

ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В.Е. ПЫРКОВ

**СОВРЕМЕННЫЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ**

Учебно-методическое пособие

Ростов-на-Дону

2009

УДК 51(072.8)

ББК 22.1.73

Пырков В.Е.

Современные образовательные технологии в обучении геометрии:
Учебно-методическое пособие для студентов педвузов и
педколледжей мат. спец. – Ростов-н/Д: ПИ ЮФУ, 2009. – 62 с.

Пособие разработано в соответствии с программой курса «Технологии и методика обучения математики». Оно содержит материалы по методике обучения геометрии в основной школе посредством современных образовательных технологий.

Пособие может быть рекомендовано студентам и преподавателям педколледжей, студентам стационара и ОЗО, обучающимся в бакалавриате по направлению 050200 Физико-математическое образование, учителям математики.

Рецензент: канд. пед. наук *Михайлова И.А.*

Работа издана в авторской редакции

© Пырков В.Е., 2009

В курсе общей методики преподавания математики принято рассматривать понятия *педагогическая технология* и *технология обучения математике*. Более подробно описаны, ставшие уже классическими, технологии обучения математике, среди которых:

- технология эвристического обучения математике;
- технология активного обучения математике;
- технология программированного обучения математике;
- технология проблемного обучения математике;
- технология индивидуального и дифференцированного обучения математики и др.

В этом пособии мы рассмотрим более подробно использование в обучении геометрии *современных технологий*.

Учебно-методическое пособие построено на модульной основе и содержит в себе материалы для оценки успешности усвоения его содержания. Раздел «Современные образовательные технологии в обучении геометрии» представлен четырьмя модулями структура которых одинакова и содержит следующие компоненты:

- *рассматриваемые вопросы*, являющиеся аналогом плана лекции;
- *методический комментарий*, содержащий в себе основные теоретические положения по данному модулю, которые студент должен усвоить;
- *рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях*, предназначенная для самостоятельной работы студентов;
- *задания для студентов* практического характера для формирования профессиональных компетенций будущего учителя математики;

- вопросы для самоконтроля по содержанию модуля.

Если подходить к использованию учебно-методического пособия формально, то рекомендуется следующее его использование: методический комментарий представляет собой краткое содержание лекционного материала по каждому модулю, а остальные материалы могут служить основой для организации практических занятий по усвоению содержания каждого конкретного модуля.

**Тематический план изучения раздела
«Современные образовательные технологии в обучении геометрии»**

№ модуля	Название модуля	Количество часов			Всего
		Лекции	Практич.	СРС	
1	Использование в обучении геометрии технологий обучения в сотрудничестве	2	2	3	7
2	Использование в обучении геометрии современных коммуникативных технологий	2	2	3	7
3	Использование в обучении геометрии технологии развивающего обучения	2	2	3	7
4	Использование в обучении геометрии современных компьютерных технологий	2	2	3	7
Всего:		8	8	12	28

Использование в обучении геометрии технологии обучения в сотрудничестве

Рассматриваемые вопросы:

- понятие КСО;
- основные черты технологии КСО;
- особенности методики обучения геометрии в условиях малых групп;
- методика использования обучения в сотрудничестве при решении геометрических задач;
- методика использования обучения в сотрудничестве при изучении теоретического материала курса геометрии основной школы;
- методика проведения контроля в рамках технологии обучения в сотрудничестве.

Методический комментарий:

В отечественном образовании достаточной популярностью у учителей пользуется методика Ривина-Дьяченко – сотрудничество в парах сменного состава, получившая название «коллективные способы обучения» (КСО).

Основные черты технологии КСО. Технология обучения на основе КСО предполагает работу учащихся в парах сменного состава, при которой все обучают каждого и каждый всех, т.е. ученики все изучают сами. Учитель выполняет роль организатора и консультанта, допускается возможность объяснить какие-то темы или способы работы в порядке первоначального ознакомления. Качество самостоятельной проработки учебного материала

учеником стимулируется не желанием получить отметку, а желанием научить других. При работе в паре ученик, испытывающий затруднения, получает своевременную помощь, что ускоряет темп продвижения, а он, в свою очередь, подтягивает других до своего уровня.

Рассмотрим обобщенную модель технологии КСО и методические приемы её реализации.

1. Организационный этап урока.

Методики реализации:

- Изложение учебного материала (введение нового геометрического объекта и рассмотрение его свойств, доказательство теоремы, рассмотрение задачи и знакомство с методами её решения и др.) учителем одному или нескольким ученикам.

- Самостоятельная (индивидуальная) проработка каждым учеником своего задания (темы, части текста учебника, доказательства теоремы, способа решения задачи и др.).

- Самостоятельная (индивидуальная) работа по карточке с заданием (у каждого ученика своя карточка).

- В случае организации подготовки к зачету по теоретическому материалу учитель готовит каждому ученику карточку с информацией по конкретному вопросу зачета и каждый ученик готовит и отвечает у доски свой вопрос под контролем учителя, а затем уже консультирует учеников по своему вопросу.

2. Обучение напарника тому, что было уже проработано.

Методики реализации:

- Пересказ, объяснение доказательства, показ образца решения задачи и др. и затем вопросы напарнику на проверку понимания изложенного.

- Наводящие вопросы напарнику приводящие к самостоятельному пониманию хода доказательства, пути решения задачи и др.; проверка правильности выполнения задания.

3. Выработка путем взаимного обмена мнениями формулировки вывода, способа действия, решения, ответа. Анализ ошибок.

4. Запись вывода (доказательства теоремы, решения задачи и др.) в тетрадь «хозяина» вопроса.

5. Ответное обучение напарником по своему заданию.

6. Поиск новой пары (по желанию или по специальному графику, например, по «вертушке») для обучения по своему материалу, или материалу, усвоенному при проработке с предыдущим напарником.

7. После проработки всего материала темы учеником и подтверждением партнером, что материал им усвоен, ученик может выступить с сообщением или докладом перед малой или большой группой учащихся (младших классов, другого класса, или тех учащихся своего класса, с которыми он не работал в паре).

В настоящее время на основе технологии КСО появилось много вариаций технологий обучения в сотрудничестве. Среди них – обучение в команде, «пила», «учимся вместе» и др. Характерными чертами технологий обучения в сотрудничестве являются общность цели и задач, индивидуальная

ответственность и равные возможности успеха. Именно сотрудничество, а не соревнование лежит в основе обучения в группе.

Рассмотрим технологическую цепочку реализации обучения в сотрудничестве в условиях малых групп (команд):

1. Сообщение ученикам темы, цели и задач учебной деятельности.

2. Для решения поставленных задач класс разбивается на группы (не более пяти человек). Группы могут быть стабильными в течение длительного срока обучения и вариативными (меняться на каждом уроке и даже в течение урока). Оптимальным является сочетание этих способов: для каких-то инвариантных задач группы желательно создавать постоянные в течение определённого промежутка времени, а временные группы – для решения ситуативных, проблемных задач.

3. Для групповой работы нужно так организовать рабочее пространство (расставить столы), чтобы ученикам было удобно слушать учителя, работать в группе, не мешая друг другу, при необходимости перемещаться из группы в группу.

4. Для повышения взаимной ответственности учащихся необходимо четко распределить задания и ролевые обязанности как между группами, так и внутри групп. У каждого ученика должны быть свое задание и роль, за выполнение которых он несет ответственность перед группой. Чтобы дифференцировать работу в соответствии со способностями учащихся учитель должен сам продумать распределение заданий и роли в группе. В старших классах, для стимулирования собственной рефлексии своих способностей, лучше предоставить это самим учащимся.

5. Для лучшей организации работы в группе необходимо оформить групповые и индивидуальные задания на карточках. Задания выполняются в рабочих тетрадях и затем переносятся на специально отведенное для группы место на доске или на лист ватмана, вывешиваемый по окончании работы на доску.

6. Представитель от каждой группы озвучивает и объясняет выполнение своих заданий. Члены других групп задают вопросы, высказывают оценочные суждения, вносят дополнения, исправления. Учитель организует рефлексивное осмысление учащимися своего отношения к изучаемому материалу и к своей деятельности.

7. На завершающем этапе целесообразно провести индивидуальный опрос по всей теме или предложить самостоятельную проверочную работу.

Для применения технологий обучения в сотрудничестве в обучении геометрии требуется, чтобы материал темы можно было разбить на блоки, каждый из которых мог бы быть изучен локально. Специфика геометрического содержания не всегда позволяет применять эту технологию в чистом виде, с соблюдением всех предъявляемых к ней требований. В реальном учебном процессе учитель, в зависимости от конкретных обстоятельств, должен творчески подходить к реализации технологии обучения в сотрудничестве либо её элементов и их месту в определенном этапе урока и системы уроков в целом.

В зависимости от поставленных целей и особенностей содержания методика обучения геометрии с использованием обучения в сотрудничестве может варьироваться и претерпевать существенные изменения. Например, при знакомстве учащихся со способами решения типовых задач по теме, ученику предоставляется возможность самостоятельно ознакомиться со способом решения конкретного типа задач, обсуждать его с напарником до полного понимания, при этом, не влияя на темп работы остальных учеников. Работая в парах сменного состава хотя бы одну задачу, по каждому типу, ученик решает самостоятельно. Большинство задач ученику приходится решать неоднократно, обучая других. Методика позволяет реализовать идеи индивидуального подхода к каждому ребенку.

Рассмотрим один из возможных вариантов организации работы учащихся по изучению темы «Площадь многоугольника» в рамках технологии обучения в сотрудничестве.

