработки профессорско-преподавательского состава были мизерны,

---

<sup>1</sup> Известия ДГУ, 1921 г., кн.1. С.153-154

<sup>2</sup> Там же.

<sup>3</sup> ГАРО ф.527, оп.1, д.367, л.39

кадрами он был обеспечен плохо. В письме Д.Д. Мордухай-Болтовского к М.Ф.Субботину<sup>1</sup> от 3 февраля 1923 г. он пишет, что некому читать лекции по астрономии, обе кафедры чистой математики не обеспечены кадрами: «Просим также об объявлении конкурса на свободные у нас две кафедры Чистой Математики: преподавание чистой математики у нас в жалком положении. Лекции читаю, кажется, только я. Горячев<sup>2</sup> превратил курс Интегр<ирование> диф<ференциальных> уравнений в нечто столь жалкое, что студенты просили его заменить, а Вельмин<sup>3</sup> из-за ректорских дел лекции, можно сказать, не читает».

Тем не менее, как видно из этого же письма, научная и научно-методическая работа постепенно налаживается: «Кроме Философского Общества функционирует и Общество Естествоиспытателей. <...> Молодой, Вам незнакомый математик Черняев (второй ассистент в дополнение к Несторовичу) отвечает теперь за проведение лекций-диспутов устраиваемых клубом.<...> Издается студенческий журнал. Очень хорошо функционирует мой семинарий. Восстанавливается семинарская библиотека. Покуда еще печатаются наши «Труды». И когда-то собирается печатать Госиздательство мой учебник. Мой привет Всеволоду Ивановичу<sup>4</sup>. Очень было бы приятно его обратно получить»<sup>5</sup>.

Положение на факультете не улучшилось и через год, о чем можно судить по письму Д.Д. Мордухай-Болтовского тому же абоненту от 15.02.1924 г.: «...Покуда же идет громадный развал. От прежнего физмата остались только рожки да ножки. Одним словом, одна сплошная чепуха, которую я отказываюсь понимать».

Однако этот период оказывается одним из самых плодотворных в научной деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского. В этом же письме он пишет в частности, об активных научных связях: «Утешением для меня <является> то, что через толстую стену, отделяющую нас от Западной Европы, можно хотя и с

---

<sup>1</sup> М.Ф. Субботин работал в то время в Ташкенте.

<sup>2</sup> Горячев Дмитрий Никанорович (1867-1949) – механик, доктор наук (МГУ), прибыл из Варшавы.

<sup>3</sup> Вельмин Владимир Петрович – профессор чистой математики, прибыл из Варшавы.

<sup>4</sup> Романовский Всеволод Иванович (1879-1954) – математик, доктор наук, академик АН УзССР

<sup>5</sup> ПФА РАН ф.967, оп.3, д.116, л.26-28

трудом туда проникать, если не телом, то душой. Судьбу большей части своих работ, посланных за границу, не знаю. Одни рукописи наверное пропали, т.к. были посланы уже умершему Венни<sup>1</sup>, вероятно, что некоторые и другие пропали, цензура, вероятно, и ими заинтересовалась. Мелкие же заметки в конвертиках, видимо, все доходили».

У Д.Д. Мордухай-Болтовского в математике появились в это время новые приоритеты, что позволило добиться выдающихся результатов. Цитируем уже упомянутое письмо: «В молодости я не любил решать чужие задачи, я желал, чтобы меня слушали, но вообще меня мало слушали и мои теоремы не возбуждали интереса, оказывались не по моде. Теперь же я больше решаю поставленные другими задачи.

Решил задачу Гильберта о функции  $\zeta$ , но, к сожалению, работа моя 1914 г. осталась неизвестной за границей, когда в 1920 г. её решил Островский, но другим путем. Доказал теорему Чебышева, ту самую, частный случай которой Вы разобрали в Вашей кандидатской диссертации (хотя не вполне). Затем решил очень трудную задачу Шварца, остававшуюся долго не решенной, и затем еще несколько задач уже 2-го порядка, остававшихся давно не решенными»<sup>2</sup>.

С ликвидацией физико-математического факультета университета в 1924 г. и объединением его математического отделения с физико-математическим отделением педагогического факультета встал вопрос о «методической переподготовке» молодых преподавателей университета. Проблема разрешилась благодаря одногодичным курсам, проведенным Д.Д. Мордухай-Болтовским [9, С.330]. В дальнейшем эта работа превратилась в работу методического коллоквиума, к участникам которого присоединились студенты старших курсов и преподаватели математики средних школ. Доклады были посвящены вопросам методики преподавания высшей и элементарной математики и истории математики. Краткие обзоры деятельности коллоквиума неоднократно помещались в методико-математических журналах («Известия СКГУ», №3(15), 1928 г.; «Математическое образование», №7, 1928 г.; «Физика, химия, математика и техника

<sup>1</sup> Венн Джон (1834-1923) – английский логик и математик, университет Кембридж

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.967, оп.3, д.116, л.29-30

в трудовой школе», №8, 1929 г. и №3, 1931 г. и др.). О высокой результативности работы коллоквиума позволяет судить отчет Д.Д. Мордухай-Болтовского «О научно-исследовательской работе при геометрическом кабинете»<sup>1</sup>. Коллоквиум продолжил свою деятельность вплоть до 1930 г., до момента реорганизации университета.

Для успешной научной работы и математического семинария и методического коллоквиума требовалась хорошая библиотека. Один из слушателей первого потока аспирантов Д.Д. Мордухай-Болтовского Борис Николаевич Саморуков вспоминает следующий случай, который произошел с личной библиотекой ученого в 1920-е годы: «По существующему положению, частная библиотека не могла содержать более 10 книг, остальные издания изымались для формирования общественных библиотек. Эта судьба постигла богатейшую научную библиотеку Дмитрия Дмитриевича, которая была эвакуирована в Москву. Тогда Д.Д. Мордухай-Болтовской поручил одному из своих аспирантов узнать судьбу своего уникального собрания книг. Тот обнаружил, что вся коллекция находится в Москве в одном из подвалов на складе. Дмитрий Дмитриевич оформил свою библиотеку в качестве подарка Донскому университету, после чего она была благополучно передана в организованный им же геометрический кабинет. Таким образом, практически все книги вернулись к своему хозяину, но уже в качестве государственной собственности»<sup>2</sup>.

В это время (1923-25 гг.) Д.Д. Мордухай-Болтовской ведет активную переписку с заграничными учеными (Пеано, Венн, Адамар и др.), а также публикует за рубежом свои работы (8 публикаций в Трудах Парижской АН)<sup>3</sup>.

### **1.3.2.3. В Северо-Кавказском государственном университете. 1925-1931гг.**

К 1925 г. жизнь в Ростове постепенно налаживается. Университет становится научным центром всего Северного Кавказа и в июне 1925 г. из Донского переименовывается в Северо-Кавказский государственный.

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.1, д.177, л.64-66 с оборотом

<sup>2</sup> «Из воспоминаний Б.Н. Саморукова», записано с его слов В.Е. Пырковым в 2001 г.

<sup>3</sup> См. подробнее 1.3.5.

Объединение физико-математического факультета с педагогическим факультетом, главной задачей которого была подготовка преподавателей для средних школ, внесло существенные изменения в учебную работу. На уровне научной работы в области математики это отразилось мало, т.к. профессора-математики остались в основном те же. В 1925-26 уч. г. было упразднено общество естествоиспытателей, а при педфаке создан научно-исследовательский институт математики и естествознания, который вошел в СКАНИИ (Северо-Кавказская ассоциация научно-исследовательских институтов). Институт способствовал развитию математики: организовал печатание трудов, созывал конференции, предоставлял научные командировки и систематически устраивал собрания с докладами. Д.Д. Мордухай-Болтовской в НИИ являлся председателем отделения математики, состоящего из трех кафедр: математического анализа, алгебры и теории чисел и геометрии. Научная работа по математике велась главным образом Д.Д. Мордухай-Болтовским и его учениками<sup>1</sup>.

Председатель СКАНИИ, проф. В.П. Вельмин, отмечал, что Д.Д. Мордухай-Болтовской «наряду с значительной собственной научной продуктивностью сумел организовать школу своих учеников и дать реальные примеры научной работы коллектива»<sup>2</sup>.

В 1927 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской был делегирован от ассоциации на Первый Всероссийский съезд математиков, проходивший в Москве с 24 апреля по 4 мая<sup>3</sup>. Здесь он выступал в качестве председателя пленарных заседаний и различных секций<sup>4</sup>.

В этом же году Д.Д. Мордухай-Болтовской был приглашен Казанским университетом в качестве почетного гостя на юбилейные торжества, посвященные 100-летию со дня открытия Н.И. Лобачевским неевклидовой геометрии<sup>5</sup>, где выступил с речью «Лобачевский и основные логические проблемы в математи-

---

<sup>1</sup> См подробнее [9, С.330]

<sup>2</sup> ГАРО ф.Р-2605, оп.1, д.81, л.152

<sup>3</sup> Архив РГУПС оп.1, д.8448, л.4

<sup>4</sup> ГАРО ф.Р-2605, оп.1, д.81, л.155 оборот

<sup>5</sup> Архив РГУПС оп.1, д.8448, л.4

ке». В юбилейном сборнике «In memoriam N.I. Lobatshevskii» помещена его статья «О геометрических построениях в пространстве Лобачевского».

В январе 1928 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской работал в Москве над организацией Всесоюзной Ассоциации математиков<sup>1</sup>.

Летнее время Д.Д. Мордухай-Болтовской, как правило, проводил в командировках. Судя по сохранившейся личной переписке<sup>2</sup> и по отчетам о научных командировках, помимо работы в библиотеках (Москва, Ленинград, Киев и др.), Д.Д. Мордухай-Болтовской отправлялся в путешествия по старинным русским городам. Также, будучи очень заинтересованным в воссоздании своей родословной, он посещал белорусские и литовские города с целью проведения генеалогического исследования (для чего даже выучил белорусский язык) и добился в этом вопросе значительных результатов<sup>3</sup>. В личной переписке<sup>4</sup> ученого сохранились свидетельства о том, что речь шла даже об избрании его членом Белорусской Академии Наук по отделению истории, но что-то, видимо, помешало этому<sup>5</sup>.

В летней командировке 1928 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской преследовал две цели: «одну относящуюся к истории математики, другую к работе в геометрическом кабинете СКГУ»<sup>6</sup>. В своем историко-математическом исследовании он занимался генезисом идей исчисления бесконечно-малых, а также и эволюцией техники интегрального исчисления. В следующем году он продолжил исследования по данной тематике, но еще и занялся работой по генезису аналитической геометрии, в результате которой появилась большая статья «Сущность и происхождение аналитической геометрии»<sup>7</sup> изданная с некоторыми изменениями в 1952 г. в ТИИЕ АН СССР.

---

<sup>1</sup> Там же

<sup>2</sup> Архив Болтовских

<sup>3</sup> В результате получились две содержательные статьи, делающие честь математику, ибо они достойны профессионала-историка, а именно: «Об образовании белорусских фамилий» и «О великорусском элементе в литовско-русском боярстве» (ПФА РАН ф.821, оп.1, д.140 и д.156)

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.31-33

<sup>5</sup> Этот факт упоминается в статье А.С. Степановой [222]

<sup>6</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.1, д.340, л.93

<sup>7</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.131

Также из «Отчета о работе летом 1929 года на пособие от Ассоциации исследователей институтов»<sup>1</sup> следует, что Д.Д. Мордухай-Болтовской проделал огромную работу по изучению радиолярий, в результате чего появился солидное исследование по математической биологии «Геометрия радиолярий» и др., которые привлекли повышенное внимание зарубежных биологов<sup>2</sup>, и по настоящее время высоко оцениваются специалистами в области математической биологии<sup>3</sup>.

15 мая 1928 г. Северо-Кавказский государственный университет (Ростов-на-Дону) совместно с Донским политехническим институтом (Новочеркасск), обществом естествоиспытателей при университете, СКАНИИ и краевой секции научных работников отметило торжественным заседанием 30-летие научной и педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского. Материалы о праздновании юбилея сохранились в ГАРО (ф.Р-2605, оп.1, д.81 и ф.Р-46, оп.1, д.296), кроме того, данное событие нашло отражение в печати<sup>4</sup>.

Торжественное заседание состоялось 15 мая в 19 часов в физическом корпусе университета (ул. Фр. Энгельса, № 62), который находился на том месте, где ныне разбит сквер у здания музыкального института.

В адрес юбиляра было произнесено много добрых слов, и он их вполне заслужил. Выступающие называли Д.Д. Мордухай-Болтовского «научным деятелем крупнейшего ранга»<sup>5</sup>, чье имя «занимая в блестящей плеяде русских математиков одно из первых мест, стоит на страже математической мысли далеко за пределами нашего союза»<sup>6</sup>. За необычайную широту научных интересов его относили к «математикам-энциклопедистам». За глубокую эрудицию в области истории математических знаний, философии человеческой мысли вообще и ма-

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-2605, оп.1, д.23, л.3-4

<sup>2</sup> Д.Д. Мордухай-Болтовской указывает в своей автобиографии (Архив РГУ, ф.Р-46, оп.22, д.63, л.87) на «очень хороший отзыв» Анри-Томсона из Ирландии

<sup>3</sup> Сохранились также свидетельства о переписке Д.Д. Мордухай-Болтовского с признанными специалистами в этой области биологического знания – А.А. Любищевым и В.Н. Беклемишевым. Кроме того, исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского о геометрии радиолярий приобрели новое звучание в связи с развитием теории фуллеренов, имеющих схожее с радиоляриями строение. В частности, интерес к работам Д.Д. Мордухай-Болтовского проявляет авторитетный исследователь в этой области Е.А. Кац (Институт солнечной энергии и физики окружающей среды, Израиль).

<sup>4</sup> «Юбилей проф. Мордухай-Болтовского»// газета «Молот», №2034 от 13 мая 1928 г., С.7

<sup>5</sup> ГАРО ф.Р-2605, оп.1, д.81, л.152

<sup>6</sup> Там же, л.64

тематической в частности ставили его в ряды «выдающихся математиков мыслителей». За глубокое проникновение в сущность методических вопросов признавали в нем известнейшего «математика-методиста» являющегося «украшением педагогического факультета». Признавали в нем и талант «организатора-руководителя», который «сумел сплотить и организовать вокруг своей кафедры математически-мыслящие элементы». Отмечалось, что именно благодаря таким работникам научные учреждения «могут создавать свои традиции и накапливать авторитеты»<sup>1</sup>.

Юбиляру был посвящен 3(15) том «Известий СКГУ» [58], основное содержание которого представляли статьи ученого, а также статьи Н.М. Несторовича о научно-педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского.

Уже в 1929 г. в одном из писем сыну Филарету Д.Д. Мордухай-Болтовской пишет об изменениях, происходящих в кадровой политике университета и в отношении к нему: «Вообще теперь всех выпирают, в особенности стариков. С молодежью же очень носятся. Даже самые молодые математики получают больше меня»<sup>2</sup>.

В следствие недостаточного заработка Д.Д. Мордухай-Болтовской вынужден был работать в нескольких учебных заведениях. В конце 1928/29 ак. г. в Водном политехникуме, где он работал по совместительству, были сокращены занятия по высшей математике<sup>3</sup>, из-за чего Д.Д. Мордухай-Болтовской лишился части заработка. Он подает прошение в Политехникум путей сообщения СКЖД (ныне РТЖТ), где уже преподавал его коллега по университету – Н.М. Несторович, о предоставлении ему «свободных часов по математике»<sup>4</sup>. В это время на базе данного политехникума в Ростове-на-Дону открывается Институт инженеров транспорта (ныне РГУПС), куда Д.Д. Мордухай-Болтовской был приглашен для закрепления за ним высшей математики и разработки программ по

---

<sup>1</sup> Там же, л.65

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.32

<sup>3</sup> Архив РГУПС оп.1, д.8448, л.2

<sup>4</sup> Там же, л.28



математике<sup>1</sup>. Здесь он возглавлял кафедру математики в первые годы её существования (1929-1931 гг.).

В нескольких письмах<sup>2</sup> к сыну Филарету Д.Д. Мордухай-Болтовской говорит о том, что ведет занятия и рецензирует работы в институте повышения квалификации учителей, однако среди сохранившихся в архиве Министерства образования Ростовской области документов за этот период, сведений о работе Д.Д. Мордухай-Болтовского в Ростовском ИПК и ПРО нами не обнаружено.

В 1930 г. в Северо-Кавказском государственном университете прошла так называемая «чистка научных работников». В это время в местной периодике появился ряд статей разоблачающих «капиталистический мир» и «гибнущее кулачество». Газета «Молот» (№2645 от 28.05.1930 г.) писала: «Мерзко и мстительно работают отбросы капиталистического мира и, к сожалению, среди них есть и научные работники».

Д.Д. Мордухай-Болтовской подвергся «общественному пересмотру» 22 мая 1930 г. На этом заседании присутствовало 706 человек. В ГАРО сохранился протокол<sup>3</sup> этого собрания, содержащий в себе выступление Д.Д. Мордухай-Болтовского, вопросы комиссии и его ответы на них, а также прения по выступлению и вопросам, в которых могли принять участие все присутствующие в зале.

По сравнению с другими «подследственными», выступление Д.Д. Мордухай-Болтовского, содержащее сведения биографического характера и некоторые данные о его научно-педагогической и общественной деятельности, и также ответы на вопросы и заключительное слово, отличаются чрезмерной краткостью. Тем не менее, в них содержится информация которая не встречалась нам в других документах.

Задаваемые вопросы были весьма разнообразны и относились к выявлению педагогического кредо, «политической физиономии», отношения к религии и к производимым реформам в сфере высшего образования.

---

<sup>1</sup> Там же, л.27

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.179, л.27-30

<sup>3</sup> См. приложение 1.

В процессе обсуждения указывалось, что у Д.Д. Мордухай-Болтовского «во взаимоотношениях со студентами были прения и конфликты»<sup>1</sup>, что студенты не понимают его в виду непопулярности изложения преподаваемого материала, а «равнения на «маленьких ученых»». Отмечалось, что на новые методы преподавания Д.Д. Мордухай-Болтовской смотрел, как на то, что приведет университет к гибели: «Когда вводился лабораторный метод, Д.Д. был против него, утверждая, что этот метод старый, который пережил несколько провалов».

Сотрудники Д.Д. Мордухай-Болтовского отмечали, что он, будучи крупным ученым и ценным работником, используется нерационально и «следует сделать правильную расстановку педагогических сил»<sup>2</sup> отстранив Д.Д. Мордухай-Болтовского от работы со студентами и поручив руководство научно-исследовательской работой аспирантов. Студенты выступали против такого предложения и высказали пожелание «сбросить Д.Д. Мордухай-Болтовскому с себя мнимую аполитичность. Сделать математику могучим орудием в борьбе за социализм, сойти с горных профессорских высот, прислушаться к запросам аудитории и войти в контакт со студенческой массой»<sup>3</sup>.

Высказывание отдельных выступающих были достаточно жесткими. Так, некто Соловьев, называя Д.Д. Мордухай-Болтовского «ученым-мистиком», отмечал, что «развиваемые положения проф. Мордухай-Болтовского заслуживают дружного отпора» и что нельзя «допускать в Высшую школу людей, которые потом будут вредителями»<sup>4</sup>.

Вердикт по итогам смотра был вынесен 24 мая 1930 г.: «...отмечая, как отрицательное явление то обстоятельство, что проф. Мордухай-Болтовской до сих пор придерживается философско-мистических взглядов, что он в своей преподавательской деятельности ориентируется не на массы, а на отдельные группы студентов, также и то, что он является противником реформы высшей

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.1, д.404, л.95 оборот

<sup>2</sup> Там же

<sup>3</sup> Там же

<sup>4</sup> Там же, л.95-96

школы, – считать все же необходимым оставить профессора Мордухай-Болтовского в занимаемой должности как крупного ученого математика»<sup>1</sup>.

Через неделю после смотра в газете «Молот» (№2645 от 28.05.1930 г.) было опубликовано «Заявление группы научных работников педфака СКГУ». В этом заявлении Д.Д. Мордухай-Болтовскому было уделено особенно повышенное внимание. В нем говорилось: «На общественном смотре профессорско-преподавательского персонала СКГУ вскрылись отдельные случаи аполитичности, непонимания того, что должен представлять из себя советский ученый, как ученый общественник, появился похороненный Октябрьской революцией лозунг «Наука вне политики» (проф. Стасевич, проф. Мордухай-Болтовской). ... реформа высшей школы как основа борьбы за кадры, борьба за пролетаризацию высшей школы встретила в нашей среде противника (проф. Мордухай-Болтовской, проф. Стасевич). Самая неприкрытая религиозность и мистические настроения владеют умами некоторых наших ученых (проф. Козловский, проф. Мордухай-Болтовской) ученых, которые должны воспитывать новые кадры в коммунистическом духе».

Отношение к выделенным профессорам было четко прописано: «Мы, группа научных работников педфака СКГУ, решительно отмежевываемся от реакционной и неопределившейся в политическом отношении части научных работников, от аполитичных, противящихся реформе высшей школы, от нежелающих признать и исправить свои политические ошибки». Среди этих «мы» были и давние сослуживцы Д.Д. Мордухай-Болтовского – проф. В.П. Вельмин, проф. Д.Н. Горячев, доц. М.П. Черняев. Сегодня можно только строить предположения о той атмосфере, которая царила в это время на факультете и о тех душевных переживаниях, которые испытывал в это время Д.Д. Мордухай-Болтовской и члены его семьи.

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.1, д. 382, л.14 оборот

#### **1.3.2.4. В Ростовском педагогическом институте и Ростовском госуниверситете. 1931-1947 гг.**

В соответствии с директивами партии в конце 1929-1930 гг. факультеты СКГУ были реорганизованы в самостоятельные вузы: медицинский (ныне РГМУ), педагогический (ныне РГПУ) и финансово-экономический (ныне РГЭА) институты. Сам университет не перестал существовать, под новым названием – Ростовский-на-Дону государственный университет – он возобновил свою деятельность осенью 1931 г. После реорганизации университета Д.Д. Мордухай-Болтовской остался в нем работать, «но только по совместительству, не будучи в состоянии по болезни ног выполнять полную нагрузку, в виду отдаленности»<sup>1</sup>.

В бывшем здании университета (Б. Садовая, 33), теперь расположился пединститут, куда Д.Д. Мордухай-Болтовской и перешел на основную работу.

К сожалению, документы, освещающие деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в РПИ нами не обнаружены. Часть документов из архива РПИ погибла в Ростове во время бомбежек (1942-1943 гг.), а те документы, которые удалось спасти, были в спешном порядке эвакуированы вместе с институтом в г. Ош (Киргизия) и обратно в Ростов уже не вернулись. Запросы, предпринятые нами, в г. Ош не принесли желаемого результата. В связи с этим, в нашем распоряжении остаются только лишь устные воспоминания современников и те сведения, которые сохранили местная периодика и научные издания: «Известия» и «Ученые записки» пединститута.

Единственным документальным свидетельством является находящаяся в ПФА РАН справка, выданная «Мордухай-Болтовскому Д.Д. в том, что он работал в Ростовском-на-Дону Государственном Педагогическом и Учительском Институте в должности профессора и зав. кафедрой математики с 1 января 1931 года по август 1942 года и уволен в связи с эвакуацией института»<sup>2</sup>. Но и этот документ, выданный Д.Д. Мордухай-Болтовскому в январе 1950 г., не вполне верно отражает положение дел.

---

<sup>1</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.86

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.175, л.27

1930/31 уч. г. стал годом рождения Ростовского пединститута, и именно с осени 1930 г. он начал свою деятельность как самостоятельный вуз с четкой структурой из 5 факультетов и определенным составом кафедр. Ввиду того, что Д.Д. Мордухай-Болтовской возглавил кафедру математики с первых дней ее существования<sup>1</sup>, к этому времени следует отнести и начало его педагогической деятельности в данном вузе.

Как вспоминал Д.Д. Мордухай-Болтовской в наиболее поздней из обнаруженных нами автобиографий (1946 г.) «с переходом из университета в пединститут, руководительская работа конечно сильно сократилась, и осталась только в форме консультаций оставшимся в Ростове ученикам, а также в письменном руководительстве некоторыми живущими в других городах лицами. Вместе с тем, конечно, сократилась и педагогическая работа, исключились более трудные специальные курсы и лекции для университетских аспирантов»<sup>2</sup>.

Кафедра математики, явившаяся предтечей современной кафедры геометрии и методики преподавания математики, отвечала за всю математическую и методическую подготовку студентов. Под руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского здесь развернулась интенсивная и интересная научно-методическая работа.

В нескольких статьях упоминается об организации Д.Д. Мордухай-Болтовским в пединституте геометрического кабинета, «по богатству моделей являющегося одним из лучших в Советском Союзе»<sup>3</sup>. Так М.П. Черняев отмечает, что «геометрический кабинет (к сожалению погибший в период Отечественной войны) состоял из интересных моделей правильных и полуправильных многогранников, выполненных по разверткам, рассчитанным Д.Д. Мордухай-Болтовским. Интересны были модели разверток четырехмерных тел, выполненных средствами начертательной геометрии четырехмерного пространства» [238, С.18]. Н.М. Несторович говоря о том, что все приобретенное в результате долголетнего опыта Д.Д. Мордухай-Болтовской старался передать своим уче-

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-2613, оп.1, д.60, л.45

<sup>2</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.87 оборот

<sup>3</sup> См. подробнее статью «Юбилей профессора Мордухай-Болтовского» // газета «Молот», №5258 от 8 декабря 1938 г.

никам приводит в качестве примера тот факт, что в пединституте он «ввел обучение студентов строительству моделей, очень нужных в условиях их будущей работы. Модельная мастерская выпускает студентов математиков ... с запасом знаний, обеспечивающих создание своими силами математических кабинетов в тех учебных заведениях, где они будут работать» [168, С.9]. Сам Д.Д. Мордухай-Болтовской в своей автобиографии отмечал, что «вся ростовская область и Кавказ были заполнены моделями, делавшимися моими учениками, согласно моим идеям»<sup>1</sup>.

С жизнью геометрического кабинета была тесно связана работа методического коллоквиума продолжившего свою деятельность в стенах пединститута. В 10 томе «Известий РГПИ», посвященном 40-летию научно-педагогической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского, юбиляр поместил статью «Методический коллоквиум при кафедре математики Ростовского пединститута» содержащую подробный отчет о проделанной работе.

Особое внимание уделял Д.Д. Мордухай-Болтовской педагогической практике будущих учителей-математиков. Как зав. кафедрой математики «он посещает пробные уроки своих учеников по пединституту и учительскому институту и всегда при обсуждении этих уроков делится своим опытом» [168, С.8].

8 декабря 1938 г. дирекция, физико-математический факультет и общественные организации Ростовского педагогического института отметили сорокалетие научной и преподавательской деятельности доктора физико-математических наук профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского. В актовом зале пединститута состоялся большой юбилейный вечер, куда были приглашены представители общественных и научных организаций Ростова и области, его ученики, студенты. Это событие нашло отражение в прессе (газета «Молот», №5258 от 8 декабря 1938 г.).

Эта же газета (№5273 от 27 декабря 1938 г.) отмечала «большую работу по подготовке аспирантов» проводимую проф. Д.Д. Мордухай-Болтовским. Но если с университетской аспирантурой положение дел обстояло более или менее

---

<sup>1</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.878

ясно, то аспирантура в педагогических институтах вызывала множество вопросов. В то время, как Наркомпрос предлагал аспирантуру только университетского образца, Д.Д. Мордухай-Болтовской неоднократно выступал за создание методической аспирантуры: «педагогический институт, как профессиональный вуз, готовящий школьных преподавателей, должен иметь и свою специфическую область исследовательской работы – методику» [127, С.39]

Надо сказать, что в это время в научных кругах бытовало мнение что «методики, как науки, вообще не существует», что методика является «ненаучным придатком чего-то». Но Д.Д. Мордухай-Болтовской был твердо уверен, что «методика – наука будущего, которая таит в себе огромные возможности для развития» [127, С.40]. Отмечая, что «вместе с ростом еще молодой науки – методики математики должны расти и руководители и руководимые» [115, С.35] Д.Д. Мордухай-Болтовской считал необходимым введение методической аспирантуры.

Но, если о работе Д.Д. Мордухай-Болтовского в пединституте известно не очень много, то его деятельность в университете документально представлена гораздо богаче.

При открытии университета в 1931 г. в состав факультета входили уже три кафедры: математического анализа (Д.Д. Мордухай-Болтовской), геометрии (М.П. Черняев), алгебры и теории чисел (В.П. Вельмин). Состав этих кафедр заметно пополнился молодежью, большинство из которых окончили математическую аспирантуру под руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского.

В 1935 г. Народный комиссариат по просвещению РСФСР по восстановлению ученых степеней утвердил Д.Д. Мордухай-Болтовского в ученой степени доктора физико-математических наук без защиты диссертации<sup>1</sup>. В этом звании Д.Д. Мордухай-Болтовской развернул широкую деятельность по организации аспирантуры. Как вспоминает о Д.Д. Мордухай-Болтовском М.Н. Несторович «только с его эрудицией и запасом тем можно было вынести напряженную работу иногда с 10-15 аспирантами одновременно» [168, С.8].

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.163

В связи с 20-летием существования университета в Ростове и выделенными к этой дате материальными средствами, был решен вопрос об открытии Научно-исследовательского института математики и физики, который начал функционировать с 1936 г. Если кафедры университета, в основном были сосредоточены на организации учебного процесса, то кафедры математического отделения института полностью отвечали за организацию научной работы. Так, только в «Ученых записках» института, появилось около двух десятков научных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского<sup>1</sup>.

Стоит отметить и историко-математическую работу Д.Д. Мордухай-Болтовского в этот период. В 1937 г. вышли в свет «Математические работы» Ньютона в переводе Д.Д. Мордухай-Болтовского. Это был первый перевод на русский язык работ, служивших основой математического анализа и продолжавших развитие аналитической геометрии. Свой перевод, выполненный с латинского языка, Д.Д. Мордухай-Болтовской снабдил обширной вводной статьей и обстоятельными комментариями. К 1940 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской закончил перевод с греческого 10 книг «Начал» Евклида, которые также содержал обширные комментарии.

В 1941 году кафедра математического анализа, руководимая Д.Д. Мордухай-Болтовским, была награждена переходящим Красным знаменем за лучшую работу среди кафедр университета [69, С.150].

Мирное течение жизни было прервано Великой Отечественной войной.

С 21 ноября по 28 ноября 1941 г. немцы захватили Ростов. После оккупации университет возобновил свою работу лишь в конце декабря. Газета «Молот» (от 26 декабря 1941 г.) писала: «Ростовский-на-Дону госуниверситет с 22 декабря приступил к регулярным занятиям. ... Вновь здесь читают лекции профессора Мордухай-Болтовской, Вельмин, Черняев, ... Все лаборатории университета, пострадавшие при налетах немцев, приведены в готовность. Полностью готова к приему преподавателей и студентов научная библиотека. Везде наведены порядок и чистота».

---

<sup>1</sup> См. приложение 2



8 июля 1942 года на заседании Совета университета было решено начать новый учебный год 10 июля, отказавшись от каникул. Но через два часа после окончания заседания началась очередная бомбежка. Бомба попала в здание физико-математического факультета на ул. Горького, где в то время размещался и весь университет<sup>1</sup>. Во время бомбежек сгорела университетская библиотека, «полностью погиб физический корпус пединститута, куда был перенесен кабинет проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского»<sup>2</sup>.

В отчете о работе физико-математического факультета за 1942 г. декан факультета, М.Г. Хапланов, сделал следующую запись: «Зав. кафедрой Д.Д. Мордухай-Болтовской вел интенсивную работу в зимние месяцы 1942 г. Он закончил перевод «Начал» Евклида и написал около десяти статей и заметок по дифференциальной геометрии на плоскости Лобачевского. Весной темп его работы снизился в виду большой педагогической работы в Пединституте»<sup>3</sup>. По свидетельству С.Е.Белозерова, в это время Д.Д. Мордухай-Болтовской проводил «большую методическую работу с преподавателями математики средних школ» [9, С.331]

20 июня 1942 года немцы непрерывно бомбили Ростов и, несмотря на угрозы близких ему людей, не идти в Пединститут, Дмитрий Дмитриевич, верный своему долгу, все же пошел. То, что произошло дальше Д.Д. Мордухай-Болтовской описал в своей автобиографии: «стремясь дать патриотический прием, я в опасное время взял сверх нормальной нагрузки еще бесплатную работу в заочном секторе, и возвращаясь с работы попал под германскую бомбу, тяжело ранившую меня в голову и ногу, осколками навывлет, разбив кость»<sup>4</sup>. До 18 июля 1942 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской пролежал в военном госпитале клиники профессора Н.А. Богораза<sup>5</sup> в Ростове-на-Дону, затем был эвакуирован в Ессентуки, где продолжил лечение.

---

<sup>1</sup> См. подробнее [53, С.20-22]

<sup>2</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.10, д.81, л.3

<sup>3</sup> Там же, л.5

<sup>4</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.86

<sup>5</sup> Н.А. Богораз – профессор госпитальной хирургии, переехал в Ростов с Варшавским университетом.

Приведем далее отрывок из автобиографии составленной 7 февраля 1946 года: «Все мое имущество было уничтожено немцами, вследствие чего я с своей женой, не получая ни зарплаты, ни пенсии, и не будучи в состоянии что либо продавать, находился в состоянии крайней нужды, страдал от болезней, и от холода, и от голода, вплоть до моего поступления профессором в Пятигорский пединститут, когда я поднялся с носилок, едва начав ходить на костылях»<sup>1</sup>. В эти годы Д.Д. Мордухай-Болтовской ведет большую работу по восстановлению своих научных работ оставшихся в рукописи и погибших вместе с остальным имуществом оставленным в Ростове: «еще в кровати мне удалось восстановить большинство уничтоженных рукописей. В соединении с вытребованными из редакций журналов и учеников уже сейчас составилась большой архив работ, на напечатание которых, конечно, в ближайшее время, да еще при моем возрасте надежды очень мало»<sup>2</sup>.

#### **1.3.2.5. Последние годы жизни. 1947-1952 гг.**

Проведенный нами анализ литературы показал, что сведения биографического характера, освещающие послевоенный период жизни ученого вообще отсутствуют. Для реконструкции происходящих событий мы использовали сохранившиеся в архивах учебных заведений (РГУ, ПГПУ, ИвПИ) документы, воспоминания родственников и сослуживцев, а также широко представленную в семейном архиве Болтовских сохранившуюся личную переписку Д.Д. Мордухай-Болтовского с сыном Ф.Д. Мордухай-Болтовским. Более полную версию творческой биографии этого периода можно найти в подготовленной нами к изданию биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского. В данном параграфе мы ограничимся только лишь основными событиями этого периода.

С 1 сентября 1947 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской вновь работает в Ростовском госуниверситете в качестве зав. кафедрой математического анализа<sup>3</sup>. Об условиях работы на физико-математическом факультете позволяет судить отчет за 1947/48 уч.г. декана (В.К. Матышук). Следуя этому отчету, во время войны

<sup>1</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.86 оборот

<sup>2</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.87

<sup>3</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.175, л.28

половина здания физико-математического факультета была разрушена вражеской авиацией. Погибло все оборудование и библиотека. Уцелела всего одна аудитория приспособленная для лекционных занятий вместимостью на 150 человек и четыре аудитории на 30-50 человек<sup>1</sup>. Неудовлетворительной была комплектация факультета научно-педагогическими кадрами. Так, из 30 человек преподавательского состава на факультете было только три доктора физико-математических наук (Д.Д. Мордухай-Болтовской, В.П. Вельмин и А.П. Коробов)<sup>2</sup>.

Д.Д. Мордухай-Болтовской, уже не молодой (71 год), но все еще весьма активный научный работник, сразу же включился в работу по организации учебного процесса и постановке научно-исследовательской деятельности на факультете. В день 30-й годовщины Великой Октябрьской Революции (7 ноября 1947 г.) Д.Д. Мордухай-Болтовскому была «объявлена благодарность с занесением в личное дело за хорошую учебную, научно-исследовательскую и общественную работу»<sup>3</sup>. Вскоре Д.Д. Мордухай-Болтовского назначили по совместительству заведующим отделом математики Научно-исследовательского физико-математического института<sup>4</sup>.

Что касается научной работы, то в 1948 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской работал над темой «Об условиях выражаемости чисел через трансцендентные построения различных классов». Полученные результаты он докладывал на шести заседаниях семинара по математическому анализу. Часть этих результатов, в виде двух статей, была передана в «Известия Казанского математического общества» и в «Доклады АН»<sup>5</sup>. Подробный отчет о результатах работы и аннотация к ней хранятся в ГАРО<sup>6</sup>.

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.10, д.221, л.1

<sup>2</sup> Там же

<sup>3</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.77

<sup>4</sup> Там же, л.73

<sup>5</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.10, д.266, л.19

<sup>6</sup> Там же, л.5, л.50

С июля 1948 г. при РГУ начинает действовать Ростовское физико-математическое общество, одним из учредителей которого явился Д.Д. Мордухай-Болтовской<sup>1</sup>.

В 1948-50 гг. в издании ГИТТЛ в трех томах вышел перевод Д.Д. Мордухай-Болтовского всех 15 книг «Начал» Евклида с 645 страницами комментариев к ним. Более 10 лет работал Д.Д. Мордухай-Болтовской над этим изданием. Только обширные знания математики эпохи Евклида и большое трудолюбие позволили ему выполнить эту поистине огромную и важную работу, которая в последние годы была осложнена и условиями военного времени и все ухудшающимся физическим состоянием.

По возвращении в Ростов Д.Д. Мордухай-Болтовской, по причине болезни ног, не мог сам добираться в университет. Вследствие «небрежного обслуживания его университетским транспортом»<sup>2</sup> он довольно часто опаздывал на занятия и даже пропускал их. В отчете о работе физико-математического факультета, декан К.К. Мокрищев сообщал: «Преклонный возраст (73-й год) заведующего кафедрой математического анализа проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского и неудовлетворительное бытовое устройство его не позволяли ему должным образом использовать его богатый опыт для руководства одной из ведущих кафедр факультета. ... Плохо был организован контроль за качеством занятий на кафедре математического анализа (проф. Д.Д. Мордухай-Болтовской не мог посещать занятия своих сотрудников из-за отсутствия транспорта). ... Неоднократно пропускал занятия и опаздывал проф. Д.Д. Мордухай-Болтовской, по причине не подачи ему машины»<sup>3</sup>.

В 1949 г. Д.Д. Мордухай-Болтовскому пришлось доказывать свое право на звание профессора, звание, которое он носил еще с 1909 г. Летом 1949 г., во время проверки аттестации научных работников вузов, на всех научных работников РГУ, в том числе и на доктора физико-математических наук Д.Д. Мордухай-Болтовского, в ВАК были посланы соответствующие документы. В виду

---

<sup>1</sup> См. подробнее ГАРО ф.Р-46, оп.10, д.274

<sup>2</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.10, д.221, л.12

<sup>3</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.10, д.273, л.2-8 с оборотом

совершенно несомненных прав Д.Д. Мордухай-Болтовского на профессорское звание на Совет РГУ не ставился вопрос о ходатайстве присвоения ему этого звания, поэтому в деле Д.Д. Мордухай-Болтовского не было полагающейся по инструкции выписки из протокола Совета.

Именно на этом основании ВАК, после многомесячного рассмотрения дела, отказалась присвоить Д.Д. Мордухай-Болтовскому звание профессора без упомянутой выписки<sup>1</sup>. Удивленный таким недоверием и отказом в звании по чисто формальным причинам Д.Д. Мордухай-Болтовской написал в ВАК, указав на то, что утверждение профессором состоялось еще в 1929 г. на Совете научно-исследовательского института при РГУ. Однако ВАК вторично потребовала именно современного решения Совета РГУ.

