Методика обучения геометрии

Лекция 4.
Методика обучения доказательству теорем

канд. пед. наук, доц.
Вячеслав Евгеньевич Пырков
pyrkovve@yandex.ru

План лекции

1. Воспитание потребности в логическом доказательстве
2. Методика изучения конкретной теоремы
3. Приемы работы по изучению теоремы
4. Приемы работы по закреплению теоремы
5. Приемы повторения изученных теорем

Потребность в доказательстве

1. Воспитание критического отношения к заключениям, основанным на неполной индукции

Справедливо ли "свойство" обыкновенных дробей: если числитель и знаменатель содержит одинаковую цифру, то на нее "можно" сократить?
Учитель приводит *примеры*:

$$\frac{64}{16}=4;\ \frac{65}{26}=\frac{5}{2};\ \frac{95}{19}=5;\ \frac{98}{49}=\frac{8}{4}=2.$$

После чего показывает, что эти примеры специально подобраны, в общем случае это несправедливо

Потребность в доказательстве

2. Использование особенности зрительных восприятий, показывая, что нельзя доверять простым зрительным впечатлениям

Какой отрезок длиннее?

3. Демонстрация относительности результатов измерений

Уровни обучения доказательству

I уровень

- сформированная потребность в логических обоснованиях утверждений, навыки выполнения дедуктивных умозаключений и понимание того, что из одних предложений логическим путем можно получить новые предложения

II уровень

- наличие умения школьников выполнять цепочки дедуктивных умозаключений и применять эвристические приемы

III уровень

- выполняет анализ доказательства, выделяет логические шаги, поиск и устранение логических пробелов, развертывание дедуктивных умозаключений в логическую схему, выделение идеи доказательства и его воспроизведение, применение эвристических приемов

Уровни обучения доказательству

IV уровень

- умение использовать методы научного познания и самостоятельно выполнять доказательство

V уровень

- умение опровергать предложенные доказательства

Под *обучением доказательству* можно понимать обучение учащихся анализу готовых доказательств, их воспроизведению, самостоятельному открытию факта, поиску и конструированию доказательства, а также опровержению предложенных доказательств.

Методика изучения теоремы

1
- актуализация знаний, мотивация изучения теоремы

2
- формулировка теоремы и усвоение ее содержания

3
- доказательство теоремы

4
- закрепление и применение теоремы

Актуализация и мотивация

Технология организации опорного повторения

– разбить доказательство на максимальное число шагов;
– вычленить все математические факты, на которые опирается доказательство;
– проанализировать, все ли они и в какой степени известны учащимся;
– организовать опорное повторение в форме беседы, фронтального опроса, системы подготовительных задач (чаще всего “на готовых чертежах”).

Мотивация изучения теоремы

чаще всего связывается учителем с решением практической задачи, в которой необходим факт, отраженный в теореме

Формулировка и содержание

Способы введения формулировки теоремы

1-й способ Учитель сам формулирует теорему с предварительной мотивировкой либо без нее

+ краткость, четкость, экономия времени;

– возможен формализм, догматизм.

2-й способ Учащиеся подготавливаются к самостоятельному формулированию теоремы

+ развитие творческих способностей учеников, повышение интереса к изучению геометрии;

– большие затраты времени, возможное распыление внимание на несущественные детали.

Пример

Для самостоятельного открытия учащимися теоремы о хордах окружности учитель предлагает следующие вопросы и задания:

– *Проведите в окружности две неравные хорды.*

– *Установите на глаз, какая из них ближе к центру.*

– *Сформулируйте свой вывод.*

– *Можно ли считать его достоверным?*

Формулировка и содержание

Способы уточнения содержания теоремы

– оговариваем терминологию;
– выделяем условие и заключение теоремы;
– параллельно выполняем краткую запись данных и того, что требуется доказать;
– строим чертеж.

Требования к чертежу

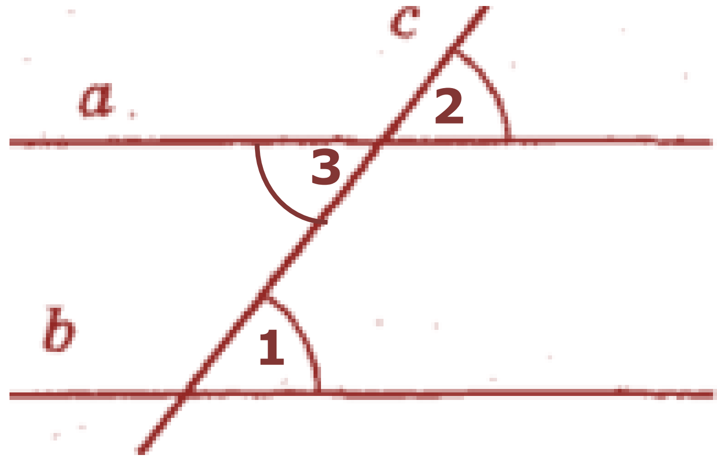
- ✓ должен быть изображен общий, а не частный случай;
- ✓ размеры чертежа должны быть оптимальны;
- ✓ данные и искомые выделяются на чертеже цветом, используются специальные метки и символы для обозначения.

Доказательство теоремы

На первых порах для понимания структуры доказательства, после того, как оно найдено, полезно оформление его в виде двух колонок, в одной из которых – утверждения, в другой – обоснования.

Теорема: Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.

Утверждение	Обоснование
1. $\angle 3 = \angle 2$	Вертикальные углы равны
2. $\angle 1 = \angle 2$	По условию
3. $\angle 1 = \angle 3$	Как левые части верных равенств, у которых равны правые части
4. $a \parallel b$	$\angle 1$ и $\angle 3$ – накрест лежащие углы при пересечении прямых a и b секущей c.



Доказательство теоремы

Приемы составления плана доказательства

1-й прием Дается *готовый план* доказательства новой теоремы, учащимся предлагается самим доказать ее с помощью плана.

Пример

К теореме *«Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то он является параллелограммом»* предлагается такой план:

1. Провести диагональ
2. Доказать равенство полученных треугольников
3. Доказать параллельность противоположных сторон четырехугольника
4. Сделать вывод

2-й прием Учащихся учат *составлять план уже доказанной теоремы*.

Формулировка и содержание

Учитель должен систематически учить учащихся

1) конструировать доказательства из шагов;
2) превращать сокращенные книжные доказательства в развернутые цепочки шагов с указанием обоснований;
3) оформлять полные записи доказательства отдельных теорем.

Для обеспечения усвоения доказательства широко применяется *прием двукратного доказательства*: сначала обсуждается только идея, план; доказательство излагается фрагментарно. После этого доказательство излагается полностью, со всеми тонкостями и нюансами

Закрепление и применение

Приемы закрепления доказательства

- ✓ в процессе беседы с учащимися еще раз выделить основную идею, метод и шаги доказательства;
- ✓ предложить объяснить отдельные шаги доказательства;
- ✓ перечислить все аксиомы, теоремы и определения, которые используются в доказательстве;
- ✓ выяснить, где используется то или иное условие, все ли они оказались использованными;
- ✓ нет ли других способов доказательства;
- ✓ при закреплении полезно варьировать обозначения на чертеже, а также сам чертеж и т.п.

Применение теоремы

- ✓ в процессе решения задач;
- ✓ при доказательстве других теорем.