1. Актуализация знаний учащихся о многоугольниках.

Учащимся можно предложить следующие вопросы и задания:

- 1) Дайте определение треугольника, назовите его элементы.
- 2) Перечислите виды треугольников.
- 3) Дайте определение параллелограмма, перечислите его свойства и признаки.
- 4) Дайте определение трапеции, перечислите все элементы трапеции.
- 5) Дайте определение ромба.
- 6) Дайте определение квадрата.
- 7) Дайте определение прямоугольника.
- 8) Периметр параллелограмма равен 48 см. Найдите его стороны, если одна из сторон в два раза больше другой.
- 9) В параллелограмме $MNPQ$ проведен перпендикуляр NH к прямой MQ , причем H лежит на стороне MQ . Найдите стороны и углы параллелограмма, если известно, что $MH=3$ см, $HQ=5$ см, $\angle MNH=30^\circ$.

10) В ромбе одна из диагоналей равна стороне. Найдите: а) углы ромба; б) углы, которые диагонали ромба образуют с его сторонами.

11) Диагонали прямоугольника ABCD пересекаются в точке O. Докажите, что AOD и AOB – равнобедренные треугольники.

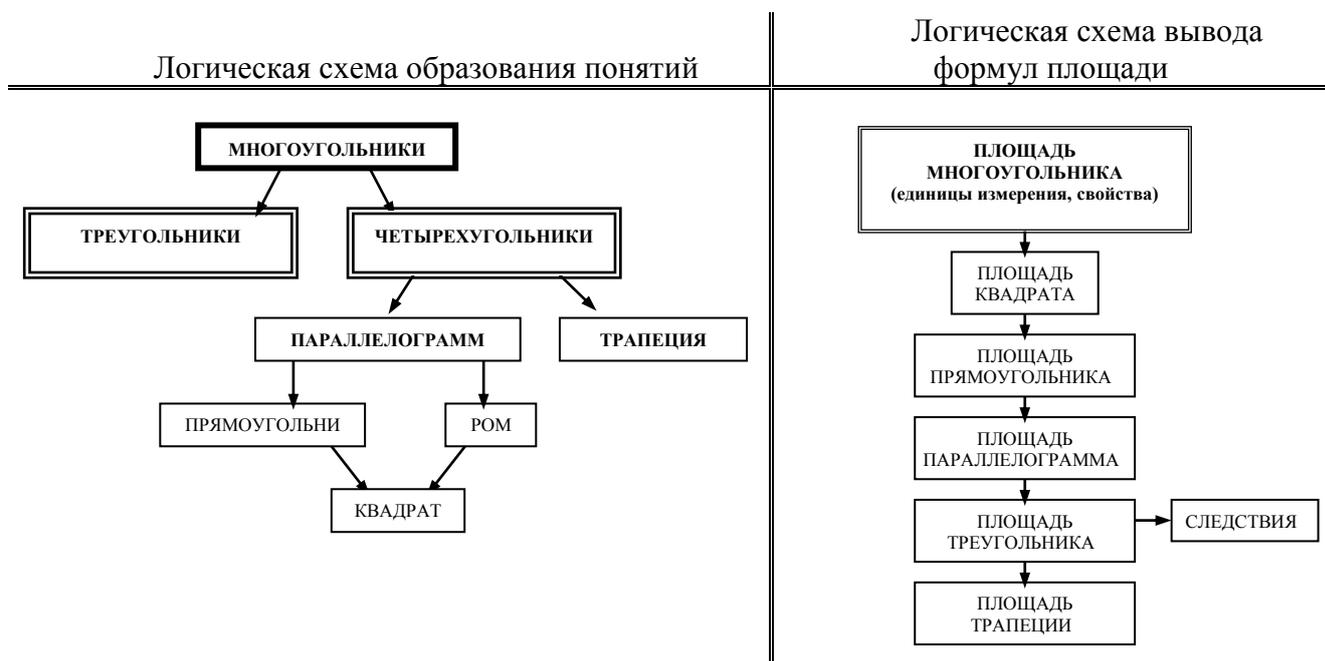
12) В прямоугольном треугольнике проведена биссектриса прямого угла. Через точки пересечения этой биссектрисы с гипотенузой проведены прямые параллельные катетам. Докажите, что полученный четырехугольник является квадратом.

2. Лекция. В лекции необходимо дать ученикам вводный инструктаж для самостоятельной работы: показать общую структуру построения теории, предъявить лишь идеи вывода формул площадей основных многогранников.

План лекции может быть следующим:

1. Понятие площади многоугольника. Единицы измерения площади.
2. Основные свойства площади.
3. Формулы для нахождения площади прямоугольника, параллелограмма, треугольника, трапеции. Основные идеи доказательства. Два следствия о площади треугольника.

Целесообразно на доске изобразить схему логики построения теории с изображением рассматриваемых четырехугольников, которую комментирует учитель.



I. Площадь прямоугольника.

Теорема. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон ($S = ab$, где a, b — стороны прямоугольника).

Идея доказательства:

- Достроить прямоугольник до квадрата со стороной $a + b$.
- Применить свойства 2 и 3 площадей многоугольников.

II. Площадь параллелограмма.

Условимся одну из сторон параллелограмма называть основанием, а перпендикуляр, проведенный из любой точки противоположной стороны к прямой, содержащей основание, высотой параллелограмма.

Теорема. Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту ($S = ah$, где a — основание, h — высота).

Идея доказательства.

- Рассмотрим параллелограмм $ABCD$ с площадью S . Пусть AD — основание. Проведем высоты BH и CK . Докажем, что $S = AD \cdot BH$.

- Можно доказать, что $S_{HBCK} = S_{ABCD}$.

Далее можно применить теорему о площади треугольника.

III. Площадь треугольника.

Одну из сторон треугольника примем за основание. Проведем высоту треугольника к этому основанию.

Теорема. Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту ($S = \frac{1}{2} AB \cdot CH$)

Идея доказательства.

Пусть S — площадь треугольника ABC . Пусть AB — основание треугольника, CH — высота.

Можно достроить треугольник ABC до параллелограмма и применить теорему о площади параллелограмма.

Следствие 1. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Следствие 2. Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания.

IV. Площадь трапеции.

Для вычисления площади произвольного многоугольника обычно поступают так: разбивают многоугольник на треугольники и находят площадь каждого треугольника. Сумма площадей этих треугольников равна площади данного многоугольника. Используя этот прием, выводим формулу для вычисления площади трапеции. Высотой трапеции назовем перпендикуляр, проведенный из любой точки одного из оснований к прямой, содержащей другое основание.

Теорема. Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту ($S = \frac{1}{2}(BC + AD) \cdot BH$).

Идея доказательства.

Рассмотрим трапецию $ABCD$ с основаниями AD и BC , высотой BH и площадью S .

Диагональ BD разделяет трапецию на два треугольника ABD и BCD . Следовательно, площадь трапеции можно найти, вычислив сумму площадей этих треугольников.

Далее можно применить теорему о площади треугольника.

3. Работа в группах. После проведения лекции класс разбивается на группы по 4 человека. Каждая группа работает за отдельным столом.

При формировании групп необходимо учесть, что в группе должны быть учащиеся разного уровня сформированности учебных умений и разного уровня математической подготовки.

Каждому участнику группы предлагается карточка, с которой ученик работает самостоятельно в течение отведенного времени (содержание каждой карточки приведено ниже). После этой работы ученик обменивается информацией с соседом, объясняя ему свою карточку. Сосед делает то же

самое. Это происходит до тех пор, пока каждый ученик не ознакомится со всеми четырьмя карточками.

Для изучения данной темы необходимо использовать двух-этапное введение карточек. Введение первых карточек приведет к тому, что дети изучат самостоятельно основные формулы площадей фигур и отработают простейшие задачи. Введение вторых карточек позволит им научиться решать многошаговые задачи. После каждого этапа осуществляется контроль. Второй контроль одновременно является итоговым.

Работа в группах способствует формированию личностных качеств учащихся: способности правильно воспринимать требования, предъявляемые учителем и членами группы; правильно оценивать свои возможности; умения предъявлять требования к себе и правильно оценивать свои поступки, результаты деятельности; умения признавать допущенные ошибки и желание их исправить; умения правильно воспринимать и оценивать других членов коллектива.

Содержание карточек (самостоятельное изучение вывода формул для нахождения площадей фигур).

Карточка №1

1. Рассмотрите доказательство теоремы о площади прямоугольника в учебнике Л.С.Атанасяна и др. «Геометрия. 7-9кл.» (с. 118). После ознакомления с доказательством попробуйте повторить вывод формулы площади прямоугольника самостоятельно.

2. Решите задачи.

Пусть a и b – смежные стороны прямоугольника, а S – его площадь.

- Вычислите S , если $a = 8,5$ см, $b = 3,2$ см;
- вычислите a , если $b = 4,5$ см, $S = 12,15$ см²;
- найдите a и b , если $S = 250$ см², а b в 2,5 раза больше, чем a .

Карточка № 2

1. Рассмотрите доказательство теоремы о площади параллелограмма в учебнике Л.С.Атанасяна и др. «Геометрия. 7-9кл.» (с. 120). После ознакомления с доказательством попробуйте повторить вывод формулы площади параллелограмма самостоятельно.

2. Решите задачи.

Пусть дан параллелограмм $ABCD$. К основанию AD проведена высота BH , S – площадь $ABCD$.

- Вычислите S , если $AD = 15$ см, $h = 12$ см;
- вычислите AD , если $S = 34$ см², $h = 8,5$ см;
- найдите AD , если известно, что $S = 32$ см², а BH в 2 раза меньше основания AD параллелограмма $ABCD$.