В силу сложившихся обстоятельств в январе 1950 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской переводится в Пятигорский пединститут, где он продолжил работать в должности профессора заведующего кафедрой математики. По близости с университетом ему была предоставлена жилплощадь (пер. Советский, д.72, кв.3).

Уже в Пятигорском пединституте, весной 1950 г., в виду вышеупомянутого требования ВАК, на Совете института, было вынесено решение о присвоении Д.Д. Мордухай-Болтовскому профессорского звания и выписка из протокола Совета была послана в ВАК. Тем не менее, опять-таки после многомесячного рассмотрения, ВАК снова не утвердила Д.Д. Мордухай-Болтовского в звании профессора. В результате последовавшей активной переписки между Пятигорском и Москвой 4 ноября 1950 г. решением ВАК (протокол №18) Д.Д. Мордухай-Болтовской все же был утвержден в ученом звании профессора по кафедре «математика».

В Пятигорске у Д.Д. Мордухай-Болтовского было очень много аспирантов, т.к. о нем, как об очень хорошем научном руководителе, ходила слава: «Известно, – писал он в письме к своему сыну, – что у меня кроме оккупированных 100% из моих учеников защитили диссертации, в газетах же жалуются, что до-

---

<sup>1</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.78-79

ходит в других городах менее 30%»<sup>1</sup>. Если первое пребывание (1943 г.) Д.Д. Мордухай-Болтовского в Пятигорске было временным, то теперь в Пятигорске он планировал остаться до конца: «Надо сознаться, что в Ростове было все хуже: и квартира была дальше, и плохой абонемент, и довольно подлое отношение. ... Вообще отсюда я никуда не выеду»<sup>2</sup>. Но, конечно же, на решение Д.Д. Мордухай-Болтовского остаться в Пятигорске повлиял не только хороший библиотечный абонемент, но и простые человеческие отношения, о которых он говорил в своих письмах: «Здесь нет абсолютно никакой враждебности к оккупированным», «сослуживцы и директор люди добродушные»<sup>3</sup> и т.п.

Из переписки Д.Д. Мордухай-Болтовского с родными, следует, что с осени 1951 года у него началось ухудшение здоровья: ослабевают ноги, ухудшается сон, резко ухудшается почерк, делаясь очень мелким и неразборчивым; резко упало зрение: последние работы написаны рукой жены – Людмилы Филаретовны, под диктовку Дмитрия Дмитриевича.

В личном архиве Болтовских сохранились записки «Последние дни папы», составленные сыном Филаретом, которые освещают последний период жизни Д.Д. Мордухай-Болтовского: «Это состояние усилилось в январе. К этому времени настроение у папы сильно ухудшилось. Папа настойчиво требует от университета и пединститута <ростовских **В.Е.**> возврата всех фотографий и оттисков, стремится совершенно полностью порвать все связи с этими учреждениями»<sup>4</sup>. В письме от 10.01.1952 Д.Д. Мордухай-Болтовской пишет, что может ходить по улицам (в пединститут) часто при поддержке студентов. То же повторяется в письмах от 13 и 16 января, где указывается, что при ходьбе его шатает из стороны в сторону. В последнем письме от 16 января написанном особенно мелко и неразборчиво, читаем: «что-то сделалось с ногами, ... недавно упал с кровати и не мог сам подняться». В этом же письме он пишет: «нам старикам, следует уйти», т.к. «мы принадлежим к старому, отошедшему миру».

---

<sup>1</sup> Семейный архив Болтовских: письмо к сыну Филарету от 10.01.1952 г.

<sup>2</sup> Семейный архив Болтовских: письмо к сыну Филарету от 13.01.1951 г.

<sup>3</sup> «Последние письма Папы» – письма Д.Д. Мордухай-Болтовского из Пятигорска в Ростов-на-Дону сыну Филарету (1950-1952). Хранятся в семейном архиве Болтовских.

<sup>4</sup> Семейный архив Болтовских

Умер Д.Д. Мордухай-Болтовской 7 февраля 1952 г. в городе Ростове-на-Дону, куда приехал на каникулы в гости к сыну Филарету. По рассказам родных, накануне чувствовал себя хорошо, работал, довольно поздно лег спать, проведя вечер в кругу близких, а среди ночи почувствовал себя плохо и вскоре скончался.

Выражая глубокое уважение его памяти, коллега и товарищ В.Ф. Каган в письме к родственникам называет Д.Д. Мордухай-Болтовского «последним математиком старой школы»<sup>1</sup>.

Хочется подытожить наше повествование жизненного пути этого замечательного человека словами, которые он написал в одном из писем своему сыну Филарету: «Мир, который меня окружал, был для меня слишком тесен, жизнь, которую я получил, слишком простой и бедной. Я жил в других мирах, которые близкие мне люди не видели. Я старался не только понять, но и пережить и другие жизни из казавшегося другим уже мертвым, а для меня еще живого прошлого»<sup>2</sup>.

Итак, в процессе исследования ростовского периода творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского нами обнаружены и введены в научный оборот ранее не используемые документы из центральных архивов ГАРО, ПФА РАН и архивов учебных заведений РГУПС и РГУ, документы из семейного архива Болтовских и воспоминания учеников и сослуживцев Д.Д. Мордухай-Болтовского. Используя указанные документы нами восполнены пробелы предыдущих исследователей жизни и творчества Д.Д. Мордухай-Болтовского и воспроизведен творческий период жизни ученого с 1915 по 1952 гг.

### **1.3.3. Д.Д. Мордухай-Болтовской как организатор высшего математического образования на Дону**

Среднее математическое образование на Дону, как составная и неотъемлемая часть среднего образования вообще, берет свое начало с 5 февраля 1790 г., когда был обнародован приказ Войскового правительства об открытии в Чер-

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.184

<sup>2</sup> Семейный архив Болтовских

каска (ст. Старочеркасская) Народного училища – первого учебного заведения на Дону.

К началу XX века образование на Дону обеспечивали не только большое число учебных заведений различных типов (Ситько Р.М. выделяет их около 26)<sup>1</sup>, но также и хорошо развитый институт домашнего обучения. Наиболее бурно происходило развитие образования в городах Области Войска Донского, а особенно в Новочеркасске, Ростове и Таганроге. К этому времени заметно повысился уровень подготовки в образовательных учреждениях, сложилась определённая база, которая требовала квалифицированных специалистов, и этих специалистов могли дать только высшие учебные заведения.

В XX век Донской край входил не имея ни одного высшего учебного заведения. Нужда в кадрах заставляла Войско выделять средства для обучения «своих» студентов в вузах разных городов России. Выпускники этих вузов формировали пласт интеллигенции региона, однако актуальным оставался вопрос об открытии высшего учебного заведения на Дону.

Первым вузом региона стал Донской политехнический институт, открывшийся в столице Донского края – г.Новочеркасске в 1907 г. Как уже говорилось выше, для организации постановки математического образования в ДПИ, был направлен коллектив ведущих математиков Варшавского университета, среди которых был и Д.Д. Мордухай-Болтовской. С 1908 г. Д.Д. Мордухай-Болтовской был избран профессором ДПИ и возглавил всю работу кафедры математики, читая здесь основные математические курсы. Первые учебники математики, служившие основной учебной литературой в открывшемся вузе и изданные студентами ДПИ в литографированном виде, тоже вышли из-под пера Д.Д. Мордухай-Болтовского.

В 1909/10 уч. г. Д.Д. Мордухай-Болтовской покидает Донскую землю, но не надолго. Сюда он вернется в 1915 г. вместе с эвакуированным в г. Ростов Варшавским университетом – вторым вузом, появившемся в Донском крае.

---

<sup>1</sup> См. подробнее [219, С.28]



Городская управа г.Ростова-на-Дону с вниманием относилась к постановке среднего образования. Как писали в «Записках Ростовского-на-Дону общества истории, древностей и природы»<sup>1</sup>: «... город дает на это дело свыше 10 проц. Городского бюджета. ... Ростов опередил Таганрог, Новочеркасск, Воронеж, Екатеринослав, Екатеринодар и др. соседние города. ... <он> уступает лишь только Одессе и Баку». Особое внимание уделялось математическому образованию. Так, некоторые передовые учителя Дона были делегированы для участия в работе II Всероссийского съезда преподавателей математики (1913-1914 гг.)<sup>2</sup>.

Если среднее математическое образование в г.Ростове соответствовало уровню, то высшее вообще отсутствовало. С переездом в Ростов (1915 г.) Варшавского университета – одного из крупных центров российской математической мысли, такое положение изменилось. К этому времени руководящая роль в учебной и научной работе по математике в университете принадлежала Д.Д. Мордухай-Болтовскому.

Ввиду условий военного времени деятельность университета, даже в таком богатом с экономической точки зрения городе, оказалась в трудных условиях. Несмотря на те обстоятельства, в которых проходили занятия после гражданской войны – разбитые стекла и минусовая температура в аудиториях, отсутствие электрического освещения, необходимость для студентов работать в дневное время, а учиться по вечерам, – Д.Д. Мордухай-Болтовской был постоянно озабочен совершенством учебного процесса, о чем свидетельствуют сохранившиеся в архивах документы.

Много внимания в своих предложениях по совершенствованию учебного процесса уделял Д.Д. Мордухай-Болтовской ведению практических занятий, число которых было сильно сокращено. Беспокоила его и организация преподавания геометрического цикла дисциплин, в котором была солидно представ-

---

<sup>1</sup> Т.1, 1922, с.17

<sup>2</sup>Так, представителями от Ростова-на-Дону были учителя гимназий и училищ: Тарановский В.Н., Сержинская С.Ф., Третьяков В.К.; от Нахичевани-на-Дону: Тикиджи-Хамбуров И.М., Трапезонцев М.С., Коладенко Е.А.; от Новочеркасска: Кузнецов Г.П., Ольгневская М.К., Ольшевская М.К., Морсков И.В.; от Таганрога: Васильева А.В., Кутуков А.А., и из донских хуторов и станиц Кузнецов И.К., и Зубрилова С.А.

лена только аналитическая геометрия, а дифференциальная и начертательная входили лишь в ничтожно малом объеме.

На факультете Д.Д. Мордухай-Болтовской читал основные математические курсы. Всего, за свою педагогическую деятельность он прочитал около 45 различных курсов. Так, в 1918/19 уч. г. за ним были закреплены следующие занятия:

«на I курсе в 1 и 2 полугодии по 3 ч – аналитическая геометрия;  
на II курсе в 1 и 2 полугодии по 2 ч – интегральное исчисление;  
на III курсе в 1 полугодии 1 ч – интегральное исчисление;  
на IV курсе в 1 и 2 полугодии по 1 ч – эллиптические функции.

Кроме того:

для II, III, IV курсов совместно 1 ч – история и методика математики;  
для I, II, III, IV курсов совместно математический семинарий»<sup>1</sup>.

В разное время Д.Д. Мордухай-Болтовской преподавал в ряде техникумов и средних учебных заведений г. Ростова-на-Дону, а именно:

- в Политехникуме водных путей сообщения;
- в Ростовском индустриальном техникуме;
- в вечерней школе для взрослых им. Октябрьской Революции;
- в Донской гимназии для взрослых (1 год директором);
- в лицее проф. В.А. Погорелова (32-я Советская трудовая школа);
- в Екатерининской Женской гимназии (школа им. Покровского);
- в 1-й Ростовской гимназии (председатель родительского комитета);
- на курсах для преподавателей Красной армии и т.д.

Имя Д.Д. Мордухай-Болтовского было популярным и среди школьников других средних учебных заведений, т.к. он неоднократно выступал перед ними с увлекательными воскресными лекциями.

В связи с организацией в 1929 г. на основе Политехникума путей сообщения института инженеров транспорта, Д.Д. Мордухай-Болтовской был пригла-

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.527, о.1, д. 310, л.88

шен туда «для закрепления за ним высшей математики»<sup>1</sup>. Именно он возглавлял кафедру высшей математики во вновь открытом институте в первые годы её существования.

Д.Д. Мордухай-Болтовской был твердо убежден в том, что университет должен обучать не только в рамках программы, но и «давать пищу для научной работы молодых ученых»<sup>2</sup>. Разрешение этой проблемы он видел не только в рамках учебного процесса, но и во внеаудиторной работе.

Первый путь был им реализован с помощью специально организованной системы спецкурсов. Как правило, эти курсы читались Д.Д. Мордухай-Болтовским сразу для нескольких курсов. Так, в 1917-18 уч. г. для студентов 2, 3 и 4 курсов им был прочитан необязательный курс «Алгебраические кривые» (программа его сохранилась<sup>3</sup>), и курс «Теория эллиптических функций», который позже будет введен в обязательную программу. Некоторые из специальных курсов было поручено читать преподавателям В.И. Романовскому и В.П. Вельмину. Как правило, эти курсы служили источником для дипломных работ и кандидатских диссертаций, а также для других научных исследований.

Второй путь – внеаудиторная работа – был реализован в рамках организованных Д.Д. Мордухай-Болтовским математического семинария, геометрического кабинета и методического коллоквиума.

Математический семинарий был организован им еще в 1911 году в Варшаве, в Ростове он продолжил свою работу вплоть до 1924 г. За эти годы состоялось 133 заседания с докладами как самого Д.Д. Мордухай-Болтовского, так и студентов, почувствовавших влечение к научной работе. Как вспоминал М.Г. Хапланов, математический семинарий представлял собой кафедральные заседания, на которые с одинаковым интересом ходили как студенты, так и преподаватели университета. На заседаниях обычно присутствовало 15-20 человек<sup>4</sup>.

---

<sup>1</sup> Архив РГУПС о.1, д.8448, л.28

<sup>2</sup> ГАРО ф.527, о.1, д.271, л.258

<sup>3</sup> ГАРО ф.527, о.1, д.310, л.90-91 с оборотом

<sup>4</sup> Из проекта статьи М.Г. Хапланов «Выдающийся математик Д.Д. Мордухай-Болтовской», семейный архив Болтовских

На семинарских занятиях разбирались вопросы, затронутые вскользь на лекциях или возникавшие у студентов при самостоятельном ознакомлении с литературой. Огромное воспитательное значение для студентов, как будущих преподавателей математики, имели их выступления в качестве докладчиков. Для тех, кто интересовался научно-исследовательской работой, занятия на семинаре были и первой ступенью к научной деятельности. На свои заседания математический семинарий привлекал и передовых учителей средних школ. Часто устраивались развернутые дискуссии по различным общим и частным вопросам преподавания математики.

О том, какое большое значение имел этот семинарий, писал впоследствии известный математик Н.М. Несторович: «Математический семинарий был той мастерской, где формировались, с одной стороны, лучшие кадры будущих деятелей средней школы, а с другой стороны новые научные работники» [166, С.13]. Ученик Д.Д. Мордухай-Болтовского, впоследствии профессор МГУ, лауреат премии имени Лобачевского Н.В. Ефимов отмечал, что «в деле повышения общей математической культуры большую роль играло участие в математическом семинаре Д.Д.Мордухай-Болтовского, а также в студенческом математическом кружке»[70, С. 150]. Это же отмечается и в ректорском отчете (1935 г.) к 20-летию РГУ: «Что касается работы семинара с точки зрения привития студентам старших курсов навыков исследовательской работы, то здесь мы должны отметить большую работу профессоров физмата, особенно проф. Мордухай-Болтовского – зав. кафедрой математического анализа»[70, С. 150].

К 1935 г. при кафедре математического анализа регулярно работало 4 научных семинара: по теории функций комплексного переменного, аналитической теории дифференциальных уравнений, алгебраическим кривым, теории функций действительного переменного.

Для улучшения качества преподавания и подготовки не только квалифицированных математиков-ученых, но и математиков-педагогов Д.Д. Мордухай-Болтовской заново создал геометрический кабинет (первый погиб при эвакуации из Варшавы) с уникальными моделями, которые он считал «своего рода

ненапечатанными статьями» (в 1947 г. ему снова в Ростове придется восстанавливать кабинет, погибший в Великую Отечественную войну). Кабинет этот играл большую роль в научной работе по геометрическим специальностям, а также в учебной работе факультета и школ города.

Первые шаги по его восстановлению относятся к 1916 г. Вот что вспоминает об этом Н.М. Несторович: «Кабинет в то время ютился в одной комнате... и являлся центром всей методико-математической работы на педагогических курсах»[163, С.22]. По его же свидетельству геометрический кабинет имел огромное значение в деятельности математических кафедр университета по многим причинам:

1. Библиотека кабинета после пополнения ее в 1925 году даром Д.Д. Мордухай-Болтовского, стала основным книгохранилищем по математическим вопросам, т.к. в этом отношении она была гораздо богаче академической (фундаментальной) библиотеки СКГУ.

2. Модели кабинета постоянно служили для иллюстрации геометрических курсов.

3. Не только в научных докладах, но и в научной работе модели облегчают деятельность воображения, а иногда экспериментирование над ними доводит до некоторой истины, обоснованной потом дедуктивно.

4. Кабинет дает технические средства для выполнения чертежей, моделей и т.д.

5. Вокруг кабинета идет работа аспирантов, пользующихся его библиотекой, а также студентов-выдвиженцев<sup>1</sup>.

6. Вокруг кабинета идет методическая работа; докладчики методического коллоквиума (см. далее) широко пользуются его пособиями.

7. Кабинет является проводником методических идей в широкие учительские круги, т.к. все преподаватели имеют возможность пользоваться его фондами, знакомятся на месте, как с моделями, так и с богатой методической литературой.

---

<sup>1</sup> Студенты-выдвиженцы – студенты, направленные организациями

8. Благодаря таблицам, изготовленным Д.Д. Мордухай-Болтовским во время каникулярных занятий его в ленинградской Публичной Библиотеке и других книгохранилищах, кабинет знакомит читателей со старыми авторами и другими ценностями крупнейших книгохранилищ.

Подводя итоги оценке значения кабинета, можно, выражаясь словами записки Д.Д. Мордухай-Болтовского «О переоборудовании Геометрического Кабинета СКГУ», сказать, что: «кабинет и его модели - это окристаллизованный не только труд, но и мысль <как самого Дмитрий Дмитриевича, так и его учеников> ... большею частью не опубликованная, частью же развиваемая в печатных работах»[162, С.26].

Этот кабинет был лабораторией, в которой будущие геометры и преподаватели математики совершенствовали свои знания и развивали необходимые пространственные представления. По его образцу были созданы геометрические кабинеты в Ростовском пединституте, в Ростовском инженерно-строительном институте и в других вузах. Посещающие геометрический кабинет учителя города затем создавали аналогичные школьные кабинеты.

В педагогическом институте, по предложению Д.Д. Мордухай-Болтовского, был введен курс по моделированию и проводились практические занятия<sup>1</sup>, которые были отменены только в конце 60-х годов. Некоторые модели из геометрического кабинета Д.Д. Мордухай-Болтовского до сих пор бережно хранятся на кафедре геометрии и методики преподавания математики РГПУ и используются преподавателями в учебном процессе.

Кроме того, несмотря на трудности реорганизационного периода 30-х годов, при кафедре математического анализа под руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского регулярно работал методический коллоквиум. Этот коллоквиум стал высшей школой методики вначале для узкого круга преподавателей педфака университета и студентов старших курсов, а затем и для широких учительских масс.

---

<sup>1</sup> Достойным продолжателем идей Д.Д. Мордухай-Болтовского в этой области явился А.Н. Поляков, обеспечивающий организационную и методическую поддержку занятий по моделированию являясь их руководителем.

В 1938 г. коллоквиум изменил характер своей работы. Наряду с вопросами методики элементарной математики стали обсуждаться и вопросы методики преподавания высшей математики. Д.Д. Мордухай-Болтовской принимал в занятиях коллоквиума самое непосредственное участие, руководил работой молодых преподавателей. Его громадные познания и опыт в области истории и методики математики служили залогом того, что темы докладов всегда были интересны и важны по содержанию, затрагивали самые животрепещущие вопросы.

В «Известиях Ростовского педагогического института» (том 10) за 1940 год помещен отчет Д.Д. Мордухай-Болтовского о работе методического коллоквиума, в котором он приводит темы докладов, обсуждавшихся на заседаниях коллоквиума, и что особенно интересно, характеризует их методическое значение.

Все научные сотрудники по математическому анализу и геометрии начинали с методического коллоквиума, переходя затем в область специальных научных исследований. Большую роль играл коллоквиум и в повышении квалификации учителей школ.

Как уже отмечалось ранее, в 1942 г. кафедра математического анализа, руководимая Д.Д. Мордухай-Болтовским, была награждена переходящим Красным знаменем за лучшую работу среди кафедр университета. К этому времени физико-математический факультет Ростовского университета стал одним из известных периферийных математических центров России и крупнейшим математическим центром на Дону и Северном Кавказе.

Д.Д. Мордухай-Болтовской очень серьезно относился и к организации аспирантуры как в университете, так и в педагогическом институте. Целью аспирантуры в его понимании должна быть не сама по себе защита диссертации, а подготовка к научной деятельности и получение широкого и глубокого математического образования. Только через аспирантуру им было подготовлено 36 человек защитивших кандидатские и докторские диссертации.

Учились у Д.Д. Мордухай-Болтовского такие выдающиеся отечественные математики, как Н.В. Ефимов – будущий профессор МГУ, доктор физ.-мат.н.,

лауреат Международной премии им. Н.И. Лобачевского; М.Ф. Субботин – профессор СПбГУ, доктор физ.-мат.н., чл.-корр. АН СССР; профессор А.Ф. Бермант – автор известного учебника по математическому анализу для вузов; известный историк математики профессор М.Я. Выгодский. Создатель и первый директор института кибернетики АН СССР академик В.М. Глушков писал под руководством Д.Д. Мордухай-Болтовского свою дипломную работу по теории функции. Профессор Н.М. Несторович продолжил исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского по конструктивной геометрии на плоскости Лобачевского, а профессор М.П. Черняев – по теории поверхностей и синтетической геометрии.

Работы Д.Д. Мордухай-Болтовского по интегрированию в конечном виде продолжили Н.Я. Авдеев, В.Ф. Агапитов, А.В. Батырев, Л.М. Галонен, З.Д. Горская, В.К. Матышук, С.В. Серебренников и другие; по теории функций комплексного переменного – С.Я. Альпер, А.В. Батырев, А.П. Гремячинский, М.Г. Хапланов и другие; по геометрии К.К. Мокрищев, А.Я. Налбандян, Н.В. Наумович и другие; по истории математики – М.Я. Выгодский, В.Л. Минковский, С.Е. Белозеров.

В «Характеристике доктора физико-математических наук, профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского», выданной ректором РГУ (1947 г.), имеются следующие строки: «Своими работами Д.Д. Мордухай-Болтовской оказывал и оказывает большое влияние не только на своих учеников, продолжающих разработку затронутых им тем ... но и на математиков не принадлежащих к его школе (Лагутинский и др.), и даже на ряд зарубежных математиков (Ритт и др.). ... Кроме того, он ведет переписку с рядом (свыше десяти) математиков, работающих в провинции и обращающихся к нему за помощью в своей научной работе»<sup>1</sup>.

Ростовская математическая школа, созданная Д.Д. Мордухай-Болтовским сыграла значимую роль в истории математики нашей страны. Ее воспитанники внесли большой вклад в дальнейшее развитие математики и подготовили научные кадры.

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, о.1, д.162, л.55



Многочисленные ученики Д.Д. Мордухай-Болтовского, работающие во всех концах нашей страны, обогатили своими трудами советскую и мировую науку, воспитали новые поколения ученых и педагогов, имели своих учеников, ставших кандидатами и докторами наук.

Научная и педагогическая деятельность учеников Д.Д. Мордухай-Болтовского – профессоров М.Г. Хапланова, Н.М. Несторовича, С.Я. Альпера, К.К. Мокрищева, М.П. Черняева, – связана с Ростовским университетом. Продолжая математические исследования своего учителя, многие из них затем создали собственные математические направления и научные школы не только в РГУ, но и в других вузах Ростовской области и за её пределами.

Д.Д. Мордухай-Болтовской был среди тех, кем заложены основы, кто творил историю ведущих Донских вузов (НГТУ, РГУ, РГУПС, РГПУ) с самого начала, кто стоял у истоков становления и развития высшего математического образования на Дону. Благодарная память о Д.Д. Мордухай-Болтовском будет передаваться новым поколениям. Нами внесен вклад в дело восстановления памяти о Д.Д. Мордухай-Болтовском. Так, нами обнаружено и отреставрировано захоронение ученого, которое долгое время считалось утерянным; поданы все документы для размещения на главном корпусе здания Ростовского госпедуниверситета мемориальной доски, посвященной Д.Д. Мордухай-Болтовскому. Положительное решение по этому вопросу уже принято администрацией г.Ростова-на-Дону. На кафедре геометрии и методики преподавания математики Ростовского госпедуниверситета создана музейная экспозиция посвященная Д.Д. Мордухай-Болтовскому.

#### **1.3.4. Публицистика Д.Д. Мордухай-Болтовского 1917-1918 гг.**

Анализ литературных источников показал, что публицистическая деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского практически забыта и никогда не подвергалась, насколько нам известно, сколько-нибудь детальному анализу.

Особенно интересны его публикации рубежных в истории нашей страны 1917-1918 годов, которые не представлены ни в одной из известных нам биб-

лиографий Д.Д. Мордухай-Болтовского<sup>1</sup>. Он сам скромно упоминает часть этих публикаций в списке своих печатных работ (1942 г.) за № 68 как «ряд статей по педагогическим вопросам в «Ростовской речи»<sup>2</sup> за 1918 год»<sup>3</sup>. Статьи 1917 года не упоминаются им нигде<sup>4</sup>. Впервые о публицистике Д.Д. Мордухай-Болтовского этих лет мы узнаем из материалов авторитетных исследователей его жизни и творчества М.Б. Налбандян и Ю.С. Налбандян. На их сайте, посвященном Д.Д. Мордухай-Болтовскому<sup>5</sup>, говорится, в частности, об обнаруженных ими в его отчетах о научной деятельности за 1917-1918 гг. упоминаниях о публикациях в местной печати. Здесь же приведен их список, который включает 12 наименований, и краткая аннотация к трем из них [99, 105, 129]. Все остальные статьи охарактеризованы всего двумя фразами<sup>6</sup>.

Нам удалось обнаружить часть этих публикации в хранилищах Государственного архива Ростовской области (№ 748, № 751), но вследствие ветхости многие из них оказались недоступными для изучения. Другая часть статей обнаружена в фондах Донской государственной публичной библиотеки. Эти два хранилища взаимно дополнили друг друга, что позволило полностью воссоздать тексты всех 12 упомянутых на сайте М.Б. Налбандян и Ю.С. Налбандян публикаций.

Уже беглый взгляд на время написания газетных материалов и их названия позволяет сделать некоторые выводы.

Во-первых, интенсивность публицистической деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского резко увеличилась в первый постреволюционный<sup>7</sup> период,

---

<sup>1</sup> Учитывая и наиболее полную библиографию трудов Д.Д. Мордухай-Болтовского в библиографическом сборнике [12].

<sup>2</sup> Архив РГУ, ф. Р-46, оп. 22, д. 63а, л. 266 оборот; ГАРО, ф. Р-2605, оп.1, д.78, л. 75 оборот

<sup>3</sup> У статей 1918 г. [96, 119, 143, 145] педагогическими являются практически только названия некоторых [95, 118], внутреннее же их содержание – преимущественно характеристика «текущего революционного момента», отношения «массы» к интеллигенции и другим прослойкам современного автору общества.

<sup>4</sup> Это неудивительно, так как публикации 1917 г. носили преимущественно антисоциалистический, антисоветский характер, рисовали апокалиптическую картину дотла разрушенной России, ее государственности, ее морали; содержали даже мотивы поддержки белого движения.

<sup>5</sup> [www.math.rsu/mexmat/ma/nalb/DDM-B.html](http://www.math.rsu/mexmat/ma/nalb/DDM-B.html)

<sup>6</sup> К сожалению, не всегда адекватно отражающими основное их содержание.

<sup>7</sup> Мы не считаем нужным пользоваться внедряемым сейчас внеисторическим, по нашему мнению, термином «Октябрьский переворот», придерживаясь прежде всего терминологии самого Д.Д. Мордухай-Болтовского, который во всех своих публикациях 1917-1918 гг. называл произошедшее 25 октября 1917 г. революцией.

достигнув своего пика в ноябре-декабре 1917 г., что говорит о глубоком интересе к происходящему в стране, которое буквально потрясло автора статей. Во-вторых, виден резкий переход от традиционной проблематики (см. название статьи от 6 января 1917 г. [109]) к проблематике социальной: “говорящие” названия всех остальных статей. В-третьих, только эта [105] статья была напечатана в наиболее популярной газете области Войска Донского “Приазовский край”. В дальнейшем трибуну для высказывания своих взглядов предоставило Д.Д. Мордухай-Болтовскому лишь одно издание – газета “Ростовская речь”.

Прежде чем переходить к анализу основного содержания статей цикла кратко охарактеризуем первую из них по времени публикации, содержание которой традиционно для творчества – прежде всего методического – Д.Д. Мордухай-Болтовского. Это статья-презентация «К открытию физико-математического кружка в Ростове» [105]. Она посвящена открытию физико-математического кружка в Ростове. Сам факт этого открытия был весьма примечателен. К тому времени математические и физико-математические кружки функционировали во многих крупных городах Российской империи, являясь показателем успешного развития математических исследований и математического образования региона. В Области войска Донского с 1908 г. уже работал Новочеркасский Математический кружок. Открытие физико-математического кружка в Ростове причисляло город к одному из отечественных центров математики и математического образования, каковым он стал во многом благодаря активной деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского в качестве профессора Варшавского университета, эвакуированного в 1915 г. в Ростов-на-Дону.

Основную тему, проходящую практически через все публикации, можно сформулировать как тему бинарных оппозиций «сознание – подсознание», «интеллигенция – массы», «интеллигенция – власть», «революция – социализм», «коллективное – индивидуальное», «государственное – национальное» и др. Эти бинарные оппозиции и определили тематику практически всех анализируемых публикаций.

Взаимоотношения сознания и подсознания уже давно интересовали Д.Д. Мордухай-Болтовского как психолога<sup>1</sup>. Однако в более ранних научных публикациях он не обращался к психологии массы, не интерполировал на нее бессознательное. Публицистическая статья исследуемого нами цикла, которая имеет название “Массовая психология” [106], написана по горячим следам революционных событий (датирована 5 ноября 1917 г.) и посвящена роли в них психологии масс. Д.Д. Мордухай-Болтовской утверждает, что “наша революция дает необыкновенно богатый материал для психологии масс”, однако она же в корне меняет взгляд интеллигенции на народ. Вместо ожидаемых автором (и представляемой им интеллигенцией) вестников революции в виде “всевозможных мучеников-идеалистов” на арене истории “при зловещем зареве горящих усадеб, при адском хохоте палачей” появляется “страшный призрак нашего гипотетического предка обезьяны-человека, питекантропоса”. Основное стремление его – разрушение, одним из объектов которого является интеллигенция. Поэтому он “топчет в грязь вместе с отнимаемым у голодных хлебом и режущие ему глаз книги, разбивает сапогом вместе с фигурами Венер и амуров, и головы ненавистных ему интеллигентов”. Так обозначена бинарная оппозиция “интеллигенция – массы”.

Как можно судить из статьи “Массовая психология”, Д.Д. Мордухай-Болтовской видит причины такого неожиданного для интеллигенции поведения масс во второй из выделенных нами бинарных оппозиций “сознательное – бессознательное”. По его мнению, “в нормальном состоянии вне влияния массы сознание даже в некультурном человеке властвует над подсознанием”. Он выделяет два граничных типа “человеческих коллективов <...>: тот, в котором спайка особей находится в сфере сознаний этих особей, и тот, где эту спайку образуют исключительно подсознательные элементы”. Вот эти последние, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, и доминируют в психологии массы, толпы.

---

<sup>1</sup> См. работу Д.Д. Мордухай-Болтовского “Случай и бессознательное”, опубликованную в журнале “Вопросы философии и психологии” в 1912 г. [144. С. 97-117] и переизданную в 1998 г. [149. С. 109-122].

Чтобы предупредить эти проявления подсознательного, как считает Д.Д. Мордухай-Болтовской, подсознание “следует воспитывать **не в массе, а в отдельности**<sup>1</sup> и не с 20-30-летнего возраста, а **с самого детства**”. Основной вывод, к которому он пришел, представляется удивительно современным: “Необходимо воспитание **не мужицкой массы, а мужицких детей** и не в духе интернационала и ненависти к “господам”, а в духе патриотизма и уважения к личности”.

Понимая, что результаты такого воспитания – дело весьма отдаленного будущего, Д.Д. Мордухай-Болтовской предлагает спорное, но единственно действенное, по его мнению, лекарство в борьбе с массовыми эксцессами – страх: “Нет необходимости уничтожать элементы толпы, но страх должен ее разогнать, распылив ее на составные, более ценные, чем целое, части. Чисто животный страх за свое существование, более того, страх боли – это та сила, которая сковывает всю свору диких зверей, выпущенных из подсознания”. Автор приводит ряд исторических примеров, подтверждающих эту идею. В частности, пример Великой французской революции, когда “дисциплина поддерживалась гильотиной, которую изобрела не королевская власть, а революция, но прибавлю, что в большинстве случаев призрак гильотины дает тот же эффект, что сама гильотина”. Потеря военного могущества, “нашей чести, нашего культурного богатства” объясняется Д.Д. Мордухай-Болтовским и тем, что “мы отвергли этот фактор (страх), как несогласный с нашей революционной идеологией”.

В статье “Массовая психология” просматривается и бинарная оппозиция «революция – социализм». Революцию Д.Д. Мордухай-Болтовской неоднократно называет “нашей”, подтверждает верность ее “основных идей”, однако считает, что “большинство из них недоступно необразованному человеку, в туманной и искаженной форме они укладываются в самых поверхностных слоях его в настоящее время совершенно безыдейного сознания”. Более того, он противопоставляет революцию социалистическим идеям: “мы видим вместо чело-

---

<sup>1</sup> Все выделения в цитатах здесь и далее авторские, выполнены Д.Д. Мордухай-Болтовским.

веческих душ какие-то безжизненные призраки, куклы, создаваемые все мертвящей социалистической мыслью”.

Эта бинарная оппозиция отчетливо представлена и в более ранней статье «Демократически-индивидуалистическая педагогика» [99], которая выдержана в значительно более спокойных тонах, чем все последующие. Видимо, это объясняется тем, что она опубликована буквально на следующий день после Октябрьской революции (26 октября 1917 г.), когда свидетельства о последовавших деяниях «массы» еще не стали предметом широкого обсуждения. Д.Д. Мордухай-Болтовской провидчески предсказывает, что социалистическое направление педагогики «будет идти от **разнообразия к однообразию**». Это направление педагогики он противопоставляет «**аристократическому индивидуализму**», имея в виду «тенденцию школы воспитывать **не всех**, а избранных». Д.Д. Мордухай-Болтовской считает, что современная ему школа «обладает худшими элементами рассмотренных двух воззрений, и предлагает некий «синтез – это **демократический индивидуализм**». От социализма это мировоззрение, подчеркивает автор статьи, «берет его демократизм». Демократический индивидуализм, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, «объявляет, что школа не для избранных, а **для всех**» и задается целью «аккумулировать колоссальную энергию, заложенную во всех индивидуумах».

Тема “интеллигенция и массы” доминирует во второй постреволюционной статье Д.Д. Мордухай-Болтовского “Поход на интеллигенцию”[137], которая датирована 15 ноября 1917 г. Спустя всего несколько месяцев после Февральской революции и три недели – после Октябрьской наступила, как считает автор, “Варфоломеевская ночь интеллигенции, избиение ее и уничтожение ее богов”. По мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, противостояние «интеллигенции и невежественной массы» дошло до своего апогея, причем ненависть последней к первой проявляется не только на личностном уровне. Если раньше массы только «...с дурным чувством взирали на превосходство этих загадочных для них тощих интеллигентов. Они знали, что у них там сила, где у них бессилие», то теперь «...пьяные солдаты ...прокалывают штыками картины великих мас-

теров, разрушают храм Василия Блаженного, сжигают библиот. Сангушки». И снова автор беспощаден в выборе средств противодействия вандализму: «здесь должна быть применена без пощады смертная казнь, ибо здесь преступник посягает на все человечество, уничтожая его духовное богатство, ведет его к духовной смерти». В этой же статье Д.Д. Мордухай-Болтовской чрезвычайно злободневно для нашего времени рассуждает о роли свободы, ее основных функциях: «Все свободы ... это не самоцель, а средство ускорить и обогатить культурный прогресс... Если спасение прогресса потребует от нас уничтожения свобод..., то мы не должны перед этим остановиться...». Эта крайняя точка зрения объяснима остротой ситуации, силой русского бунта – «бессмысленного и беспощадного».

Тема судьбы интеллигенции в революцию продолжена и в статье «Буква ять». Зверства «дезорганизованной солдатской массы, московская резня интеллигенции и разрушение святынь, все это – глубоко трагичные моменты революции», – пишет Д.Д. Мордухай-Болтовской, полагая, что ситуация близка к тому, что страна теряет «самое дорогое нашему сердцу: честь нашей родины, наши культурные богатства, нашу молодежь».

Но этот трагический процесс, как практически всегда бывает в истории, сопровождается, по мнению автора статьи, фарсом, примеры которого с сарказмом приводит Д.Д. Мордухай-Болтовской: «Вот молодой присяжно-поверенный... в роли главнокомандующего десятиmillionной армией, при столкновении с врагом совершающий опереточный побег с переодеванием. Безграмотный солдат в роли командира полка по избранию... Служитель в должности директора Эрмитажа». Автор находит яркий образ, символ этого фарса – исключение из алфавита буквы ять. Интеллигенция опять жестоко обманулась в своих надеждах и ожиданиях не только на «невежественную массу», но и на победившую власть. Вот как характеризует эти ожидания в близкой для него области деятельности – образовании – Д.Д. Мордухай-Болтовской: «Мы думали увидеть Геркулеса, совершающего двенадцать подвигов. Думали, что министерство народного просвещения свободной России раскроет двери сред-

ней школы если не всем детям бедных классов, то наиболее способным... Думали, что... правительство позаботится и об учителе, улучшив его материальное положение... Мы наивно рисовали в своем воображении студенческие общежития... Ждали также внимания к молодым ученым, большее число стипендий для оставленных при университете... Наше забегающее вперед воображение создавало столько академий наук, столько университетов...». Вместе всего этого – смехотворное по своей мелочности изгнание буквы ять. Вместо Геркулеса – «маленький сморщенный карлик», которого Д.Д. Мордухай-Болтовской называет «социалистическим ублюдкой, побрякивающим шутовским колпаком».

Автор статьи считает, что «Россия теперь – это сплошное пожарище. Революционный пожар сжег все старые постройки, но ничего не создал». Он задается вопросом: а можем ли мы строить по-новому, создать «Новую Россию»? Ответ на этот вопрос, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, достаточно пессимистичен. Он возвращается к намеченному в начале статьи образу буквы ять. «Распалившаяся ять» заставляет учителя «посмеяться над отсталостью какого-нибудь Кирпичникова или заняться революционной переделкой Пушкина или Гоголя». Это, как считает Д.Д. Мордухай-Болтовской, может привести к тому, что «окажется отмененным и **авторитет** учителя, ...вера ученика в учителя», наконец, в то, что закон «является правилом непреложным».

Гротескный образ «буквы ять» витает и в следующей по времени публикации статье Д.Д. Мордухай-Болтовского «Об ученических и студенческих организациях» [129]. В ней он приводит примеры последствий чрезмерной и непрофессиональной активности ученических и студенческих организаций. «Вспомним, – пишет он, – осеннее резкое посягательство на автономию совета Донского университета со стороны студенческого революционного комитета, и весеннее анекдотическое требование того же комитета передать ключи от университетских помещений студенту, намеривавшемуся совместить в себе должности ректора, проректора, смотрителя зданий и швейцара». К этому же ряду он относит и деятельность «подавляющего большинства научных студенческих



кружков в том случае, если вся инициатива передана в руки молодежи» без руководства профессурой.