Карточка № 3

1. Рассмотрите доказательство теоремы о площади треугольника в учебнике Л.С.Атанасяна и др. «Геометрия. 7-9кл.» (с. 121). После ознакомления с доказательством попытайтесь повторить вывод формулы площади треугольника самостоятельно.

2. Решите задачи.

Пусть a – основание треугольника, h – его высота, S – площадь треугольника.

- Вычислите S , если $a = 1$ см, $h = 11$ см;
- вычислите h , если $S = 37,8$ см², $a = 14$ см;
- вычислите a , если $S = 12$ см², а высота равна $\frac{2}{3}$ основания a .

Карточка №4

1. Рассмотрите доказательство теоремы о площади трапеции в учебнике Л.С.Атанасяна и др. «Геометрия. 7-9кл.» (с. 123). После ознакомления с доказательством попытайтесь повторить вывод формулы площади трапеции самостоятельно.

2. Решите задачи.

Пусть дана трапеция $ABCD$. AD , BC – основания, BH – высота, опущенная на AD . S – площадь трапеции.

- Вычислите S , если $AD = 21$ см, $BC = 10$ см, $BH = 15$ см;
- вычислите BH , если $S = 90$ см², $AD = 18$ см, $BC = 12$ см;
- вычислите AD , если известно, что AD больше BC в 2 раза, а $BH = 8$ см, $S = 84$ см².

4. Контроль. Цель проведения контроля — проверить знания основных теоретических положений (на уровне записи формул, без вывода), умение применить эти знания в решении простейших задач.

На этом этапе необходимо дать учащимся выполнить самостоятельно проверочную работу.

1) Напишите формулу площади квадрата со стороной a .

2) Чему равна сторона квадрата, площадь которого $S = 25$ см²?

3) Напишите формулу площади прямоугольника.

4) Пусть a и b — смежные стороны прямоугольника, S – его площадь.

Чему равна сторона b , если $a = 32$ см, $S = 684,8$ см²?

5) Напишите формулу площади параллелограмма.

6) Найдите высоту параллелограмма, если известно, что его основание в 3 раза меньше высоты, а его площадь $S = 27$ см².

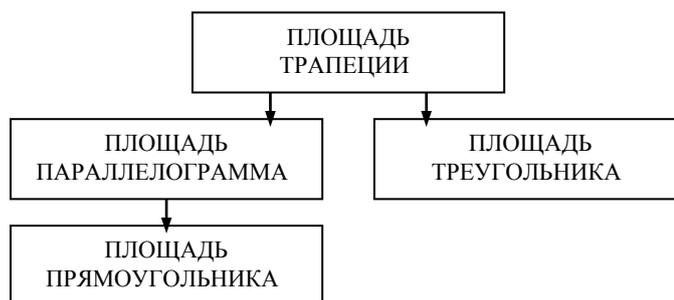
7) Напишите формулу площади треугольника. Чему равна площадь прямоугольного треугольника? Как относятся площади двух треугольников с равными высотами? Как относятся площади двух треугольников, имеющих по равному углу?

8) Найдите основание треугольника, если его высота равна 6 см, а его площадь $S = 12 \text{ см}^2$.

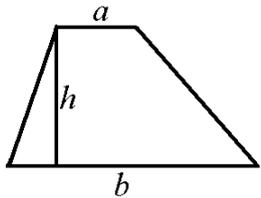
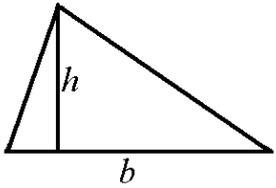
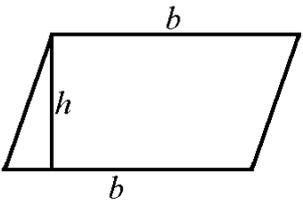
9) Напишите формулу площади трапеции.

10) Найдите высоту трапеции, если одно из оснований равно 6 см, другое – 10 см, а $S = 32 \text{ см}^2$.

В качестве итога урока можно обобщить все изученные формулы площадей многоугольников и продемонстрировать учащимся связь между ними. Целесообразно показать логику этой связи с помощью схемы.



Вывод формул можно обобщить в следующей таблице:

	$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$
	$S = \frac{0+b}{2} \cdot h = \frac{1}{2}bh$
	$S = \frac{b+b}{2} \cdot h = bh$

Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 1

1. *Гульчевская В.Г., Гульчевская Н.Е.* Современные педагогические технологии: Модульное пособие для дистанционного обучения. – Ростов-на-Дону, 2003.
2. *Гульчевская В.Г.* Современные педагогические технологии в профильном и предпрофильном обучении: Учебно-методическое пособие для системы повышения квалификации работников образования. – Ростов-на-Дону: РО ИПК и ПРО, 2005.
3. *Дьяченко В.К.* Сотрудничество в обучении. – М., 1991.
4. *Мереди К.С., Стил Дж., Темпл Ч.* Обучение сообща. – М.: Изд-во «ИОО», 1997.
5. *Методика* и технология обучения математике. Лабораторный практикум: учебное пособие для студентов математических факультетов пед. университетов / под науч. ред. В.В. Орлова. – М.: Дрофа, 2007.
6. *Хуторской А.В.* Современная дидактика. – М.: Высшая школа, 2007.

Задания студентам

1. Подготовить ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Ознакомившись с книгой *Дьяченко В.К.* Сотрудничество в обучении, выпишите в конспекты концептуальные положения технологии обучения в сотрудничестве.
3. Используя источник [2. С.25-31] из списка рекомендованной литературы к модулю 1 ознакомьтесь с различными вариациями технологии обучения в сотрудничестве: обучение в команде, «пила», «учимся вместе», исследовательская работа в группах и др.

4. Разработайте конспект урока геометрии с использованием технологии обучения в сотрудничестве.

Вопросы для самоконтроля

1. Приведите известные вам биографические сведения об авторах технологии КСО.
2. Охарактеризуйте сущность технологии обучения в сотрудничестве.
3. Какие специальные методы используются в технологии обучения в сотрудничестве?
4. Существуют ли специальные условия к содержанию учебного материала для использования технологии обучения в сотрудничестве? Какие?
5. Приведите примеры вариаций технологии обучения в сотрудничестве.
6. В чем заключается суть технологии «Пила»? Оцените возможности её использования в обучении геометрии.

Использование в обучении геометрии современных коммуникативных технологии

Рассматриваемые вопросы:

- целевые ориентиры современных коммуникативных технологии обучения;
- основные виды коммуникативно-диалоговых технологий обучения;
- обобщенная модель обучения на основе коммуникативно-диалоговых технологий;
- понятие мастерской как инновационной формы обучения геометрии;
- различные варианты построения мастерских при обучении геометрии;
- роль мастерских разрешения противоречий в изучении мировоззренческих вопросов курса геометрии основной школы.

Методический комментарий:

Использование коммуникативно-диалоговых технологий в современном образовательном процессе способствует переходу деятельности учащихся на качественно новый уровень – уровень критического осмысления своей деятельности, что обеспечивает развитие способности к обоснованной аргументации и оценке доводов при принятии решения в ситуациях выбора.

В структуре учебной деятельности ученика при построении учебного процесса на основе коммуникативно-диалоговых технологий преобладающими являются такие действия, как актуализация и устное

воспроизведение изучаемых сведений; анализ, критическая оценка и отбор информации в связи с обсуждаемой проблемой; построение умозаключений, интеграция имеющегося фактологического материала; обмен знаний с партнерами по обучению, выработка итоговой, общей точки зрения.

Таким образом, коммуникативно-диалоговые технологии позволяют сделать знания не просто осознанными, но и личностными. Кроме того, они развивают мышление и такие его качества, как логичность, гибкость, критичность. Одновременно достигаются и такие воспитательные цели, как формирование речевой, дискуссионной и рефлексивной культуры.

К наиболее распространенным вариациям коммуникативно-диалоговых технологий относятся:

- проблемная дискуссия;
- проблемная дискуссия с выдвижением проектов;
- дискуссия-диалог;
- «Аквариумное обсуждение»;
- дискуссия на основе обмена мнениями: «круглый стол», «дебаты», «симпозиум», «заседание экспертной группы» и др.
- мастерские построения знаний;
- мастерские разрешения противоречий и др.

Рассмотрим обобщенную модель обучения на основе коммуникативно-диалоговых технологий.

1. Постановка проблемы в виде такого вопроса, который вызывает потребность диалогового обсуждения (о путях решения значимой для группы задачи; об истинности противоречивых, альтернативных высказываний; о причинах актуального для учащихся явления и т.д.).

2. Введение исходной информации для обсуждения путем актуализации знаний или путем организации опыта учащихся.

3. Целенаправленный и упорядоченный ход обсуждения. Организация и управление обсуждением осуществляется учителем в двух планах: конкретно-содержательном; путем организации взаимодействия в группе в процессе обсуждения.

В содержательном плане поощряется высказывание собственной позиции, разных точек зрения, возможность критиковать и отвергать любое из высказываемых мнений, приводить собственную аргументацию. В плане организации обсуждения целесообразно придерживаться определенных правил, принятых участниками или рекомендованных учителем. Полезно эти правила представить в виде памяток или алгоритма поведения участника обсуждения, помогающих их самоорганизации.

4. Анализ и оценка дискуссии. Осмысливается и оценивается как содержание, так и сам процесс обсуждения.

5. Подведение итогов: суммирование точек зрения, установление связей, целостное представление решения (или его невозможность), выводы об эффективности и целесообразности выбранной формы обсуждения.