Такого рода деятельность автор статьи не без оснований считает разрушительной, в то время как созидательная деятельность подобных организаций ограничивается, как правило, только теми случаями, «когда речь идет о материальной взаимопомощи». Отдавая должное жизненной энергии молодежи, Д.Д. Мордухай-Болтовской замечает, что «их порывам приходится разбиваться об их неопытность, их незнание», искаженное представление о том, что «как вся жизнь, так и педагогическое, административное и хозяйственное дело школы» чрезвычайно просты.

Поэтому он считает, что «не может быть и речи о праве **решающего** голоса студентов в факультете, гимназиста в педагогическом совете», однако полагает возможным привлечение студентов к, в его терминологии, «информационно-совещательной деятельности» по чисто педагогическим вопросам. Особенно настаивая при этом на условии «**серьезного** и совершенно **внепартийного** отношения к делу». Последний тезис он развивает особо, утверждая, что «совершенно бессмысленно производить туда <в педагогические комитеты – *В.П.*> пропорциональные выборы от различных студенческих политических партий».

В этой статье Д.Д. Мордухай-Болтовской предлагает собственную, достаточно оригинальную систему взаимодействия администрации, профессорско-преподавательского состава и педагогического комитета, образованного студентами, детальное описание и анализ которой не входит в задачи обзора нами его публицистики 1917-18 гг. По аналогии с системой педагогических комитетов, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, «должны быть построены и другие студенческие... организации» – комитет материальной взаимопомощи, студенческий суд, которому он придает особое воспитательное значение. Более того, Мордухай-Болтовской считает, что возможен и «**эстетически-воспитательный** комитет, задающийся целью эстетического самовоспитания» и даже «**физическо-воспитательный**» комитет.

Статья заканчивается оценкой роли профессора университета. «Профессора-лектора сменил, – пишет Д.Д. Мордухай-Болтовской, – профессор-ученый, который теперь постепенно эволюционируется в профессора-учителя». В перспективе же – «профессор-воспитатель, а университеты – учреждения высшего интеллектуального, этического, эстетического и даже физического воспитания и самовоспитания».

Но трагедия России продолжается. Трагедийные ноты доминируют в статье «Воскрешенный Лазарь» [95], последней из опубликованных в драматическом 1917 г. Причем, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, трагедия русской интеллигенции перерастает в трагедию государства и – самое, по его мнению, страшное – нации. Трагедия государства – это сепаратизм, против которого ранее он выступал, считая, что «великое несчастье видеть могучую, единую Россию распадающейся на... республики».

Но, считает Д.Д. Мордухай-Болтовской, «может быть еще более тяжелая потеря. Есть нечто еще более дорогое, чем Российское государство, это – наша **национальность**». Он готов скорее работать над созданием «своей национальной культуры даже в самой неблагоприятной обстановке, чем жить в **германизованном** российском (а не русском) государстве, где нет уже русских, а есть только граждане спасенного германцами российского государства». Заметим, что эта проблема как нельзя более актуальна и сейчас, когда Россия вынуждена прилагать огромные усилия для сохранения своей самоидентификации. В связи с заявленной позицией Д.Д. Мордухай-Болтовской считает возможным поддержать «сепаратическую программу Каледина», которая, по его мнению, является «единственным средством спасти Донскую область от охватившей Россию гангрены...». Он анализирует путь, по которому прошла революция, через генезис целей, обращение их в средство: «Сначала желанным завоеванием революции была победа над Германией, **спасение родины**, а вместе с тем и **спасение своей национальности... затем... победа городского пролетариата над буржуазией**, а потом **завоевание неинтеллигенцией – интеллигенции и даже уничтожение последней**».

Д.Д. Мордухай-Болтовской видит две грозные силы на пути уничтожения государства и национальности. С одной стороны «**германский империализм**, чудовище, поглощающее другие национальности», объявившее себя «**высшей**» расой, провозгласившее целью исторического процесса победу «высших рас над низшими с заменой низшей культуры высшей». С другой стороны, «этот все мертвящий своим прикосновением, все нивелирующий и обесцвечивающий социализм», который не может примириться с «национальным чувством», для него «не должно быть вовсе национальности». Д.Д. Мордухай-Болтовской считает, что «оба направления близко сходятся между собой», результат получается «один и тот же».

Тем не менее, статья называется достаточно оптимистически – «Воскрешенный Лазарь», т.к. автор не верит в победу ни одной из этих сил, он, предвидя в будущем «великое чудо: возрождение единого, великого **русского** государства», наблюдает, как он считает, «...другое чудо... воскрешение Лазаря, который, выходя из могилы, являет божескую силу призывать мертвых к жизни». Мастерски владея метафорой, Д.Д. Мордухай-Болтовской использует образ воскрешенного Лазаря для того, чтобы обозначить ведущую тенденцию развития национального мировоззрения: «Воскресает теперь **не Россия, а воскресает наше национальное чувство**, воскресает национальная идея, умершая в атмосфере социалистического материализма».

И далее идет очень тонкое, совершенно современное замечание, которое процитируем без купюр: «Так как прогресс вовсе не представляет движение в одном направлении, а каждая нация имеет свое определенное направление, определяемое ее характером и способностями, то **свободное развитие возможно большего числа национальностей** обещает накопление максимума разнообразнейшего культурного богатства, которое можно сравнить с садом, в котором самые разнообразные растения взращены с помощью различных удобрений и ухода». Это ответ из далекого 1917 г. тем современным политикам, которые не считают нужным учитывать национальные, геополитические, ментальные и другие особенности нашего народа, считая, что достаточно копировать уже

удавшиеся образцы динамичного развития других стран. Поиск своего пути – задача значительно более трудная и сложная, чем копирование неких образцов, но история не раз доказала, что творческий потенциал нашего народа вполне достаточен, чтобы идти своим путем, добиваясь значительных успехов, в сравнительно короткие исторические сроки перемещаясь в ряд наиболее развитых государств мира.

В этой статье Д.Д. Мордухай-Болтовской рисует и альтернативу трагическому состоянию отечественной государственности того времени. Он считает, что русский народ «воссоздать Россию» уже не сможет, «**ее воссоздать могут совместной работой не один, а все народы, населяющие Россию, признав друг друга равноправными товарищами**». В решении этой архитрудной задачи «**будет постепенно определяться тот государственный строй, который должен укрепиться в российском государстве**» для того, чтобы все народы России «получили бы возможность свободного развития». Воссоздание России в этом случае будет определяться, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, «сознанием необходимости добровольного слияния между собой в **единое** мощное государство в видах национального самосохранения... и общностью если не всей, то высших ступеней культуры». Он не предугадал только ту силу, под руководством которой произойдет это слияние: отряды казаков и юнкеров, зрелище которых в конце 1917 г. внушало ему такие надежды, не смогли решить эту задачу.

В начале последней по времени публикации статьи этого цикла «Социалистический сон» [145] Д.Д. Мордухай-Болтовской описывает крушение своих надежд на белое движение, представители которого «долго отбивали храбрые атаки изголодавшихся красногвардейцев». Победили же «последние, и таким образом им пришлось быть предрешенной Марксом акушеркой при рождении социалистического строя...». Основное же содержание статьи – удивительная по своему предвосхищению Оруэлла компактная антиутопия-сон «гражданина № 666 серии 25-й». В ней в качестве доклада «товарища-председателя, гражданина № 1239 серии 10-й» излагается искаженная история, в основу которой по-

ложены социалистические идеи, основанные на классовом представлении о прогрессе общества. В заключение Д.Д. Мордухай-Болтовской делает очень общие выводы: «Порядок: факты, и затем выводы, – это буржуазный порядок; сперва выводы, а затем уже подделка под них фактов – вот истинный путь, по которому должна шествовать социалистическая наука»<sup>1</sup>.

Результатом поражения белого движения, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, будет полное разложение во всех сферах общества, апокалиптическую картину которого он рисует в статье «Сказка о стеклянном доме» [143]. Революция, расстроив «и без того тщедушную фабричную промышленность», уничтожив «большие помещичьи хозяйства», выбросит, по мнению автора, на улицы «возвращающихся с фронта рабочих», «деревенский пролетариат». И тогда **«стремительный поток голодающих людей живо разрушит все эти перегородки... Он разнесет лучше шестнадцатидюймовых орудий ... профессиональные союзы и советы рабочих депутатов»**. В городах «преступление и проституция наполнит освещенные тусклыми фонарями переулки грабителями, проститутками и сутенерами». Особую опасность Д.Д. Мордухай-Болтовской видит в «гниющей от венерических болезней треть нашей окончательно развалившейся армии...», достигших колоссальных размеров «детских эпидемий среди оставленных без надзора детей, ютящихся несколькими семьями в нетопленых, тесных и грязных помещениях и хронически голодающих...». Что же делать в этой тяжелейшей ситуации?

Д.Д. Мордухай-Болтовской, как практически во всех своих публицистических статьях этого периода, предлагает реальную, по его мнению, альтернативу надвигающемуся хаосу. Такой альтернативой он считает самоорганизацию граждан в домовые и районные комитеты, которые позволят воплотить в жизнь сказку «о стеклянных домах с стеклянными стенами, полами и потолками», чтобы сосед видел боль, нищету и страдания соседа. **«Пусть в каждом доме**

---

<sup>1</sup> Это предвидение Д.Д. Мордухай-Болтовского во многом оказалось пророческим в отношении общественных наук советского периода. Если в неидеологизированных науках, таких как математика, физика, биология и др., в этот период наша страна заняла лидирующие позиции, как и в военных и космических технике и технологиях, то крайне идеологизированные общественные науки во многом пошли по пути, предначертанному в этой статье, что явилось одной из существенных причин краха социалистической системы конца прошлого века.

**организуется крепкий союз взаимопомощи, в котором, отбросив отчаянную вражду классов, обыватели, узнав друг друга, пойдут смело навстречу страшным призракам, на них надвигающимся...».** Именно в умении самоорганизоваться, объединиться в «совместной мирной работе» видит Д.Д. Мордухай-Болтовской **«начало зари альтруизма, из недр которого, а вовсе не из... злобы красногвардейцев могут родиться возможные социальные реформы».** Тогда, считает автор, «сбудется наяву сказка о стеклянном доме и будет положено начало **мирному социальному строительству**, идущему над злобной борьбой ожесточившихся друг против друга классов».

Две январские (1918 г.) статьи Д.Д. Мордухай-Болтовского являются частями единого текста, посвященного воспитанию народа [96, 119]. Описывая зверства распоясавшейся «массы» в первых постреволюционных статьях, он, как мы уже говорили ранее, предлагал в качестве экстренного оружия против нее страх, основанный «на призраке гильотины». В качестве же долговременного фактора, влияющего на подсознание и превращающего звероподобную «массу» в человеческое сообщество, Д.Д. Мордухай-Болтовской видит воспитание «неинтеллигентных масс» в духе патриотизма и уважения к личности. В анализируемых статьях намечена программа такого воспитания.

Подведем некоторые итоги самого беглого обзора публицистики Д.Д. Мордухай-Болтовского периода революции и начала гражданской войны.

1. Основная тема этих публикаций – трагедийное противостояние интеллигенции и «неинтеллигентной массы», коллектива и индивидуальности, интеллигенции и власти, государственного и национального в переломный момент истории.

2. Содержание статей позволяет выявить основные черты мировоззрения автора, его политические пристрастия и нравственные императивы.

3. Практически все статьи содержат прогнозы развития ситуации в стране, реальные угрозы ее существованию, физическому и нравственному здоровью, многие из которых, к сожалению, подтверждены дальнейшим ходом истории.

4. Большинство публикаций конструктивно: кроме критики сложившегося положения они содержат, как правило, очень конкретную программу действий по его позитивному изменению.

5. Часть статей содержит пророческие предвидения грядущих угроз и вызовов. Таких, например, как пугающее однообразие грядущего социалистического устройства; немецкий национал-социализм, признаки которого Д.Д. Мордухай-Болтовской сумел разглядеть еще до периода национального унижения Германии после первой мировой войны; возможного изоморфизма результатов казарменного социализма и германской теории «господства высшей расы».

6. Часть высказанных в этом цикле публикаций Д.Д. Мордухай-Болтовского идей необычайно злободневны, вызывают острую полемику среди наших современников: идея воспитания в духе патриотизма и уважения к личности, идея свободы как средства, а не цели прогресса, взаимоотношение «русского» и «российского», учет национальных, геополитических, ментальных и других особенностей нашего народа при поиске стратегического направления развития России и др.

7. Все статьи написаны ярким, метафорическим языком, причем, используемые автором образы («буквы ять», «воскрешенного Лазаря», «гражданина № 666 серии 25-й», «стеклянного дома» и др.) безупречно точны и понятны даже нам, представителям XXI в. Метафоричность языка Д.Д. Мордухай-Болтовского может быть предметом специального филологического исследования.

8. Часть публицистических статей Д.Д. Мордухай-Болтовского этого цикла требует дальнейшего детального анализа их содержания с философской, психологической, педагогической и даже методической точек зрения.

## **Выводы по первой главе**

При детальном исследовании публикаций, посвященных творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского (1.1), нами установлено, что несмотря на то, что имя ученого прочно вошло в историю отечественной математики и ма-

тематического образования, до сих пор отсутствует сколько-нибудь полная его научная биография, не проведен тщательный анализ научного и методического наследия. Выявлены периоды творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского, ускользнувшие от внимания предыдущих исследователей.

В процессе исследования сведений о родословной, детских и юношеских годах ученого (1.2) нами:

- обнаружены и введены в научный оборот ранее неизвестные документы, касающиеся генеалогии рода Мордухай-Болтовских и хранящиеся как в государственных архивах (РГИА, ЦГИА СПб, ПФА РАН, ГАРО), так и в частном архиве Болтовских. Благодаря этому мы смогли гипотетически восстановить генеалогию рода Болтовских, начиная с 1200 г.;

- введены в научный оборот сохранившиеся в семейном архиве Болтовских письма и воспоминания Д.Д. Мордухай-Болтовского, содержащие сведения о детских и юношеских годах ученого. В результате этого установлены сведения о семейном укладе Болтовских, о среде, в которой воспитывался и вырос ученый и которая оказала влияние на формирование его интересов и взглядов;

- уточнены сведения о связи Д.Д. Мордухай-Болтовского с общественным и политическим деятелем М.И. Калининым, которая лишь упоминается в работах предыдущих исследователей (Налбандян М.Б., Степановой А.С., Родина А.В.);

- обнаруженное нами в ЦГИА СПб «Дело» гимназиста Д.Д. Мордухай-Болтовского, содержащее документы о его учебе в 1-й классической гимназии С.-Петербурга, позволило установить проявление у Д.Д. Мордухай-Болтовского способностей и интереса к математике со школьной скамьи, что подтверждают как успеваемость по этому предмету, так и характеристики, данные его преподавателями;

- из материалов ЦГИА СПб и ПФА РАН, содержащих «Дело» студента Д.Д. Мордухай-Болтовского, нами уточнены сведения об обучении его в С.-Петербургском университете, касающиеся преподавательского состава, отношения к науке и учебе, формирования научных интересов, а также отклонений



в физическом состоянии (частые головные боли вследствие умственных перегрузок).

В процессе исследования варшавского периода творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского (1.3) нами:

- воспроизведен первый период творческой биографии ученого, раскрывающий этап его становления как математика, педагога и методиста;

- проанализированы и введены в научный оборот документы, касающиеся научной деятельности, карьерного роста и личной жизни ученого, хранящиеся в РГИА, ЦГИА СПб, ПФА РАН, ГАРО и в архивах учебных заведений (РГУ, РГУПС), в которых он работал;

- впервые подробно описаны деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского в Донском Политехническом институте (1907-1909 гг.) и материалы, касающиеся защиты докторской диссертации;

- уточнены и документально подтверждены сведения, освещающие путь Д.Д. Мордухай-Болтовского от ассистента до профессора кафедры чистой математики Варшавского Императорского университета.

В процессе исследования ростовского периода творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского нами обнаружены и введены в научный оборот ранее не использованные документы из центральных архивов ГАРО, ПФА РАН и архивов учебных заведений РГУПС и РГУ, документы из семейного архива Болтовских и воспоминания учеников и сослуживцев Д.Д. Мордухай-Болтовского. Используя указанные документы, нами восполнены пробелы предыдущих исследователей жизни и творчества Д.Д. Мордухай-Болтовского.

Результаты данной части исследования позволили уточнить и значительно обогатить биографические сведения об ученом, придать им целостность и завершенность.

Анализ творческой деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского (1.3.3) позволяет нам утверждать, что Д.Д. Мордухай-Болтовской стоял у истоков зарождения математического образования высшего уровня на Дону и является в этом регионе не только основателем первой научной математической школы, но и

организатором высшего математического образования. Именно он возглавлял математические кафедры при создании Донского Политехнического института в Новочеркасске (1907-1909 гг.), а затем и Донского (Северо-Кавказского, Ростовского) университета (1915-1947 гг.). Его педагогическая деятельность распространялась и на другие вузы региона (РГУПС, 1923 г.; РГПУ, 1931-1942 гг.), средние профессиональные учебные заведения и даже общеобразовательные школы.

Им действительно создана не только научная математическая школа, но и научная методическая школа, влияние которой через его учеников распространилось по всему Северному Кавказу. Многие из научных идей Д.Д. Мордухай-Болтовского до сих пор живут и находят свое развитие в трудах современных представителей этой школы, обсуждаются на существующих в РГУ и РГПУ научных и методических семинарах.

В этой главе нами также рассмотрена ранее неизвестная публицистическая деятельность ученого 1917-1918 гг. (1.3.4). Проведен анализ 12 статей, содержание которых позволило выявить основные черты мировоззрения ученого, его политические пристрастия и нравственные императивы, характеризующие его как представителя российской интеллигенции начала XX в.

Итак, в первой главе представлена достаточно целостная, приведенная в систему, дополненная новыми фактами и документально уточненная творческая биография Д.Д. Мордухай-Болтовского. Тем самым решена первая задача исследования, сформулированная во введении.

Также нами частично решена и вторая задача исследования в той её части, которая касается введения в научный оборот архивных документов и малоизвестных публикаций, касающихся жизни и творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского.

## Глава 2. Актуальные проблемы школьного математического образования в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского

### 2.1. Общий обзор методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского

Начало методических исканий Д.Д. Мордухай-Болтовского можно отнести к 1898 г., когда он начал преподавательскую деятельность в качестве руководителя практических занятий по математике в Варшавском политехническом институте.

В опубликованном в 1907 г. сборнике упражнений по математическому анализу [141] особый интерес представляют не только подбор и классификация задач, но и те методические рекомендации, которые автор сформулировал во вступлении, изложив различные способы ведения практических занятий в зависимости от поставленных целей.

В последующие годы интерес к методико-математическим проблемам заметно возрастает. В 1908 г. в ж. «Вопросы философии и психологии» появляется солидное исследование Д.Д. Мордухай-Болтовского «Психология математического мышления» [140]. В нем раскрываются причины того, почему «не все могут ею <математикой, – **В.П.**> заниматься и очень немногие желают ею заниматься». Также в этой статье Д.Д. Мордухай-Болтовской высказывает свое представление о математике, главное педагогическое значение которой, по его мнению, «состоит в том, что в математике, преимущественно перед другими предметами, ученику предоставляется самостоятельная умственная работа» [140, С.534]. Ведя активную педагогическую и методическую деятельность (как в институте, так и в гимназиях, в которых он неоднократно привлекался для проведения выпускных экзаменов), Д.Д. Мордухай-Болтовской был направлен для участия в работе русской подкомиссии Международной комиссии по преподаванию математики (1909 г.) и заседаниях I и II Всероссийских съездов преподавателей математики (1912-1914 гг.). Публикуя обстоятельные отчеты об их работе [97, 123], Д.Д. Мордухай-Болтовской попутно давал оценки обсуждаемым вопросам и высказывал свои методические и педагогические взгляды.

Вопросы, обсуждаемые на этих съездах, касались реформы математического образования, зародившейся в Германии и Франции, идеи которой получили широкое распространение в связи с работой Международной комиссии по преподаванию математики, возглавляемой Ф. Клейном.

Эта реформа относилась как к содержанию математического образования, так и к его методике. В реформаторских идеях, относящихся к содержанию математического образования, пропагандировалось сближение средней школы с высшей и обогащение школьного курса идеями «новой математики». В связи с этим обсуждалось введение в среднюю школу идей математической логики, исчисления бесконечно-малых, аналитической, проективной и неевклидовых геометрий, а также идеи групп и теоретико-множественный подход. В реформе методических подходов отмечалась важность связи с психологией: «Необходим сознательный выбор наилучших с психологической точки зрения доказательств» [124, С.8]. Среди характерных черт нового времени отмечался «интерес к истории математики», способный раскрыть психологию математического мышления.

На страницах отчета Д.Д. Мордухай-Болтовского по итогам работы I съезда рассматриваются вопросы, касающиеся как общей, так и частной методики преподавания математики. Среди общих можно выделить вопрос о философском элементе в математике средней школы [124, С.18-20] и историческом элементе в преподавании математики [124, С.20-22]. Среди вопросов частной методики наиболее богато представлена методика преподавания геометрии. Обсуждения касались как пропедевтического [124, С.22-24], так и систематического [124, С.24-27] курсов геометрии. Рассматривался вопрос о геометрических моделях и их роли в преподавании [124, С.27-30]. Бурную дискуссию вызвало обсуждение введения неевклидовой геометрии в среднюю школу [124, С.15-18]. В преподавании алгебры защищалась идея функциональной зависимости [124, С.9-15] и номографии [124, С.33-35].

В отчете о II Всероссийском съезде преподавателей математики Д.Д. Мордухай-Болтовской представил философские, методические и дидактические

очерки касающиеся докладов съезда. Среди обсуждаемых вопросов следует отметить вопросы о соотношении научности и доступности, т.н. «научной экономии и педагогической щедрости» в преподавании [97, С.13-34]; соотношении «педагогического рано и поздно» [97, С.49-60]; педагогического «филогенезиса и онтогенезиса» [97, С.60-66]. Рассматривались вопросы, касающиеся подготовки учителей [97, С.66-80] и развивающего обучения, направленного на «развитие интеллектуальных и мыслительных способностей ученика» [97, С.80-90]. Обсуждался также вопрос и о методических и психологических особенностях математического «обучения мальчиков и девочек» [97, С.90-94]. Особое внимание было уделено логическим, психологическим и методическим проблемам, связанным с чертежами и моделями [97, С.34-49]. Более подробный анализ идей, содержащихся в этих докладах, изложен нами в статье «Анализ Д.Д. Мордухай-Болтовского работы Всероссийских съездов преподавателей математики» [194].

Участие Д.Д. Мордухай-Болтовского, одного из немногих представителей профессуры, в работе Всероссийских съездов преподавателей математики укрепило в нем тягу к методической работе, к которой он всегда стремился. Как и в других областях научного знания, его методическая деятельность оказалась необычайно плодотворна.

Среди сохранившихся материальных источников, представляющих методическое наследие ученого, можно выделить несколько основных групп:

- 1) *методические статьи, опубликованные в отечественных журналах;*
- 2) *публикации методического характера в иностранных изданиях;*
- 3) *статьи по методике преподавания математики, сохранившиеся в рукописном наследии ученого;*
- 4) *учебные пособия и курсы лекций;*
- 5) *доклады методического коллоквиума.*

Из *методических статей, опубликованных в отечественных изданиях,* наиболее полно представлены вопросы, связанные с преподаванием геометрии. В основном это статьи, помещенные на страницах журнала «Математика в

школе» (более раннее название «Физика, химия, математика и техника в советской школе»). Это не только более общие исследования, касающиеся проблем школьной геометрической терминологии [116], методики геометрических определений [113] и школьного геометрического доказательства [125], но и вопросы более частного характера, например, методические проблемы, относящиеся к поверхностям и объемам [114] и вопросы, касающиеся моделей [121]. Отметим также статью «Геометрия как наука о пространстве» [98], в которой рассматриваются методические проблемы наглядной, рационалистической, формально-логической и гипотетической геометрий.

Среди специальных исследований следует выделить статьи, посвященные изучению школьных математических ошибок [111] и их связи с ошибками в математике как науке {264}.

Различные образовательные области математики рассматриваются в статьях «Математика и логика в школе» [107], «Принцип непрерывности и его методическое значение» [138], «Функции в арифметике» [150].

Весьма многообразно представлены исследования по истории методики математики. Значение этих исследований хорошо аргументировано в статье «Основы арифметики в середине XVIII в.» (Математика в школе, 1941, №4)[131]. В журнале «Математическое образование» опубликованы историко-методические исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского, посвященные методу наложения в элементарной геометрии [100] и методу исчерпывания [112], а также освещающие проблемы ненатурального и апагогического доказательства (т.е. доказательства от противного) в их историческом развитии [117]. Журнал «Математика в школе», помимо уже указанной статьи, опубликовал на своих страницах исследования по истории и методике математического символа, а также обзор новейших (на 1932 г.) немецких учебников по элементарной математике, выполненный Д.Д. Мордухай-Болтовским [123]. Такой же характер носит статья «Философские элементы в эволюции методических идей в математике первой половины XIX в.» {183} и доклад, сделанный в обществе естество-

испытателей при СКГУ «Новые исследования по истории методики математики».

Особое место в этой части методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского занимает статья [127], опубликованная в ж. «Народное образование» (1948, №4) и посвященная проблемам развития методики математики и аспирантуре в педагогических институтах.

Что касается *методических публикаций в иностранных журналах*, то здесь мы ограничены только имеющимися в библиографии их названиями, по которым можем строить предположения об их содержании. Хотя сами статьи нами не обнаружены, есть все основания полагать, что приведенный в библиографии список этих статей при более тщательном исследовании может быть пополнен. Нами обнаружено только одно подобное издание {259}. Ввиду ограниченности узко-специальных научных фондов иностранной литературы в российских библиотеках, пополнение такого рода работ и их анализ пока не представляются возможным.

Две работы Д.Д. Мордухай-Болтовского, изданные в европейских журналах, касаются актуальной в то время проблемы обучения взрослых: «Методика обучения взрослых» {190}, изданная в Милане, и вышедшая в Германии «Педагогика для детей и педагогика для взрослых» {196}. В Милане же была переиздана статья Д.Д. Мордухай-Болтовского «Психология математического мышления» {198}, там же вышла статья «Методика демонстраций» {197}. Оставшиеся работы носят историко-методический характер: «Биогенетический закон в математике» {210}, «Гетерогония целей в математике» {213}, «Понятие бесконечности – исторические и критические заметки» {211}, «Генезис и история теории пределов» {212} и др<sup>1</sup>.

В следующую группу мы выделили *рукописи методических работ* Д.Д. Мордухай-Болтовского. Большинство из них пережили двойное рождение. Дело в том, что многие из этих работ представляли собой переработанные доклады, прочитанные Д.Д. Мордухай-Болтовским на методическом коллоквиуме в

---

<sup>1</sup> См. подробнее библиографию опубликованных работ Д.Д. Мордухай-Болтовского (Приложение 2)

30-е годы. Во время войны (1941- 45 гг.) эти работы, как и все имущество Д.Д. Мордухай-Болтовского, погибли.

Оправившись от ранений, Д.Д. Мордухай-Болтовской в период 1945-47 гг. начал их восстановление по памяти. После смерти Д.Д. Мордухай-Болтовского (1952 г.) часть материалов из рукописного наследия была передана в Ленинградское отделение Архива АН СССР его сыном Ф.Д. Мордухай-Болтовским. Среди имеющихся на сегодняшний день в архивном фонде (ф.821) 195 единиц хранения более двух десятков работ носят методический характер.

Из общеметодических следует отметить статьи о математической мнемонике (оп.1, д.12), психофизическом законе и его приложении к педагогике (оп.1, д.13), о методическом значении неразрешимых задач в науке и школе (оп.1, д.3). Интерес представляет и статья «Анализ и синтез в методике математики» (оп.1, д.14). Историко-методический характер носит работа «Прошлое, настоящее и будущее методики математики», дающая ретроспективный анализ развития методики как науки и освещающая её роль на каждом из этапов её развития. Вопрос о логической стройности и научной строгости при построении математических курсов и объяснении материала рассмотрен в статье «Научная строгость и методика математики» (оп.1, д.127). Особого внимания заслуживает статья о способах применения и методическом значении эвристических методов в преподавании математики (оп.1, д.125).

Несколько статей имеют своим предметом методические проблемы курса геометрии. Они освещают как общие вопросы, например, логику построения курса геометрии (оп.1, д.9), так и более частные, связанные с использованием и созданием геометрических моделей (оп.1, д.8) и эволюцией геометрической терминологии (оп.1, д.15). Имеются статьи, являющиеся методическими рекомендациями к изучению конкретных тем курса геометрии, таких как «Геометрические построения» (оп.1, д.7) и «Решение треугольников» (оп.1, д.4). Две статьи посвящены алгебраическим вопросам: «Методика формальных операций при решении уравнений первой степени» (оп.1, д.2) и «О разложении на мно-



жители» (оп.1, д.5). Методика преподавания тригонометрии представлена статьей «Установка понятий в тригонометрических величинах» (оп.1, д.1).

Помимо вопросов методики преподавания математики в средней школе, имеются статьи, касающиеся высшей школы. Это достаточно общего характера статья «Мнение о программах пединститутков» (оп.1, д.11) и работы по методике преподавания математического анализа (оп.1, д.126) и теории вероятностей (оп.1, д.10).

Достаточно разнообразно в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского представлены *учебные пособия и курсы лекций*. Несмотря на то, что в этом направлении Д.Д. Мордухай-Болтовской вел большую работу из опубликованных учебных пособий можно назвать только «Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям» {105, 112}, имевший большую популярность в начале XX в.

Теоретические курсы лекций дошли до нас в литографированном виде. По математическому анализу – это курсы дифференциального и интегрального исчисления {27, 35, 36, 37, 38, 46, 55, 56, 110, 111, 115} и курс эллиптических функций {71, 258}. Среди геометрических сохранились курсы по аналитической геометрии {32, 70, 108, 114, 132}, высшей геометрии {260} и основаниям геометрии {257}. Сохранились и конспекты некоторых спецкурсов, среди них: «Арифметика теоретическая» {33}, «Евклид и Лобачевский» {255}, «Измерения в геометрии и инверсия» {246}.

В архивах имеются свидетельства о том, что неоднократно предпринимались попытки по изданию некоторых курсов лекций Д.Д. Мордухай-Болтовского. В материалах празднования 25 летнего юбилея Ростовского университета (1940 г.) отмечается, что Д.Д. Мордухай-Болтовским подготовлены к изданию учебники «Эллиптические функции» и «Курс анализа с историческими комментариями»<sup>1</sup>. В протоколах заседания редакционной коллегии Донского областного государственного издательства за 1922 г. упоминается о подготовке к печати учебника Д.Д. Мордухай-Болтовского по дифференциальному и

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-46, оп.10, д.57, л.48

интегральному исчислениям<sup>1</sup>. Из личной переписки, хранящейся в семейном архиве Болтовских, известно, что несколько учебников Д.Д. Мордухай-Болтовского по математическому анализу и по геометрии должны были выйти в центральном госиздательстве, но во время конкурсного отбора предпочтение отдавалось столичным авторам. Это подтверждает случай, рассказанный нам учеником Д.Д. Мордухай-Болтовского, ныне кандидатом физ.-мат. наук Владимиром Александровичем Орловым: «Дмитрием Дмитриевичем был написан учебник по элементарной геометрии специально для педагогических вузов, который полностью соответствовал программе. При жизни Д.Д. Мордухай-Болтовского он так и не был опубликован. После его смерти М.П. Черняев<sup>2</sup> несколько раз ездил в Москву, предпринимая попытки издания этого учебника, но по ряду причин данная работа так и осталась неопубликованной»<sup>3</sup>.

Большая методическая работа была проведена Д.Д. Мордухай-Болтовским в рамках работы *методического коллоквиума*, руководителем которого он был. За годы существования коллоквиума состоялось около сотни его заседаний. Большинство его докладов принадлежали перу Д.Д. Мордухай-Болтовского. Часть этих докладов получили развитие в методических статьях, а от оставшихся до нас дошли либо краткий обзор их содержания [115], либо просто тематика<sup>4</sup> по которой можно судить о широте методических интересов их автора.

Методические исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского относятся к началу XX в. Надо сказать, что в это время в научной среде бытовало мнение о том, что занятие ученого крупного ранга методическими вопросами не престижно и даже, в какой-то мере, принижало его научный статус. В связи с этим очень немногие ученые-математики занимались проблемами методики преподавания математики. Одним из продолжателей славных традиций патронажа ученых математиков над математическим образованием, заложенных еще со времен Эйлера, в XX веке явился Д.Д. Мордухай-Болтовской.

---

<sup>1</sup> ГАРО ф.Р-67, оп.1, д.27, л.7

<sup>2</sup> Черняев Михаил Павлович – профессор Ростовского госуниверситета, ученик Д.Д. Мордухай-Болтовского.

<sup>3</sup> Записано В.Е. Пырковым со слов В.А. Орлова в 2000 г.

<sup>4</sup> См. подробнее [165, 167]

Та «великая будущность», которую предрекал в своих работах Д.Д. Мордухай-Болтовской, тогда еще молодой, только зарождающейся науке – методике преподавания математики, оправдалась. Современные методико-математические исследования заметно отличаются от работ начала XX века системностью, глубокой научностью и экспериментальной обоснованностью содержащихся в них выводов. Методика как наука вполне состоялась. Она имеет все присущие науке атрибуты. Сегодня трудно себе представить, что еще в начале XX века, когда творил Д.Д. Мордухай-Болтовской, ничего этого не было. Редкие математики-методисты вынуждены были отстаивать право на жизнь этой достаточно новой области знания. Поэтому некоторые высказывания Д.Д. Мордухай-Болтовского, содержащиеся в его статьях методического характера, могут показаться современному читателю банальными и даже несколько наивными. Многие идеи покажутся очевидными и общеизвестными. И лишь став на позиции того времени, можно по достоинству оценить те прогрессивные идеи, которые формулировал в своих работах Д.Д. Мордухай-Болтовской.

Как было показано выше, многие из методических проблем, поднимаемых в статьях Д.Д. Мордухай-Болтовского, являются актуальными и для современного математического образования. Среди них, как говорил Д.Д. Мордухай-Болтовской о методических работах своих предшественников, тоже можно «вычленивать и методическую правду». Высокий уровень, которого достигла отечественная модель классического школьного математического образования<sup>1</sup>, особенно в советский период, является гарантом эффективности методических идей периода, к которому относятся работы Д.Д. Мордухай-Болтовского. Как будет показано ниже, многие из этих идей действительно оказались плодотворными; другие «подобно семенам, брошенным слишком ранней весной» [124, С.21], ждут, когда настанет их час.

Мы не ставим своей целью выполнить анализ абсолютно всех методических работ Д.Д. Мордухай-Болтовского, т.к. в рамках данного исследования эта

---

<sup>1</sup> Согласно классификации основных этапов развития отечественного школьного математического образования выделенных Т.С. Поляковой. См. подробнее Полякова Т.С. История отечественного школьного математического образования. Два века. Кн.1: век восемнадцатый. -Ростов н/Д, 1997

работа не представляется возможной. Ограничившись изучением этого наследия, среди всего многообразия работ мы отобрали лишь те, идеи которых в применении к современному математическому образованию, на наш взгляд, принимают особое звучание и могут быть применимы в его модернизации. Анализом этих идей мы и займемся далее.

## **2.2. Некоторые актуальные вопросы теории школьного математического образования в методическом творчестве Д.Д. Мордухай-Болтовского**

### **2.2.1. Об эвристических методах в обучении математике и методике их применения**

Эвристические методы в обучении математике, как методы используемые для открытия нового знания, всегда вызывали значительный интерес у методистов. В последнее время, в связи с новыми течениями в педагогике, связанными с развивающим обучением и проектной деятельностью учащихся, эвристические методы продолжают оставаться наиболее актуальными, что подтверждается последними исследованиями в этой области<sup>1</sup>. Они дают ученику аппарат, позволяющий самостоятельно открывать и переоткрывать математические знания, что является наиболее ценным в обучении.

Идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского по использованию эвристических методов в преподавании математики, изложены им в статье «Эвристическая метода при преподавании математики в школе» оставшейся в рукописи и хранящейся в ПФА РАН (ф.821, оп.1, д.125). Упомянем о сохранившемся в архивных документах факте «большой переписки» Д.Д. Мордухай-Болтовского с общепризнанным автором работ по эвристике Д. Пойа, который отмечал «некоторую преэминентность и будущность»<sup>2</sup> работ своего российского коллеги. Большой интерес к работам Д.Д. Мордухай-Болтовского высказывал также Ж. Адамар, докладывавший идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского в Парижской Академии на-

---

<sup>1</sup> См, например [222, 240] и др.

<sup>2</sup> Архив РГУ ф.Р-46, оп.22, д.63, л.87

ук<sup>1</sup>. Идеи, изложенные в его книге [254], посвященной психологическому аспекту математического творчества, во многом созвучны идеям Д.Д. Мордухай-Болтовского.

Перейдем к анализу основных идей, содержащихся в указанной статье.

В самом начале статьи Д.Д. Мордухай-Болтовской рассматривает историю появления эвристического метода и оценивает его роль в развитии методики преподавания математики. Он указывает на некоторую неточность сложившихся в методике математики представлений о том, что началом эвристического метода является метод обучения используемый Сократом (т.н. сократические беседы), который путем вопросов подводил слушателя к правильному решению поставленной проблемы. В своих вопросах Сократ обычно сам подсказывал решение задачи, поэтому его метод лишь с большой натяжкой можно признать как образец эвристического. Благодаря присущему эвристическому методу естественному ходу мысли, ведущему к открытию изучаемой истины, Д.Д. Мордухай-Болтовской считает его в некоторой мере «генетическим методом»<sup>2</sup>, при котором учащемуся предлагается пройти тот путь, который прошел (или мог пройти) открывающий эти истины.

Эвристический метод, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, мог зародиться только с появлением новых идей в педагогике, с отношением к ученику, как к субъекту образовательного процесса, при котором первостепенную роль принимает принцип развития его способностей.

При таком понимании эвристического метода, его начало Д.Д. Мордухай-Болтовской видит не у Сократа, а гораздо позже – у Руссо и в характерных его эпохе педагогических мыслях и настроениях. Эти идеи нашли отражение в учебниках конца XVIII и начала XIX вв., в которых впервые помещены вопросы и задачи для самостоятельного решения<sup>3</sup>. В этом Д.Д. Мордухай-Болтовской видит большую роль эвристического метода в истории методики преподавания математики.

---

<sup>1</sup> Там же

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.125, л.1

<sup>3</sup> Д.Д. Мордухай-Болтовской, в качестве примера, ссылается на учебник математики неизвестного методиста Ома (первая четверть XIX в.) впервые поместившего задачный материал

Затем Д.Д. Мордухай-Болтовской рассматривает основные методические проблемы связанные с применением эвристических методов в изучении нового материала: 1) следует ли его применять при введении нового материала, 2) если да, то в какой мере и 3) в какой форме?

Вопрос о применении эвристического метода в чистом виде при обучении математике может быть разрешен только в рамках идей субъектно-субъектной педагогики, в лоне которой он зародился. Рассмотрим методику его применения, рекомендуемую Д.Д. Мордухай-Болтовским, в случае односторонне-объективного подхода к педагогическому процессу.

В таком случае эвристический метод совершенно нельзя применять при первом изложении доказательства или решения задачи для всего класса. Данный метод, по природе своей, носит индивидуальный характер. Ученик, отвечающий на вопрос, не сможет вместо учителя обучать класс, который будет не в состоянии удерживать внимание? идущее за изложением ученика, корректируемым учителем.

По убеждению Д.Д. Мордухай-Болтовского, метод изложения учебного материала ни в коем случае не должен совпадать с порядком открытия, при котором «идут ошупью, причем через ряд ошибок»<sup>1</sup>. «Самый процесс закулисной мыслительной работы совсем иной, чем тот, по которому следует вести ученика»<sup>2</sup>. Первое изложение учебного материала не только не должно вестись учеником вместе с учителем, но и не должно прерываться обращением ко всему классу. Оно должно носить синтетический характер и излагаться систематично и в вполне обработанном виде.

После того, как у учителя появятся основания полагать, что изложенный материал усвоен учащимися, он может перейти к аналитическому изложению, поясняя *почему* он поступает так, а не иначе, и *что* должно наводить на мысль о дальнейшем развитии хода доказательства или решения задачи. Именно при таком повторном изложении материала Д.Д. Мордухай-Болтовской рекомендует использовать эвристические приемы в виде вопросов в отношении ко всему

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.125, л.2

<sup>2</sup> Там же

классу. При получении учителем ответа из класса, он рекомендует продолжать изложение так, «как если этого ученического ответа и не было», т.е. учителю следует формулировать ответ ученика в «вполне отделанной и точной форме».

Такие рекомендации Д.Д. Мордухай-Болтовского вряд ли могут выдержать критику современных педагогов, защищающих абсолютно противоположные установки учителя в работе с классом, которые Д.Д. Мордухай-Болтовской считал применимыми только при индивидуальной работе с учащимися. Но, может быть, именно зарекомендовавшая себя результативность такого подхода, вполне отвечающая принципу оптимизации учебного процесса (Ю.К. Бабанского), сможет объяснить затруднения возникающие у большинства учеников при использовании учителем сиюминутных новомодных инноваций, не подкрепленных проверкой временем и не учитывающих особенностей процесса коллективного познания учащимися учебного материала.

Необходимым составным элементом математического образования Д.Д. Мордухай-Болтовской считал самостоятельную работу учащихся над решением задачи, в которой возможно применение эвристических методов. В связи с этим он рассматривает вопрос о роли учителя на уроке при решении задачи у доски.

Для того, чтобы решение задачи было усвоено всем классом, учитель не должен все ее решение предоставлять только ученику, если только эта задача не решается по уже усвоенному учениками алгоритму. Ошибочным также является тот случай, когда учитель все решение берет на себя, а ученик лишь воспроизводит на доске ход мыслей учителя.

«Методическое искусство учителя» Д.Д. Мордухай-Болтовской видит в том, чтобы в ограниченное время с помощью серии вопросов *навести* ученика на *обнаружение догадки* хода решения задачи.

В качестве примера неправильного использования эвристического метода при решении задач Д.Д. Мордухай-Болтовской описывает ситуацию, с которой столкнулся в 1914 г., будучи председателем экзаменационной комиссии на аттестат зрелости в Варшавском учебном округе. В то время в школе в моду вошел анализ решения задачи, предполагающий изложение по существу психиче-

ских мыслительных процессов, которые привели учащегося к решению задачи. В выпускных работах «эта часть оказалась уродливо раздутой, в то время, как в самом решении обычно выпадало существенное – доказательство правомерности вспомогательных построений»<sup>1</sup>. В связи с этим Д.Д. Мордухай-Болтовской, вслед за Д. Пойа, рассматривает вопрос об оформлении решения задачи, найденного с помощью эвристических методов. Относительно оформления школьного решения задачи он, образно выражаясь, пишет: «Ученик должен в письменной работе дать *готовую* постройку, а не давать её *в лесах*, которые, как это произошло в упомянутых работах, закрывали все здание»<sup>2</sup>.

Проявление эвристического метода при решении задач Д.Д. Мордухай-Болтовской видит в предоставлении ученику разыскания ошибок в решении задачи (или в доказательстве) проведенном товарищем<sup>3</sup>, а также в предложении ученикам неразрешимых задач вследствие противоречивости либо недостатка содержащихся в них данных.

Итак, относительно применения эвристических методов в обучении математике Д.Д. Мордухай-Болтовской высказывал такие методические идеи, как:

- о сущности и правильном понимании эвристического метода в обучении математике;
- об эффективности и необходимости учитывания особенностей процесса коллективного познания при использовании эвристического метода в объяснении нового материала;
- о личностно-ориентированной направленности в использовании эвристического метода;
- о наиболее распространенных ошибках при использовании эвристического метода в обучении математике и др.

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.125, л.3

<sup>2</sup> Там же, л.4

<sup>3</sup> Иногда применяемый некоторыми учителями способ отыскания ошибок сделанных в неправильном решении учителя Д.Д. Мордухай-Болтовской считает антипедагогическим, «способным родить недоверие к учителю»



## 2.2.2. Об историзации математического образования

Одной из характерных черт современного математического образования является особое внимание к истории математики и использованию исторического материала в её преподавании. Идеи историзации, как показано в диссертационном исследовании Ю.В. Романова [210], является одной из традиций отечественного математического образования. Они развивались под патронажем таких выдающихся отечественных математиков, как Л. Эйлер, Н.И. Лобачевский, П.Л. Чебышев и др. Эту традицию продолжил и Д.Д. Мордухай-Болтовской.

Вопросы связанные с историзацией математического образования впервые были изложены Д.Д. Мордухай-Болтовским в отчетах о I и II Всероссийских съездах преподавателей математики [97, 124], где он обобщил выступления докладчиков по данной тематике, попутно высказывая свое видение проблемы. Участие в работе съездов не прошло даром. Идея историзации математического образования видимо настолько увлекла Д.Д. Мордухай-Болтовского, что в дальнейшей своей методической деятельности он неоднократно к ней возвращался.

Проблема историзации математического образования получила развитие не только в серии докладов на методическом коллоквиуме<sup>1</sup> при кафедре математики Ростовского пединститута, но и в публикациях [123, 115, 104]. Обобщение идей историзации можно найти в неопубликованной статье «Исторический материал при преподавании математики в средней школе», рукопись которой хранится в ПФА РАН. Перейдем к анализу основных идей содержащихся в этих работах.

Прежде всего, Д.Д. Мордухай-Болтовской обращает внимание на общекультурную значимость историко-математических сведений. Он считает, что отказом от изучения истории математики в средней школе «внушается ученикам опасная привычка забывать прошлое» [124, С.20]. Каждая истина таит в себе прошлое, настоящее и будущее. И, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского,

---

<sup>1</sup> Например, доклад «Элементы истории математики в начальном преподавании математики» и др. См. подробнее [115]

«важно не только то, что истина доказана, важно как она доказана, каким путем и от каких постулатов мы приходим к ней» [124, С.20].

«Ничтожным и жалким, – писал Д.Д. Мордухай-Болтовской, – представляется взгляд, что все, что было, ошибочно и несовершенно и должно быть забыто, что к этому не следует возвращаться. Позади нас находится много того, что подобно семенам, брошенным слишком ранней весной не дает ростка, ожидая своего времени. Ошибки и несовершенства могли быть только в осуществлении идеи, не поколебав ценности последней» [124, С.21].

В своих высказываниях Д.Д. Мордухай-Болтовской выступал за включение генетического принципа в обучении математики, предполагающего, что методика обучения математики должна опираться на естественные пути и методы познания, генетически присущие математике. Такая точка зрения была довольно популярна в начале XX в. Подтверждение тому можно найти в работах целого ряда исследователей (например, В.В. Бобынина [17], В. Мрочка и Ф. Филипповича [154] и др.).

В связи с этим Д.Д. Мордухай-Болтовской указывал на целесообразность ознакомления учащихся «с приемами доказательств и методами решения задач античными математиками, уступающими в своей простоте и строгости современным и также ознакомление с ошибками прежних веков, со старой алгебраической символикой, менее удобной, чем современная»<sup>1</sup>. Все это, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, дает возможность «понять и правильно оценить те достижения науки, изучение которых входит в программу средней школы»<sup>2</sup>.

Говоря о формах историзации Д.Д. Мордухай-Болтовской отмечает несколько возможных уровней. Как наиболее распространенный и наименее затратный он характеризует уровень при котором преподаватель ограничивается только «сообщениями имен математиков и хронологических дат, с которыми связаны основные понятия и предложения элементарной математики»<sup>3</sup>. Историзация в такой форме является для ученика скорее *интересной*, чем *полезной*.

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.6, л.1

<sup>2</sup> Там же

<sup>3</sup> Там же

Переход на второй, *полезный* уровень, связан со многими затруднениями. Среди таких затруднений Д.Д. Мордухай-Болтовской выделяет три основных: 1) «недостаток времени» на уроке, при котором «каждый час ценится на вес золота»; 2) «недостаток общего исторического развития» учащихся, вследствие которого «исторические сведения невозможно давать параллельно прохождению соответствующих глав дисциплины» и 3) «беспомощность в этой области большинства учителей»<sup>1</sup>.

При решении первой проблемы Д.Д. Мордухай-Болтовской полагался не на внеклассную работу (имеющую характерные для нее особенности: не гарантированные массовость, системность и периодичность занятий), а настойчиво пропагандировал включение элементов истории математики в *цикл обязательного материала для изучения в средней школе*: «Мы полагаем, – писал Д.Д. Мордухай-Болтовской, – что исторический материал должен войти в *обязательное* преподавание, мы считаем, что изучение истории науки в средней школе является не менее полезным, чем изучение каких-либо междоусобных войн или дворцовых интриг. ... Уменьшение на один час числа часов по истории с отнесением этого часа к истории физико-математических наук, преподаваемой не эпизодически, а систематически, вот по нашему мнению путь для правильного осуществления <историзации математического образования – В.Е.>» [124, С.22]. Такое решение проблемы является на наш взгляд вполне оправданным, и может быть реально применимо в сложившейся современной образовательной ситуации, особенно в специализированных математических классах и школах с углубленным изучением математики<sup>2</sup>.

Решению второй проблемы, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского будут способствовать специальные средства историзации, среди которых, в качестве основного, он выделяет *математический кабинет*. В этом кабинете, наряду с моделями и *портретами математиков*, должны содержаться *таблицы* и *пла-*

---

<sup>1</sup> Там же, л.4

<sup>2</sup> Как это и было сделано в физико-математическом лицее №33 г.Ростова-на-Дону, где диссертантом читался элективный курс «История математики» для учащихся 10-11 классов

*каты по истории математики, чертежи с различными доказательствами и историческими указаниями к ним.*

В качестве таковых Д.Д. Мордухай-Болтовской предлагает таблицы со старой алгебраической символикой, с «родословными» теорем и др.; плакаты с Евклидовыми доказательствами и соответствующими чертежами отличными от тех, которые изучаются в классе; выдержки из риторической алгебры; чертежи и модели ко II книге «Начал» Евклида и т.д. Причем при создании таких пособий, учитель должен учитывать и то, чтобы ученик, заинтересованный ими, имел возможность прочесть подробные разъяснения и исторические комментарии помещенные здесь же или воспользоваться ссылкой на литературу имеющуюся при математическом кабинете.

Еще к одному из средств историзации математического образования Д.Д. Мордухай-Болтовской относит сам *учебник* математики, который должен обладать специфическими особенностями. Во-первых, содержащееся в нем «большое число коротких, но интересно изложенных исторических справок, относящихся к наиболее важным теоремам ... могут быть очень полезны» [123, с.97]. Во-вторых, это воспроизведение знаменитых задач древности в той форме, в какой они имеются в творениях Евклида. Архимеда и др. И в третьих, для учеников могут быть очень интересны и полезны старые геометрические приборы и приспособления, изображения которых, также, можно поместить на страницах учебника, тем более, что некоторые из них могут быть изготовлены самими учащимися и пополнить пособия математического кабинета.

Также, Д.Д. Мордухай-Болтовской указывал на «необходимость издания возможно популярной и доступной *ученикам* литературы по истории математики»<sup>1</sup>. Среди такой литературы он особенно выделял издание «хрестоматий или же систематических комментариев к учебникам», отмечая, что здесь «нет необходимости, чтоб для самого учебника и для комментариев был один и тот же автор». Как известно, популярные издания для учащихся историко-математической направленности, а тем более комментарии к учебникам, на се-

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.6, л.5

годняшний день не отличаются богатым разнообразием. На наш взгляд, необходимость в такой литературе очевидна и современным авторам и издательствам следует уделить таким изданиям больше внимания, как и указывал на то Д.Д. Мордухай-Болтовской.

Актуальность третьей проблемы, затрагиваемой Д.Д. Мордухай-Болтовским (о компетенции в этом вопросе учителей математики), хорошо обоснована в диссертационном исследовании Ю.В. Романова [210]. Д.Д. Мордухай-Болтовской отмечал, что при историзации математического образования учитель «менее всего может надеяться на *взаимное обучение*»<sup>1</sup>, когда ученик выступает в качестве докладчика. «Исторические сведения постепенно сообщаемые по мере прохождения вперед при изучении предмета ... приходится поручить самому преподавателю»<sup>2</sup>. В связи с этим «учитель должен быть всегда готов дать исторические разъяснения» и у него «обязательно должны быть знания по истории элементарной математики»<sup>3</sup>. Решение этой проблемы Д.Д. Мордухай-Болтовской видел в *обязательном введении в пединститутах истории математики*, которая в то время либо совершенно не изучалась, либо присутствовала в качестве факультативного предмета. Как показано в выше упомянутом исследовании Ю.В. Романова, курс истории математики действительно является центральным средством историзации подготовки учителя математики.

Итак, Д.Д. Мордухай-Болтовской еще в начале XX в. высказывал методические идеи об историзации математического образования, получившие свое дальнейшее развитие и широкую популярность в методической среде наблюдаемую в настоящее время. Эти идеи касаются таких важных вопросов связанных с историзацией математического образования, как:

- о роли и функциях историзации;
- о различных формах и средствах историзации обучения математики;
- об уровнях историзации;

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.6, л.2

<sup>2</sup> Там же, л.3

<sup>3</sup> Там же, л.5

- о необходимости включения элементов истории математики в цикл обязательного материала для изучения в средней школе и о решении проблем в связи с этим возникающих;

- о специфических особенностях школьного учебника математики и его роли в историзации математического образования;

- о необходимости разнообразия литературы доступной для дополнительного чтения учащихся содержащей сведения историко-математической направленности;

- о недостатке общего исторического развития учителей математики и путях его ликвидации и др.

### **2.3. Избранные проблемы методики обучения геометрии в школе в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского**

#### **2.3.1. Логика построения школьного курса геометрии в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского**

Д.Д. Мордухай-Болтовского всегда волновали проблемы усовершенствования и оптимизации процесса обучения математике. Он пытался разыскать общие логические схемы в построении курса математики средней школы, решив тем самым *задачу экономии знаний*. Одна из основных проблем его методических исследований – как при наименьшей затрате энергии достигнуть требуемого результата, вложить в учащегося определённый запас знаний, созвучна проблеме оптимизации учебного процесса развиваемой Ю.К. Бабанским<sup>1</sup>.

По мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, решение данной проблемы зависит не только от специальных методов преподавания<sup>2</sup>, но и от *логики построения курса* содержащейся в учебнике геометрии. Помимо того, чтобы материал в учебнике «был сшит по правилам формальной логики, нужно чтобы все было бы легко воспринимаемо и возможно более убедительно» [97, С.6].

Для этого необходимо выработать схему курса. «В идеальном курсе, – писал Д.Д. Мордухай-Болтовской, – должно быть обосновано не только содержа-

---

<sup>1</sup> Бабанский Ю.К., Поташник М.М. Оптимизация педагогического процесса. – К.: Рад. Школа, 1983

<sup>2</sup> См. подробнее п.2.2.1.

ние теоремы, но наличие её и принадлежность к тому или другому месту» [123, С.26]. Логика построения, которую Д.Д. Мордухай-Болтовской называл еще «психологией построения курса», определяет выбор и порядок следующих друг за другом предложений школьной дисциплины. Она в некоторой мере дает возможность угадать, что должно дальше за изложением следовать, подсказывает некоторый вывод, заставляет что-то ожидать.

В основу такой логики должны быть положены какие-либо более или менее общие *принципы*.

Для выявления этих принципов Д.Д. Мордухай-Болтовской предлагал проследить эволюцию учебника геометрии, выделив принципы, на которых строились его логические схемы.

В «Началах» Евклида такая общая схема построения, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, отсутствует. Впервые её проявление он отмечает в учебниках Рамуса, который в основу построения курса положил схоластический принцип следования *от общего к частному*, от рода к виду. Всю геометрию Рамус обращает в систему определений, и этот подход, действительно, оказывается выигрышным: ученик после общего класса ожидает его разложение на частные. Но как в таком случае быть с выводами?

Д.Д. Мордухай-Болтовской считает, что правильным будет решение, при котором определения идут по рамическому пути, а выводы по обратному (от частного к общему). Такой способ принят в большинстве используемых сейчас учебников геометрии.

Следующий, картезианский принцип, реализован в учебниках Арно. В них изучение идет от точки к прямой, от прямой к фигуре состоящей из двух, а затем уже из трех прямых и т.п. Логика этого построения – *от простого к сложному*. Такой путь более соответствует конструктивному характеру геометрии, строящей свои понятия и образы более сложные из более простых. «При изучении геометрии, когда даны простые элементы, ученик будет чувствовать в себе

побуждение их синтезировать»<sup>1</sup> - писал Д.Д. Мордухай-Болтовской. В настоящее время многие учебники геометрии используют этот принцип.

Отметим еще принцип выдвигаемый Руссо, *о соответствии методического порядка – порядку изобретения*, который реализован в учебнике геометрии Бертрана. Применение этого принципа, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, вызывает очень много вопросов. Прежде всего, его проведение требует введения в этот порядок и всех «блужданий и заблуждений», через которые проходил изобретатель. Может ли идти по этому пути учебник будущего? Д.Д. Мордухай-Болтовской считает что нет, т.к. «психология изобретателя не совпадает с психологией учащегося»<sup>2</sup>.

Рассмотренные выше принципы носят весьма общий характер и слабо могут определить построение курса. Д.Д. Мордухай-Болтовской предлагает использовать принципы специального характера, которые могут определить построение курса значительно точнее.

В статье «Логика построения математической школьной дисциплины»<sup>3</sup>, рукопись которой мы анализируем, он говорит о двух из них: о *принципе аналогонов* и *принципе двойственности*.

Принцип аналогонов порождает стереометрическо-планиметрический фузионизм, вызывая параллельно планиметрическим теоремам соответствующие им стереометрические. В рамках этого принципа: параллельности прямых отвечает параллельность плоскостей, углу между прямыми отвечает двугранный угол между плоскостями и т.д. Аналогоном треугольника является не трехгранный угол, а тетраэдр. Из аналогонов теорем, относящихся к треугольнику в теории тетраэдра Д.Д. Мордухай-Болтовской приводит теорему, являющуюся аналогоном теоремы о медианах, а именно: о пересечении прямых соединяющих вершины с центрами тяжести основания в одной точке. Не безынтересен и аналогон теоремы Пифагора: сумма квадратов площадей боковых граней пря-

---

<sup>1</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.9, с.4.

<sup>2</sup> Там же, с.5.

<sup>3</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.9



моугольного тетраэдра (т.е. с прямым трехгранным углом) равна квадрату площади основания (границы против прямого трехгранного угла).

Д.Д. Мордухай-Болтовской отмечает, что в пространстве возможны две установки аналогонов. Одна, при которой прямой на плоскости отвечает плоскость, другая – когда ей же отвечает прямая в пространстве.

Среди современных учебников принцип аналогонов наиболее ярко выражен в недавно появившемся учебнике по геометрии В.А. Гусева [42].

Д.Д. Мордухай-Болтовской считал, что нужно использовать в курсе геометрии такую логическую схему, которая «оказывается годной для столь различных с интуитивной точки зрения объектов, как точка и прямая, или точка и плоскость, что лучше всего уясняется принципом двойственности» [97, С.19].

Впервые эта мысль была высказана Д.Д. Мордухай-Болтовским на II Всероссийском съезде преподавателей математики: «Для ознакомления учеников с конструкцией нашего формального мышления и основных аксиоматических идей лучше всего знакомить учеников с принципом двойственности» [45, С.70]. Возвращался он к этой мысли и в своей дальнейшей методической работе (в статьях, курсах лекций, темах дипломных работ даваемых для проработки студентам).

В анализируемой статье Д.Д. Мордухай-Болтовской пришел к выводу, что принцип двойственности «можно выдвинуть, как *основной*<sup>1</sup> принцип построения школьного курса геометрии»<sup>2</sup>. В учебнике, имеющем такую логику построения, теоремы, по возможности, он рекомендует формировать парами, располагая их в два столбца: в одном теореме, в другом ей взаимную.

Д.Д. Мордухай-Болтовской указывает на существующее различие *закона* двойственности от *принципа*. Первый, сформулирован в проективной геометрии и касается *зрительных* (независящих от измерения) предложений. Но в учебники геометрии входят и *меровые* теоремы, для которых закон двойственности не существует. В таком случае Д.Д. Мордухай-Болтовской предлагает прибегнуть к помощи полярного преобразования и связанного с ним принципа

---

<sup>1</sup> О методических достоинствах принципа двойственности см. подробнее Главу 3

<sup>2</sup> ПФА РАН, ф.821, оп.1, д.9, л.6

двойственности. Использование этого принципа позволяет проводить намеченный выше дуализм, но и этот принцип имеет свои ограничения: не всегда теоремы будут оказываться парными. Поэтому Д.Д. Мордухай-Болтовской предостерегал от внушения учащимся, что подобная двойственность построения может быть проведена для всех теорем. Если первый и второй признаки равенства треугольников являются взаимными, то уже для третьего признака равенства треугольников этот дуализм нарушается.

Далее Д.Д. Мордухай-Болтовской указывает несколько примеров двойственных теорем из школьного курса геометрии, как планиметрической, так и стереометрической его части.

Идею использования принципа двойственности как основного логического принципа построения курса элементарной геометрии Д.Д. Мордухай-Болтовской позаимствовал из учебника Henrici J., Treutlein P. *Lehrbuch der Elementargeometrie*. 1.2. Tl. Leipzig, 1881 [255]. Найдя способ распространения этого принципа на метрические теоремы [117] Д.Д. Мордухай-Болтовской еще более убедился в его действенности. В своих дальнейших работах он нашел возможности применения этого принципа (как методического, и как эвристического) для преподавания аналитической геометрии {47} и использовал это в соответствующем курсе лекций. Ученики Д.Д. Мордухай-Болтовского (М.М. Пистрак, М.П. Черняев, Б.Н. Саморуков, Т.Т. Фискович) продолжили поиски путей применения принципа двойственности в школьном курсе геометрии. Более подробный анализ идей, в них содержащихся, мы проведем в следующей главе.

Итак, относительно логики построения школьного курса геометрии Д.Д. Мордухай-Болтовской высказывал следующие идеи:

- об учитывании «психологии» построения курса, под которой он понимал ожидаемость дальнейшего содержания курса обеспечивающую психологическую готовность к его восприятию;
- о достоинствах и недостатках различных приемов построения учебного курса математики;
- о роли и месте аналогии в школьном курсе математики;

- о возможности применения принципа двойственности при построении школьного курса математики;

- о методике использования принципа двойственности в обучении математике и др.

Анализ эффективности этих идей мы проведем в следующей главе нашего исследования.

### **2.3.2. Школьное геометрическое доказательство с точки зрения Д.Д. Мордухай-Болтовского**

Вопрос о школьном геометрическом доказательстве, как один из основных вопросов в методике преподавания геометрии, и сегодня вызывает повышенное внимание методистов. Об этом свидетельствуют последние исследования Я.И. Груденова [40], Г.И. Саранцева [216], В.М. Финкельштейна [225] и др. Разумеется, он нашел отражение и в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского.

Вопросы, связанные со школьным геометрическим доказательством Д.Д. Мордухай-Болтовской считает одними из основных методических вопросов школьного курса геометрии. В своих работах он рассуждает над тем, что следует доказывать, а что нет; допустимо ли облегчение формально-логического аппарата доказательства и в какой форме; каким должно быть доказательство в различных возрастных группах; какие методы и формы доказательства наиболее предпочтительны с методической точки зрения и т.д. Ответы на эти и другие вопросы мы находим в статьях Д.Д. Мордухай-Болтовского как изданных<sup>1</sup>, так и оставшихся в рукописях и хранящихся в ПФА РАН (ф.821, оп.1). Насколько нам известно, данные статьи не подвергались ранее какому-либо анализу, поэтому рассмотрим идеи, в них содержащиеся, подробнее.

Впервые высказывания Д.Д. Мордухай-Болтовского о школьном геометрическом доказательстве мы находим в «Отчете о I Всероссийском съезде преподавателей математики» (1912 г). Рассуждая о строении школьного курса геометрии, он указывает как «важный методический дефект» то несоответствие,

---

<sup>1</sup> Из общего списка работ №: 33,76, 103, 148, 245

которое наблюдается между «непосредственно интересным материалом» и «тем сложным и громоздким аппаратом математической диалектики, которым эти результаты доказываются». Д.Д. Мордухай-Болтовской обращает внимание на то, что именно первые теоремы геометрии, являясь достаточно наглядными, имеют весьма сложное, с формально-логической точки зрения, доказательство, а некоторые даже доказываются методом «от противного», что способствует формированию у учащихся представлений о геометрии, как науке слишком сложной и надуманной. По его мнению, в школьном курсе геометрии «теорем очевидных не следует доказывать совсем»; он даже допускает их возведение в ранг аксиом.

Вообще, при построении школьного курса геометрии он рекомендует придерживаться принципа, как раз противоположного тому, который положен в основу построения всякой аксиоматической системы: «число аксиом должно быть не *minimum*, а *maximum*» – пишет он в «Отчете о работе первого Всероссийского съезда преподавателей математики» [124]. В таком случае, чем больше будет аксиом, настолько очевидных «чтобы они, в достаточной мере убеждали», тем проще будут доказательства и тем легче будет логический аппарат, что, в свою очередь, позволит еще и пополнить содержание. Эти идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского несколько перекликаются с предложениями, высказанными на этом съезде в докладах Д.В. Ройтмана и П.А. Афанасьевой-Эренфест<sup>1</sup>.

Статья Д.Д. Мордухай-Болтовского «О школьном геометрическом доказательстве» [125], вышедшая в 1931 г. в журнале «Математика в школе» (№1. С.96-100), содержит рассуждения о том, каким должно быть школьное геометрическое доказательство с точки зрения различных целей преподавания геометрии.

Если ведущим является «материальный принцип» образования с основной целью сообщения знаний как таковых, то, как считает Д.Д. Мордухай-Болтовской, доказательства можно совершенно отбросить. Если же в основу

---

<sup>1</sup> См. подробнее [124].

образовательного процесса положен «воспитательный принцип»<sup>1</sup>, то преподавание геометрии, как и математики вообще, должно преследовать цель развития логического мышления, необходимую вообще в жизни. В этом случае приобретение навыков оперирования с геометрическими объектами, заключающими в себе как «логический, так и интуитивный момент», не вызывает сомнений.

При построении школьного курса геометрии, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, было бы неправильным сообщать учащимся систему геометрии в современной научной формально-логической обработке. Если придавать доказательству значение, как средству для развития способности геометрического воображения и логических построений, то тогда оно должно слагаться из двух моментов: операций над воображаемыми геометрическими объектами и логических выводов (причем переход к воображаемым объектам должен идти от конкретных предметов, воспринимаемых чувствами зрения и осязания)<sup>2</sup>.

По мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, «идеалом школьного доказательства является такое, которое может быть промоделировано, которое является соединением двух доказательств – интуитивного и логического» [125, С.96].

Рассуждая о выборе различных методов доказательства, Д.Д. Мордухай-Болтовской указывает на большую моделируемость «метода наложения». Менее предпочтительным с этой точки зрения оказывается находящийся в явном антагонизме с интуицией «метод от противного», но не следует от него отказываться совсем, т.к. во-первых, существуют теоремы, которые не могут быть доказаны без применения этого метода, а во-вторых, этот метод приобщает ученика к более общим идеям имеющим значение не только в математике.

Говоря о применении в школе строго логических доказательств, в которых интуитивный элемент исключается полностью, Д.Д. Мордухай-Болтовской отмечает, что это «является совершенно невозможным», т.к. «даже в университетском преподавании изучение формально-логически обоснованной системы

---

<sup>1</sup> Под «материальным» и «воспитательным» принципом в образовании Д.Д. Мордухай-Болтовской, как нам представляется, имел в виду соответственно «знаниевую» и «развивающую» парадигмы образования.

<sup>2</sup> См. подробнее 2.3.3

геометрии является делом очень трудным»<sup>1</sup>. Предназначение школы – подготовка учащихся к восприятию аксиоматических проблем. Провести такую подготовку Д.Д. Мордухай-Болтовской рекомендует следующим образом: «не выдавая все доказательства за чисто логические, следует проанализировать некоторые из них, вскрыть в них интуитивные элементы, указать более совершенные из них и подвести к проблеме строго логического обоснования геометрии, вовсе не ставя определённым образом эту проблему»<sup>2</sup>.

Частные вопросы, связанные со школьным геометрическим доказательством, рассматриваются Д.Д. Мордухай-Болтовским и в других статьях. Например, в обнаруженной нами рукописи «Анализ и синтез в методике математики»<sup>3</sup> Д.Д. Мордухай-Болтовской рассматривает различные варианты соотношения анализа и синтеза в проведении доказательства и указывает их методические преимущества.

В рукописи «Эвристическая метода при преподавании математики»<sup>4</sup> он рассматривает возможности использования эвристик на различных этапах доказательства и приводит методику проведения доказательства с использованием эвристического метода<sup>5</sup>. Заметим, что рукопись «Эвристическая метода при преподавании математики» датируется 1947 г., в то время как в официальной методике смещение акцентов в сторону эвристической составляющей доказательства, как показано в исследовании Г.И. Саранцева «Обучение математическим доказательствам в школе», наблюдается лишь с начала 70-х годов под влиянием книг Д. Пойа, работ Ю.М. Колягина, З. Крыговской, А.А. Столяра, П.М. Эрдниева и др.

В другой рукописи «Научная строгость и методика математики»<sup>6</sup> Д.Д. Мордухай-Болтовской проводит «тщательный анализ источников нестрогости в школьных доказательствах», выделяя по возрастному цензу учащихся те, с ко-

---

<sup>1</sup> Там же, С.98

<sup>2</sup> Там же, С.100

<sup>3</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.14

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.125

<sup>5</sup> См. подробнее 2.2.1.

<sup>6</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.127

торами учитель должен идти на «компромиссы с своей интеллектуальной совестью».

Но генеральная идея Д.Д. Мордухай-Болтовского о том, каким должно быть школьное геометрическое доказательство, практически не претерпела изменений. В комментариях к переводу I книги «Начал» Евклида (1948 г.) эта точка зрения выражена наиболее четко: «Следует рассматривать всякое школьное доказательство как наложение двух доказательств – интуитивного и логического, взаимно усиливающих убедительность друг друга. Первое осуществляется подвижной моделью и ей соответствующим процессом воображения, второе развертывает силлогизмы, приводящие к обоснованию этих операций. То доказательство лучше, где ясно выявляются оба эти слоя – интуитивный и логический» [134, С.309].

Эта идея, неоднократно высказываемая Д.Д. Мордухай-Болтовским, не потеряла своего значения и в начале XXI в. Так, например, она явно включена в концепцию учебника геометрии А.И. Щетникова (Геометрия 7-9, изд-во: Артель «Напрасный труд»), который выдержал 6 изданий (последнее издание 2003 г.). Автор этого учебника сам указывает на то, что приведенная цитата была взята им «в качестве девиза выражающего проективную идею курса»<sup>1</sup>.

Но, пожалуй, наиболее ярким подтверждением необходимости сочетания в школьном доказательстве интуитивного и логического являются результаты реформирования школьного математического образования 60-70-х гг. XX в. Именно доминирование аксиоматического изложения в учебниках геометрии под ред. А.Н. Колмогорова, пренебрежение интуитивной стороны геометрических доказательств обусловило значительные затруднения учителей математики в овладении этими учебниками<sup>2</sup>.

Были кардинально изменены методы доказательства: вместо доступных учащимся среднего подросткового возраста методов наложения, равенства и подобия фигур широко использовались аксиоматический метод и методы геометрических преобразований (метод симметрии, параллельного переноса и др).

---

<sup>1</sup> См. подробнее [www.umka.noolab.ru](http://www.umka.noolab.ru)

<sup>2</sup> См. подробнее Полякова Т.С.[179]

Все это, в частности, обусловило неудовлетворенность проведенными реформами как учителей математики, так и авторитетных представителей высшего математического образования и математики как науки, и привело, в конечном счете, в начале 80-х гг. XX в. к отказу от основных идей реформы школьного математического образования.

Итак, Д.Д. Мордухай-Болтовской еще в первой трети XX в. высказывал такие плодотворные методические идеи о школьном геометрическом доказательстве, как:

- об особой роли первых доказательств школьной геометрии; необходимости избегать доминирования формально-логических приемов доказательства первых теорем, в т.ч. метода «от противного»;

- о значительном потенциале развития логического мышления средствами геометрических доказательств;

- об особой роли моделей в школьном геометрическом доказательстве;

- об эффективности одновременного использования как интуитивного, так и логического компонентов доказательства;

- о соотношении анализа и синтеза в геометрическом доказательстве и их методических преимуществах;

- о возможностях использования эвристик на различных этапах доказательства и др.

История доказала правомерность сформулированных Д.Д. Мордухай-Болтовским идей о школьном геометрическом доказательстве как с теоретической точки зрения, так и в практике реформирования школьного курса геометрии в 60-70-х гг. XX в.

### **2.3.3. Использование геометрических моделей и развитие пространственного воображения учащихся в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского**

Вопрос о развитии пространственного воображения учащихся является одним из основных методических вопросов изучения геометрии. Тем не менее, как показывают исследования последних лет, «процесс развития простран-



венного воображения пребывает в неудовлетворительном состоянии»<sup>1</sup>. Д.Д. Мордухай-Болтовской был глубоко убежден, что результат решения этой проблемы напрямую зависит от умелого использования геометрических моделей в процессе преподавания математики.

Вопрос об использовании моделей, вызывающий проблемы как методические, так и дидактические, не раз обсуждался на методическом коллоквиуме, организованном Д.Д. Мордухай-Болтовским в Ростовском пединституте (1931-1941 гг.). Кроме того, он прочитал как аспирантам, так и студентам, курс лекций о моделях, в котором особенное внимание обращал не только на их методическое значение, но также и на технику их создания. В РПИ в эти годы была учебная мастерская по изготовлению моделей [115, С.28].

Предложения Д.Д. Мордухай-Болтовского по вопросам методики использования геометрических моделей в средней школе сохранились в целом ряде статей [124, С.27-30; 97, С.34-49; 122], которые получили дальнейшее развитие в рукописи «Геометрические модели в средней школе»<sup>2</sup> хранящейся в ПФА РАН.

Надо сказать, что в начале XX века, вопрос об использовании геометрических моделей вызывал в методической среде бурные дискуссии<sup>3</sup>, но Д.Д. Мордухай-Болтовской всегда был уверен в целесообразности применения геометрических моделей при преподавании не только в средней, но и в высшей школе так же. Противники использования моделей обвиняли модели в уничтожении самостоятельности учащегося, говорили, что модели подсказывают ученику то, до чего он сам должен был бы додуматься, что, облегчая, таким образом, на каждом шагу пространственное воображение, модели приучают ученика к этой помощи, не приучая его мысленно видеть то, что он может видеть и трогать рукой на готовых моделях. Другие предлагали ограничиться при изучении стереометрии лишь чертежами.

---

<sup>1</sup> См. подробнее Бреус И.А. [25, С.28]

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.8

<sup>3</sup> См. подробнее [45]

Д.Д. Мордухай-Болтовской отчасти соглашается с этими высказываниями, считая, что весь курс геометрии моделировать было бы неправильно, но часть курса моделировать просто необходимо. Вопрос о стереометрическом чертеже, сам по себе, с методической точки зрения, является очень трудным, тем более что «ни одно изображение не в состоянии вполне осуществить соответствующее восприятие» [97, С.36]. «Модель для стереометрии, – по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, – это все равно, что чертеж для планиметрии, а стереометрический чертеж это все равно, что планиметрический чертеж на одной прямой» [124, С.28]. Вряд ли учебник планиметрии, составленный с такими чертежами, был бы выигрышным в преподавании.

Д.Д. Мордухай-Болтовского волновали не только вопросы «психологии и логики чертежа и модели, но также и их методика, вопросы: как следует учить «читать» чертежи и модели и как создавать» [97, С.45].

Приведем основные положения из выработанной Д.Д. Мордухай-Болтовским «рациональной методики пользования моделями».

Д.Д. Мордухай-Болтовской считал, что какова бы ни была модель, она не должна, да и не может, сказать все, «всегда должно оставаться *нечто*, что должно воссоздать воображением ученика»<sup>1</sup>.

Сегодня в методическом сообществе принято придерживаться точки зрения, согласно которой основное назначение геометрических моделей состоит в формировании представлений геометрических образов учащегося. Такое отношение к моделям можно увидеть и в работах Д.Д. Мордухай-Болтовского, который отмечал, что «существуют такие геометрические объекты, которые ученик должен знать хотя бы просто *по виду*»<sup>2</sup>. К этим объектам он относит в первую очередь Платоновы правильные тела (тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр) подчеркивая, что формирование образа этих тел, «без модели, трудно строятся воображением»<sup>3</sup>. Кроме того, он считал необходимым ознакомление учеников и с моделями Архимедовых полуправильных тел. Подтвер-

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.8, л.1

<sup>2</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.8, л.2

<sup>3</sup> Там же, л.3

ждение целесообразности этих идей можно найти во многих современных учебниках геометрии, в которых имеются не только изображения, но и развертки указанных многогранников.

В своих высказываниях о роли геометрических моделей в развитии воображения Д.Д. Мордухай-Болтовской не ограничивался только формированием представлений. Особое внимание он уделял «воспитанию операций воображения». Например, для формирования воображения сечений многогранников он предлагает использовать модели, представляющие различные сечения куба (по треугольнику, четырехугольнику, пятиугольнику и шестиугольнику), причем отмечает полезность различных вариантов исполнения моделей: «следует сперва показать модели таких сечений или в деревянных моделях, в которых одна часть снимается с другой, или в стеклянных, где секущая плоскость берется из картона, или узкими полосками означающими прямые пересечения плоскости с гранями»<sup>1</sup>.

Использование таких различных вариантов исполнения моделей позволяет, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, уже не только формировать представления, но и развивать само воображение предоставляя учащемуся самостоятельно воссоздать в своем воображении то *нечто*, что осталось не видимым в самой модели: «Об одном и том же явлении разные модели могут говорить разными языками, причем одна может сказать все, а другая не все, предоставляя часть вообразить уже самому учащемуся» [124, С.29]. Такие модели, которые дают пищу для воображения, являются, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, лучшими для развития пространственного мышления и именно им следует отдавать предпочтение.

Эти идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского созвучны подходам современных психологов, исследующих особенности познавательных процессов человека. Так, И.С. Якиманская, указывает на необходимость формирования простран-

---

<sup>1</sup> Там же, л.2

венного мышления, одним из компонентов которого является «деятельность представления»<sup>1</sup>.

В своих работах Д.Д. Мордухай-Болтовской указывал также и на необходимость раскрытия соответствия между «творчеством пространственного воображения» и действительным миром. По его мнению «Первое будет прилагаться ко второму, второе выправлять первое» [124, С.28]. В самом деле, воображение не может строить из ничего, оно должно опираться на действительно существующие объекты. В то же время, образы воображения, материализуясь, обогащают действительность. Такое положение вполне согласуется с современными философскими представлениями о воображении<sup>2</sup>.