В силу специфики коммуникационно-диалоговых технологий их уместно использовать в обучении геометрии при рассмотрении теоретических вопросов с явно выраженным мировоззренческим содержанием.

Оговорим некоторые истоки незнания школьников, обучающихся в традиционной образовательной системе на преодоление которых направлены коммуникационно-диалоговые технологии, особенно в форме мастерских:

- в традиционном образовании изучаются знания о предмете, а не сам предмет; в результате предмет как объект познания предстает перед учениками оторванным от реальности, посредством знаний, предъявленных другими;
- отвлечённое знание о предмете представляется школьнику частями и из его подробности часто не возникает реального целого, при этом возможна и подмена реального;
- для большинства учеников познанная часть заменяет само целое;
- дробность отвлеченного знания, конкретность и определённость, рассчитанная на покорное его принятие, исключает возможность поиска, а следовательно, исключает и подключение интуиции школьника как инструмента познания; в традиционном образовании интуиция используется лишь в крайних случаях, часто по инициативе самого ученика, стремящегося разглядеть целое;
- методически организованное, специальным образом структурированное, дозированное в соответствии со вкусами и профессиональными установками учителя школьное знание рассчитано в большей мере на работу памяти, разума, чем на пробуждение и использование интуиции и совсем не на их совместное, разумное сочетание.

Приведем пример первых трех мастерских разрешения противоречий для 7 класса (по учебнику Геометрия 7-9 под ред. А.Д. Александрова).

МАСТЕРСКАЯ №1 «Наука геометрия»

1. *Прочтите* эпиграф сегодняшней мастерской :

*«...большая часть людей не любит думать...
Необходимо, следовательно, чтобы кто-нибудь
думал за тех, кто не любит думать...»*

Анри Пуанкаре.

Выразите своё отношение к заключённому в нём смыслу.

2. *Слушаем* желающих прокомментировать слова А. Пуанкаре.

3. *Напишите* на листочке слово «геометрия» так, чтобы проявился его смысл.

Появляются записи: гео-метрия, геометр-и-Я, и их комментарий.

4. Вам, как и древним грекам и египтянам, известны многие сведения из геометрии. Каждый на своём листочке, а затем в группе *перечислите* все те факты, которые вам известны из геометрии.

5. Один представитель от группы перечисляет геометрические факты, собранные группой. Мастер в обобщенной форме записывает сказанное ребятами на доске.

На доске появляется запись:

- геометрические фигуры;
- геометрические инструменты;
- построение геометрических фигур;
- свойства геометрических фигур;
- классификация геометрических фигур.

6. Мастер предлагает группам прочитать и обсудить противоречие, с которым человек часто встречается в процессе познания.

Противоречие: знание – причина незнания; знание некоторых геометрических фактов создаёт видимость знания предмета в целом.

7. *Напишите* на своём листочке свое имя и рядом напишите Евклид.

Евклид был в вашем теперешнем состоянии, когда обзирал все геометрические факты известные людям и решил навести в них порядок. Придумайте какой-нибудь разумный порядок, способный придать стройность всем имеющимся у вас знаниям.

Группы обсуждают.

8. *Слушаем* группы.

9. *Возьмите* идеи, предложенные другими группами, и внесите изменения в свой вариант систематизации геометрических фактов.

10. Сейчас вы пытаетесь выстроить здание науки «геометрии». Сложная задача, если не разграничить понимание науки от не науки. Обсудите в группе то характерное, что, по-вашему, отделяет науку от не науки.

11. *Слушаем* группы. Мастер записывает высказывания ребят на доске:

НАУКА	НЕ НАУКА
1. Поиск, взаимосвязь частей,	1. Хаос, разброс фактов.
2. Стремление объяснить факты.	2. Отсутствие доказательств.
3. Все разложено по полочкам.	3. Факты без движения.
4. Факты обобщаются.	4. Одно может противоречить другому
5. Система, структура, ясно, что из чего, что с чем связано, что от чего зависит, что лежит в основе, что из чего выводится.	5. Всё существует само по себе, независимо от человека.

12. Изучая геометрию, вы вынуждены будете решить ещё одно возможное противоречие: взаимодействия авторитета «Другого» с авторитетом вашего «Я».

Евклид, авторы вашего учебника, учителя будут представлять вам свою позицию, результаты своих творческих поисков, своих размышлений.

Обсудите это противоречие в группе и выработайте позицию, которой вы будете придерживаться при изучении геометрии, позицию, решающую данное противоречие.

13. *Слушаем* группы.

МАСТЕРСКАЯ №2 «Понимаю, представляю, но высказать не могу»

1. *Вдумайтесь* в название сегодняшней мастерской: «Понимаю, представляю, но выразить не могу» и *растолкуйте* его на примерах, из собственного опыта, из опыта других, из наблюдений.

2. *Слушаем* желающих вступить в разговор. Следующие задания направлены на поиск решения противоречий между:

- **образом, созданным воображением и его словесным выражением:** образ предмета, созданный жизненным опытом, не помогает, а порой тормозит его словесное описание.

• **воображением и логикой**: образ геометрической фигуры из-за своей наглядности, кажущейся понятности и однозначности не требует слов, при этом он и способствует проявлению слова, отражающего его суть, и в то же время тормозит процесс проникновения слова в то, что характерно именно ему, то, что отличает его от образов других геометрических фигур.

3. На прошлой мастерской вы называли имена многих геометрических фигур. Среди них были названы: плоскость, треугольники, квадраты, четырёхугольники, окружности...

В парах *выберите* одну из них и попробуйте растолковать образ, стоящий за именем выбранной вами фигуры.

4. *Слушаем* пары.

Приведем некоторые попытки ребят определить ту или иную геометрическую фигуру:

- плоскость – то, на чём мы всё располагаем;
- плоскость – это геометрическая фигура, не имеющая толщины и безгранично большая по ширине;
- плоскость – это геометрическая вселенная;
- плоскость существует только в нашем воображении;
- плоскость не зависит ни от времени, ни от пространства;
- окружность в отличие от круга, ничего не имеет внутри;
- окружность ничего не имеет не только внутри, но и снаружи;
- окружность – граница между двумя пустотами на плоскости;
- точка не имеет размеров, а раз не имеет размеров, то она невидимая, поэтому нельзя составить прямую и плоскость из точек; точка —это ничто;
- отрезок — это самое маленькое нечто, соединяющее два ничто.

Самые интересные попытки придумать определения геометрических фигур мастер записывает на доске.

Попытка дать своё определение геометрической фигуры способствует формированию предпонятия основных геометрических фигур, необходимости их введения без определения. У ребят появляется нечто конкретное, являющееся для их мысли опорой в сложном процессе построения курса геометрии.

5. В группах *прочтите* самые любопытные определения геометрических фигур и *задайте* к ним вопросы, на которые вы сами не можете ответить, или вопросы, на которые вы хотели бы услышать ответ своих одноклассников.

6. *Слушаем* вопросы групп. Приведём некоторые из вопросов:

- Что значит: фигура бесконечно большая по ширине?
- Определение одной фигуры должно отличать её от другой фигуры, а разве только плоскость существует в нашем воображении, разве только плоскость не зависит от времени и пространства?
- Если взять верёвку и связать её концы и положить её на плоскость стола, то это и будет окружность?
- Окружность, как и любая линия, тоже не имеет ширины, так что же, она видимая, что ли?

7. Мастер говорит, что самой простой и в то же время самой сложной, труднообъяснимой фигурой является точка. *Попробуйте объяснить* марсианам, что такое точка. *Обсудите* в группах всевозможные версии и через некоторое время одну, самую убедительную, сообщите классу.

8. *Слушаем* группы.

Приведём некоторые объяснения точки, как геометрической фигуры:

- Мы решили, что проще не объяснять, а взять карандаш и нарисовать точку на листе бумаги, тогда и говорить ничего не надо будет и так всё ясно;
- Точка – это то из чего состоит отрезок, то, что есть на плоскости;
- Точка – это маленькая-маленькая, ну самая маленькая геометрическая фигура;

9. Мастер предлагает группам подобрать аргументы, проясняющие неточность толкований самой простой геометрической фигуры – точки.

10. *Слушаем* группы.

11. Мастер говорит, что в геометрии точка, отрезок и плоскость принимаются без определения. Жизненный опыт, воображение, интуиция позволяют каждому человеку однозначно сопоставить данным понятиям их образ. Эти понятия в геометрии называют основными, они и аксиомы, о которых речь пойдёт далее, составляют фундамент науки геометрии.

Мастер просит пары полистать учебник «Геометрия 7» и посмотреть, о чем его авторы рассказывают на его страницах.

12. Пары называют геометрические фигуры, теоремы, определения, мастер кратко фиксирует их наблюдения на доске.

13. Наука требует некоторого порядка, системы, все темы, проблемы, понятия, которые она исследует, строго продуманы и расположены определённым образом. *Посмотрите* оглавление учебника и прокомментируйте выбор авторов такого расположения тем.

14. *Слушаем* группы.

МАСТЕРСКАЯ №3 «Многое из немногoго» /аксиомы геометрии/

ПРОТИВОРЕЧИЯ, которые мастерская должна обозначить и наметить возможные пути их решения:

- **простота и понимание:** простота формы и содержания – путь к пониманию и тормоз к его возникновению: простота аксиом способствует их принятию и в то же время вызывает массу безответных вопросов, как, например, неизвестность причин их появления;

- **желание понять и требование – принять:** желание личности понять и негласное требование кого-то невидимого, неслышимого просто принять, без понимания: желание понять принятые во взрослом мире «бесконечность прямой», «бесконечность луча», «бесконечность, неограниченность плоскости», но невозможность преодолеть границы конечного подводит к отказу от понимания и заставляет принять непонятое;

- **недоказанное – основа доказательства:** недоказанное, просто принятое – становится основой строгих логических выводов, в которых всё должно быть доказано;

- **нечто, принятое без определения – основа определений геометрических фигур:** геометрические фигуры, имеющие только имя, проявленные в некотором образе, но лишённые определения, принятые без определения в качестве основных геометрических фигур – основа определений всех остальных геометрических фигур.

1. Евклид, выстраивая науку геометрию, придумал структуру, предугадал схему, в которую хорошо вписались известные геометрические сведения, которая позволяла продолжать далее строительство здания науки геометрии. В основании придуманной им структуру лежит ряд основных понятий, которым не даны определения. В нашем курсе к ним относятся: точка, прямая и плоскость. Кроме основных понятий он сформулировал ряд аксиом – геометрических утверждений, достойных признания.

В п. 1.1. учебника авторы сформулировали три аксиомы, которые сначала почему-то спрятали под словами «построение».

Прочтите на с. 14 - 15 текст о всех трёх построениях и постарайтесь добыть всю возможную информацию сначала о двух из трёх основных геометрических фигурах: точке, отрезке. На листе бумаги в столбик напишите все три основные геометрические фигуры, а рядом во втором столбике кто-нибудь один из группы будет записывать всё, что вы вычитаете о первых двух из них. Полученную из учебника информацию не переписывайте слепо, а обязательно кратко перескажите своими словами.

2. *Слушаем* группы. Мастер записывает всю информацию в таблицу.

Свойства основных геометрических фигур

Основные геометрические фигуры	Информация об основных геометрических фигурах
Точка	
Отрезок	
Плоскость	

Приведём вариант таблицы, появившийся на доске после совместного обсуждения высказываний групп.

Свойства основных геометрических фигур

Основные геометрические фигуры	Информация об основных геометрических фигурах
Точка	Точка — геометрическая фигура. Есть две точки — есть отрезок с концами в них. Точки в отрезке делятся на внутренние и граничные (два конца), они отличаются друг от друга своим положением и названием. Точки есть в отрезке и везде, в любой геометрической фигуре.
Отрезок	Отрезок — геометрическая фигура. Отрезок имеет внутренние точки и два конца. Отрезок содержит в себе отрезок и не один. Многие фигуры содержат в себе отрезок и не один. Любая внутренняя точка делит отрезок на два отрезка, т.е. на две фигуры, ничем не отличающиеся от той, которую мы назвали отрезком. При продолжении отрезка за любой его конец получается отрезок, содержащий в себе исходный.

3. *Прочтите* с. 17-18 и выпишите в таблицу всю информацию о третьей основной геометрической фигуре – плоскости.

4. *Слушаем* группы и заполняем третью строку таблицы.

Приведём получившийся вариант.

Плоскость	Имеет точки и прямые. Все геометрические фигуры, которые мы будем изучать лежат на плоскости. Прямая в плоскости — граница её двух полуплоскостей. Отрезок, с концами в одной полуплоскости не имеет общих точек с граничной прямой. Отрезок с концами в разных полуплоскостях имеет общую точку с их границей. Плоскость в пространстве — граница его двух полупространств.
-----------	--

5. *Выпишите* из текста параграфа все непонятные вам слова.

6. *Слушаем* группы. Мастер записывает в таблицу все непонятные слова.

Исследование трудных слов параграфа

Непонятные слова	Объяснение непонятных слов

Приведём слова, отнесённые школьниками в разряд непонятных: проवेशивание прямой, постулат, внутренняя точка луча, граничная прямая, полупространство, аксиома построения отрезка, строительная геометрия, луч, ломаные линии.

7. В группе постарайтесь объяснить как можно больше слов. Как только группе удастся прояснить смысл какого-нибудь слова, кто-нибудь из группы

аккуратно, чётко и кратко делает соответствующую запись в таблице напротив слова, тайна которого раскрыта.

8. Класс *обсуждает* смыслы непонятных слов.

9. *Дочитайте* параграф до конца и допишите в таблицу новую информацию о свойствах основных геометрических фигур.

10. *Слушаем* группы, мастер дополняет новые сведения в таблицу на доске.

11. *Обсудите* в группах тайну определения основных геометрических понятий, его отсутствия и одновременного присутствия на страницах учебника геометрии.

12. *Слушаем* группы.

13. Мастер читает три основных противоречия, которые выписаны на доске и предлагает желающим высказаться по их сути и способах решения.

14. *Слушаем* всех желающих.

15. *Прочтите* теперь ещё раз название мастерской «Многое из немногoго» и прокомментируйте его в плане того, что мы делали на мастерской.

Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 2

1. *Гульчевская В.Г.* Современные педагогические технологии в профильном и предпрофильном обучении: Учебно-методическое пособие для системы повышения квалификации работников образования. – Ростов-н/Д.: РО ИПК и ПРО, 2005.

2. *Загашев И.О., Заир-Бек С.И.* Критическое мышление: технологии развития. – СПб.: Изд-во «Альянс Дельта», 2003.

3. *Окунев А.А.* Речевое взаимодействие учителя и ученика в структуре Нового образования. – СПб.: «Скифия», 2006.

4. *Окунев А.А.* Углубленное изучение геометрии в 8 классе. М.: Просвещение, 1996.

5. *Окунев А.А.* Углубленное изучение геометрии в 9 классе. М.: Просвещение, 1997.

6. *Окунев А.А.* Урок? Мастерская? Или ... – СПб.: Просвещение, 2001.

Задания студентам

1. Подготовьте ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Изучите книгу: *Окунев А.А.* Речевое взаимодействие учителя и ученика в структуре Нового образования. – СПб.: «Скифия», 2006. и выпишите в конспекты: а) примеры построения мастерских разрешения противоречий; б) примеры информационно-исследовательских карт для учащихся по курсу геометрии основной школы.
3. Изучив любые два источника из списка рекомендуемой литературы к модулю 2, оформите в конспектах аннотацию к ним.
4. Разработайте конспект урока геометрии в рамках коммуникативно-диалоговой технологии.

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите известные вам коммуникативно-диалоговые технологии. Охарактеризуйте одну из них. Оцените возможности её использования в обучении геометрии.
2. Охарактеризуйте целевые ориентиры технологии построения мастерских.
3. Какова позиция мастера в коммуникационной технологии разрешения противоречий?
4. Каковы основные признаки мастерской?
5. Какова структура занятия построенного в форме мастерской?

Использование в обучении геометрии технологии развивающего обучения

Рассматриваемые вопросы:

- целевые ориентиры и концептуальные положения технологии развивающего обучения;
- основные формы учебных занятий в технологии развивающего обучения;
- технология организации усвоения определения геометрического понятия в условиях развивающего обучения;
- технология организации усвоения геометрических теорем в условиях развивающего обучения;
- технология обучения алгоритмам и правилам в условиях развивающего обучения.

Методический комментарий:

Большинство современных технологии обучения являются представителями технологий *развивающего* обучения, основной целью которых является способность учащихся к самостоятельному добыванию знаний и их применению как инструмента для дальнейшего познания и преобразования действительности. Характерными чертами обобщенной модели технологий развивающего обучения являются:

- обучение способам теоретического мышления, приемам учебно-познавательной деятельности, процедурам поисковой деятельности как основному содержанию и результату образования;

- приближенность учебной деятельности к научному познанию:

а) столкновение учащихся с противоречиями между новыми учебными задачами и прежними знаниями и умениями, стимулирующими у учащихся потребность преодолеть это противоречие;

б) постановка ученика в позицию исследователя, первооткрывателя;

в) применение в технологии учебного процесса таких процедур, которые моделируют этапы мышления при решении проблем: выявление и формулирование проблемы, сбор данных, выдвижение гипотез, анализ данных, проверка гипотез, формулирование выводов, применение на практике, обобщения;

- рефлексивная деятельность учащихся, как в интеллектуальном, так и в эмоционально-личностном плане.

В отечественной методике обучения разработаны основания для реализации технологий развивающего обучения геометрии. В качестве примера могут служить предложенные Т.А. Ивановой, Е.Н. Перевощиковой и Т.П. Григорьевой технологии изучения математических понятий, теорем, обучения правилам. Предложенные ими технологии предусматривают включение учащихся в активную математическую деятельность поискового характера, когда усвоение учениками информационной компоненты геометрического содержания образования, освоение ими опыта творческой геометрической деятельности, развитие специфических для геометрической деятельности качеств мышления происходит в комплексе, одновременно.

Перейдем к рассмотрению основных положений этих технологий.

Технология организации усвоения определения геометрического понятия в рамках развивающего обучения

В соответствии с целями развивающего обучения технология организации усвоения определений геометрических понятий должна способствовать овладению учеником следующими методологическими знаниями и умениями:

- знанием генезиса образования понятия;

- знанием логической структуры определения понятия;
- умениями осуществлять действия подведения под понятие и выведения следствий;
- умением проводить классификацию, систематизацию геометрических понятий, а также понимать необходимость доказательства существования понятия.