Использование моделей можно применять и для ознакомления учащихся с проективным преобразованием. В этом случае Д.Д. Мордухай-Болтовской рекомендует использовать «проволочные модели, с помощью которых можно наблюдать, отбрасываемые ими тени и деформирование квадрата в параллелограмм при отдалении источника света, и даже в неправильный четырехугольник при близком»<sup>3</sup>. Дальнейшую разработку данной идеи можно встретить в работах Н.Ф. Четверухина [241], А.Д. Семушина [218] и др.

Особенно Д.Д. Мордухай-Болтовской настаивал на необходимости использования моделей в пропедевтическом курсе геометрии, где доказательства если и имеются, то носят интуитивный характер, т.е. доказываются «глазным приемом». Наиболее приемлемыми здесь он выделяет следующие этапы формирования представлений: «сначала она <модель> изучается глазом, а затем ощупывается и, наконец, удаляется и ученик старается восстановить её воображением»<sup>4</sup>, т.е. представить.

Вообще способность пространственно мыслить, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, создается двумя факторами: 1) «памятью об известных явлениях», т.е. геометрическими представлениями и 2) «их самостоятельной переработкой», т.е. деятельностью воображения [124, С.28]. И для первого и для

<sup>1</sup> См. подробнее Якиманская И.С. [255]

<sup>2</sup> См. подробнее Макаревичус К. [79]

<sup>3</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.8, л.3

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.8, л.3

второго фактора Д.Д. Мордухай-Болтовской предлагает использовать различные виды моделей.

Приведем классификацию моделей направленных на формирование геометрических представлений, в основу которой Д.Д. Мордухай-Болтовским была положена степень наглядности модели. Итак, он выделяет: 1) модели демонстрирующие только *рельеф* объекта (например, деревянные). Такие модели являются простейшими и «наиболее грубыми». Они могут «дать только самое внешнее»<sup>1</sup>; 2) модели *каркасные* (например, нитяные или проволочные), где «ребра будут моделированы, а грани представлены частично воображению» и 3) *прозрачные* модели (из стекла), не оставляющие для воображения практически ничего.

Большую функциональность модели можно придать используя цвет. Д.Д. Мордухай-Болтовской рекомендует «оклейку цветной бумагой» для демонстрации симметрий и группы движений многогранников<sup>2</sup>.

Рассматривая подвижные и неподвижные модели, Д.Д. Мордухай-Болтовской для развития пространственного воображения более полезными считает последние. Подвижные модели в основном рекомендует использовать для иллюстрации проверки геометрических фактов (например, модель демонстрирующая равенство вписанных в окружность углов, опирающихся на одну и ту же дугу). Из всех подвижных моделей способными развивать пространственное мышление Д.Д. Мордухай-Болтовской считает развертки многогранников, такие, что «развернутую в плоскость развертку можно сложить в многогранник, связывая грани в вершинах шелковинками, проходящими через колечки»<sup>3</sup>. Дальнейшее развитие идея использования разверток для развития пространственного мышления получила в работах А.Н. Полякова<sup>4</sup>.

Не смотря на особое внимание к разверткам, Д.Д. Мордухай-Болтовской выступал против ведения лабораторных занятий учащихся по изготовлению различных геометрических пространственных конфигураций по готовым раз-

---

<sup>1</sup> Там же

<sup>2</sup> Там же, л.5

<sup>3</sup> Там же

<sup>4</sup> См. например, Поляков А.Н. [178]

верткам, считая, что в такой форме их нельзя признать «полезными и производительными в средней школе».

В развитии пространственного воображения Д.Д. Мордухай-Болтовской подчеркивал не только роль моделей, но и того, «что дает стереометрическую иллюзию, т.е. только видимость модели»<sup>1</sup>. В современной образовательной ситуации таким средством является компьютер. Использование компьютерной поддержки курса геометрии – является одной из последних технологий развития пространственного воображения. Как показано в диссертационном исследовании И.А. Бреус, в этом направлении работают целый ряд как отечественных (Ю.С. Брановский, Е.Е. Гонина, В.Р. Майер, О.П. Одинцова, Н.Х. Розов), так и зарубежных исследователей (Prof. Dr. Kristina Reiss, Jens Hartmann, Stefan Jockel, Markus Pospeschill). Конечно, в начале XX в. ни о каких компьютерах, а тем более о повсеместном использовании их в образовании, не могло быть и речи. Средствами, создающими «стереометрическую иллюзию», были стереоскоп, анаглифи<sup>2</sup>, кинематограф и анимация<sup>3</sup> являющиеся довольно редким и дорогостоящим удовольствием. Тем не менее, Д.Д. Мордухай-Болтовской указывал на необходимость использования таких средств и даже на создание демонстрационного классного аппарата, «настолько большого, что это изображение доступно было бы всему классу»<sup>4</sup>. Спустя всего век, математические кабинеты современных школ оборудованы демонстрационными компьютерами и проекторами, позволяющими преподавателю использовать «стереометрическую иллюзию» на своих уроках, развивая тем самым пространственное воображение учащихся.

---

<sup>1</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.8, л.8

<sup>2</sup> Анаглифии – альбом чертежей, выполненных зеленой и красной краской, которые при просмотре через очки с зелеными и красными кружками на левом и правом глазах дают иллюзию телесного образа. Существовали как миниатюрные анаглифии, так и довольно большие для демонстрации всему классу.

<sup>3</sup> Так, Д.Д. Мордухай-Болтовской описывает демонстрируемые на II Всероссийском съезде преподавателей математики (1914 г.) маленькие книжечки, на страницах которых были вычерчены два равных треугольника в последовательных положениях, когда они приводятся движением в совмещение друг с другом в случаях I и II признака равенства треугольников. При быстром перелистывании получалась полная иллюзия движущегося и совмещающегося в другом треугольника

<sup>4</sup> ПФА РАН ф.821, оп.1, д.8, л.9

Итак, Д.Д. Мордухай-Болтовской в своих работах по методике использования геометрических моделей, предвосхищающих работы современных исследователей, высказывал такие идеи, как:

- о «логике и психологии» чертежа и модели;
- о роли и месте стереометрических моделей в школьном курсе геометрии и цели их применения;
- о рациональной методике использования моделей;
- о классификации геометрических моделей по уровню их функциональности;
- о методике развития пространственного воображения и «геометрической памяти»;
- о роли средств создающих «стереометрическую иллюзию» в развитии воображения и др.

#### **2.3.4. Идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского об использовании принципа двойственности в школьном курсе геометрии**

Идеи об использовании принципа двойственности при преподавании элементарной математики не новы. Открытие принципа двойственности облегчило изучение разделов геометрии. Так как при одновременном рассмотрении двойственных понятий изложение становится более ясным и экономным, то стали появляться попытки перенести этот принцип в различные области математики и использовать его при их изучении. Но, если применение этого принципа при построении относительно новых учебных курсов (таких как проективная геометрия и математическая логика) получило широкое распространение, то идея «переделки» уже устоявшегося и достаточно традиционного курса элементарной геометрии изучаемого в школе не получило широкого распространения. С другой стороны, построение курса элементарной геометрии на основе принципа двойственности осложняется ограничением действия этого принципа<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> См. подробнее п.3.2.

Тем не менее, попытки использования принципа двойственности в обучении элементарной геометрии имеются и в отечественной и в зарубежной литературе.

В конце XIX века такая попытка была предпринята в Германии в учебнике элементарной геометрии Henrici, Treutlein'a<sup>1</sup>. В России развитию этих идей положили начало работы Д.Д. Мордухай-Болтовского. Увлечшись этим вопросом еще в начале своей научно-педагогической деятельности, он сохранил интерес к этой проблеме на протяжении своей дальнейшей исследовательской работы.

Т.к. принцип двойственности справедлив только для предложений, выражающих «зрительные» свойства, касающихся геометрии положений, чего не достаточно для построения курса элементарной геометрии, то нужно было найти способ распространения действия этого принципа и на теоремы, выражающие «метрические» свойства.

Эта работа была проведена Д.Д. Мордухай-Болтовским в 1911 г. в статье «О взаимных метрических теоремах», где он вводит понятия двойственные для угла, отрезка, биссектрисы угла, середины отрезка, площади треугольника и др.

В 1912 г. с предложением о фрагментарном использовании принципа двойственности в школьном курсе геометрии он выступает на первом Всероссийском съезде преподавателей математики и указывает на возможности этого применения.

В 1913 г., будучи участником уже второго съезда, он вновь обращает внимание методической общественности на достоинства использования принципа двойственности в школьном курсе геометрии: «для ознакомления учеников с конструкцией нашего формального мышления и основных аксиоматических идей» [45, С.70].

Сам, занимаясь практическим внедрением принципа двойственности, как методического, при построении курсов геометрии в высшей школе<sup>2</sup>, темы, связанные с применением принципа двойственности в школьном курсе геометрии

---

<sup>1</sup> См. подробнее [123]

<sup>2</sup> С использованием принципа двойственности им написан курс лекций по аналитической геометрии, анализируемый нами в статье [183]



и его методическим значением, Д.Д. Мордухай-Болтовской давал своим ученикам для проработки и выступлений на методическом коллоквиуме и математическом кружке. В результате чего, в методической печати появились работы его учеников. Прежде всего, мы имеем в виду работы М.М. Пистрака «Этюды по геометрии» и М.П. Черняева «Принцип двойственности при школьном преподавании геометрии»<sup>1</sup>. Этому же вопросу, но с точки зрения высшей математики, посвящена статья ученика Д.Д. Мордухай-Болтовского, Б.Н. Саморукова, «Об инвариантах группы, двойственной группе эвклидовых движений». Уделяли внимание этому вопросу в своих работах И.М. Яглом [253], Т.Т. Фискович [228], и др.

Как показал анализ выше упомянутой литературы, интерес к проблеме использования принципа двойственности при обучении геометрии в школе имелся всегда, но до сих пор эта идея не получила должного развития. Идеи, которые могут послужить толчком для этого развития, мы встретили в хранящейся в ПФА РАН статье «О логике школьного курса математики», представляющей рукописное наследие ученого и ранее не подвергавшейся какому либо анализу. Частичный анализ этой статьи проведен нами в § 2.3.1, поэтому здесь мы приведем лишь содержащиеся в ней основные идеи, касающиеся использования принципа двойственности в школьном курсе геометрии:

1. Если раньше Д.Д. Мордухай-Болтовской говорил о возможностях только лишь фрагментарного использования принципа двойственности при изучении курса геометрии, то теперь он утверждает о возможности построения школьного курса геометрии на основе этого принципа: «Можно выдвинуть, как основной принцип построения <школьного> курса геометрии, принцип двойственности».
2. В учебнике написанном с опорой на этот принцип, разумно «располагать по возможности теоремы в пары в два столбца: в одном одну теорему, в другом ей взаимную».

---

<sup>1</sup> В картотеке зональной научной библиотеки Ростовского госуниверситета имеются сведения о рукописи М.П. Черняева «Принцип двойственности и его методическое значение» якобы хранящейся при кабинете геометрии Ростовского госуниверситета. Обнаружить эту работу нам, к сожалению, не удалось.

3. Следует четко разграничить закон двойственности и принцип двойственности.
4. При изложении материала возможно использование преобразования «превращающего всякую конфигурацию в такую, которая может считаться взаимной», например преобразование взаимных поляр<sup>1</sup>.
5. Не следует внушать учащемуся, что такая двойственность построения теорем может быть проведена для всех теорем, так как такое преобразование может вносить в построение взаимной теоремы некоторый произвол: не всегда теоремы будут оказываться парными<sup>2</sup>.
6. Преобразование исходной геометрической конфигурации не обязательно должно производиться по законам преобразования взаимных поляр: «принцип двойственности может относиться только к выбору того объекта, к которому относятся характерные свойства»<sup>3</sup>.
7. При изучении стереометрии возможно распространение принципа двойственности в пространство. Например: плоскости, пополам пересекающие двугранные углы, пересекаются по одной прямой.

В следующей главе мы предпримем попытку показать примеры использования указанных методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского в реальном образовательном процессе и оценить их результативность.

---

<sup>1</sup> В качестве примера Д.Д. Мордухай-Болтовской приводит одну интересную теорему, которую можно получить из теоремы Фалеса о том, что вписанный в окружность угол, опирающийся на диаметр – прямой, с помощью преобразования взаимных поляр. *Отрезок касательной АВ между касательными в конце диаметра виден из центра под прямым углом.* Эта теорема получается из теоремы Фалеса заменами точки на прямую, прямой на точку, угла между двумя прямыми на угол, под которым видна пара точек из точки О.

<sup>2</sup> Например, взаимными являются первый и второй признаки равенства треугольников. Для третьего же признака равенства треугольников, двойственное предложение оказывается неверным.

<sup>3</sup> В качестве примера Д.Д. Мордухай-Болтовской приводит две теоремы двойственное изложение которых подчеркивает сходство свойств перпендикуляра проведенного к отрезку прямой в его середине и свойство биссектрисы угла. Первая теорема формулируется так: *Если какая-нибудь точка М лежит на перпендикуляре h, проведенном через середину отрезка АВ, то она одинаково удалена от концов этого отрезка, так что МА=МВ.* Вторая теорема состоит в том, что: *Если какая-нибудь точка Н лежит на биссектрисе t угла ab, то она одинаково удалена от сторон этого угла, т.е. p(Н, a)=p(Н, b).*

## Выводы по второй главе

Итак, во второй главе нами проанализированы методические работы Д.Д. Мордухай-Болтовского, представленные малоизвестными публикациями и неопубликованными рукописями, хранящимися в архивах (ПФА РАН, ф.821, оп.1, д. 6, 8, 9, 14, 16, 125, 127). Тем самым решена вторая задача исследования в части, касающейся введения в научный оборот архивных материалов, относящихся к творческому наследию ученого.

В 2.1 выделены и охарактеризованы следующие группы материальных источников, составляющих методическое наследие ученого: 1) методические статьи, опубликованные в отечественных журналах; 2) публикации методического характера в иностранных журналах; 3) статьи по теории и методике математического образования, сохранившиеся в рукописном наследии ученого; 4) учебные пособия и курсы лекций Д.Д. Мордухай-Болтовского; 5) доклады организованного Д.Д. Мордухай-Болтовским методического коллоквиума.

В 2.2 выявлены и проанализированы исследования ученого по актуальным вопросам теории и методики школьного математического образования, а именно:

– методические проблемы использования эвристического метода в обучении математике (2.2.1): о сущности и правильном понимании эвристического метода; об эффективности и необходимости учета особенностей процесса коллективного познания при его использовании в объяснении нового материала; о личностно-ориентированной его направленности; о наиболее распространенных ошибках при использовании эвристического метода в обучении математике и др.

– проблемы теории и методики историзации школьного математического образования (2.2.2): о роли и функциях, различных формах и средствах, а также уровнях историзации обучения математике; о необходимости включения элементов истории математики в качестве обязательного материала для изучения в средней школе; о роли школьного учебника математики в историзации математического образования; о необходимости разнообразия литературы для дополнительного чтения, содержащей сведения историко-математической направленности; о недостатке общей исторической подготовки учителей математики и др.

Представлены предложенные Д.Д. Мордухай-Болтовским варианты решения избранных проблем методики обучения геометрии в школе, среди которых:

– проблемы логики построения школьного курса геометрии (2.3.1): об учете «психологии» его построения, под которой он понимал ожидаемость дальнейшего содержания курса, обеспечивающую психологическую готовность к его восприятию; о достоинствах и недостатках различных приемов построения учебного курса; о роли и месте аналогии; о возможности применения принципа двойственности и др.;

– методические проблемы школьного геометрического доказательства (2.3.2): об особой роли первых доказательств школьной геометрии; необходимости избегать доминирования формально-логических приемов доказательства первых теорем, в т.ч. метода «от противного»; о значительном потенциале развития логического мышления средствами геометрических доказательств; об особой роли моделей в школьном геометрическом доказательстве; об эффективности одновременного использования как интуитивного, так и логического компонентов доказательства; о соотношении анализа и синтеза в геометрическом доказательстве и их методических преимуществах; о возможностях использования эвристик на различных этапах доказательства и др.;

- проблемы использования геометрических моделей и развития пространственного воображения учащихся (2.3.3): о «логике и психологии» чертежа и модели; о роли и месте стереометрических моделей в школьном курсе геометрии и целях их применения; о рациональной методике использования моделей; о классификации геометрических моделей по уровню их функциональности; о методике развития пространственного воображения и «геометрической памяти»; о роли средств, создающих «стереометрическую иллюзию» в развитии воображения и др.;

- методические проблемы использования принципа двойственности в качестве основного принципа построения школьного курса геометрии (2.3.4).

Показаны актуальность и ценность методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского, оценен его вклад в развитие теории и методики отечественного математического образования.

Выполненный анализ методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского в свете решения перечисленных выше актуальных современному математиче-

скому образованию проблем свидетельствует о решении третьей задачи исследования, сформулированной во введении.

### **Глава 3. Курс «Двойственные преобразования» как пример реализации методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского в современном школьном математическом образовании**

#### **3.1. Анализ использования принципа двойственности при изучении геометрии в средней школе**

Принцип двойственности, впервые сформулированный в работе Ж.В. Понселе «Трактат о проективных свойствах фигур» (1822 г.), достаточно быстро завоевал популярность среди математиков уже в первой половине XIX в. и нашел свое применение не только в проективной геометрии, но и в других областях математики.

Понселе не только открыл принцип двойственности, но и применял его до пределов возможного, демонстрируя его простоту в применении и прозрачность самой идеи, заложенной в этом принципе. С его легкой руки стало принято записывать теоремы проективной геометрии в два столбца: в одном столбце пишут доказанную теорему, а в другом – двойственную ей, уже не требующую доказательства. Таким образом, с открытием принципа двойственности стало возможным удвоить число теорем проективной геометрии, не затратив при этом особого труда.

Это открытие облегчило изучение и систематизацию разделов проективной геометрии, очевидными стали его методические и дидактические преимущества. Так как при одновременном рассмотрении двойственных понятий и теорем изложение становится более ясным и доступным, то уже к концу XIX в. стали появляться попытки перенести этот принцип в элементарную геометрию и даже построить школьный курс геометрии с использованием принципа двойственности.

Одна из первых таких попыток была предпринята в Германии в учебнике элементарной геометрии Генрици и Трейтлейна [260]. В этом учебнике авторы

достаточно успешно попытались учесть результаты новейших по тому времени исследований, излагая элементы проективной и аналитической геометрий в органической связи с классическим евклидовым содержанием геометрического учебника.

Подразделение материала в учебнике происходит по классам геометрических преобразований, в изложении материала четко проводится принцип двойственности. Страница разделена пополам: направо – теорема, налево – ей взаимная. Ф. Клейн в статье «О преподавании геометрии» отмечает оригинальность учебника Генрици – Трейтлейна и считает, что эта книга «в высшей степени заслуживает внимания»[65. С.369]. Несмотря на это замечание великого реформатора математического образования, насколько нам известно, идея использования принципа двойственности при построении курсов элементарной геометрии не прослеживается в последующих учебных пособиях, вышедших за рубежом<sup>1</sup>.

В начале XX в. идея использования принципа двойственности при обучении геометрии получила свое развитие в России. Первые работы посвященные данному вопросу, принадлежат перу Д.Д. Мордухай-Болтовского. Идеи, в них содержащиеся, проанализированы нами в п.2.3.4. Первую публичную апробацию этих идей для широких масс методической общественности Д.Д. Мордухай-Болтовской предпринял на II Всероссийском съезде преподавателей математики в Москве (1913 г.), будучи председателем одного из семи общих собраний съезда. Ввиду принципиально нового подхода к построению курса геометрии и отсутствия достаточного количества методических разработок по этому вопросу, идея не получила массовой поддержки и дальнейшего развития.

В 1916 г. в журнале Московского математического кружка «Математическое образование» (№8) вышла статья ученика Д.Д. Мордухай-Болтовского

---

<sup>1</sup> Исключение составляет лишь дополнительный курс геометрии для школьников интересующихся математикой, «Новые встречи с геометрией», написанный Г.С.М. Коксетером и С.Л. Грейтцером в 1967 г., русский перевод которого вышел в серии «Библиотеки математического кружка» в 1978 г. В 6 главе данного курса авторы рассматривают введение в проективную геометрию, основанное на материале элементарной геометрии. и знакомят учащихся с проявлением принципа двойственности. Но как методический принцип, принцип двойственности в этом курсе не рассматривается.

М.М. Пистрака<sup>1</sup> «Этюды по геометрии». В этой работе, используя терминологию и понятия, введенные Д.Д. Мордухай-Болтовским, М.М. Пистрак рассматривает конкретные примеры возможностей использования принципа двойственности для получения теорем, взаимных теоремам курса геометрии средней школы. Основное внимание уделено теоремам о треугольнике и окружности. В этой же статье М.М. Пистрак описывает метод и иллюстрирует на примерах возможность изучения теории кривых второго порядка с использованием принципа двойственности.

Спустя 19 лет, в 1935 г. появляется работа другого ученика Д.Д. Мордухай-Болтовского, М.П. Черняева «Принцип двойственности при школьном преподавании геометрии» вышедшая в достаточно авторитетном и популярном методическом журнале «Математика и физика в средней школе» (№2). В этой статье [237] автор рассматривает некоторые теоремы, связанные с теорией полюсов и поляр, и затем, на их базе, демонстрирует двойственность теорем Чевы и Менелая. Подобным образом вводятся теорема Дезарга и ей взаимная, а также теоремы Паскаля и Брианшона. Затем М.П. Черняев рассматривает двойственные свойства фигур, имеющих ось симметрии (угол, равнобедренный треугольник, равнобедренная трапеция, прямоугольник, ромб). Завершает статью рассмотрение двойственных фигур графической статики (многогранник сил и многогранник Вариньона) и примеры проявления принципа двойственности в номографии.

Достаточно большое количество двойственных теорем элементарной геометрии и задач, решаемых с применением принципа двойственности, приводится во II части работы И.М. Яглома «Геометрические преобразования» [253], изданной в Москве в 1956 г. в серии «Библиотека математического кружка». Автор подчеркивает, что книга эта «адресована в первую очередь читателям, так или иначе связанным именно со средней школой, – учащимся и учителям»[253. С. 5]. И.М. Яглом также пользуется двойственными понятиями, вве-

---

<sup>1</sup> М.М. Пистрак (1888 - 1937) – известный педагог советского периода. Вошел в историю педагогики как автор первого советского учебника по педагогике и создатель концепции «трудовой школы». Ученик Д.Д. Мордухай-Болтовского по Варшавскому университету.

денными Д.Д. Мордухай-Болтовским, и рассматривает с их помощью более 30 взаимных теорем и задач, приводя по тексту их доказательства и решения, сопровождаемые подробными разъяснениями.

Но если перечисленные выше работы были посвящены исследованию возможностей использования в элементарной геометрии сугубо математического аспекта, содержащегося в принципе двойственности, то в последующих работах авторы, наряду с математическим содержанием, не меньшее внимание уделяли и методической компоненте, в нем содержащейся.

Так, в работе Т.Т. Фискович<sup>1</sup> «Общее и специфическое в понимании сущности геометрии» (1970 г.), исследуется вопрос о целесообразности и методическом значении изучения принципа двойственности студентами педагогического вуза – будущими учителями математики. Методическую ценность изучения студентами принципа двойственности Т.Т. Фискович видит в «формировании более абстрактных, но необходимых учителю обобщений понятий математики вообще и геометрии в частности» [228, С. 65]. В этой работе автор на примере полярных преобразований и связанного с ними принципа двойственности показывает, как взаимодействуют в обучении «общее» и «специфическое», выявляет педагогическую ценность этого взаимодействия, заключающуюся в лучшем усвоении основного содержания элементарной геометрии, и вместе с тем показывает на примерах практическую роль полярных преобразований для преподавателя геометрии.

Работа В.М. Монахова и Т.В. Малковой, исследующая методический аспект принципа двойственности в применении к обучению математике, вышла в 1979 г. в журнале «Математика в школе» (№3). Статья «О некоторых общеобразовательных аспектах принципа двойственности» представляет собой описание эксперимента по использованию принципа двойственности при изучении в школе раздела «Линейное программирование». В качестве одного из методических достоинств принципа двойственности авторы указывают возможность формирования на его базе у школьников обобщенного умения преобразования

---

<sup>1</sup> Заметим, что Т.Т.Фискович, будучи студенткой, являлась слушателем курса по выбору, читанного Д.Д. Мордухай-Болтовским в Ростовском пединституте.



математических моделей путем построения двойственной модели радикальным преобразованием исходной. Такую трактовку метода двойственности они предлагают рассматривать как «дальнейшее качественное развитие линии тождественных преобразований» [92, С.59], отмечая его универсальность и широкое применение в математике и её приложениях. В статье приводятся примеры решения экономических задач линейного программирования, иллюстрирующие, как с помощью применения принципа двойственности решение задачи с числом уравнений большим, чем число переменных, заменить решением двойственной задачи с меньшим числом уравнений.

Наконец, с 1997 г., материал, косвенно связанный с применением принципа двойственности в элементарной геометрии и касающийся теории полюсов и поляры, представлен в учебном пособии для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики «Геометрия: Дополнительные главы к школьному учебнику 9 класса» написанном авторским коллективом, в который входят Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, И.И. Юдина. К сожалению, авторы ограничились лишь рассмотрением двойственных теорем Чева и Менелая, используя при их доказательстве понятия гармонической четверки точек и не называя сами теоремы двойственными, введением понятий полюса и поляры, не выделяя их двойственную природу и решением задачи на построение касательной с помощью одной линейки, опираясь на свойства полюса и поляры. Таким образом, сомнительно, чтобы учителя, работающие по данному учебнику, смогли бы самостоятельно выявить в этом материале проявление принципа двойственности и познакомили бы с этим принципом своих учеников.

Тем не менее, возможности использования принципа двойственности даже в рамках программы существующего курса геометрии основной школы имеются. Нами разработан и апробирован элективный курс «Двойственные преобразования», который обобщает и систематизирует уже имеющиеся у учеников знания за счет входящих в курс геометрии основной школы двойственных теорем, фигур и их свойств. К тому же он обогащает содержание курса геометрии путем открытия учениками новых теорем, двойственных ранее изученным в

курсе геометрии основной школы теоремам. Кроме того, рассматриваются новые методы решения задач, основанные на использовании свойств двойственных элементов и свойств двойственных преобразований.

Программа элективного курса «Двойственные преобразования» неоднократно обсуждалась в районном и городском методическом объединении учителей математики г. Ростова-на-Дону, а также на кафедре геометрии и методики преподавания математики Ростовского госпедуниверситета и кафедре математики Ростовского областного института повышения квалификации и переподготовки работников образования. В 2003 г. она издана в журнале «Практические советы учителю» [201, С.36-47].

В истории науки, а тем более в истории методики обучения математике, новые идеи редко находят большое число сторонников: в большинстве случаев вокруг инициаторов этих идей группируется небольшое число специалистов, которые проникаются новой идеей и становятся её защитниками. Если эта идея плодотворна, если в её основе лежит истина, то они разрушают все возражения и прокладывают путь новому учению. Предложения Д.Д. Мордухай-Болтовского относительно использования принципа двойственности в школьном курсе геометрии, высказанные им в начале XX в. на Всероссийских съездах преподавателей математики (1911-1913 гг.), не встретили должного понимания у современников. С появлением же его трудов и трудов его учеников (М.М. Пистрака, М.П. Черняева, Т.Т. Фискович) число сторонников этой идеи стало возрастать.

В этой главе мы рассмотрим теоретико-методические основы разработанного нами на основе идей Д.Д. Мордухай-Болтовского элективного курса «Двойственные преобразования» и оценим эффективность содержащихся в нем методических идей, выявленную в результате экспериментальной работы по внедрению этого курса в образовательный процесс.

Разумеется, о построении школьного курса геометрии на основе принципа двойственности, как о том говорил Д.Д. Мордухай-Болтовской, еще говорить рано, т.к. отсутствует четко разработанный методический и математический

аппарат для такого использования. Эта работа – предмет дальнейших исследований. Наиболее уместно познакомить учащихся с идеей двойственности в рамках элективного курса, причем ориентируясь на его использование в профильных математических школах и классах с углубленным изучением математики<sup>1</sup>.

### **3.2. Теоретико-методические основы элективного курса «Двойственные преобразования»**

Одной из характерных черт современного образования является его профильная направленность. В соответствии с одобренной Минобразования России «Концепцией профильного обучения на старшей ступени общего образования»<sup>2</sup> дифференциация содержания обучения в старших классах осуществляется на основе различных сочетаний курсов трех типов: базовых, профильных, элективных. Охарактеризуем круг задач, приоритетных для каждого типа:

- **базовые (общеобразовательные) курсы** отражают обязательную для всех учащихся инвариантную часть образования и направлены на завершение общеобразовательной подготовки обучающихся;

- **профильные курсы** обеспечивают углубленное изучение отдельных предметов и ориентированы, в первую очередь, на подготовку выпускников школы к последующему профессиональному образованию;

- **элективные курсы (курсы по выбору)** предназначены для удовлетворения индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника.

Элективные курсы, в отличие от факультативных<sup>3</sup>, обязательны для старшеклассников. В таком случае они реально являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, т.к. в наибольшей степени связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зави-

---

<sup>1</sup> Д.Д. Мордухай-Болтовской, высказывая свои педагогические приоритеты, неоднократно указывал, что в своих методических работах держит равнение на «маленьких ученых», а не на «среднего ученика». ГАРО ф. Р-46, о.1, д.404.

<sup>2</sup> Приказ Минобразования России от 18.07.2002 г., №2783

<sup>3</sup> Курсы дополнительного образования с необязательным посещением

симости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов.

На основе идей Д.Д. Мордухай-Болтовского нами разработан элективный курс «Двойственные преобразования». Основной акцент в его содержании делается на обобщении и систематизации полученных знаний на основе новой для школьников идеи – идеи двойственности, и на самостоятельном открытии учащимися нового знания с использованием общего метода двойственности.

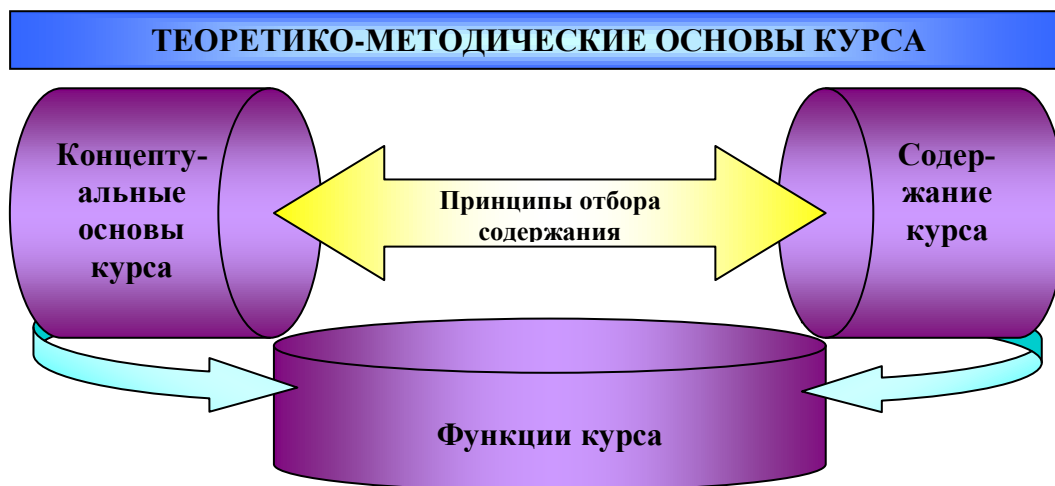
Элективный курс «Двойственные преобразования» ориентирован на учеников, проявивших интерес к дальнейшему углублённому изучению геометрии и исследованию её логического строения. Специфической особенностью курса является *вариативный индивидуализированный характер*, личностная направленность, соответствующая учебным и познавательным интересам учащихся, что обуславливает органическую встроенность его в парадигму личностно ориентированного обучения. Курс «Двойственные преобразования» характеризуется высоким уровнем *креативности*, что обусловлено как его спецификой, так и системой индивидуальных творческих заданий для учащихся.

Разработанный нами элективный курс опирается на принципиально новые подходы в обучении элементарной геометрии как по содержанию материала, так и по методам её изучения. Этот подход во многом является методически более предпочтительным, так как предоставляет учащимся возможность не получать готовые знания, а самим их конструировать.

Под теоретико-методическими основами любого курса, в том числе элективного, мы понимаем:

- его концептуальные основы;
- его содержание, отобранное на основе сформулированных нами принципов;
- функции, которые он реализует.

На этих основаниях строится затем методическая система курса (Схема 1).



Охарактеризуем подробнее каждую составляющую.

### 3.2.1. Концептуальные основы элективного курса «Двойственные преобразования»

Концептуальные основы элективного курса «Двойственные преобразования» составляют те современные философские, педагогические и методические теории, конкретизированные содержанием курса, которые адекватны современной образовательной ситуации.

Прежде всего это **философский принцип дуализма**, сущность которого, по словам Платона, «действительно удивительна и божественна для вдумчивого мыслителя – это присущее всей природе удвоение числовых значений, и наоборот, раздвоение-отношение, наблюдаемое во всех видах и родах вещей» [175, С.17]. Двойственные понятия широко используются в философии и различных отраслях специального знания (в математике, физике, химии, астрономии, экономике и др.). Несмотря на это, ни в одном философском словаре или философской энциклопедии мы не обнаружили статьи, посвященной понятию «двойственность». Основу рассматриваемой нами концепции двойственности составляют результаты исследований В.В. Попкова. В своих работах [187-189] он убедительно доказывает устойчивость двойственного мировоззрения, которое пробивало себе дорогу, занимая умы лучших ученых всех времен и народов (Декарт, Спиноза, Фихте, Шеллинг, Кант, Гегель и др.). Выполнив краткий обзор проявлений двойственности в различных областях человеческого знания,

В.В. Попков формулирует обобщающий принцип двойственности: «В развивающейся, взаимозависимой действительности становление новой сущности вызывает такое изменение в её внешнем окружении, которое порождает внутреннее противоречие этой сущности, приводящее к изменению внешней противоположности и появлению внутренних противоречий в сущностях, образующих это окружение. Таким образом, образуется качественно новое окружение, по отношению к которому первоначальная сущность является внешней противоположностью и цикл развития возобновляется» [187, С. 64].

Автор рассматривает принцип двойственности как основу «на пути интеграции различных наук». Подчеркивая универсальный характер двойственности, он указывает на существование системы, двойственной любому явлению, как на объективное свойство реальности. Применение этого принципа в образовании он видит в следующем: «Вместо наборов слабо связанных фактов надо сосредоточить внимание на общих принципах организации материи, – тогда факты любой науки легко лягут в ячейки универсальной сети принципов» [187, С. 65].

В разработанном нами элективном курсе «Двойственные преобразования» уже на презентации курса<sup>1</sup> учащиеся знакомятся с адаптированным их пониманию философским понятием двойственности, как одним из фундаментальных принципов устройства бытия; знакомятся с примерами его проявления в различных областях знания, описывающих и изучающих это устройство. Затем конкретизируется использование этого принципа в геометрии, тем самым определяется предмет изучения элективного курса «Двойственные преобразования».

В основу курса положены также современные педагогические концепции. Представим их идеи в обобщенном виде.

**Концепция профилизации** среднего образования отражает реально протекающий процесс создания системы профильного образования. На первой стадии этот процесс характеризуется созданием и апробацией системы профиль-

---

<sup>1</sup> Презентация элективного курса понимается нами как вводное занятие для учащихся, раскрывающее концепцию курса, его цели, задачи и краткое содержание, после которого учащиеся окончательно определяются с выбором того или иного элективного курса.

ных и элективных курсов, которым и является курс «Двойственные преобразования».

*Концепция личностно-ориентированного обучения и воспитания*, обеспечивающая, как считает И.С. Якиманская, «развитие и саморазвитие личности ученика, исходя из его индивидуальных особенностей как субъекта познания и предметной деятельности» [254, С.55]. По мнению А.В. Хуторского, основная функция личностно-ориентированного содержания образования заключается в поиске и обретении учеником системы личностных образовательных смыслов<sup>1</sup>. Охарактеризуем подробнее элементы этой системы и покажем, как они проявляются в элективном курсе «Двойственные преобразования».

1. *Личностное творчество ученика по отношению к фундаментальным объектам окружающего мира.* Как показано выше, понятие двойственности является фундаментальным, а виды деятельности ученика, заложенные в курсе «Двойственные преобразования», предполагают его личное творчество в поиске решения различного типа задач и конструировании новых объектов и теорем с использованием принципа двойственности.

2. *Самоосознание личностного опыта, знаний и ценностных отношений ученика, обнаружившихся в процессе познания фундаментальных объектов и общекультурных знаний о них.* В процессе изучения курса «Двойственные преобразования» учащимся предлагаются готовые темы различных исследовательских проектов, возможен и вариант самостоятельного выбора темы исследования, связанного с изучением проявления принципа двойственности в какой-либо области знания. По окончании изучения курса о результатах своей работы ребята докладывают на ежегодной научно-практической конференции учащихся физико-математического лицея №33 г.Ростова-на-Дону.

3. *Проявление позиции и соответствующей деятельности в отношении к фундаментальным достижениям человечества, связанным с этими объектами.* На занятиях курса «Двойственные преобразования» учащиеся знакомятся с культурно-историческими аналогами применения принципа двойственности:

---

<sup>1</sup> Личностный смысл – индивидуализированное осознаваемое отражение действительного отношения личности к объектам его деятельности [232, С.186]

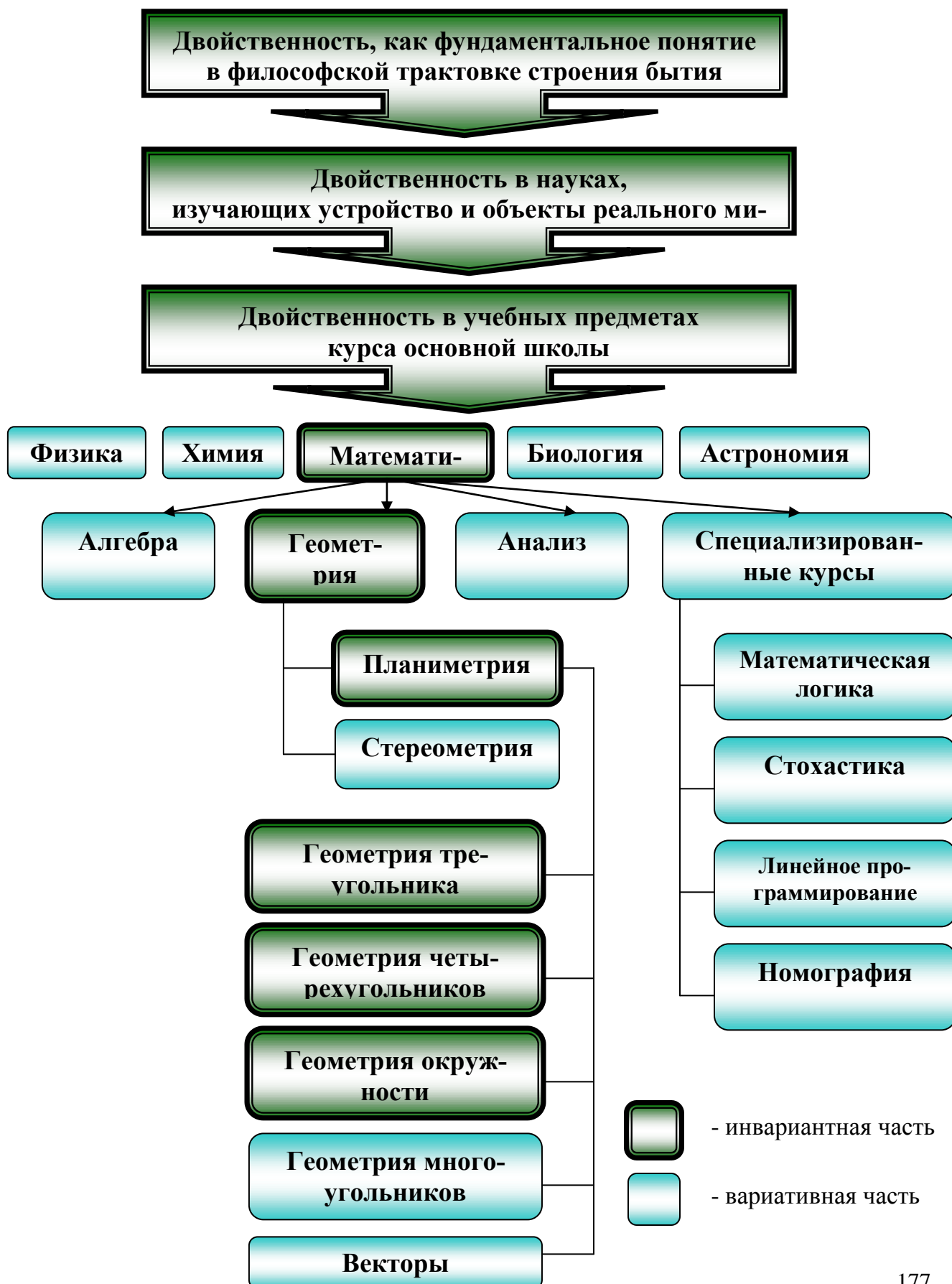
изучают терминологию и методы двойственности, предложенные Понселе, Плюккером, Жергонном, Мордухай-Болтовским, Пистраком, и др.