Схематически технологию организации усвоения определения геометрического понятия можно представить следующим образом:



Технология организации усвоения геометрических теорем в рамках развивающего обучения может быть представлена следующей схемой:



Рассмотрим более детально этапы «Восприятие» и «Осознание, осмысление» и опишем, как можно организовать деятельность учащихся с тем, чтобы они усваивали не только информационный компонент, но и овладевали познавательными средствами. Этого можно достигнуть, если организовать учебно-познавательную деятельность учащихся адекватно тому, как шел процесс познания в геометрии как науке. Следовательно, при изучении теорем учащиеся должны включаться в деятельность по «открытию» закономерности, отражаемой в изучаемой теореме, выдвижению гипотез, в поиск доказательства их истинности или опровержения, а также осознавать способы, методы и приемы, с помощью которых реализуется эта деятельность.

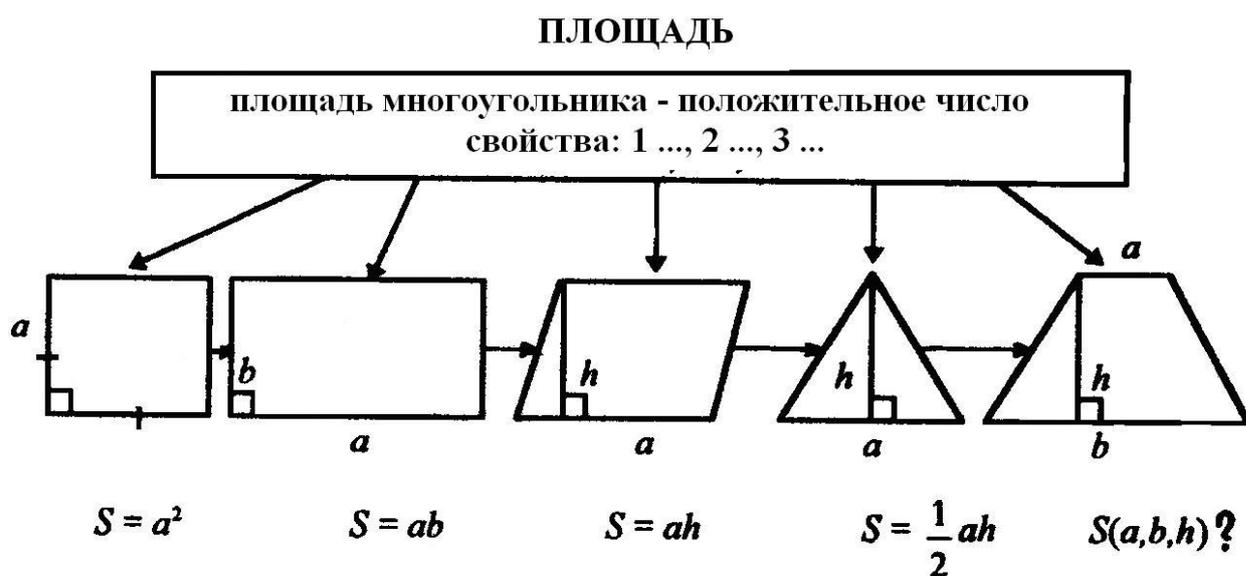
В качестве примере приведем фрагмент урока посвященного изучению площади трапеции.

1. Подготовка к восприятию

Учитель начинает с повторения опорного материала:

- Что такое площадь многоугольника (какими свойствами она обладает)?
- Площадь какого многоугольника мы можем находить, исходя из свойств площади?
- Площадь какого многоугольника мы нашли на основании свойств площади?
- Какой прием мы использовали для вывода площади прямоугольника?

Аналогичные вопросы задаются при повторении площади параллелограмма и треугольника. В процессе такой беседы на доске появляется постепенно следующая схема:



Подводится итог:

1. Площадь каждой изученной фигуры выражается через сторону и высоту к ней.

2. Для вывода, всех формул применяется один и тот же приём.

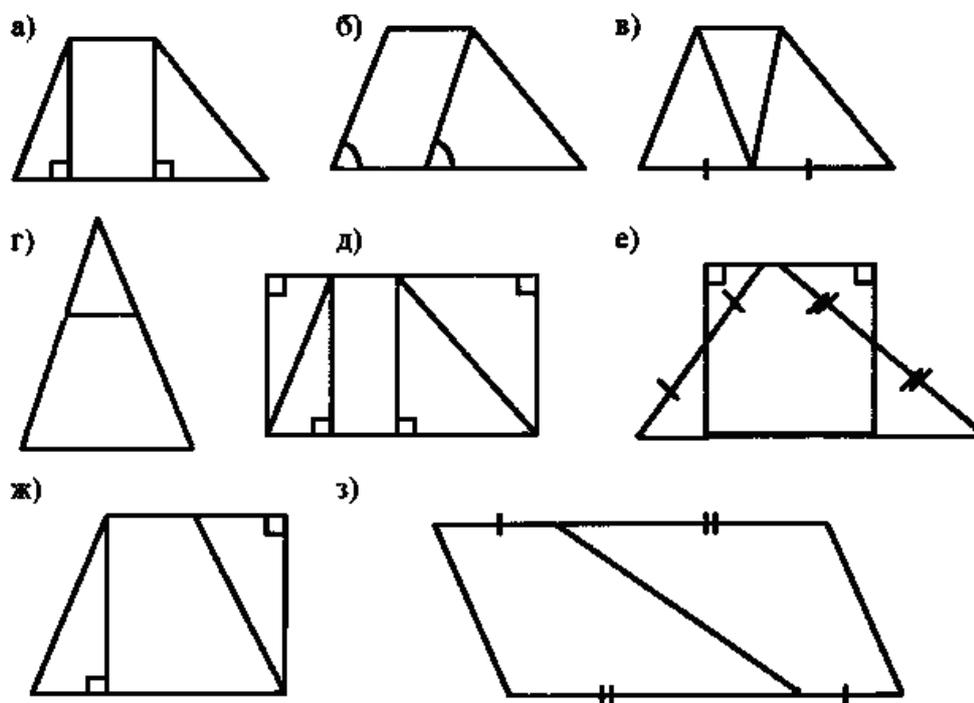
- Какой четырехугольник изучали на прошлых уроках еще?

На рисунке появляется последняя фигура – трапеция.

2. Восприятие

• Проводя аналогию с тем, что нам уже известно, как вы думаете, через какие элементы можно выразить площадь трапеции? (После обсуждения останавливаются на гипотезе, что, наверное, через основания a , b и высоту h).

• Попробуйте найти эту закономерность, используя прием "дистраивания" и "разбиения". У кого какие варианты, как можно проводить дополнительные построения, чтобы к нахождению площади трапеции можно было подойти через площади известных многоугольников? Учащиеся предлагают свои варианты



Далее учитель каждому ряду дает задание: найти площадь трапеции зная a , b и h по рисункам а), г), д) соответственно. В результате в классе доказали теорему тремя способами. Желаящим было предложено дома найти способы доказательства опирающиеся на оставшиеся рисунки.

Включение школьников в поисковую деятельность на основе неполной индукции и аналогии позволяет формировать у них не только логическое мышление, но и интуитивное, которое является необходимым компонентом творческого мышления.

К открытию новых доказательств могут привести и *дедуктивные умозаключения*. В этом случае, доказательство идет впереди формулировки теоремы.

Покажем это на примере фрагмента урока изучения теоремы о свойстве отрезков пересекающихся хорд окружности.

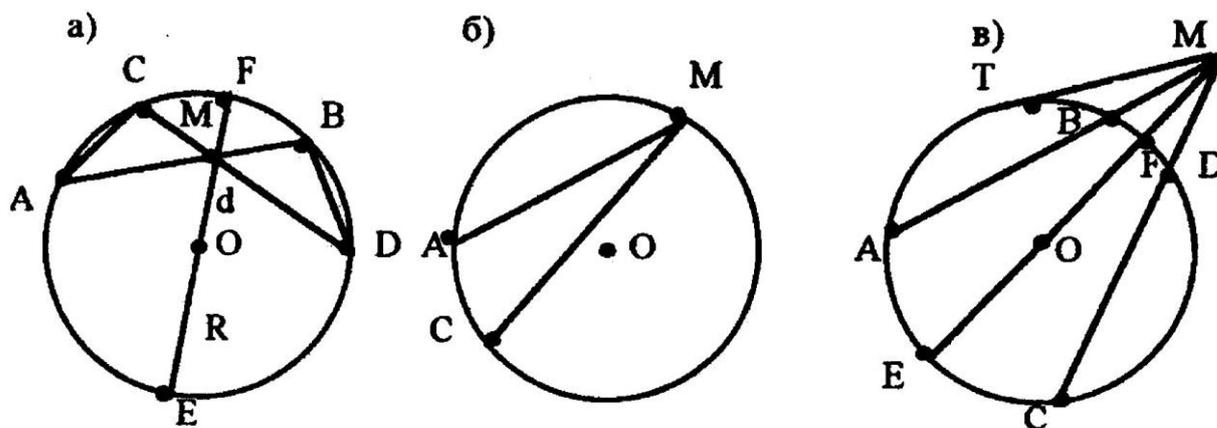
Цель урока состояла в том, чтобы показать учащимся образцы рассуждений приводящих к самостоятельному получению новых фактов.

1. Подготовка к восприятию

Учитель начинает урок со следующего вступления.

- Мы с вами доказываем уже сформулированные теоремы, кем-то открытые. Но как люди приходят к открытию новых фактов? На сегодняшнем уроке мы попытаемся получить новые теоремы сами, используя различные приемы рассуждений.

- Постройте окружность $\omega(O, R)$ точку M внутри полученного круга и проведите через точку M две пересекающиеся хорды AB и CD .



- Получили отрезки хорд MA, MB, MC, MD . Дополнив рисунок, сформулируйте по нему задачи, кто какие может.