*Концепция развивающего обучения*, являющаяся альтернативой знаниево-ориентированной парадигме образования. Курс «Двойственные преобразования» органично встроен и в эту современную концепцию, так как имеет мощный развивающий потенциал, обеспечивающийся прежде всего высоким уровнем его креативности, а также динамичным развитием образно-ассоциативного мышления.

*Концепция метапредметного содержания* образования (А.В. Хуторской), согласно которой в содержание образования должны быть включены фундаментальные образовательные объекты. Фундаментальные образовательные объекты представляют собой «ключевые сущности, отражающие единство мира и концентрирующие в себе реальность познаваемого бытия; это узловые точки основных образовательных областей, благодаря которым существует реальная область познания и конструируется идеальная система знаний о ней» [232. С.198]. Согласно этой концепции, учебный метапредмет, это предметно оформленная образовательная структура, содержание которой базируется на системе фундаментальных образовательных объектов. В нашем случае, в качестве фундаментального образовательного объекта выступает понятие двойственности и двойственного преобразования. Метапредметность содержания курса «Двойственные преобразования» представлена нами на схеме 2, где выделены инвариантная и, потенциально возможная, вариативная части курса. Разработанный нами метапредмет «Двойственные преобразования» имеет статус метапредметного элективного курса, но может входить и в структуру обычного учебного курса геометрии на этапе обобщения и систематизации полученных знаний в профильных математических школах и классах.



## Метапредметность содержания курса «Двойственные преобразования»



***Концепция использования в процессе обучения математике современных технологий обучения***, предполагающая использование образовательных технологий, создающих условия психологического комфорта для самореализации

каждого ребёнка, для проявления им самостоятельности, инициативности, ответственности, для развития способности и потребности в творческой деятельности, в принятии собственных решений и высказывании собственных оценочных суждений.

В педагогических теориях и мировой практике известно немало таких технологий. Выделим среди них следующие:

- *технология проектного обучения*, включающая учащихся в проектно-исследовательскую деятельность, в процессе которой создаются условия для формирования у учащихся способностей для реальной проектной и исследовательской деятельности, а также для развития самостоятельности, коммуникативных и информационных компетенций (У.Х. Килпатрик);

- *технология эвристического «погружения»*, обеспечивающая сохранение образовательной доминанты на протяжении нескольких дней путем организации познания учениками различных образовательных объектов с помощью эвристических методов. Главная цель эвристического «погружения» – организовать деятельность учеников не только по изучению нового, но и по реализации их индивидуальных творческих способностей, созданию собственной системы знаний по изучаемой теме (А.В. Хуторской);

- *технология индивидуализации обучения*, позволяющая каждому ученику продвигаться в собственном темпе, в соответствии со своими способностями, интересами, жизненными планами (С. Френе, Д. Ховард);

- *технология организации творческих мастерских* выстраивания знания (А.А. Окунев);

- *информационные технологии*, реализующие мировые тенденции в образовании, позволяющие максимально индивидуализировать образовательный процесс, открывающие доступ к мировым источникам информации, развиваю-

щие способность эффективной самообразовательной деятельности<sup>1</sup>; а также другие проблемно-исследовательские и проблемно-поисковые технологии позволяющие реализовать идеи развивающего и личностно-ориентированного обучения.

На наш взгляд, в современной образовательной ситуации идея двойственности является вполне актуальной и жизнеспособной, т.к. отвечает всем современным тенденциям как в педагогике, так и в методике обучения математике. Использование принципа двойственности в обучении математике органично вписывается в концепцию личностно-ориентированного образования и концепцию развивающего обучения. Идея двойственности легко и естественно может быть реализована посредством указанных выше современных образовательных технологий.

Это еще раз подтверждает наш тезис о том, что идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского об использовании принципа двойственности в обучении геометрии, высказанные в начале XX в., вполне адекватны современному этапу развития отечественного математического образования.

**Содержание элективного курса «Двойственные преобразования».** Учитывая возрастные особенности и уровень математической подготовки учащихся, профильный характер обучения математике и концептуальные основы сформулируем принципы отбора содержания.

1. **Принцип преемственности содержания**, согласно которому в содержание курса должны быть включены вопросы, связанные с применением двойственных преобразований к тем объектам, которые входят в специализированную подготовку учащихся.
2. **Принцип специальной направленности**, означающий, что содержание курса должно отвечать целям и интересам совершенствования математической подготовки учащихся, и соответствовать основным видам профессиональной математической деятельности.

---

<sup>1</sup> Кроме того, мы использовали современные компьютерные технологии и мультимедийный проектор для большей наглядности при иллюстрации сущности и приемов двойственного преобразования геометрических конфигураций.

3. **Принцип фундаментальности и усиления методологической составляющей** содержания математического образования, который предполагает универсальность получаемых знаний, изучение теоретических основ двойственности, закона двойственности, принципа двойственности в геометрии и других областях математики, возможность применения полученных знаний в новых ситуациях.
4. **Принцип вариативности** при сохранении инвариантного изложения теоретического ядра. Вариативный компонент курса определяется интересами преподавателя и учащихся<sup>1</sup>, возможностями введения в курс новых тем, новых форм проведения занятий и самостоятельной работы, использование дополнительных литературных и информационных источников.
5. **Принцип минимизации**, заключающийся в том, что инвариантная часть курса должна содержать необходимый минимум информации.
6. **Принцип значимости персоналистического компонента**, который обусловлен определяющей ролью персоналий в развитии любой теории.
7. **Принцип функциональной полноты** компонентов содержания, предполагающий, что в содержании курса должны быть представлены как в явном виде, так и имплицитно все его базовые компоненты, обеспечивающие развитие учащихся, а также индивидуализацию и дифференциацию их образования, учитывающие их интересы и способности.
8. **Принцип соответствия** современному уровню развития методической и педагогической науки, согласно которому содержание и методы учебной деятельности соответствуют идеям личностно-ориентированного, развивающего и проектного обучения и воспитания.

На основе выделенных принципов отбора содержания курса, анализа про-

---

<sup>1</sup> Возможное соотношение инвариантной и вариативной части курса представлено на схеме 2.

грамм школьного курса геометрии разработана структура его построения. Полное содержание курса «Двойственные преобразования» мы приводим в Приложении 4. Приведем краткое содержание основных разделов инвариантной части курса:

*I. Презентация элективного курса «Двойственные преобразования».* На материале высказываний выдающихся мыслителей древности раскрывается философское понимание двойственности, как фундаментального принципа строения бытия. Приводятся примеры, подтверждающие тезис о двойственности как объективной реальности. Происходит переход к рассмотрению двойственности в науках изучающих устройство и объекты реального мира, в проекции на предметы изучаемые в курсе средней школы (математику, физику, астрономию, химию, биологию, экономику и др.). Конкретизируется примерами проявление принципа двойственности в различных областях математики (геометрия, алгебра, номография, математическая логика, стохастика, линейное программирование и др.). При проведении презентации используются информационные технологии<sup>1</sup>. Метапредметность содержания элективного курса двойственные преобразования, его инвариантная и вариативная части представлены на схеме 2.

*II. Принцип двойственности в элементарной геометрии. Необходимые математические сведения.* История открытия принципа двойственности в геометрии; введение несобственных элементов; простейшие из формулировок принципа двойственности на плоскости и в пространстве; иллюстрация его наличия в математических предложениях, в геометрических фигурах, геометрических телах и их свойствах; ограничения действия принципа двойственности.

*III. Конструктивное определение двойственного преобразования.*

- конструктивное определение двойственных элементов: построение поляры; построение полюса; двойственные объекты несобственных элементов; конструктивное определение «угла между двумя точками»; параллельные и ортогональные точки; конструктивное определение «расстояния между двумя пря-

---

<sup>1</sup> Электронную версию сопровождения презентации см. в Приложении.

мыми»; Д.Д. Мордухай-Болтовской и его двойственные метрические понятия и теоремы.

- применение принципа двойственности при решении задач на построение: общий способ использования принципа двойственности при решении задач на построение; примеры решения задач на построение с использованием двойственного преобразования.

#### *IV. Взаимные теоремы.*

- взаимные теоремы, имеющиеся в курсе планиметрии основной школы: понятие теоремы, взаимной данной; словарь для перевода теорем; технология конструирования двойственных теорем; примеры взаимных теорем содержащихся в курсе планиметрии основной школы.

- взаимные теоремы не имеющие аналогов в курсе планиметрии основной школы: теорема о высотах треугольника и ей взаимная; теорема о биссектрисах треугольника и ей взаимная; теорема о медианах треугольника и ей взаимная; теорема о серединных перпендикулярах и ей взаимная; многократное использование двойственного преобразования для получения новых теорем.

*V. Использование двойственных преобразований для решения геометрических задач.* Сущность метода решения геометрических задач с использованием принципа двойственности и его ограничения; классификация задач решаемых с использованием принципа двойственности и способы их решения; использование свойств полярного преобразования при решении задач на доказательство; использование двойственных элементов и меровых соотношений между ними при решении геометрических задач; решение задач смешанного типа.

*VI. Использование двойственных преобразований для конструирования теорем.*

- взаимные теоремы геометрии треугольника: двойственные треугольники; автополярный треугольник и теорема об автополярном треугольнике; теорема Менелая; теорема Чева; свойства и теоремы, доказываемые с помощью теорем Чева и Менелая; двойственные элементы замечательных точек и замечательных прямых треугольника, исследование их свойств; решение задач.

- взаимные теоремы о четырехугольниках: двойственные четырехугольники; исследование свойств двойственных четырехугольников; теоремы двойственные теоремам о четырехугольниках; решение задач.

- взаимные теоремы геометрии окружностей: определение двойственных элементов; теорема о вписанных углах, опирающихся на одну и ту же хорду и ей взаимная; теорема о вписанном угле, опирающемся на диаметр и ей взаимная; теорема о произведении отрезков двух пересекающихся хорд и ей взаимная; теорема о произведении секущей и ей взаимная; решение задач.

В конце изучения курса предполагается проведение занятия систематизации и обобщения полученных знаний и накопленного в самостоятельной работе учащихся материала. Организационной формой проведения такого занятия может послужить «Математический конгресс», либо «Школьная математическая конференция», где учащиеся будут представлять оформленный материал по предлагаемой к каждому занятию тематике рефератов или тем исследовательских проектов для самостоятельной либо групповой разработки. Сюда входит подготовка доклада по выбранной теме, самостоятельно составленная к ней библиография и написание краткой аннотации использованных источников.

Так как формулировки большинства тем предполагают самостоятельную работу учащихся, в то время как требуемый материал отсутствует в литературе, то в таких темах большее внимание уделяется конструктивной иллюстрации рассматриваемых преобразований.

Для диагностики результативности усвоения учебного материала курса учащиеся опрашиваются в начале каждого занятия по материалу предыдущего, а выполнение заданий, предложенных для самостоятельной проработки и итоговая контрольная работа являются контролем на выходе.

**Функции элективного курса «Двойственные преобразования».** Охарактеризованные нами концептуальные основы и отобранное содержание курса «Двойственные преобразования» обеспечивают его полифункциональность. Охарактеризуем многообразие функций разработанного нами курса «Двойственные преобразования».

**Мировоззренческая функция.** Изучение курса «Двойственные преобразования» предполагает овладение учащимися системой математических знаний, дающей представление о предмете геометрии, её методах и приложениях; фиксирует необходимость выделения понятий, осуществляющих взаимосвязь с другими науками, определяет значимость формирования определённой системы взглядов на окружающий мир. Реализация этой функции предполагает также знакомство учащихся с методологией научного поиска, методами познания, эвристиками.

Уже на первом занятии учащиеся знакомятся с принципом двойственности, как с фундаментальным принципом строения бытия. Убедившись на примерах в проявлениях двойственности в окружающей нас действительности, они приходят к выводу о ее наличии в науках, изучающих окружающий мир и устройство бытия. Узнают об уже известных ученым проявлениях двойственности в физике, астрономии, химии, биологии, экономике, математике и т.д. Затем узнают о проявлении двойственности в таких разделах математики, как геометрии, алгебра, номография, математическая логика, линейное программирование и др. Мы рассматриваем принцип двойственности, как общий принцип различных наук, тем самым формируя определенную систему взглядов на окружающий мир.

**Воспитательная функция.** Изучение данного курса предполагает ориентацию на формирование интеллектуальных и морально-этических компонент личности, качеств мышления, характерных для математической деятельности. Кроме того, курс «Двойственные преобразования» позволяет формировать интерес к изучению математики, развивает устойчивую мотивацию к учебной деятельности.

Например, при формулировке различных вариантов двойственных теорем мы обращаем внимание учащихся на то, что обобщения, основанные на аналогии, неполной индукции, требуют аргументированного доказательства, а рассмотрение всех возможных случаев изучаемой ситуации являются необходимой принадлежностью всякого правильного мышления.



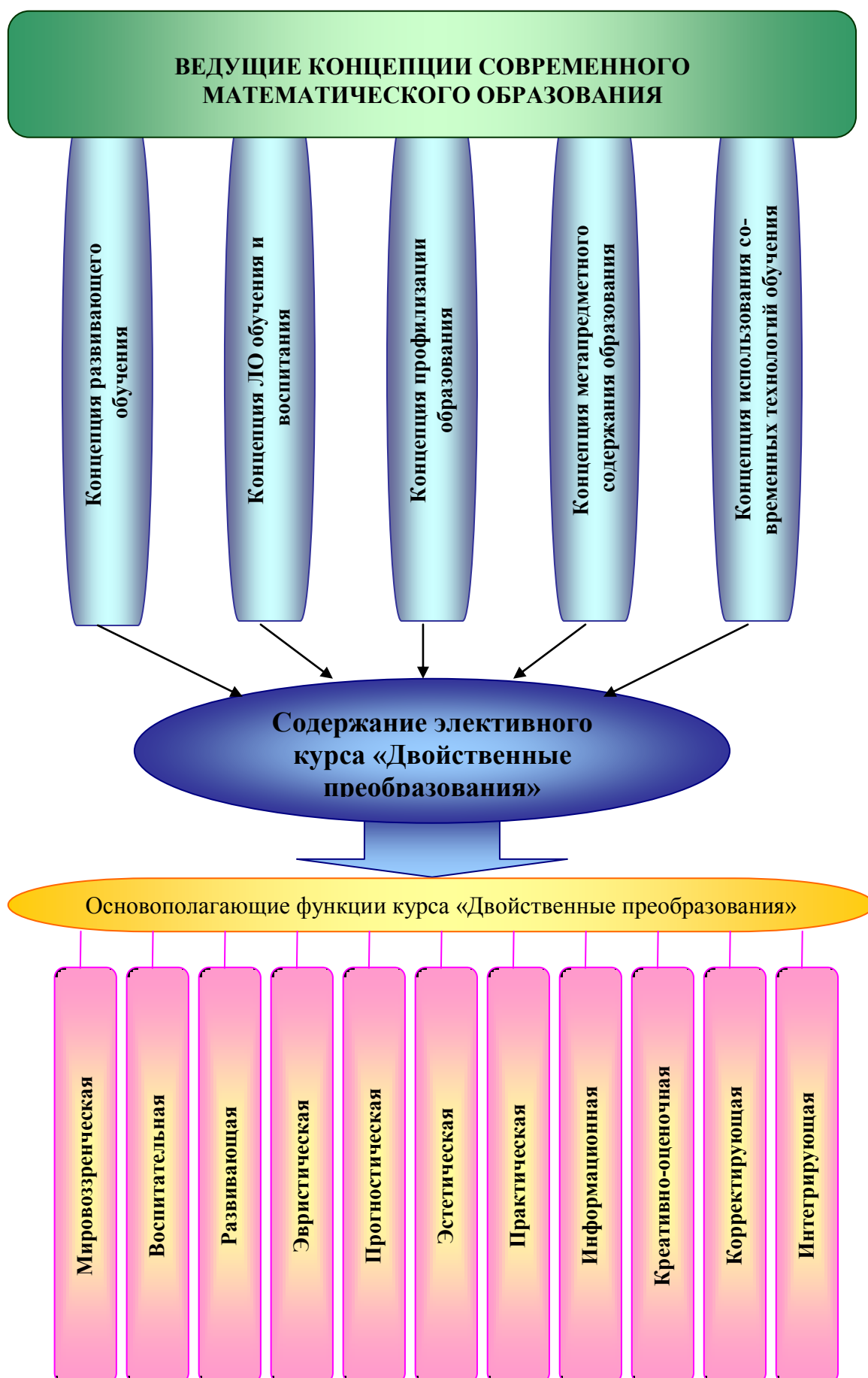
Проведенный нами анализ повышения индекса интереса к математике после прочтения курса свидетельствует о формировании устойчивого интереса к геометрии у 91% респондентов, что подробнее будет показано далее.

**Развивающая функция.** Курс «Двойственные преобразования» способствует формированию у учащихся логических приемов мыслительной деятельности (анализа, синтеза, обобщения, абстрагирования, построения модели, двойственной данной и др.), общеучебных приемов; знакомство учащихся с двойственными преобразованиями предполагает ориентацию на выявление и реализацию в процессе обучения потенциальных возможностей математики как науки, в частности, связанных со спецификой двойственности устройства аксиом геометрии. Конструирование конфигурации двойственной к данной способствует развитию геометрического воображения учащихся.

**Эвристическая функция.** Содержание курса и рекомендуемые нами технологии обучения предполагают создание учителем в процессе обучения условий, благоприятных для развития личности и способностей ребёнка, создание ситуации, обеспечивающей самореализацию его личностного потенциала и побуждающей к поиску собственных результатов в обучении. Так, при изучении курса «Двойственные преобразования» мы лишь вооружаем учащихся новым методом исследования и указываем на его универсальность, предоставляя им возможность самим найти конкретные сферы его применения.

**Прогностическая функция** предусматривает включение учащихся в процесс открытия новых фактов, их обоснования, анализа различных способов аргументации. К прогностическим умениям, заложенным в курсе «Двойственные преобразования», мы также относим умение обнаруживать нерешенные проблемы, выдвигать гипотезы, широту и гибкость мышления, умение видеть альтернативное решение проблемы и др.

О результативности проявления прогностической функции можно судить по многочисленным исследовательским проектам и их удачным защитах на научных конференциях учащимися физико-математического лицея №33 после



овладения материалом курса «Двойственные преобразования»<sup>1</sup>.

**Эстетическая функция.** По мнению многих исследователей творчества в области математики, именно эстетический фактор ориентирует исследователя на выбор наиболее оптимального пути из бесчисленных альтернативных направлений научного поиска. Согласно математической модели эстетической привлекательности математического объекта, предложенной Г. Биркгофом [15]:  $M = \frac{O}{C}$ , где  $M$  – мера красоты,  $O$  – мера порядка, а  $C$  – мера усилий для понимания сути объекта, для ученика красивыми являются те математические объекты, восприятие которых сопряжено с наименьшими его усилиями.

Принцип двойственности является эффективным методом упорядочивания знания и приведения его в систему, следовательно, в выражении  $M = \frac{O}{C}$  мера порядка  $O$  – достаточно высока. Кроме того, путь двойственных преобразований обладает минимально возможной субъективной сложностью, требуемой для получения нового знания, следовательно  $C$  – мера усилий для понимания сути объекта, достаточно мала. Все это является залогом возрастания меры красоты этого знания. В связи с этим учебный материал курса «Двойственные преобразования» эстетически оформлен, изложен логически последовательно, системно и привлекательно. В изложении материала мы также стремились к его достаточной образности и четкости.

**Практическая функция** курса «Двойственные преобразования» состоит в формировании умения математически исследовать устройство и явления реального мира путем изучения их двойственных аналогов, позволяющих выявить в них существенные свойства.

**Информационная функция** курса «Двойственные преобразования» заключается в том, что в процессе его изучения учащиеся знакомятся с историей возникновения и эволюцией идеи двойственности; биографиями ученых, занимавшихся развитием идей двойственности в элементарной геометрии; разными точками зрения на применение метода двойственности в математике; различ-

---

<sup>1</sup> См. подробнее 3.4.

ными приложениями этого метода и новыми открытиями, сделанными с помощью метода двойственности.

Пример 1. При первом знакомстве с принципом двойственности учащиеся знакомятся и с биографией Ж.В. Понселе, впервые синтетически сформулировавшего этот принцип в проективной геометрии.

Пример 2. Изучая взаимные метрические понятия, учащиеся знакомятся с творчеством их автора Д.Д. Мордухай-Болтовского.

Пример 3. В процессе изучения курса рассматриваются различные аспекты применения принципа двойственности в элементарной геометрии: решение задач на построение, решение задач на нахождение меровых соотношений двойственных элементов, решение задач на доказательство, доказательства теорем о треугольнике, четырехугольниках, окружности и т.д.

**Креативно-оценочная функция** заключается в оценке степени отличия образовательного продукта ученика от заданного: чем большего научно- и культурнозначимого отличия от известного продукта удастся добиться ученику, тем выше оценка результативности его образования.

Так, после изучения курса «Двойственные преобразования», один из учащихся применил принцип двойственности к векторной алгебре: определил понятие двойственное вектору (направленному отрезку) – тернинг (с англ. turning-поворот), ориентированный угол и сконструировал основные понятия тернинговой алгебры, двойственной алгебре векторов. Культурно-исторический аналог подобного построения нам неизвестен. Такого рода работы являются показателем наивысшей результативности организации образовательного процесса.

**Корректирующая функция** предусматривает корректировку информации, получаемой учащимися самостоятельно, из различных источников. Работая в группе, либо с помощью учителя, учащийся должен разобраться в этой информации и правильно её оценить.

Работая над индивидуальными и групповыми творческими проектами по изучению двойственных преобразований, учащиеся использовали различные источники информации, и в качестве основного – всемирную сеть Интернет. В

процессе обсуждения вся полученная по исследуемой проблеме информация сортировалась, отбиралась, уточнялась и корректировалась.

*Интегрирующая функция* заключается в формировании системности знаний, в понимании взаимосвязи между изучаемыми понятиями, теоремами, объектами, в понимании роли принципа двойственности в математике, в науке и жизнедеятельности общества.

На основе вышесказанного разработаем методическую систему обучения курсу «Двойственные преобразования».

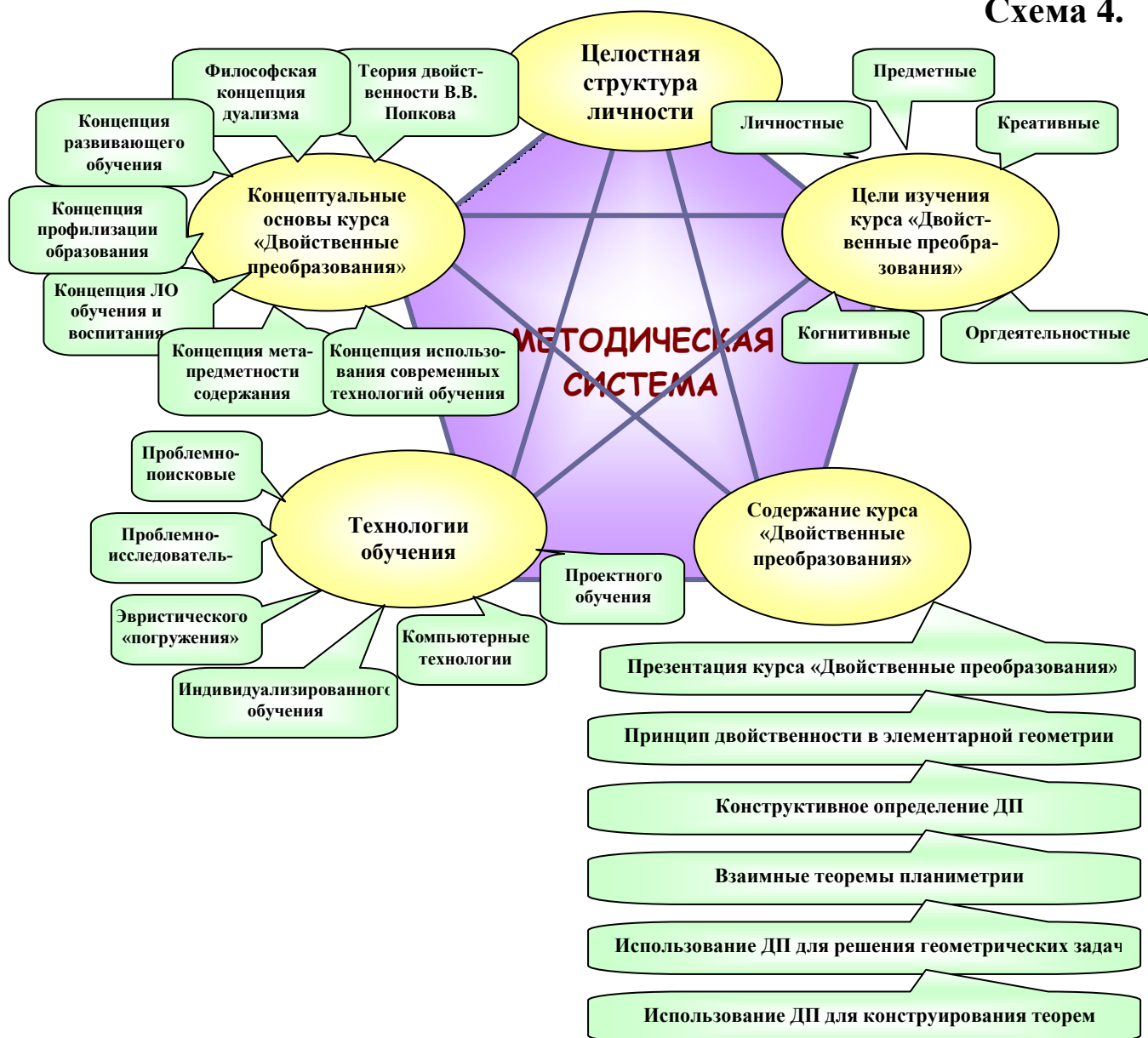
### **3.2.2. Методическая система курса «Двойственные преобразования»**

Согласно современным подходам к образованию, обучение математике, как считает Т.А. Иванова, это «заранее запрограммированное общение, в ходе которого усваивается определенное математическое содержание, обеспечивающее развитие и саморазвитие личности»[58, С.13] учащегося. Таким образом, личностный компонент должен стать системообразующим элементом создаваемой нами методической системы обучения элективному курсу «Двойственные преобразования». Кроме того, разработанная нами методическая система включает в себя присущие любой методической системе компоненты (цели, принципы, содержание, методы, формы и средства обучения), но рассматриваемые с позиций современных достижений педагогической науки. Содержание элективного курса «Двойственные преобразования» соответствует основной цели современного математического образования – развитие личности ученика средствами математики, и поэтому является гуманитарно-ориентированным. Систему методов, форм и средств обучения, направленных на усвоение содержания, и обеспечивающих наиболее эффективное достижение целей курса «Двойственные преобразования» объединим под вошедшим в последние десятилетия в научный оборот термином «технология обучения».

Таким образом, проектируемая нами методическая система состоит из пяти основных компонентов: концептуальных основ курса «Двойственные преобразования», гуманитарно-ориентированного содержания, целостной структуры

личности, технологий обучения, целей изучения курса «Двойственные преобразования». Все эти компоненты взаимообусловлены, находятся в сложных нелинейных связях, отраженных на схеме 4.

Схема 4.



Ранее мы охарактеризовали каждый из этих элементов, поэтому подробнее остановимся на последнем из них.

Согласно основам матетики<sup>1</sup>, любая плодотворная деятельность должна строиться, исходя из её конечных целей, т.е. предполагаемых плодов деятель-

<sup>1</sup> Матетика – наука о целеполагании.

ности. Для формулировки целей мы использовали исследования М.В. Кларина<sup>1</sup>, суть которых состоит в необходимости определения образовательных целей «через результаты обучения, выраженные в действиях учащихся, причем таких, которые можно надежно оценить». Такое определение возможно благодаря построению четкой системы целей, внутри которой выделены их категории и последовательные уровни (иерархия), - такие системы получили название педагогических таксономий.

Сформулируем **цели изучения элективного курса «Двойственные преобразования»** на основе таксономии целей обучения, предложенной в исследовании А.В. Хуторского «Современная дидактика» [232]:

Личностные цели:

- приобретение веры в себя, в свои потенциальные возможности путем самостоятельного конструирования нового знания с использованием двойственных преобразований;

- реализация конкретных индивидуальных способностей учащихся в процессе проведения самостоятельной исследовательской работы на материале курса;

- развитие логического мышления и пространственного воображения учащихся.

Предметные цели:

- формирование положительного отношения к математике;

- усвоение сущности принципа двойственности и специфики его проявления в элементарной геометрии;

- усвоение основных понятий курса: «двойственные преобразования», «полюса», «полус», «бесконечно удаленная точка», «бесконечно удаленная прямая», «угол между двумя точками», «расстояние между двумя прямыми», «параллельные точки», «ортогональные точки», «гармоническая четверка элементов»;

- усвоение методологии использования принципа двойственности для ре-

---

<sup>1</sup> Кларин М.В. Педагогическая технология в учебном процессе. –М.: Знание, 1989.-75с.

шения различного рода задач;

- формирование умений конструирования двойственных преобразований для решения типовых и творческих задач;

- обобщение и систематизация знаний по планиметрии на основе новой для учащихся идеи – идеи двойственности.

Креативные цели:

- составление банка задач, решаемых с помощью двойственных преобразований;

- проведение исследовательской работы и подготовка сообщения на научно-практическую конференцию учащихся.

Когнитивные цели:

- познание окружающей реальности путем выделения двойственных объектов, в ней содержащихся;

- изучение способов применения принципа двойственности для решения геометрических задач, конструирования и доказательства теорем;

- овладение навыками работы с первоисточниками.

Оргдеятельностные цели:

- формирование навыков самоорганизации учебной и исследовательской деятельности;

- формирование умений ставить перед собой цель и планировать деятельность посредством использования технологии проектной деятельности;

- развитие навыков работы в группе;

- освоение техники ведения научных дискуссий.

Итак, мы охарактеризовали все элементы разработанной нами методической системы обучения элективному курсу «Двойственные преобразования». Генерированные Д.Д. Мордухай-Болтовским идеи, об использовании методического потенциала принципа двойственности в обучении геометрии, были положены нами в основу разрабатываемой методической системы, которую нам удалось реализовать на теоретическом и практическом уровне. Рассмотрим далее опытно-экспериментальную работу по внедрению элективного курса



«Двойственные преобразования» в реальный учебный процесс.

### **3.3. Организация опытно-экспериментальной работы по внедрению курса «Двойственные преобразования» в учебный процесс**

Экспериментальная работа осуществлялась на базе Ростовского государственного педуниверситета на отделении математики факультета математики, информатики и физики, а также на базе МОУ Лицей №33 «Физико-математический» г.Ростова-на-Дону. Эксперимент состоял из двух этапов: поисково-констатирующего и формирующего.

**Первый этап (1999-2001 гг.)** – проводился констатирующий эксперимент, осуществлялась опытно-поисковая работа по определению возможностей использования идеи принципа двойственности в школьном курсе математики, разрабатывались содержательные и дидактические основы использования принципа двойственности в качестве не только математического, но и методического принципа в обучении математики, и методика диагностики готовности учителей и учащихся к его восприятию<sup>1</sup>.

В констатирующем эксперименте приняло участие более 280 учащихся 8-10 классов, студентов-математиков и учителей математики (учащихся – 168 чел., студентов – 89 чел., учителей – 26 чел.).

В ходе констатирующего эксперимента проведено: 1) исследование удовлетворенности учащихся изучением школьного курса геометрии и степени готовности к восприятию нового метода обучения, основанного на идее двойственности; 2) анкетирование учителей математики и студентов-математиков после проведения мастер-классов для оценки степени восприятия теоретико-методических идей курса «Двойственные преобразования»; 3) посещение лекций и практических занятий по методике преподавания математики, с целью адаптации концептуальных основ курса к восприятию студентами-математиками; 4) руководство педагогической практикой студентов, посещение уроков, даваемых учителями математики и студентами в её период, помощь в

---

<sup>1</sup> Методика диагностики помещена нами в приложение 5

организации использования двойственности при построении уроков геометрии;

5) анализ вузовских учебников и учебных пособий по методике преподавания математики, и школьных учебников геометрии, на пример выявления возможностей использования двойственности в обучении геометрии.

В предложенной учителям математики и студентам-математикам старших курсов (IV-V) анкете содержатся вопросы, призванные выявить уровень обще-философского понимания сути принципа двойственности, математической сущности этого принципа и его методического потенциала, а также степень готовности и уровень владения методикой использования принципа двойственности в обучении геометрии и индекс мотивации к этому использованию.

Установлено, что учителя математики и студенты-математики, будучи знакомы с применением принципа двойственности в проективной геометрии, недостаточно осознают значимость идеи принципа двойственности в математике как науке, и даже не предполагают возможности использования его при обучении математике, так как не владеют необходимыми для этого знаниями.

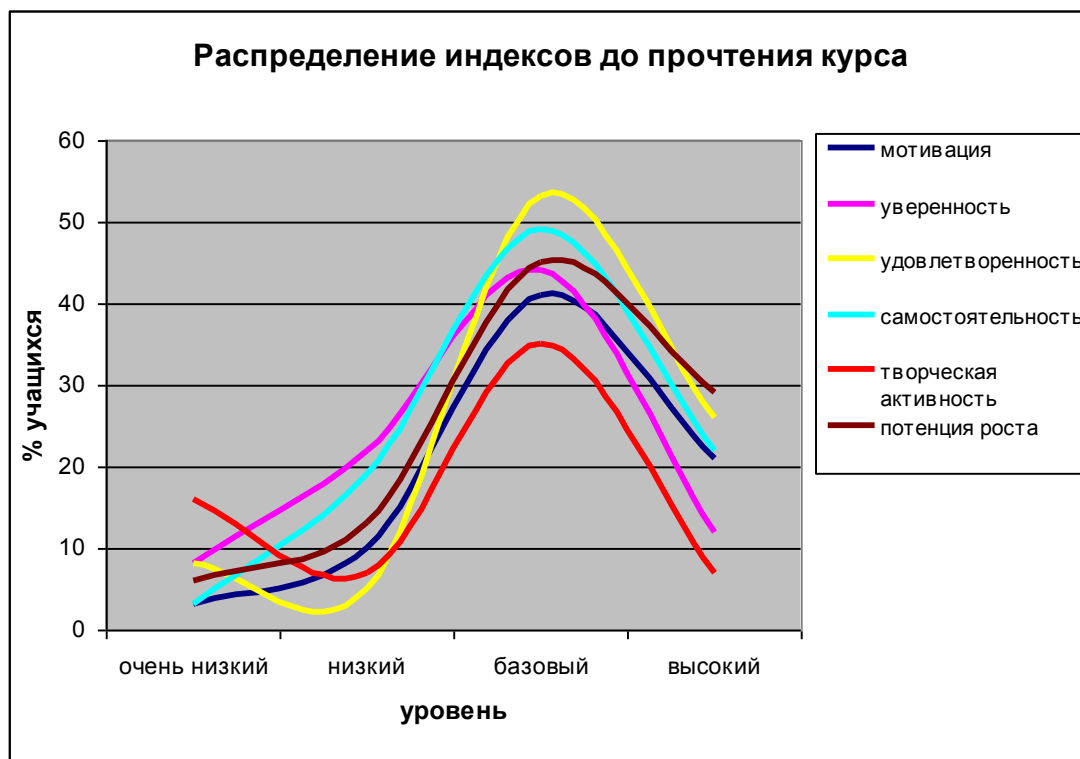
Так, в ходе исследования было установлено, что подавляющее большинство (76%) респондентов знакомы с проявлением принципа двойственности в проективной геометрии, но лишь только 11% опрошенных знают о других областях математики, в которых проявляется принцип двойственности, указывая его применение преимущественно в математической логике.

Было также установлено, что, предполагая потенциальную возможность использования принципа двойственности при обучении математике и имея желание использовать его в школьной практике, респондентам практически ничего не известно о способах и методике использования принципа двойственности в обучении математике.

Нами также проведено исследование, которое позволило выявить отношение учащихся к изучению геометрии в школе. В предложенной учащимся анкете были заложены вопросы, предполагающие измерение индекса мотивации, индекса уверенности в собственных знаниях по геометрии, индекса удовлетворенности процессом изучения геометрии, а также индекса самостоятельности и

творческой деятельности. В конце опросника мы использовали методику «ассоциаций», предложив учащимся перечислить те прилагательные, с которыми у них ассоциируются личные ощущения и восприятие связанные с математикой и геометрией. Полученное распределение индексов отражено на диаграмме 1.

**Диаграмма 1.**



В результате проведенного исследования установлено противоречие между достаточно высоким уровнем удовлетворенности уроками геометрии (89%) и низким уровнем мотивации (51%). Кроме того, большинство респондентов отмечают свою неуверенность в знаниях (66%), несостоятельность в самостоятельной (54%) и творческой работе (66%) по предмету, но высказывают желание исправить сложившееся положение (74%). Подтверждающие эти выводы статистические данные более подробно представлены в приложении 4.

Занимаясь изучением методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского, мы особо выделили идею использования принципа двойственности в обучении геометрии в средней школе. Как показано в предыдущем разделе эта идея отвечает всем современным тенденциям, как в педагогике, так и в методике преподавания математики и является вполне актуальной.

Дальнейшая работа велась по отбору содержания и методов преподавания. Были разработаны программа, содержание и методика проведения занятий элективного курса «Двойственные преобразования».

**Второй этап (2002-2004 гг.) – формирующий** – посвящен апробации идей, заложенных в курсе «Двойственные преобразования» и их обсуждение в методической общественности, благодаря чему была уточнена система введения принципа двойственности в школьный курс геометрии.

Основная особенность этого этапа – выделение идей использования принципа двойственности в обучении геометрии в отдельный элективный курс. В это время активно идет разработка методического аппарата курса: концептуальных основ, программы, тематики занятий, содержание общих и индивидуальных творческих заданий к каждому занятию, тематики рефератов и проектов, рекомендуемой для их подготовки литературы.

На этом этапе внедрение идей принципа двойственности в процесс обучения геометрии выходит за рамки физико-математического лицея №33 г.Ростова-на-Дону. Опубликована достаточно детальная программа элективного курса «Двойственные преобразования» [198, 201], автор принимает активное участие в работе различного уровня (районный, городской, всероссийский) научно-методических конференций и семинаров для преподавателей математики, раскрывая методические идеи Д.Д. Мордухай-Болтовского, заложенные в концепции курса «Двойственные преобразования», его методический потенциал, место и роль в курсе геометрии основной школы.

### **3.4. Исследование эффективности методических идей курса «Двойственные преобразования»**

В процессе исследования нами проводился педагогический эксперимент, направленный на реализацию следующих целей:

- исследование оценки методических идей курса «Двойственные преобразования» педагогической и методической общественностью, учителями математики и студентами;

- исследование готовности учащихся к восприятию идей элективного курса «Двойственные преобразования»;
- разработка и внедрение методической системы обучения элективному курсу «Двойственные преобразования» в систему профильной подготовки специализированной математической школы;
- проверка эффективности разработанной методики.

Для исследования оценки методических идей курса «Двойственные преобразования» педагогической и методической общественностью использовались эмпирические методы беседы, наблюдения, интервьюирования.

Для нас особую важность имела оценка курса учителями-практиками. Получить такую оценку стало возможным благодаря проведенной нами презентации элективного курса на методическом объединении учителей математики г.Ростова-на-Дону, представлению курса на методических конференциях, посвященных специализированному математическому образованию повышенного уровня. Программа курса «Двойственные преобразования» в 2000 г. приняла участие в I областном конкурсе программ и методик работы с одаренными детьми и отмечена дипломом. Методические идеи, заложенные в данном элективном курсе, были представлены автором на Всероссийском конкурсе «Учитель года – 2003» и отмечены победой в областном туре конкурса в номинации «Учитель – исследователь»<sup>1</sup>. Полученные отзывы свидетельствуют о принятии учителями математики идей, заложенных в курсе «Двойственные преобразования» и желании использовать их при обучении геометрии в средней школе.

Для студентов V курса и магистрантов факультета МИиФ РГПУ нами был прочитан спецкурс и проведены мастер-классы, демонстрирующие методику использования принципа двойственности при обучении геометрии в средней школе. Проведенное в конце спецкурса анкетирование студентов (43 чел.) позволяет сделать выводы о достаточно высокой степени восприятия и готовно-

---

<sup>1</sup> Экспертизу этот курс прошел. Рецензия на разработанный нами элективный курс, содержащая положительные оценки, написана известным учителем математики, педагогом-новатором А.П. Уваровским.

сти к использованию этих идей будущими учителями математики. Проведем анализ этих высказываний.

Всего спецкурс прослушали 43 человека, из них 42 студента V курса и 1 магистрант. На вопрос «Оцените новизну содержания спецкурса» были получены следующие ответы:

**Таблица 1.**

<b>абсолютно ново</b>		<b>ново</b>		<b>не могу оценить</b>		<b>частично известно</b>		<b>известно</b>	
6	14%	20	47%	4	10%	10	23%	3	7%

Для некоторых студентов (13%) содержание спецкурса «Двойственные преобразования» видимо является известным потому, что автор данного исследования неоднократно принимал участие в работе студенческих научно-практических конференций, представляя результаты своего исследования.

Приведем также ответы на вопросы, касающиеся оценки студентами методики проведения занятий спецкурса «Двойственные преобразования»

**Таблица 2.**

Вопрос	<b>очень удачна</b>		<b>удачна</b>		<b>не могу оценить</b>		<b>не очень удачна</b>		<b>неудачна</b>	
	Оцените предложенную учителем методику проведения занятий элективного курса «Двойственные преобразования»	10	23%	25	58%	5	12%	3	7%	0
Оцените разработанную учителем мультимедийную поддержку к занятиям элективного курса	8	19%	32	75%	1	2%	2	4%	0	0%

Как видно из приведенных в таблице данных, большинство студентов высоко оценивают предложенную методику проведения занятий элективного курса «Двойственные преобразования».

Еще одним критерием эффективности идей предлагаемого курса «Двойственные преобразования» является выраженная студентами оценка его перспективности.

Таблица 3.

Вопрос	очень высока		высока		не могу оценить		не очень высока		низкая	
	Оцените перспективность предложенных учителем идей	6	14%	18	42%	17	40%	2	4%	0

Несмотря на то, что 56% респондентов считают предложенные идеи достаточно перспективными, около 40% опрошенных затрудняются с ответом. Дальнейшие исследования этого вопроса, возможно, подтвердят предположения большинства.

Элективный курс «Двойственные преобразования» был внедрен в систему профильного образования учащихся физико-математического лицея №33 г.Ростова-на-Дону. После проведенной презентации элективного курса «Двойственные преобразования»<sup>1</sup> учащимся (27 чел.) был предложен опросник, позволяющий выявить отношение к данному курсу и желание продолжить его изучение. Проанализируем полученные результаты опросника.

На вопрос «Заинтересовал ли Вас данный элективный курс» были получены следующие ответы:

очень заинтересовал	9 чел	33%
да, заинтересовал	15 чел	56%
не заинтересовал	1 чел	4%
не знаю	2 чел	7%

На вопрос «Хотели бы Вы в дальнейшем посещать занятия данного элективного курса» ответы распределились следующим образом:

конечно да	12 чел	45%
скорее да, чем нет	13 чел	48%
скорее нет, чем да	0 чел	0%
нет	0 чел	0%
не знаю	2 чел	7%

Следующий вопрос предполагал свободную форму ответа и был нацелен на выявление вопросов, возникших после проведения презентации элективного

<sup>1</sup> Содержание презентации описано в предыдущем разделе; электронную версию см. в приложении 4.

курса «Двойственные преобразования». Приведем некоторые характерные вопросы и высказывания учащихся:

- «Любому ли объекту можно найти двойственный?»;
- «Мне хочется узнать больше о геометрии»;
- «Вопросов нет. Все понятно. Вы очень хорошо объяснили»;
- «Хотелось бы все об этом знать!».

Как видно из приведенных ответов учащихся, они довольно легко восприняли идею двойственности. Большинство из них высказали заинтересованность в дальнейшем изучении курса «Двойственные преобразования», раскрывающем примеры проявления двойственности в элементарной геометрии.

Дальнейшие занятия регулярно посещали 19 человек. Для оценки успешности процесса обучения более естественным, на наш взгляд, является проведение так называемого критериального эксперимента, позволяющего оценить качественные достижения целей обучения. В роли критериев качества мы выделяем четыре основных аспекта готовности учащихся к использованию принципа двойственности в изучении геометрии и познании действительности: теоретический, практический, мотивационную готовность и готовность к самостоятельной и творческой исследовательской работе в изучении геометрии. Судить об уровне сформированности последних двух критериев позволяет проведенное анкетирование учащихся и их выступления на школьной научно-практической конференции, а о теоретической и практической готовности – показатели качества учебного процесса.

Для проверки достижения учащимися поставленных целей обучения по окончании изучения элективного курса «Двойственные преобразования» проводился итоговый контроль знаний в виде диагностирующей контрольной работы (теста)<sup>1</sup>, по результатам которой можно судить об успешности получения конкретных знаний данного раздела. Работа содержит задания, соответствующие поставленным диагностическим целям.

---

<sup>1</sup> См. приложение 5.



Коэффициент усвоения  $K_y = \frac{n}{m}$ , где  $n$  – количество правильно выполненных заданий,  $m$  – общее количество предложенных заданий. Он вычислен по результатам проведенного диагностирующего теста и позволяет судить об уровне достижения отдельными учащимися поставленных целей обучения<sup>1</sup>. Среднее значение коэффициентов  $\overline{E_{\delta}}$ , величина среднего квадратичного отклонения  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (K_{y_i} - \overline{K_y})^2}$ , относительная изменчивость  $\nu = \frac{\sigma}{K_y}$  и показатель точности исследования  $\varepsilon = \frac{\nu}{\sqrt{n}}$ , вычисленные по результатам проведенного диагностического теста, представлены в таблице 4.

**Таблица 4.**

$\overline{E_{\delta}}$	$\sigma$	$\nu$	$\varepsilon$
<b>0,879</b>	<b>0,095</b>	<b>0,108</b>	<b>0,024</b>

Полученное среднее значение коэффициента  $\overline{E_{\delta}} = 0,879$  свидетельствует о высоком уровне усвоения учащимися учебного материала.

Отметим, что 26% учащихся справились с достаточно сложным творческим заданием (№10) и еще почти 37% показали высокий уровень знаний. Абсолютное большинство учащихся 89%, получивших оценки «4» и «5», доказали свое умение использовать принцип двойственности при решении задач на построение и доказательстве теорем, 42% показали знание теоретического материала раздела и умение применять принцип двойственности для обнаружения двойственных элементов и преобразования исходной геометрической конфигурации в конфигурацию ей двойственную.

Оценка знаний проводилась по пятибалльной шкале, результаты работы отражены в таблице 5.

<sup>1</sup> Таблицу результатов обработки теста см. приложение 5.

Таблица 5.

$K_y$	$K_y < 0,66$	$0,66 \leq E_o < 0,8$	$0,8 \leq K_y < 0,95$	$0,95 \leq K_y < 1$
уровень	низкий	базовый	повышенный	высокий
оценка	2	3	4	5
%	0%	11%	63%	26%

Среднее квадратичное отклонение ( $\sigma$ ) характеризует разброс значений  $K_y$  отдельных учащихся относительно среднего значения по группе. Его значение (0,095) позволяет сделать вывод о том, что  $K_y$  отдельных учащихся в основном мало отличаются от среднего значения, а показатель точности исследования ( $\varepsilon = 0,024$ ) подтверждает достоверность результатов, так как точность в психолого-педагогических исследованиях считается приемлемой при значениях  $\varepsilon \leq 0,05$ .

Для анализа эффективности разработанной нами методической системы обучения элективному курсу «Двойственные преобразования» было проведено анкетирование<sup>1</sup> учащихся, позволяющее измерить изменение индекса их мотивационной и творческой активности.

Для выявления уровня сформированности мотивации изучения проявлений принципа двойственности в математике учащимся предлагались вопросы анкеты I и II. В результате обработки ответов были получены следующие данные:

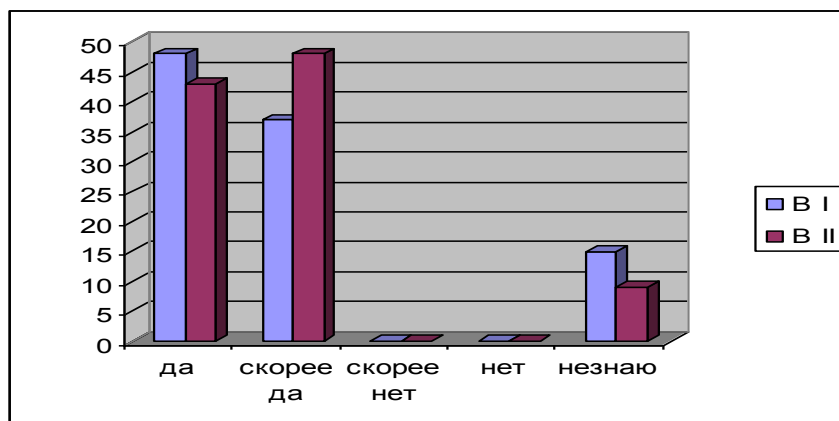
Таблица 6.

№	Вопрос	да		Скорее да, чем нет		Скорее нет, чем да		нет		незнаю	
I	Имеется ли у Вас потребность в дальнейшем изучении проявлений принципа двойственности в математике?	9	48%	7	37%	0	0%	0	0%	3	15%
II	Хотели бы Вы узнать о новых способах применения принципа двойственности в геометрии?	8	43%	9	48%	0	0%	0	0%	2	9%

<sup>1</sup> См. приложение 5.

По данным приведенным в таблице 6 построена диаграмма 2:

**Диаграмма 2.**



Таким образом, интерес, проявившийся при изучении курса «Двойственные преобразования», свидетельствует о мощном стимуле его изучения.

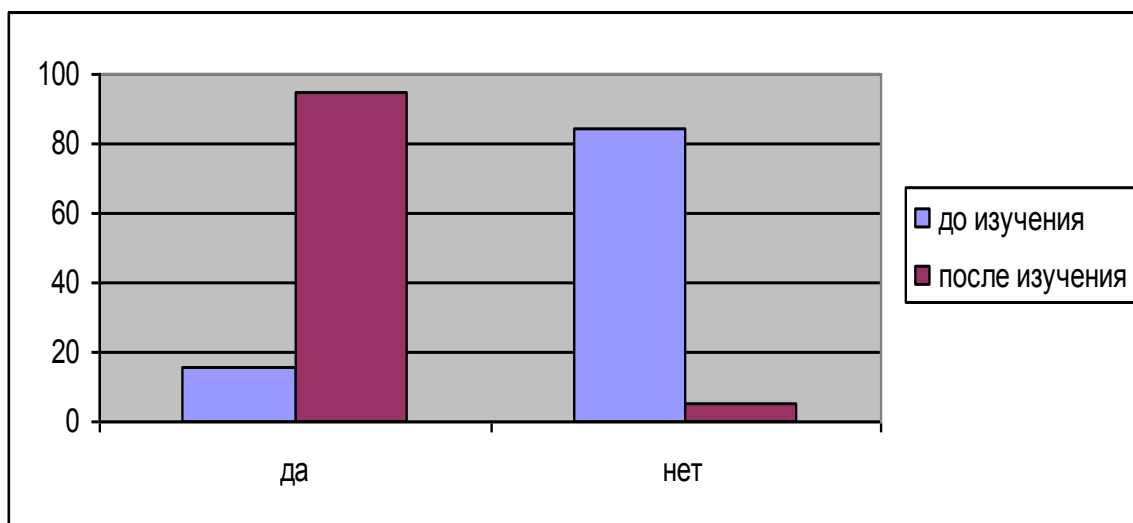
Ответы на III и IV вопросы анкеты позволяют проследить динамику творческой активности учащихся. Полученные ответы приведены в таблице 7.

**Таблица 7.**

№	Вопрос	да		нет	
		абсолютное	процентное	абсолютное	процентное
III	Принимали ли Вы участие в работе научных конференций по математике до изучения курса «Двойственные преобразования»?	3	16%	16	84%
IV	Принимали ли Вы участие в работе научных конференций по математике после изучения курса «Двойственные преобразования»?	18	95%	1	5%

Эти данные отражены на диаграмме 3:

**Диаграмма 3.**



Таким образом, подавляющее число учащихся проявили творческую активность, выполнив предложенные в курсе «Двойственные преобразования» исследовательские проекты и представив их на IV научно-практической конференции учащихся физико-математического лицея №33 в 2003-2004 уч.г.

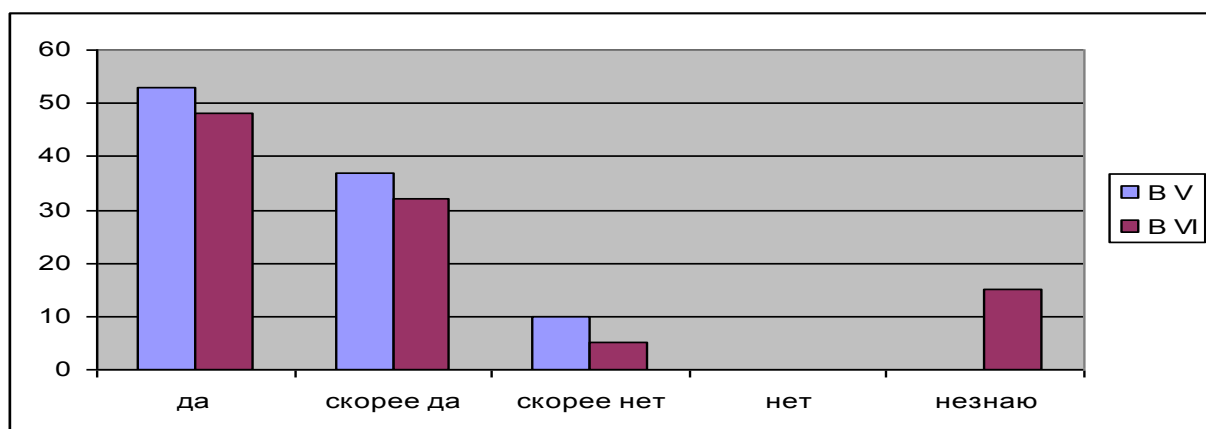
Вопросы анкеты V и VI были нацелены на измерение индекса самостоятельности, характеризующего степень усвоения учащимися теоретических основ курса «Двойственные преобразования», выработку умений применения на практике идеи двойственности и степень уверенности в полученных знаниях. Полученные ответы представлены в таблице 8.

**Таблица 8.**

№	Вопрос	да		Скорее да, чем нет		Скорее нет, чем да		нет		незнаю	
		количество	процент	количество	процент	количество	процент	количество	процент	количество	процент
V	Удалось ли Вам самостоятельно открыть новые факты геометрии с использованием идеи двойственности?	10	53%	7	37%	2	10%	0	0%	0	0%
VI	Будете ли Вы использовать идею двойственности при дальнейшем проведении исследовательской работы по геометрии?	9	48%	6	32%	1	5%	0	0%	3	15%

По данным, приведенным в таблице 8 построена диаграмма 4:

**Диаграмма 4.**



Оценить методику проведения занятий в какой-то мере позволяют и ответы, полученные на VIII вопрос анкеты «Интересны ли были для Вас занятия элективного курса «Двойственные преобразования»?». Большинство учащихся (95%) ответили утвердительно, подтверждая высокую степень удовлетворенно-

сти занятиями элективного курса «Двойственные преобразования» и эффективность используемых методик.

О степени влияния курса на мировоззренческие представления учащихся о геометрии и математике вообще позволяют судить ответы на VII вопрос анкеты. Распределение ответов на этот вопрос представлено в таблице 9.

**Таблица 9.**

№	Вопрос	да		Скорее да, чем нет		Скорее нет, чем да		нет		незнаю	
VIII	Изменило ли знакомство с принципом двойственности Ваши представления о математике?	14	74%	3	16%	1	5%	0	0%	1	5%

Таким образом, 74% учащихся отмечают существенное влияние элективного курса «Двойственные преобразования» на формирование их представлений о математике как о науке познания окружающего мира, отражающей устройство реальной действительности. О том, что математические методы не всегда являются чистой математической абстракцией, а универсальность многих из них, обеспечивается их реальным существованием в устройстве мироздания.

Для определения эффективности разработанной методической системы по результатам анкетирования были вычислены следующие показатели:

- **индекс удовлетворенности занятиями**, вычисляемый по формуле  $I_{уд} = \frac{a_8 + 0,5 \cdot b_8 - 0,5 \cdot c_8 - d_8}{a_8 + b_8 + c_8 + d_8}$ , где  $a_8, b_8, c_8, d_8$  – обозначают количество учащихся выбравших соответственно 1-5 ответы на 8 вопрос анкеты;
- **индекс мотивации  $I_{мот}$**  (формируемый на основе ответов на вопросы I и II);
- **индекс творческой активности  $I_{тв}$**  (IV вопрос анкеты);
- **индекс самостоятельности  $I_{сам}$**  (V, VI вопросы анкеты).

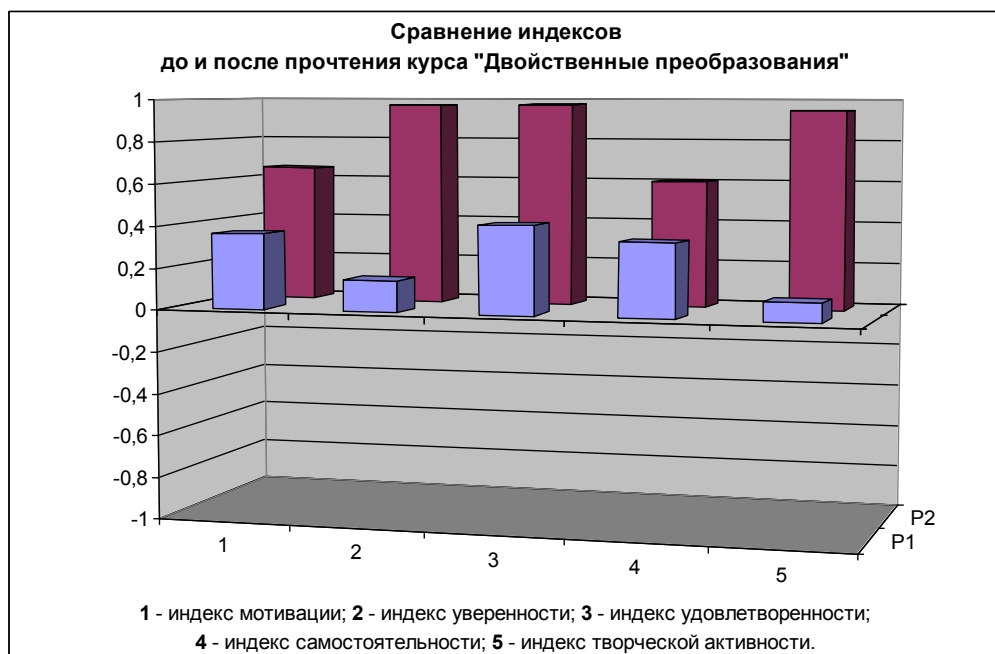
Рассмотренные выше индексы рассчитываются по формуле, аналогичной формуле для вычисления индекса удовлетворенности занятиями. Результаты проведенных расчетов представлены в таблице 10.

Таблица 10.

$I_{уд}$	$I_{мот}$	$I_{тв}$	$I_{сам}$
0, 974	0, 658	0, 972	0, 605

Соотношение указанных индексов до и после прочтения элективного курса «Двойственные преобразования» представлено на диаграмме 5.

Диаграмма 5.



Эффективность применяемой методики обучения подтверждается и мнениями учащихся. Приведем некоторые их высказывания:

- Мои представления о математике сильно изменились. Теперь я понимаю, что математика – это не просто решение каких-то уравнений и задач, а наука, отражающая устройство реального мира и обладающая методами, способными описать и изучить его, открыть его тайны;

- Никогда не думала, что смогу самостоятельно открывать новые теоремы. Раньше думала, что это могут только взрослые ученые-математики;

- Очень интересный курс. Я рад, что учусь в этом лицее и у меня есть возможность посещать подобные занятия.

Таким образом, результаты обработки анкетного опроса учащихся показали, что они в целом достаточно высоко оценивают содержание элективного

курса «Двойственные преобразования» и методику, примененную для его изучения.

Результаты проведенного исследования свидетельствуют об эффективности применения методической системы обучения курсу «Двойственные преобразования», характеризующейся

- формированием устойчивой мотивации в обучении;
- высоким уровнем усвоения теоретического материала;
- умением использовать принцип двойственности при решении различного рода практических задач;
- умением самостоятельно проводить исследовательскую работу по математике и открывать новые математические факты с использованием идей, заложенных в курсе «Двойственные преобразования».

Тем самым мы экспериментально обосновали эффективность использования методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского об использовании принципа двойственности в обучении математике в современном математическом образовании.

### **Выводы по третьей главе**

В третьей главе диссертационного исследования разработаны теоретико-методические основы элективного курса «Двойственные преобразования», развивающего идею Д.Д. Мордухай-Болтовского о построении школьного курса геометрии на основе принципа двойственности. Тем самым решена четвертая задача исследования.

Принцип двойственности возведен в ранг методического принципа, позволяющего структурировать содержание школьного курса геометрии и реализующего основные идеи эвристического, развивающего и личностно-ориентированного обучения математике.

Тем не менее, анализ проблемы этой части исследования показал, что построение курса геометрии общеобразовательной школы на основе принципа двойственности – предмет дальнейшего изучения. На современном этапе разработанности этой проблемы уместно познакомить учащихся с идеей двойствен-

ности в рамках элективного курса, ориентируясь на его использование в профильных математических школах и классах.

Концептуальные основы курса «Двойственные преобразования» составляют следующие современные психолого-педагогические и методические концепции математического образования:

- концепция развивающего обучения;
- концепция личностно-ориентированного обучения и воспитания;
- концепция профилизации среднего образования;
- концепция использования современных технологий обучения;
- концепция метапредметности содержания образования;
- концепция двойственности абстрактного знания.

Как показано выше, математическая компонента идей Д.Д. Мордухай-Болтовского, заложенных в курсе «Двойственные преобразования», не утратила своей актуальности и способна реализовать такие функции математического образования, как мировоззренческая, воспитательная, развивающая, эвристическая, прогностическая, эстетическая, практическая, информационная, креативно-оценочная, корректирующая и интегрирующая.

В основу отбора содержания курса были положены принципы: 1) преемственности содержания; 2) специальной направленности; 3) фундаментальности и усиления методологической составляющей; 4) вариативности; 5) минимизации; 6) значимости персоналистического компонента; 7) функциональной полноты компонентов содержания; 8) соответствия современному уровню развития методической и педагогической науки.

В процессе реализации курса «Двойственные преобразования» использовались такие современные технологии обучения математике, как:

- проблемно-исследовательские технологии обучения;
- технология проектного обучения математике;
- технология эвристического «погружения»;
- технологии индивидуализированного обучения;
- технология организации творческих мастерских конструирования знаний;



- информационные и компьютерные технологии.

Цели построенной на основе идей Д.Д. Мордухай-Болтовского методической системы (личностные, предметные, креативные, когнитивные, организаторские) адекватны целям современного математического образования.

В результате проведения опытно-экспериментальной работы по внедрению элективного курса «Двойственные преобразования» в процесс подготовки учащихся 8-10 классов физико-математического лицея №33 г. Ростова-на-Дону установлено:

1. Наличие устойчивой мотивации к изучению курса «Двойственные преобразования» и курса геометрии в целом.

2. Обеспечение высокого уровня усвоения теоретического материала курса «Двойственные преобразования» и умений использования принципа двойственности при решении различного рода практических задач.

3. Положительная динамика роста геометрической компетентности учащихся способствует росту и качеству самостоятельно проводимой исследовательской работы по математике с использованием заложенных в курсе идей.

4. Значительная степень влияния курса «Двойственные преобразования» на формирование мировоззренческих представлений учащихся о геометрии и математике вообще.

5. Положительная динамика роста индексов творческой активности, самостоятельности и удовлетворенности учащихся занятиями курса, а также высокая оценка степени влияния курса на их математическую подготовку.

Анализ опыта изучения курса «Двойственные преобразования» в рамках профильного обучения математике на старшей ступени общего образования свидетельствует об эффективности реализации методических идей Д.Д. Мордухай-Болтовского в современном математическом образовании. Таким образом, нами решена последняя задача исследования и обоснована сформулированная во введении гипотеза.

## Заключение

В результате проведенного исследования нами была достигнута основная цель, подтверждена выдвинутая гипотеза и получены позитивные результаты в решении всех поставленных задач. Это позволяет нам обосновать выносимые на защиту положения, сформулированные во введении.

1. В исследовании предложена достаточно целостная, приведенная в систему, дополненная новыми фактами и документально уточненная творческая биография Д.Д. Мордухай-Болтовского, что сделано нами в первой главе диссертации.

В процессе исследования нами обнаружены, изучены и систематизированы материалы о творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского, позволившие:

- выполнить обзор исследований о Д.Д. Мордухай-Болтовском, подтверждающий интерес математической и методической общественности к личности, творчеству и научному наследию ученого (п.1.1.);

- ввести в научный оборот биографические сведения о родословной (1200-2004 гг.), детстве и годах учебы Д.Д. Мордухай-Болтовского (п.1.2.);

- инициировать создание творческой биографии Д.Д. Мордухай-Болтовского; произвести её периодизацию: варшавский период 1898-1915 гг. (п.1.3.1.), ростовский период 1915-1947 гг. (пп.1.3.2.1.- 1.3.2.4.) и последние годы жизни 1947-1952 гг. (п.1.3.2.5.);

- раскрыть роль Д.Д. Мордухай-Болтовского как организатора первой научной математической школы на Дону и организатора высшего математического (в том числе математико-педагогического) образования в этом регионе (п.1.3.3.);

- охарактеризовать ранее неизвестную публицистическую деятельность ученого 1917-1918 гг. (п.1.3.4.).

При проведении этой части исследования были использованы: а) более трехсот документов из шести различных архивов страны; б) записанные нами воспоминания учеников и коллег Д.Д. Мордухай-Болтовского; в) беседы с род-

ственниками и материалы семейного архива Болтовских; г) публикации в местной периодической печати, освещающие педагогическую и публицистическую деятельность Д.Д. Мордухай-Болтовского; д) работы предыдущих исследователей жизни и научного творчества ученого.

*2. Представленное и проанализированное в диссертации методическое наследие Д.Д. Мордухай-Болтовского внесло существенный вклад в развитие теории и методики обучения математике и должно занять достойное место в истории отечественного математического образования. Это положение обосновано нами во второй главе диссертационного исследования.*

Анализ опубликованных методических работ, обнаруженных нами в архивах рукописей и сохранившихся в частных коллекциях курсов лекций Д.Д. Мордухай-Болтовского, составляющих методическое наследие ученого, позволили:

- выполнить общий обзор методического наследия ученого, позволяющий охарактеризовать его методические и педагогические приоритеты (п.2.1);
- выявить и проанализировать исследования ученого по актуальным вопросам теории школьного математического образования (п.2.2.);
- рассмотреть предложенные Д.Д. Мордухай-Болтовским решения избранных проблем методики обучения геометрии в школе (п.2.3.);
- показать актуальность и ценность методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского, оценить его вклад в развитие теории и методики отечественного математического образования.

*3. Многие разработанные Д.Д. Мордухай-Болтовским методико-математические проблемы не потеряли своей актуальности и могут служить эталоном-образцом для создания современных методических систем школьного математического образования. Обоснование теоретической части этого положения проведено нами во 2 главе диссертации. Опыт реализации его практической компоненты описан в главе 3.*

В качестве актуальных методических проблем из методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского нами выделены:

- проблемы методики использования эвристических методов в обучении математике (п.2.2.1.);
- проблемы историзации школьного математического образования (п.2.2.2.);
- проблемы логики построения школьного курса геометрии (п.2.3.1.);
- проблемы школьного геометрического доказательства (п.2.3.2.);
- проблемы использования геометрических моделей и развития пространственного воображения учащихся (п.2.3.3.) и др.

В роли исторического эталона-образца для создания современной методической системы школьного математического образования мы использовали исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского о применении принципа двойственности в качестве концептуального положения в построении логики школьного курса геометрии.

В п.3.1. обобщен и систематизирован имеющийся опыт использования принципа двойственности при изучении геометрии в средней школе, показана целесообразность ознакомления учащихся с этим принципом в рамках элективного метапредметного курса «Двойственные преобразования».

В п.3.2. разработаны теоретико-методические основы и создана методическая система курса «Двойственные преобразования», которая включает в себя: 1) концептуальные основы курса; 2) гуманитарно-ориентированное содержание; 3) целостную структуру личности; 4) цели изучения курса и 5) технологии обучения.

*4. Представленный в диссертации элективный курс «Двойственные преобразования» реализует одну из продуктивных идей Д.Д. Мордухай-Болтовского о построении школьного курса геометрии, построен на основе современных концепций математического образования и может быть эффективно использован в современном профильном математическом образовании. Это положение обосновано нами в третьей главе диссертации.*

Разработка содержательных основ и методического аппарата курса «Двойственные преобразования», привели к:

- созданию полиструктурной программы курса, включающей: 1) методическую систему курса «Двойственные преобразования», в которой представлена общая характеристика курса, его основных функций в среднем математическом образовании, цели курса и организация его изучения (п.3.2.2.); 2) содержание курса и основные принципы его отбора (п.3.2.1. и приложение №3); 3) тематику исследовательских проектов; 4) список литературы к каждому занятию;

- разработке тематического плана курса «Двойственные преобразования», опорных конспектов занятий, включающих тему, цель, собственно план, список рекомендуемой литературы, тематику общих и индивидуальных исследовательских проектов, инвариантную часть содержания занятия (приложение №3).

В параграфе 3.2. (п.3.2.1.) представлены современные концепции математического образования, составляющие основы курса «Двойственные преобразования».

Отбор содержания курса «Двойственные преобразования» основан на следующих принципах: 1) преемственности содержания; 2) специальной направленности; 3) фундаментальности и усиления методологической составляющей; 4) вариативности; 5) минимизации; 6) значимости персоналистического компонента; 7) функциональной полноты компонентов содержания; 8) соответствия современному уровню развития методической и педагогической науки.

При разработке программы курса с учетом указанных принципов отбора содержания были выделены такие разделы как «Принцип двойственности в элементарной геометрии», «Конструктивное определение двойственных преобразований», «Взаимные теоремы школьного курса геометрии», «Использование двойственных преобразований в решении задач», «Использование двойственных преобразований для конструирования теорем». Последние три раздела были представлены в нескольких направлениях, а именно: 1) геометрия треугольника; 2) геометрия четырехугольника; 3) геометрия окружности.

В качестве ведущих технологий обучения использовались: 1) проблемно-исследовательские технологии обучения; 2) технология проектного обучения; 3) технология эвристического «погружения»; 4) технологии индивидуализиро-

ванного обучения; 5) технология организации творческих мастерских конструирования знаний; 6) информационные и компьютерные технологии.

Проведение опытно-экспериментальной работы по внедрению элективного курса «Двойственные преобразования» в процесс профильной подготовки учащихся физико-математического лицея №33 г.Ростова-на-Дону (п.3.3, п.3.4) позволило сделать вывод о его высокой эффективности, что проявилось в:

- формировании устойчивой мотивации к изучению курса «Двойственные преобразования» и курса геометрии в целом;

- обеспечении высокого уровня усвоения теоретического материала курса «Двойственные преобразования» и умений учащихся использовать принцип двойственности при решении геометрических задач различного типа;

- положительной динамике роста числа самостоятельных исследовательских работ по математике с использованием идей, заложенных в курсе «Двойственные преобразования»;

- существенном влиянии курса на формирование мировоззренческих представлений учащихся;

- высокой динамике роста индексов творческой активности, самостоятельности и удовлетворенности учащихся занятиями элективного курса.

Перечисленные факторы говорят о высокой эффективности курса «Двойственные преобразования» в профильной подготовке учащихся специализированных школ и классов, а также об адекватности выбранных нами форм, методов и средств, используемых в процессе его изучения, основным целям и задачам современного математического образования.

*5. Выполненное исследование и практическая деятельность автора (атрибуция захоронения ученого, создание музейной экспозиции в РГПУ, организация установки мемориальной доски по одному из адресов педагогической деятельности ученого и др.) служат объективизации истории математического образования в России и на Дону, выполняют функции научной и практической реабилитации некоторых фрагментов жизни, творческой деятельно-*

*сти и научного наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского*, что является обоснованием пятого положения, выносимого на защиту.

Итак, в результате проведенного нами исследования обоснованы все выносимые на защиту положения, решены все поставленные задачи, что обеспечило достижение основной цели исследования и подтвердило сформулированную во введении гипотезу.

Проведенное исследование открывает ряд направлений для последующей разработки проблем:

а) связанных с дальнейшим изучением методического наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского:

- обучения математике в высшей школе в методическом наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского;

- организации научной исследовательской работы студентов по математике;

- организации методической аспирантуры по математике и др.

б) связанных с изучением научного наследия Д.Д. Мордухай-Болтовского:

- математические исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского в рамках решения проблем Д. Гильберта;

- научные связи Д.Д. Мордухай-Болтовского с ведущими математиками XX в.;

- Д.Д. Мордухай-Болтовской как основоположник отечественной математической биологии;

- психолого-педагогические исследования Д.Д. Мордухай-Болтовского;

- философское наследие выдающегося мыслителя Д.Д. Мордухай-Болтовского;

- анализ историко-математических исследований Д.Д. Мордухай-Болтовского;

- Д.Д. Мордухай-Болтовской как основоположник отечественной эпистемологии и др.

в) продолжающих разработку вопроса о построении курса геометрии средней школы на основе принципа двойственности.

## Литература

1. *Александров А. Д.* Геометрия. БСЭ, Изд. 2-е, т. 10, 1952. С. 546.
2. *Александров А. Д.* Лобачевского геометрия. БСЭ, Изд. 2-е, т. 25, 1954. С. 320.
3. *Алферов Ж.И., Садовничий В.А.* Роль образования и науки в укреплении государства и развитии экономики страны // Образование, которое мы можем потерять / Сб. под общей ред. В.А. Садовничего. -М.: Изд-во МГУ: Ин-та компьютерных исследований, 2002.-288 с. С.11-16.
4. *Арнольд В.И.* Что ждет школу в России? // Образование, которое мы можем потерять / Сб. под общей ред. В.А. Садовничего. -М.: Изд-во МГУ: Ин-та компьютерных исследований, 2002.-288 с. С.39-44.
5. *Архив* Академии наук СССР. Обзорение архивных материалов, т. 4. М.-Л. АН СССР, 1959. С. 17-20 (2). (Труды Архива АН СССР. Вып. 16).
6. *Бабанский Ю.К., Потаешник М.М.* Оптимизация педагогического процесса. -К.: Рад. Школа, 1983.
7. *Башмакова И.Г., Маркушевич А.И.* "Начала" Евклида. БСЭ. Изд. 2-е, т. 29, 1954. С. 311.
8. *Башмакова И.Г., Ожигова Е.П.* Исследования по истории математики // Вопросы истории естествознания и техники. Вып. 3-4.-М.: Наука, 1971.
9. *Белозеров С.Е.* Математика в Ростовском университете. Историко-математические исследования, Вып. 6, 1953.
10. *Белозеров С.Е.* Очерки истории Ростовского университета. -Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 1959. С. 223-224.
11. *Белозеров С.Е.* Пять знаменитых задач древности (История и современная теория). -Ростов н/Д: Изд-во РГУ, 1975.
12. *Белозеров С.Е., Миесерова С.И., Ткачева В.А.* Механико-математический факультет Ростовского университета. Вып.2.-Ростов-н/Д, 1972.
13. *Бердяев Н.А.* Смысл истории. -М., 1990.
14. *Бермант А.Ф., Маркушевич А.И.* Теория функций комплексного переменного // Математика в СССР за тридцать лет 1917-1947. -М.-Л.:ОГИЗ., 1948.
15. *Беспалько В.П.* Слагаемые педагогической технологии. -М.: Педагогика, 1989.-192 с.
16. *Биркгоф Г.* Математика и психология. -М., 1977.
17. *Бобынин В.В.* Цели, формы и средства введения исторических элементов в курс математики средней школы // Труды I Всероссийского съезда преподавателей математики. -СПб., 1913. Т.1. С.129-149.
18. *Боголюбов А.Н.* Математики. Механики. Биографический справочник. -К.: Наукова думка, 1983. С.334-335.
19. *Боголюбов А.Н., Матвиевская Г.П.* Всеволод Иванович Романовский. 1879-1954. -М.: Наука, 1997.