2. Восприятие

- Соедините A и C , B и D . Докажите, что $\angle CAB = \angle CDB$, $\angle ACM = \angle DBM$.

- Какое еще требование можно поставить к этому же условию?

- Докажите, что $\triangle MAC \sim \triangle MDB$.

- Какие следствия можно вывести из этого факта? ($\frac{MA}{MD} = \frac{MC}{MB}$)

- Примените свойство пропорции: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$.

- Сформулируйте полученную теорему (формулируется теорема в том виде, в котором она приведена в учебнике).

• Но у настоящего исследователя на этом изучение рассматриваемой ситуации не заканчивается. Так как хорды AB и CD , проходящие через точку M , произвольны, то произведение $MA \cdot MB$ постоянно. Какой должен возникнуть у вас теперь вопрос?

- Чему равно это произведение?

- Чтобы ответить мы должны в рассматриваемой геометрической ситуации выделить постоянные величины, фигуры.

Выясняется, что здесь постоянными являются точки O , M , а следовательно, и расстояние d между ними, радиус R окружности. Проведя хорду EF (диаметр) и применяя для нее доказанную теорему, получаем, что $MA \cdot MB = ME \cdot MF = R^2 - d^2$.

Предлагается переформулировать доказанную теорему.

- Однако изучение вопроса пока еще полностью не закончено. Мы брали окружность (O, R) и точку M внутри нее. Как еще могут располагаться окружность и точка?

- M принадлежит окружности (рис. б); лежит вне окружности (рис. в).

- Рассмотрим последний случай. Проведем хорды AB и CD такие, чтобы MA и MC были секущими к окружности.

Спрогнозируйте зависимость между отрезками MA и MB , MC и MD .

Учащиеся, используя аналогию, выдвигают гипотезу, что $MA \cdot MB = ME \cdot MD$, и доказывают этот факт. На вопрос учителя, чему же равно в этом случае каждое из произведений, были ответы, основанные на аналогии ($MA \cdot MB = R^2 - d^2$, где $d = OM$), которые вызвали сразу же возражения части

учащихся, заметивших, что в этом случае $R^2 - d^2 < 0$ и такого не может быть. После рассуждений получили, что $MA \cdot MB = d^2 - R^2$.

- Можно ли утверждать, что этот случай мы исследовали полностью?
- Какие прямые, проходящие через точку М и связанные с окружностью, мы во втором случае можем провести, а в первом нет? (Касательные МТ и МТ₁).

Предлагается выяснить, связаны ли длины отрезков касательных с полученными величинами. В результате всех рассуждений учащиеся приходят к формулировке теоремы: произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной.

В третьем случае $MA \cdot MB = MA \cdot MM = 0$. Учитель обращает внимание учащихся на то, как меняется произведение $MA \cdot MB$ в зависимости от изменения положения точки М и данной окружности.

Подводится итог: К "открытию" новых фактов в геометрии можно прийти чисто дедуктивно, логическим путем, прогнозируя результат на основе аналогии, рассматривая частные или все возможные случаи какого-либо явления.

На *этапе осознания и осмысления* происходит осознание (понимание) и запоминание как формулировки теоремы, так и ее доказательства. Управление этим этапом со стороны учителя осуществляется посредством специально сконструированной системы упражнений, заданий. Они должны носить как репродуктивный характер, так и развивающий. Приведем возможные типы заданий на этом этапе.

1. Сформулируйте доказанную теорему. Выделите условие, заключение.
2. Верно ли предложение: (учитель модифицирует формулировку, добавляя или опуская некоторые слова, которые а)изменяют смысл доказанной теоремы; б)не изменяют).
3. Создайте другой рисунок и обозначения к доказанной теореме (моделирование теоремы).

4. Проведите доказательство теоремы: а) с теми же обозначениями, но при новом расположении чертежа; б) при том же расположении чертежа, но в новых обозначениях.

5. Сформулируйте обратное (противоположное) утверждение.

6. Выделите основную идею (прием) доказательства.

7. Приведите примеры доказательства теорем или решенных задач, где бы использовался этот прием.

8. Составьте план доказательства теоремы (выделите основные этапы доказательства).

9. Выделите базис доказательства (опорные теоремы, аксиомы, определения).

10. Найдите другой способ доказательства (возможны указания со стороны учителя).

11. Примените теорему к решению следующих задач (дается цикл дидактических задач на прямое применение, задачи с недостающими данными, с избыточными, где данные следует подкорректировать, прежде чем применить теорему).

12. Для решения каких, задач можно использовать доказанную теорему (прогнозирование, составление эвристик)? Например: доказательство равенства углов, отрезков, параллельность прямых и т.д.

13. С помощью каких еще теорем можно решать указанные типы задач? (Перечисляются в этом случае все известные ранее способы и добавляется новый).

14. Составьте сами задачи на применение теоремы (на первых порах можно по готовому рисунку).

15. Опишите, как вы рассуждали, когда отыскивали: а) закономерность, отраженную в формулировке, б) доказательство.

В заключение приведем некоторые рекомендации для учителя при подготовке к уроку по изучению теорем. *Подготовка к уроку* (или серии

уроков) начинается с логико-математического и дидактического анализа формулировки теоремы и способа её доказательства.

Логико-математический анализ предполагает выполнение, учителем следующих действий:

1. Анализ формулировки:

а) установление формы формулировки;

б) выделение условия, заключения, разъяснительной части;

в) установление того, является данное предложение простым или сложным;

г) выяснение возможности переформулировки сложной теоремы в виде двух простых теорем.

2. Выяснение логического смысла теоремы: существование, свойство, признак (критерий) понятия.

3. Формулировка обратного (противоположного) предложения и установление его истинности.

4. Анализ доказательства: выяснение идеи, метода, приема доказательства, установление их новизны для учащихся, отыскание других приемов доказательства.

5. Исследование геометрической конфигурации, рассмотрение всех возможных случаев.

6. Установление связи теоремы с ранее изученным, ее роли в построении курса.

Дидактический анализ:

7. Выявление опорного материала и установление необходимости его повторения; методика организации повторения.

8. Установление необходимости мотивации изучаемой теоремы и подбор для нее соответствующего материала.

9. Возможность создания проблемной ситуации; выбор способа (пути) создания проблемной ситуации.

10. Установление наличия у школьников базы знаний (в том числе познавательных средств) для участия в разрешении проблемы с соответствующим уровнем самостоятельности.

11. Выбор гипотетико-дедуктивных методов, способов получения новых знаний: "открытие" теоремы; поиск доказательства; доказательство.

12. Установление возможности изучения обратной (противоположной) теоремы. Формулировка критерия понятия, переформулировка его определения.

13. Выбор формы записи доказательства, а также установление необходимости записи доказательства.

14. Установление возможности обучения новому методу доказательства.

15. Подбор системы упражнений для этапов «осознание, осмысление, применение». При отборе содержания упражнений учителю следует руководствоваться определенными принципами, а именно: полноты, однотипности, контрпримеров, сравнения, непрерывного повторения, вариативности, единственного различия.

В заключении приведем технологическую схему обучения алгоритмам и правилам в условиях развивающего обучения.



Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 3

1. **Волович М.Б.** Наука обучать: технология преподавания математики. – М., 1995.
2. **Григорьева Т.П. и др.** Основы технологии развивающего обучения математике. – Н.Новгород: НГПУ, 1997.
3. **Давыдов В.В.** Теория развивающего обучения. – М., 1996.
4. **Далингер В.А.** Самостоятельная деятельность учащихся – основа развивающего обучения // Математика в школе, 1994. №6.
5. **Епишева О.Б.** Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. – М.: Просвещение, 2003.
6. **Иванова Т.А.** Методология научного поиска – основа технологии развивающего обучения // Математика в школе, 1995. №5. С.25-28.
7. **Ксензова Г.Ю.** Перспективные школьные технологии. – М., 2000.
8. **Лебедева Л.И., Иванова Е.В.** Метод проектов в продуктивном обучении // Школьные технологии, №2, 2002.
9. **Савенков А.И.** Творческий проект, или как провести самостоятельное исследование // Школьные технологии, 1998. №4. С.144-148.
10. **Селевко Г.К.** Современные образовательные технологии. – М.: Народное образование, 1998.
11. **Хуторской А.В.** Эвристическое обучение: Теория, методология, практика. – М.: МПА, 1998.

Задания студентам

1. Подготовьте ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Просмотрите на лабораторном занятии видеозапись урока геометрии в 7 классе по теме «Соотношение между сторонами и углами треугольника», построенного в соответствии с технологией развивающего обучения (учитель – преподаватель математики высшей

категории В.Е. Пырков). Оформите конспект и выполните анализ урока.

3. Изучив любые три источника из списка рекомендуемой литературы к модулю 3, оформите в конспектах аннотацию к ним.
4. Разработайте урок в соответствии с технологией развивающего обучения для любой из тем курса геометрии 8 класса.
5. Ознакомьтесь с описанием схематически представленной технологии обучения алгоритмам и правилам в условиях развивающего обучения по учебному пособию: *Григорьева Т.П. и др. Основы технологии развивающего обучения математике.* – Н.Новгород: НГПУ, 1997.