20. **Боголюбов А.Н., Розенфельд Б.А., Юшкевич А.П.** История математики. История отечественной математики в четырех томах, 1917-1967, т. 4, кн.2. -Киев: Наукова думка, 1970. С. 458. 459-461, 463, 468,490, 495.
21. **Боголюбов А.Н., Розенфельд Б.А., Юшкевич А.П.** История математики. История отечественной математики в четырех томах, т. 3, 1917-1967. –Киев: Наукова думка, 1968. С. 14, 28, 76, 134, 157.
22. **Бондаревская Е.В.** Воспитание как возрождение человека культуры и нравственности. -Ростов-н/Д: Изд-во РГПИ, 1991. -24 с.
23. **Бородин А.И., Бугай А.С.** Биографический словарь деятелей в области математики. -К.: Радянська школа, 1979. С.355-356.
24. **Боярский М.Д.** Реализация педагогического потенциала общего математического образования в развитии познавательных интересов личности. Дисс. канд. пед. наук. Екатеринбург, 1999. –196 с.
25. **Бреус И.А.** Развитие пространственного воображения будущих учителей математики в процессе их геометрической подготовки. Дисс. канд. пед. наук. Ростов-н/Д, 2002. –200 с.
26. **Буймола Г.Л.** Проективная геометрия. История отечественной математики в четырех томах, т. 3. 1917-1967.-Киев: Наукова думка, 1968. С. 430-431.
27. **Бычков Б.П.** Международная комиссия по математическому образованию // Математика в школе. №5, 1970. С.83-86
28. **Бюшгенс С.С., Глаголов А.А.** Синтетическая геометрия. Математика в СССР за тридцать лет 1917-1947.-М.-Л.: ОГИЗ, 1948.
29. **Вендровская Р.Г.** Ведущие тенденции развития методов обучения в отечественной школе советского периода // Историко-педагогические основания стратегии развития отечественного образования. -М., 1994. С.34-51.
30. **Войцехович В.Э.** Господствующие стили математического мышления // Стили в математике: социокультурная философия математики / Под ред. А.Г. Барабашева. –СПб.: Изд-во РХГИ, 1999. С.495-504.
31. **Выгодский М.Я.** "Исследования" Мордухай-Болтовского. О книге Д.Д. Мордухай-Болтовского "Исследования о происхождении некоторых основных идей современной математики". На борьбу за материалистическую диалектику в математике. -М.-Л.: Гос. науч.-техн. изд-во, 1931. С. 183-191.
32. **Выгодский М.Я.** О новых работах проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского. (Исследования о происхождении некоторых основных идей современной математики). Естествознание и марксизм, 1929. № 3. С. 154-160.
33. **Ганеев Х.Ж.** Теоретические основы развивающего обучения математике: Монография. Урал. гос. пед. ун-т. -Екатеринбург, 1996.–81 с.
34. **Гегузин И.М.** Невыдуманные истории // «Вечерний Ростов» №199 (8964) от, 30 августа 1988 г. С.3.
35. **Гегузин И.М.** Студенческие годы Александра Солженицына // Студенческий меридиан, 1990. №7. С.24-26.
36. **Гельфонд А.О.** Теория чисел. Математика в СССР за тридцать лет 1917-1947.-М.-Л.: ОГИЗ, 1948. С. 63-64, 67.
37. **Геометрические** построения. БСЭ, Изд. 2-е, т. 10, 1952. С. 532-533.
38. **Гнеденко Б.В.** Знание истории науки преподавателю школы // Математика в школе, 1993. №3. С.30-32.

39. **Горностаев П.В.** Историко-педагогическое прогнозирование в области общего образования взрослых // Историко-педагогические исследования и проблемы развития современного отечественного образования. -М., 1993.
40. **Груденов Я.И.** Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990.
41. **Гульчевская В.Г., Шевченко Т.М.** Экспериментальная апробация личностно-ориентированного образования//Практические советы учителю. В.4.2002.
42. **Гусев В.А.** Геометрия. 5-6 классы: Учебное пособие. -Русское слово, 2002.
43. **Далингер В.А.** Содержание и роль курса «История методики преподавания математики» в подготовке магистров физико-математического образования // Актуальные проблемы подготовки будущего учителя математики. Историко-математический и историко-методический аспекты. Межвуз. сб. науч. трудов. Вып.4. / Под ред. Ю.А. Дробышева и И.В. Дробышевой. -Калуга: Изд-во КГПУ, 2002. С.109-113.
44. **Добровольский В.А., Пясковский Б.В.** Математика в Ростовском университете, Варшавском, Донском и Рижском политехнических институтах. История отечественной математики в четырех томах, т. 2, 1801-1917.-Киев: Наукова думка, 1967. С. 527, 528, 530, 531, 559, 565, 567, 568, 572. 584. 588. 593.
45. **Доклады** читанные на 2-м Всероссийском съезде преподавателей математики в Москве. -М., 1915.
46. **Дорофеев Г.В.** Гуманитарно-ориентированный курс – основа учебного предмета «Математика» в общеобразовательной школе // Математика в школе, 1997. №4. С.59-66.
47. **Дорофеев Г.В.** О принципах отбора содержания школьного математического образования // Математика в школе, 1990. №2.
48. **Дорофеева А.В.** Гуманитарные аспекты преподавания математики // Математика в школе, 1990. №6. С.12-13.
49. **Дробышева И.В., Дробышев Ю.А.** О факторах формирования духовных способностей учащихся при обучении математике // Формирование духовной культуры личности в процессе обучения математике в школе и вузе. Тезисы докладов XX Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов. -Вологда: Изд-во «Легия», 2001. С.50-51.
50. **Егоров С.Н.** Образование и нравственность: опыт истории и прогноз // Историко-педагогические исследования и проблемы развития современного отечественного образования. -М., 1993. С.36-38.
51. **Епишева О.Б.** Общая методика преподавания математики в средней школе: Курс лекций. Учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. вузов. – Тольский: ТГПИ, 1997. – 191 с.
52. **Епишева О.Б.** Специальная методика обучения геометрии в средней школе: Курс лекций. Учебное пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. вузов. – Тольский: ТГПИ, 2002. – 138 с.
53. **Ерусалимский Я.М., Коробейник Ю.Ф., Налбандян М.Б., Рожанская Н.Н.** Механико-математический факультет Ростовского госуниверситета. Краткий исторический очерк. -Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 1989.
54. **Ефимов Н.В.** Геометрия "в целом". Математика в СССР за сорок лет. 1917-1957, т. 1.-М.: Физматгиз, 1959. С. 952.
55. **Зинченко В.П.** О целях и ценностях образования//Педагогика, 1997. №5.

56. **Зорина Л.Я.** О воспитании творческого мышления на историко-научном материале // Научное творчество. -М.: Наука, 1968. С.419-422.
57. **Иванов Г.М., Коршунов А.М., Петров Ю.В.** Методологические проблемы исторического познания: Монография. -М.: Высш. школа, 1981. –296 с.
58. **Иванова Т.А. и др.** Теоретические основы обучения математике в средней школе: Учебное пособие. -Н. Новгород: НГПУ, 2003.- 320 с.
59. **Известия** Северо-Кавказского университета. Посвящается 30-летнему юбилею научно-педагогической деятельности Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского. –Ростов-н/Д, 1928, т.3(15).–231с.
60. **Истратов Ю.П.** К вопросу о динамике смены парадигм // Историко-педагогические исследования и проблемы развития современного отечественного образования. -М., 1993. С.45-47.
61. **Ительсон Л.Б.** Математические и кибернетические методы в педагогике. -М.: Просвещение, 1964.
62. **Каган В.Ф.** Основания геометрии. Учение об обосновании геометрии в ходе его исторического развития. Ч. 1. Геометрия Лобачевского и ее предыстория. -М.-Л.: Гостехиздат, 1949.
63. **Калинина Ю.М.** Отец: Рассказ дочери. -М., 1974.
64. **Кирищев Р.И.** Об одной теореме Д.Д. Мордухай-Болтовского // Успехи математических наук, 1956, т.11. Вып. 1. С. 207-208.
65. **Клейн Ф.** Элементарная математика с точки зрения высшей: в 2-х томах. Т.2. Геометрия: Пер. с нем. Под ред. В.Г. Болтянского. -М.: Наука, 1987.-416 с.
66. **Князева Л.Е.** Курс аналитической геометрии в наследии Д.Д. Мордухай-Болтовского// Наука и техника: Вопросы истории и теории. Вып. XVII.-СПб.: СПбФ ИИЕТ РАН, 2001. С.72-73.
67. **Ковалев М.** Аспиранты // Молот, №5273 от 27 декабря 1938 г.
68. **Коксетер Г.С.М., Грейтцер С.Л.** Новые встречи с геометрией. -М.: Наука, 1978.
69. **Колягин Ю.М.** Русская школа и математическое образование: Наша гордость и наша боль. -М.: Просвещение, 2001. –318 с.
70. **Коробейник Ю.Ф., Рожанская Н.Н.** Д.Д. Мордухай-Болтовской (1876-1952) // Пути познания: Биографические очерки. -Ростов-н/Д, 1985. С.146-151
71. **Кропотов А.И., Марон И.А.** М.В.Остроградский и его педагогическое наследие. -М.: Учпедгиз, 1961. –203 С.
72. **Крутецкий В.А.** К вопросу о математических способностях у школьников // Способности и интересы. -М.: Наука, 1962.
73. **Кудрявцев Л.Д.** О реформах образования в России // Образование, которое мы можем потерять / Сб. под общей ред. В.А. Садовниченко. -М.: Изд-во МГУ: Инта компьютерных исследований, 2002.-288 с. С.47-69.
74. **Кузнецова Н.И.** Наука в её истории (методологические проблемы).-М.: Наука, 1977.
75. **Ланков А.В.** К истории развития передовых идей в русской методике математике. -М., 1951. С.125-134.
76. **Лозинский С.М., Натансон И.П.** Метрическая и конструктивная теория функций вещественной переменной // Математика в СССР за сорок лет. 1917-1957, т. 1. -М.: Физматгиз, 1959. С. 378.

77. **Локоть Н.В.** Проблема интегрируемости в конечном виде в работах Д.Д. Мордухай-Болтовского и его учеников // Наука и техника: Вопросы истории и теории. Вып. XVII. -СПб.: СПбФ ИИЕТ РАН, 2001. С.74-75.
78. **Майер Р.А., Колмакова Н.Р.** Статистические методы в психолого-педагогических и социологических исследованиях: Учебное пособие. Часть 1. - Красноярск: Изд-во КГПУ, 1997. – 149 с.
79. **Макаревичус К.** Место мысленного эксперимента в познании. -М.: Мысль, 1971.
80. **Малых А.Е.** Организация и проведение историко-геометрического спецкурса // Интенсификация учебного процесса как средство профессиональной подготовки будущего учителя математики: Тезисы Всероссийского межвузовского семинара. -Ярославль: Изд-во ЯГПИ, 1990. С.79-80.
81. **Мамеева Т.Г., Налбандян М.Б.** О некоторых неопубликованных работах Д.Д. Мордухай-Болтовского // Наука и техника. Вопросы истории и теории. Материалы годичной конференции Ленинградского отделения Советского национального объединения истории и философии естествознания и техники. - Ленинград, 1971. Вып.6. С. 101.
82. **Мандзюк А.И.** О некоторых теоремах проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского и японского математика Огино Судзуки // Труды научно-технической конференции Военно-трансп. акад., т. 2.-Л., 1938. С. 61-64.
83. **Мандзюк А.И.** Обобщение теоремы проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского о квадратных диаметрах кривых третьего порядка // Труды московского зоотехнического института. №4.-М., 1936. С.133-135.
84. **Математика** в СССР за сорок лет. 1917-1957, т. 2. Библиография. -М., 1959.
85. **Математика:** Хрестоматия по истории, методологии, дидактике / Сост. Г.Д. Глейзер.- М.: Изд-во УРАО, 2001.-384 с.
86. **Медведев Ф.А.** О математической бесконечности в Древней Греции в толковании Д.Д. Мордухай-Болтовского. -М., 1990.
87. **Метелька И.** Замечания к статье Д.Д. Мордухай-Болтовского "Трехмерный и четырехмерный аналогон теоремы Паскаля" // Успехи математических наук, 1954. Т. 9. Вып. 3. С. 383-384.
88. **Метельский А.В.** Очерки по истории методики математики. -М., 1979.
89. **Микулинский С.Р., Родный Н.И.** История науки и науковедение // Очерки истории и теории развития науки. -М.: Наука, 1996. С.35-66.
90. **Минковский В.Л.** К пятидесятилетию научно-педагогической деятельности профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского // Математика в школе, 1949, № 2. С.45-47 с портр.
91. **Минковский В.Л., Мокрищев К.К., Налбандян М.Б., Хапланов М.Г.** Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской (к 100-летию со дня рождения) // Вопросы Истории Естествознания и Техники. Вып. 3-4 (56-57), 1977. С.102-103.
92. **Монахов В.М., Малкова Т.В.** О некоторых общеобразовательных аспектах принципа двойственности // Математика в школе, 1979. №3. С.59-61.
93. **Мордкович А.Г.** О профессионально-педагогической направленности математической подготовки будущих учителей // Советская педагогика, 1985. №6. С.52-57.
94. **Мордухай-Болтовской Д.Д.** Буква Ъ // Ростовская речь, №284. 1917.

95. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Воскресший Лазарь // Ростовская речь, №296. 1917.
96. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Воспитание народа // Ростовская речь, № 16. 1918.
97. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Второй Всероссийский съезд преподавателей математики. Философские, методологические и дидактические очерки по поводу докладов съезда // Варшавские университетские известия, 1915. №1. С.1-95.
98. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Геометрия как наука о пространстве // Известия Ростовского пед. ин-та, 1940, т. 10. С. 10-25.
99. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Демократически-индивидуальная педагогика // Ростовская речь, №252. 1917.
100. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Из истории метода наложения в элементарной геометрии // Математическое образование, 1928. № 3. С.107-113.
101. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Из прошлого пятой книги «Начал» Евклида // Математическое образование, 1916. №7. С.255-263, №8. С.277-289.
102. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Исследования о происхождении некоторых основных идей современной математики // Известия Северо-Кавказского ун-та, 1928. Т.3. С.35-129.
103. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Исследовательская работа по математике за десять лет в Ростовском университете. XX лет Ростовского-на-Дону университета. Ученые записки (юбилейный выпуск).-Ростов н/Д, 1935. С.103-107.
104. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* История и методика математического символа // Математика в школе, 1948. №1. С.24-28.
105. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* К открытию физико-математического кружка в Ростове // Приазовский край, №5. 1917.
106. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Массовая психология // Ростовская речь, №261. 1917.
107. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Математика и логика в школе // Математическое просвещение. Сборник статей по элементарной математике и началам высшей, 1935. Вып. 4. С.113-128.
108. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Математика в Ростовском университете // Ростовский университет. Юбилейный сборник. XXV, 1915-1940/ Под редакцией С.Е. Белозерова. -Ростов н/Д, 1941. С.46-52.
109. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Математики и вычислители. Сообщение о докладе на заседании общества естествоиспытателей и психологии математического мышления 13 апреля 1928 г. //Бюллетень научных обществ и учреждений Северо-Кавказского края, 1928. №15/4. С. 4.
110. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Математические и умозрительно-философские исследования основного психофизического закона. -Варшава, 1907.-52 с.
111. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Математические ошибки в науке и школе // Известия Ростовского пед. инта, 1940. Т.10. С.36-51.
112. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Метод исчерпывания // Математическое образование, 1928. №6. С.229-240.
113. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Методика геометрических определений // Математика в школе, 1940. №2. С.1-8.
114. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Методические проблемы, относящиеся к поверхностям и объемам // Математика в школе, 1938. №1. С.34-40.

115. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Методический коллоквиум при кафедре математики Ростовского пед. ин-та//Известия Ростовского пед. ин-та, 1940. Т.10. С.26-35.
116. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Некоторые проблемы школьной геометрической терминологии // Физика, химия, математика и техника в советской школе, 1932. №3. С.49-54.
117. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Ненатуральное и апагогическое доказательство в прошедшем и будущем// Математическое образование,1929.№1.С.19-34.
118. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О взаимных метрических теоремах. -Варшава, 1911. -22 с.
119. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О воспитании народа // Ростовская речь, №11. 1918.
120. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О гипертрансцендентности функции  $\zeta(S,X)$  // Известия Варшавского политехнического института, 1914. Вып. 2. С.1-13.
121. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О законе непрерывности // Вопросы философии и психологии, 1907. Кн. 2 (87). С.168-184.
122. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О моделях ко второй книге «Начал» Евклида // Вестник опытной физики и элементарной математики, 1916. №655-656. С.1-18.
123. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О новейших немецких учебниках по элементарной математике // Физика, химия, математика и техника в советской школе, 1932. №1. С.93-97.
124. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О первом Всероссийском съезде преподавателей математики. -Варшава, 1912. -42 с.
125. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* О школьном геометрическом доказательстве // Физика, химия, математика и техника в советской школе, 1931. №1. С.96-100.
126. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Об академиках, работавших в области физико-математических наук (к двухсотлетию Российской Академии наук) // Известия Северо-Кавказского университета, 1926. Т. 8. С.111-118.
127. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Об аспирантуре в педагогических институтах // Народное образование, 1948. №4. С.39-43.
128. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Об учениках – беженцах // Ростовская речь, №277. 1917.
129. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Об ученических и студенческих организациях // Ростовская речь, № 294. 1917.
130. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Опытные вычисления в уме // Бюллетень научных обществ и учреждений Северо-Кавказского края, 1928. № 13. С. 2.
131. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Основы арифметики в середине XVIII века // Математика в школе, 1941. №4. С.1-5.
132. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Отчет о командировке депутатом на столетний юбилей института инженеров путей сообщения имп. Александра I // Варшавские университетские Известия, 1911. №4. С.1-3.
133. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Очерк научной деятельности Н. Я. Сониной // Варшавские университетские известия, 1916. № 3. С. 1-32.
134. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Перевод и комментарии: Евклид. "Начала" Евклида. Пер. с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при ред. участия М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. -М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. литры, 1948, [т. 1], кн. 1-6, 1948.- 455 с.

135. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Перевод и комментарии: Евклид. "Начала" Евклида. Пер. с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при ред. участии И. Н. Веселовского. -М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит-ры, 1949, [т. 2], кн. 7-10, 1949.-511 с.
136. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Перевод и комментарии: Евклид. "Начала" Евклида. Пер. с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при ред. участии И. Н. Веселовского. -М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит-ры, 1950, [т. 3], кн. 11-15, 1950.-331 с.
137. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Поход на интеллигенцию // Ростовская речь, №269. 1917.
138. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Принцип непрерывности и его методическое значение // Ученые записки Пятигорского пед. ин-та, 1950. Т.7. С.3-12.
139. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Психология и метафизика сновидений // Гуманитарные и социально-экономические науки, №1-3, 2002.
140. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Психология математического мышления // Вопросы философии и психологии, 1908. Кн. 4 (94). С.491-534.
141. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям. Вып.1. Теория пределов, дифференцирование и интегрирование функций. -Варшава, 1907. -426 с.
142. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Систематический сборник элементарных упражнений по дифференциальному и интегральному исчислениям. Т.1. Дифференциальное исчисление. -СПб.: Изд-во Риккера, 1914. -XIV+356 с.
143. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Сказка о стеклянном доме // Ростовская речь, №4. 1918.
144. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Случай и бессознательное // Вопросы философии и психологии, 1912. Кн. I(III). С.97-117.
145. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Социалистический сон // Ростовская речь, №25. 1918.
146. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Труды математического семинария Варшавского университета за 1912 г. -Варшава, 1913. -134 с. (литогр.).
147. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Труды математического семинария Варшавского университета за 1913 г. -Варшава, 1913. -99 с. (литогр.).
148. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Философия. Психология. Математика. -М.: Серебряные нити, 1998.
149. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Философско-математические идеи XVI века // Известия Донского университета, 1919. Т. 2. С.1-48.
150. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Функции в арифметике//Общешкольный журнал. Орган школ взрослых повышенного типа. -Ростов н/Д, 1925. № 1. С.12.
151. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Четыре лекции по философии математики, прочитанные на курсах для преподавателей средней школы летом 1912 г. -Варшава, 1913. -78 с.
152. *Мордухай-Болтовской Д.Д.* Эволюция понятия функции в прошлом и настоящем // Ученые записки Научно-исследовательского института математики и физики при Ростовском ун-те, 1937. Т.1. С.50-52.
153. *Мощанский В.Н.* Принцип историзма в методических исследованиях // Советская педагогика, 1967. №2. С.30-32.

154. **Мрочек В., Филиппович Ф.** Педагогика математики. Исторические и методические этюды. -СПб., 1910. Т.1.
155. **Назаров Н.В.** Методология применения периодизации историко-педагогического процесса в целях прогнозирования стратегии развития образовательных систем // Историко-педагогические исследования и проблемы развития современного отечественного образования.-М., 1993. С.48-50.
156. **Налбандян М.Б.** Из истории преподавания эллиптических функций в России // Материалы 2-й научной конференции аспирантов РГУ. -Ростов-н/Д: Изд-во РГУ, 1960. С.12-14.
157. **Налбандян М.Б.** О некоторых неопубликованных работах Д.Д. Мордухай-Болтовского // XIII международный конгресс по истории науки. Материалы по истории физ.-мат. наук. -М.: Наука, 1971. С.33.
158. **Налбандян М.Б.** Работы петербургских математиков по теории абелевых интегралов и функций (конец XIX – начало XX вв.) // Наука и техника. Вопросы истории и теории. Вып. 10.-М.-Л., 1979. С.75-76.
159. **Налбандян М.Б., Налбандян Ю.С.** Из истории общества естествоиспытателей при Варшавском (Донском, Северо-Кавказском) университете. -Ростов-н/Д: УПЛ РГУ, 1995.
160. **Налбандян М.Б., Налбандян Ю.С.** Проблемы методики преподавания математики в научно-педагогической деятельности профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского // VII Межд. конф. “Математика. Экономика. Экология. Образование”, Тезисы докладов. -Ростов-н/Д: Изд-во РГЭА, 1999. С.283-284.
161. **Налбандян Ю.С.** Научно-педагогическая деятельность профессора Д.Д. Мордухай-Болтовского в Варшаве (1898 - 1916) – Деп. в ВИНТИ 20.07.1998, N 2290-B98.
162. **Несторович Н.М.** 30-летний юбилей проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского // Бюллетень Научных Обществ и Учреждений Северо-Кавказского Края, 1928. №16. С.5.
163. **Несторович Н.М.** Геометрический кабинет СКГУ в его прошлом и настоящем //Известия СКГУ, 1928. Т.3 (15). С.22-30.
164. **Несторович Н.М.** К 30-летию научной и педагогической деятельности проф. Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского // Известия Северо-Кавказского университета, 1928. Т.3(15). С.3-6.
165. **Несторович Н.М.** Краткий обзор деятельности методического colloquium'a при геометрическом кабинете СКГУ в 1928/29 учебном году // Физика, химия, математика и техника в трудовой школе, №8, 1929. С.94-95.
166. **Несторович Н.М.** О работе математического Семинария Варшавского и Донского университета, руководимого проф. Д.Д. Мордухай-Болтовским, за 14 лет его функционирования. 1911-1924 гг. // Известия СКГУ, 1928. Т.3(15). С.12-21.
167. **Несторович Н.М.** О работе методического Colloquium'a по математике при Геометрическом кабинете СКГУ, руководимой проф. Д.Д. Мордухай-Болтовским // Известия СКГУ, 1928. Т.3(15). С.31-34.
168. **Несторович Н.М.** По поводу 40-летия научной, педагогической и общественной деятельности проф. Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского // Известия Ростовского пед. ин-та, 1940. Т.10. С.3-9.



169. **Несторович Н.М.** Список печатных работ проф. Д.Д. Мордухай-Болтовского // Известия СКГУ, 1928. Т.3(15). С.7-12.
170. **Никольский С.М.** О математике в общеобразовательных школах // Образование, которое мы можем потерять / Сб. под общей ред. В.А. Садовниченко. -М.: Изд-во МГУ: Ин-та компьютерных исследований, 2002.-288 с. С.81-92.
171. **Образование** в поисках человеческих смыслов / Под ред. Е.В. Бондаревской. -Ростов-н/Д: Изд-во РГПУ, 1995.-216 с.
172. **Окунев А.А.** Как учить не уча. –СПб: Питер Пресс, 1996. – 448 с.
173. **Пинкевич А.П.** Советская педагогика за десять лет (1917-1927).-М., 1927.
174. **Пистрак М.П.** Этюды по геометрии // Журнал Московского математического кружка, 1916. №8. С.303-317.
175. **Платон.** Собрание сочинений. -М.,1999.
176. **Пойа Дж.** Математическое открытие. -М.: Наука, 1976. –304 с.
177. **Покровский М.Н.** Вопросы преподавания исторических дисциплин.-М., 1926. -187 с.
178. **Поляков А.Н.** Роль развертки в системе упражнений по стереометрии // Ученые записки РГПИ. Вып.3, 1955. С.117-127.
179. **Полякова Т.С.** Исследование дидактических затруднений учителей и средств их предупреждения в процессе обучения в педвузе. Дисс. канд. пед. наук. -Ростов-н/Д, 1977.-199 с.
180. **Полякова Т.С.** Историко-методическая подготовка учителя математики: Методический аппарат. -Ростов н/Д: Изд-во РГПУ, 1977 – 64 с.
181. **Полякова Т.С.** Историко-методическая подготовка учителя математики в педагогическом университете. Дисс. на соиск. уч. степ. д.п.н. – С.-Петербург, 1998. – 391 с.
182. **Полякова Т.С.** История математического образования в России, -М., 2002. - 624 с.
183. **Полякова Т.С., Пырков В.Е.** Учебные пособия для высшей школы Д.Д.Мордухай-Болтовского// Наука и техника: Вопросы истории и теории. Вып. XVII.-СПб.: СПбФ ИИЕТ РАН, 2001. С.77-78.
184. **Полякова Т.С., Пырков В.Е.** Тема интеллигенции в публицистике Д.Д. Мордухай-Болтовского 1917-1918 гг. // Наука и Образование. Известия Южного отделения Российской Академии Образования и Ростовского Государственного Педагогического Университета. Вып.2.- 2004. С.142-150.
185. **Полякова Т.С., Пырков В.Е.** Методическое наследие выдающихся отечественных математиков как источник создания современных методических систем обучения математике // «Математика в современном мире»: Материалы II Российской научно-практической конференции.- Калуга: Изд-во КГПУ, 2004. С.62-70.
186. **Полякова Т.С., Романов Ю.В.** Структура и содержание историко-математической подготовки будущих учителей математики в педуниверситете // Материалы VI межвузовской научно-практической конференции «Проблемы педагогической инноватики».-Тобольск: Изд-во ТГПИ, 2001. Ч.4. С.38-40.
187. **Попков В.В.** Двойственность // Тектологический альманах. Вып.1. М.-2000. С.4-67.

188. **Попков В.В.** Двойственность: концепция и структура познавательной модели // Материалы международной конференции посвященной 100-летию со дня рождения Бергаланфи., М.-2001.
189. **Попков В.В.** Теория двойственности: аксиоматический подход // Вестник международного института А. Богданова. Вып. 11. М.-2002.
190. **Попов С.И.** Формирование научного мировоззрения школьников: психологический аспект // Советская педагогика, 1991. №6.
191. **Прилежаева М.** Собрание сочинений в 3-х томах. Том 2. С берегов Медведицы. -М., 1974
192. **Профессора** естественно-научных факультетов и институтов РГУ: Справочник (1915-2000 гг.),-Ростов-н/Д, 2000.
193. **Пырков В.Е.** “Я жил в других мирах ...” - о профессоре Д.Д. Мордухай-Болтовском// Гуманитарные и социально-экономические науки, №1, 2002.
194. **Пырков В.Е.** Анализ Д.Д. Мордухай-Болтовского работы Всероссийских Съездов преподавателей математики // Актуальные проблемы подготовки будущего учителя математики. Историко-математический и историко-методический аспекты. Межвузовский сборник научных трудов. Вып.4.-Калуга: Изд-во КГПУ, 2002. С.131-136.
195. **Пырков В.Е.** Возможности использования метода двойственности в школьном курсе геометрии // Тезисы докладов студенческой научной конференции. -Ростов н/Д: Изд-во РГПУ, 1999. С.135-136.
196. **Пырков В.Е.** Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской и его методическое наследие // Практические советы учителю: Методический журнал. -Ростов н/Д: Изд-во РО ИПК и ПРО, 2003. №8. С.32-34.
197. **Пырков В.Е.** Как я организую общение учеников с математикой // Практические советы учителю: Методический журнал. -Ростов н/Д: Изд-во РО ИПК и ПРО, 2003. №8. С.29-32.
198. **Пырков В.Е.** Математика: «Двойственные преобразования в геометрии». Программа предметно-ориентированного элективного курса по предпрофильной подготовке в 8-9 классах / в книге: Гульчевская В.Г. Курсы по выбору в предпрофильном обучении учащихся. Научно-методическое пособие. -Ростов-н/Д: Изд-во РО ИПК и ПРО, 2004. С.30-46.
199. **Пырков В.Е.** О возможности применения принципа двойственности в школьном курсе геометрии // Практические советы учителю: Методический журнал. -Ростов н/Д: Изд-во РО ИПК и ПРО, 2003. №8. С.34-36.
200. **Пырков В.Е.** Применение принципа двойственности в задачах геометрии построения // Тезисы докладов студенческой научной конференции. -Ростов н/Д: Изд-во РГПУ, 1998. С.221-222.
201. **Пырков В.Е.** Факультативный курс «Двойственные преобразования». Программа курса // Практические советы учителю: Методический журнал. -Ростов н/Д: Изд-во РО ИПК и ПРО, 2003. №8. С.36-47.
202. **Равкин З.И.** Развитие образования в России: новые ценностные ориентиры // Педагогика, 1995. №5. С.87-90.
203. **Равкин З.И.** Теоретические аспекты историко-педагогического обоснования стратегии современного отечественного образования // Историко-педагогические основания стратегии развития отечественного образования. -М., 1994. С.3-10.

204. *Репрессированная наука* / Под ред. Ярошевского М.Г. –Л. 1991.-556 с.
205. *Решетова Н.А.* Интеллигенция Дона и революция (1917-первая половина 1920-х гг.).-М.: РОССПЭН, 1998.
206. *Римская З.Н.* Из истории Новочеркасских высших женских курсов (1910-1918 гг.) // Известия областного музея краеведения. Вып.8.-Ростов-н/Д, 2000.-172 с.
207. *Рогаченко В.Ф.* Рецензия на кн.: "Начала" Евклида. Пер. с греч. и коммент. Д.Д. Мордухай-Болтовского // Вопросы элементарной и высшей математики, 1952. Вып.1. С.92-95.
208. *Родин А.В.* Философская математика Дмитрия Дмитриевича Мордухай-Болтовского // Философия. Психология. Математика. М: Серебряные нити, 1998. С.5-11.
209. *Розов Н.Х.* Гуманитарная математика // Математика в высшем образовании. Вып.1. -Н.Новгород: Изд-во НГУ, 2003. С.53-62.
210. *Романов Ю.В.* Теория и методика историзации геометрической подготовки учителя математики в педагогическом вузе. Дисс. канд. пед. наук. -Ростов-н/Д, 2002. -198 с.
211. *Руссян Ц.К.* Об ответе Д.Д. Мордухай-Болтовского на мою рецензию его докторской диссертации. ["Об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений"] // Записки Харьковского ун-та, 1915. Кн.1. С.1-12.
212. *Руссян Ц.К.* Отзыв о диссертации Д.Д. Мордухай-Болтовского "Об интегрировании в конечном виде линейных дифференциальных уравнений" // Записки Харьковского ун-та, 1913. Кн.3. С.51-57.
213. *Садовничий В.А.* Пока не поздно – уже опаздываем // Образование, которое мы можем потерять / Сб. под общей ред. В.А. Садовничего. -М.: Изд-во МГУ: Ин-та компьютерных исследований, 2002.-288 с. С.93-104.
214. *Саморуков Б.Н., Степанова А.С.* Д.Д. Мордухай-Болтовской о зарождении и развитии математических идей //Историко-математические исследования, №32.- М., 1993.
215. *Саранцев Г.И.* Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов – М.: Просвещение, 2002.–224 с.
216. *Саранцев Г.И.* Обучение математическим доказательствам в школе. -М.: Просвещение, 2000.
217. *Сафронова И.И.* Мордухай-Болтовской Дмитрий Дмитриевич. Серия: Деятели науки. -Ростов-н/Д, 1971.
218. *Семущин А.Д.* Формирование понятия «проекция» в курсе геометрии средней школы // Формирование и развитие пространственных представлений у учащихся. Труды научного семинара под ред. Проф. Н.Ф. Четверухина. -М.: Просвещение, 1964. Вып.1. С.17-42.
219. *Ситько Р.М.* История становления и развития образования на юге России. -Ростов-н/Д, 1997.
220. *Солженицын А.И.* В круге первом. Книга 1.-М., 1991.
221. *Стеклов В.А.* Переписка с отечественными математиками. Воспоминания. «Научное наследие». Т.17, 1991. С.220, 222

222. **Степанова А.С.** Неизвестные страницы жизни и научной деятельности Д.Д. Мордухай-Болтовского (1876-1952). По материалам архивного фонда. //Деятели русской науки XIX-XX веков. Исторические очерки. Вып.2.-СПб: ИИЕТ, 1993. С.92-101.
223. **Умарова А.Т.** Педагогические основы использования принципа историзма на уроках математики в средней школе. Дисс. канд. пед. наук. -Ташкент, 1989. – 135 с.
224. **Фельштинский Ю.** Безумие во имя идеи // Родина, №10, 1990. С.40-47.
225. **Финкельштейн В.М.** О подготовке учеников к изучению нового понятия, новой теоремы // Математика в школе, 1996. №6. С.21-23.
226. **Фискович Т.Т.** К вопросу о сущности принципа историзма и стратегии его реализации в обучении математике // «Профессионально-педагогическая направленность математической подготовки будущих учителей математики в педвузах: прошлое, настоящее, будущее». Труды Всероссийского научного семинара преподавателей математики педвузов. -М.: Изд-во МГПУ, 2000. С.62-71.
227. **Фискович Т.Т.** К вопросу о реабилитации принципа историзма в обучении математике // Профессиональная подготовка учителя математики, информатики и физики: Межвуз. сб. науч. трудов. Вып.1.-Ростов-н/Д: Изд-во РГПУ, 1998. С.120-122.
228. **Фискович Т.Т.** Общее и специфическое в понимании сущности геометрии // Математика и некоторые её приложения в теоретическом и прикладном естествознании. Вып.4.-Ростов-н/Д, 1970. С.63-71.
229. **Ханин Е.П., Пырков В.Е.** Курсы лекций по математическому анализу, составленные Д.Д. Мордухай-Болтовским // Наука и техника: Вопросы истории и теории. Вып. XVII.-СПб.: СПбФ ИИЕТ РАН, 2001. С.80-81.
230. **Хапланов М.Г.** Выдающийся математик Д.Д. Мордухай-Болтовской (1876-1952). Ростовский государственный университет. 1915-1965. Статьи, воспоминания, документы / Отв. ред. С.Е. Белозеров.-Ростов н/Д: Изд-во Рост. ун-та, 1965. С.145-160.
231. **Хуторский А.В.** О занятиях методом эвристического «погружения» // Методика «погружения»: за и против. Сборник научно-методических статей / Под ред. А.А. Остапенко. –Краснодар: АЭСПК, 1995. С.57-63.
232. **Хуторский А.В.** Современная дидактика: Учебник для вузов.- СПб: Питер, 2001.- 544 с.
233. **Хуторский А.В.** Эвристическое обучение: Теория, методология, практика. - М.: Международная педагогическая академия, 1998.
234. **Цыганкова Э.Г., Ковальчук Л.В.** Советские математики (краткий биографический словарь)//История отечественной математики в четырех томах, т. 4
235. **Чалов А.Н.** В поисках путей гуманизации // Математика в школе, 1989. №6. С.17-19.
236. **Черняев М.П.** Д.Д. Мордухай-Болтовской // Математика в школе, 1952, № 4. С.4-5.
237. **Черняев М.П.** Принцип двойственности при школьном преподавании геометрии // Математика в школе, 1935. №2. С.36-46.

238. **Черняев М.П.** Учебный опыт выдающихся русских и советских математиков // Ученые записки РГПИ. Кафедра математического анализа и кафедра геометрии. Вып.3, 1955. С.5-18.
239. **Черняев М.П., Несторович Н.М., Ляпин Н.М.** Дмитрий Дмитриевич Мордухай-Болтовской (1876-1952) // Успехи математических наук, 1953. Т.8. Вып. 4(56). С.131-139.
240. **Четверухин Н.Ф.** Начертательная геометрия. Математика в СССР за сорок лет. 1917-1957. Т.1.-М.: Физматгиз, 1959. С.895-897.
241. **Четверухин Н.Ф.** Изображения фигур в курсе геометрии. –М., 1958.
242. **Четверухин Н.Ф.** Стереометрические задачи на проекционном чертеже. - М.: Учпедгиз, 1955.
243. **Черкасов Р.С.** Очерк истории математического образования в России // Вестник московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. Вып.1. -М., 2002. С.43-84.
244. **Шарыгин И.Ф.** О математическом образовании России // Образование, которое мы можем потерять / Сб. под общей ред. В.А. Садовниченко. -М.: Изд-во МГУ: Ин-та компьютерных исследований, 2002.-288 с. С.93-104.
245. **Щетников А.И.** Геометрия: Учебник для 7-11 класса средней школы. - Новосибирск: Артель «Напрасный труд», 2000. – 176 с.
246. **Щетников А.И.** Материалы к проектированию курса геометрии для средней школы // Математическое образование, 2000. №3(14). С.35–42.
247. **Щетников А.И., Щетникова А.В.** Преподавание математики в историческом контексте // Математическое образование, 2001. №3(18). С.60–68.
248. **Юбилей** профессора Мордухай-Болтовского // Молот, №52-58 от 8 декабря 1938 г.
249. **Юшкевич А.П.** История математики // Математика в СССР за сорок лет. 1917-1957. Т.1.-М.: Физматгиз, 1959. С. 957, 960, 965, 966.
250. **Юшкевич А.П.** История математики // Математика в СССР за тридцать лет. 1917-1947.-М.-Л.: ОГИЗ, 1948. С. 996, 1000, 1005, 1006, 1008, 1009.
251. **Юшкевич А.П.** История математики в России до 1917 года. -М.: Наука, 1968. С. 49, 308, 313, 315, 385, 386, 433, 437.
252. **Юшкевич А.П.** Новые издания классиков математики. [Евклид. "Начала" Евклида. Пер. с греч. и коммент. Д. Д. Мордухай-Болтовского.] // Успехи математических наук, 1949. Вып.2. С. 217-218.
253. **Яглом И.М.** Геометрические преобразования. Ч.2.: Линейные и круговые преобразования. -М., 1956.
254. **Якиманская И.С.** Личностно-ориентированное образование // Новые ценности образования: Тезариус для учителей и школьных психологов. Вып.1. М., 1995. С.55.
255. **Якиманская И.С.** Развитие пространственного мышления школьников.-М.: Педагогика, 1980.
256. **Ясперс К.** Смысл и назначение истории. -М., 1994.-528 с.
257. **Ястребов А.В.** Научное мышление и учебный процесс – параллели и взаимосвязи: Монография. -Ярославль: ЯГПУ, 1997.-137 с.
258. *Annuaire de la Noblesse de Russie. Troisieme Annee. 1900. St.-Petersbourg. Imprimerie de l'Academie Imperiale des sciences. p.378-381.*

259. **Hadamard J.** Psychologu of Invention in the Mathematical Field. Princeton University Press. 1945.
260. **Henrici, Treutlein.** Lehrbuch der Elementargeometrie. Leipzig, 1882-1883.
261. **Młodziejowski B.K.** [O paбoтe Mordouhay Boltovskoy: Sur quelques proprietes arithmetiques des soleotions des equotiolis differentielles algebriques. Ainales de l'ecole normale superieure. t. 27, 1910]. Revue semestrielle des publications mathematiques, 1912, t. 20, p. 2, p. 107.
262. **Mordukhai-Boltovskoi D.D.** Das Theorem uber die Hypertranszendenz der Funktion  $\zeta(s,x)$  und einige Verallgemeinerungeii. The Tohoku Mathematical Journal, 1932, vol. 35, p. 2. S.19-34.
263. **Mordukhai-Boltovskoi D.D.** Insolubiles in Scholastica et paradoxos de infinito de nostro tempore. Wiadomosci Matematyczne. Warszawa. 1939. T.XLVII, p.111-117.
264. **Mordukhai-Boltovskoi D.D.** Sur les modeles du second livre des elements d'Eucklide. Bologna Zonidolli, 1933, 15 p. Estratto dal Periodico di matematiche storia-didattica-filosofia. Maggio. 1933, S. 4, vol. 13. №3. p.169-183.
265. **Nalbandjan Yu.S.** O dziiatalnosci profesora D.D.Morduchaja-Boltowskiego w Warszawie w latach 1898-1916 // XXII Szkola Historii Matematyki. Krakow: Wydawnictwo Wydzialu Matematyki Stosowanie Akademii Gorniczo-Hutnicze. 1999, c.162-168.