Вопросы для самоконтроля

1. Охарактеризуйте целевые ориентиры технологии развивающего обучения.
2. Каковы концептуальные положения технологии развивающего обучения?
3. Охарактеризуйте технологическую схему обучения геометрическим понятиям. Раскройте каждый её этап. Изложите методику его реализации для конкретного геометрического понятия.
4. Охарактеризуйте технологическую схему обучения геометрическим теоремам. Раскройте каждый её этап. Изложите методику его реализации для конкретной теоремы курса геометрии основной школы.
5. Охарактеризуйте технологическую схему обучения алгоритмам и правилам в курсе геометрии основной школы. Раскройте каждый её этап. Изложите методику его реализации для правил сложения векторов.

Использование в обучении геометрии современных компьютерных технологий

Рассматриваемые вопросы:

- понятие ЦОР;
- классификация ЦОР;
- основные ЦОР по геометрии, их характеристика;
- методика использования компьютерных технологий для организации наблюдения;
- методика использования компьютерных технологий для организации эксперимента при решении геометрических задач;
- методика использования компьютерных технологий для организации лабораторных работ по геометрии;
- методика использования компьютерных технологий для организации исследовательской работы учащихся по геометрии.

Методический комментарий:

К современным технологиям обучения геометрии можно отнести и использование компьютерных технологий, требующих модернизации традиционной методики обучения математике в силу своей специфики.

Под *цифровым образовательным ресурсом* (ЦОР) понимается информационный источник, содержащий графическую, текстовую, цифровую, речевую, музыкальную, видео-, фото- и другую информацию, направленный на реализацию целей и задач современного образования.

По методическому назначению ЦОР можно классифицировать на обучающие, тренажеры, контролирующие, информационно-поисковые и информационно-справочные, демонстрационные, лабораторные, моделирующие, расчетные, учебно-игровые, коммуникационные и интегрированные.

На сегодняшний день создано большое количество разнообразных программных приложений и электронных учебных комплексов предназначенных для использования в обучении геометрии. Охарактеризуем некоторые из них.



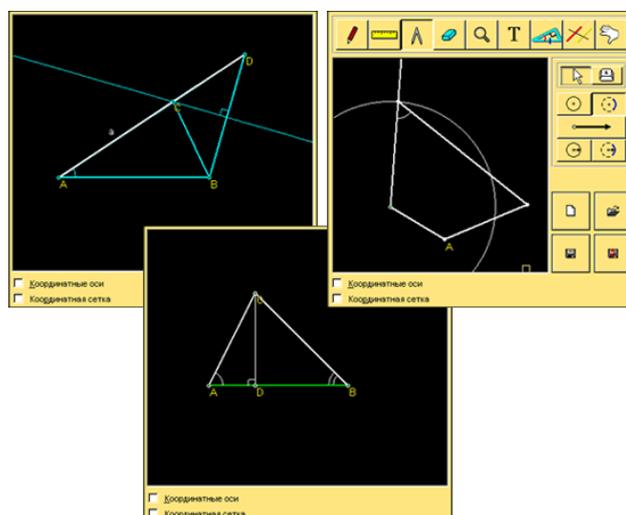
Курс «Открытая Математика 2.5. Планиметрия» предназначен для учащихся средних общеобразовательных школ, лицеев, гимназий, колледжей. Содержание курса соответствует программе курса планиметрии для общеобразовательных учреждений

России и содержит большое количество дополнительного материала.

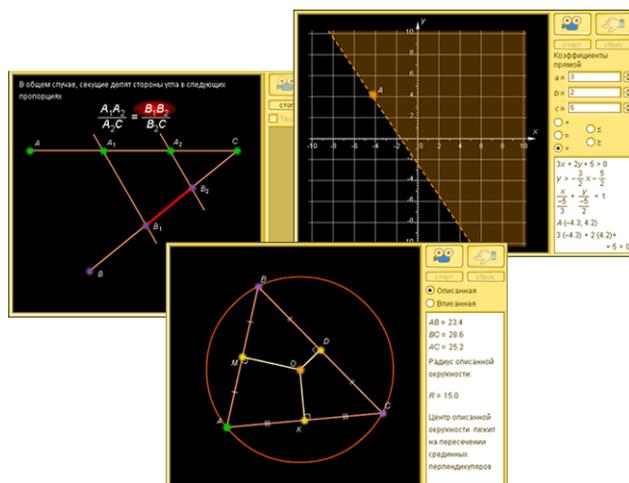
Автором курса является доцент МФТИ, к. ф.-м. н. А. А. Хасанов. Научный редактор курса – доцент МФТИ, к. ф.-м. н. Т. С. Пиголкина.

Темы курса:

- аксиомы планиметрии;
- параллельность и перпендикулярность прямых;
- треугольники, четырехугольники и многоугольники;
- окружности, касательные и секущие;
- фигуры второго порядка;
- площади фигур;
- декартова система координат;
- вектора на плоскости;



- *преобразования фигур;*
- *задачи на построение;*
- *неевклидова геометрия.*



Курс включает в себя:

- *иллюстрированный учебник;*
- *интерактивные чертежи;*
- *52 интерактивные учебные*

модели и около ста планиметрических чертежей;

- *более 600 рисунков и схем;*
- *интерактивный инструмент для построения и редактирования чертежей;*
- *звуковое сопровождение;*
- *справочные материалы;*
- *биографии учёных-математиков;*
- *журнал учёта работы ученика;*
- *более 300 вопросов и задач;*
- *систему составления контрольных работ;*
- *сертификационный тест и сертификат компании ФИЗИКОН;*
- *поисковую систему;*
- *путеводитель по математическим Интернет-ресурсам;*
- *методическую поддержку курса для учителей.*

В методических рекомендациях для учителя:

- 1) описаны особенности организации работы с данным курсом на уроках геометрии различных типов и методика его использования при самостоятельной работе учащихся;
- 2) приведены тексты документов содержащих образовательный стандарт по математике для базового и профильных уровней;
- 3) определено место моделей компьютерного курса в тематическом и поурочном планировании изучения курса геометрии 7-9 класса;

4) описана методика различных вариантов применения компьютерного курса в изучении геометрии;

5) рассмотрена методика компьютерного моделирования при изучении курса геометрии на примере конспекта урока «Начальные геометрические сведения» (7 класс);

6) приведен список дополнительной литературы для учителя и учащихся.



Основная цель курса «Уроки геометрии Кирилла и Мефодия 7-9 класс (Часть I)» – дать школьникам 7-9 классов базовые знания по геометрии облачив их в интересную и занимательную форму. Теоретическое содержание курса сопровождается разнообразным

иллюстративным материалом. Практические задания, упражнения и тесты содержат игровые элементы превращающие процесс обучения в увлекательное занятие.

«Уроки геометрии Кирилла и Мефодия 7-9 класс (Часть I)» включают в себя:

- электронный учебник, состоящий из 32 уроков;

- справочник, содержащий определения основных геометрических понятий, формулировки аксиом и теорем;

- итоговый экзаменационный тест по пройденному материалу.

Электронный учебник содержит 5 разделов:

- Простейшие геометрические фигуры и их свойства (7 уроков);
- Треугольник (9 уроков);
- Окружность. Геометрические построения (5 уроков);





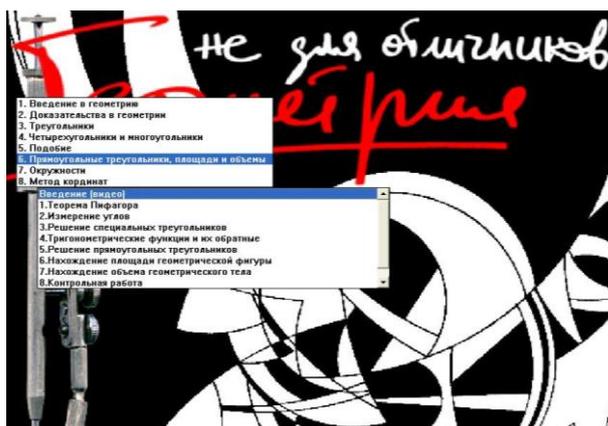
- Четырехугольники (6 уроков);

- Теорема Пифагора (5 уроков).

В конце каждого раздела приведен тест для самоконтроля уровня усвоения пройденного материала.

Каждый урок озвучен и состоит из трех разделов:

- 1) интерактивное объяснение нового материала (содержит основные теоретические сведения, снабженные большим количеством иллюстраций; практические интерактивные задания; кроссворды и др.);
- 2) контроль знаний и умений (используются тестовые задания, предусматривающие в большинстве случаев выбор готового ответа или ввод ответа с клавиатуры; в случае затруднений учащихся для каждого упражнения предусмотрен вызов серии подсказок и правильного ответа);
- 3) рефлексия, выводы (предназначены для закрепления, фиксации и систематизации полученных знаний).



Электронный учебник «Геометрия не для отличников» – мультимедийное учебное пособие разработанное в соответствии с программой по математике для средней школы и ориентированное на среднеуспевающего школьника с

минимальными навыками общения с компьютером.

Данное пособие включает:

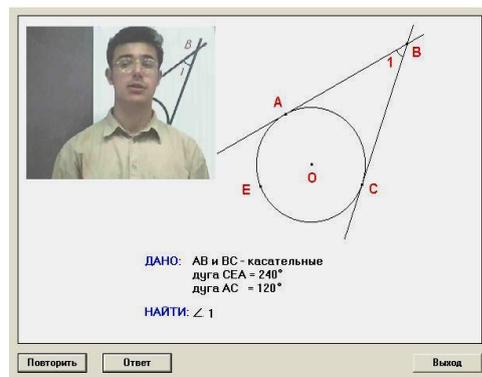
- около 600 задач с подсказками, ответами и полными решениями;
- теоретический материал по основным разделам курса;
- интерактивные контрольные работы по всем темам;

- видеоуроки учителя с объяснением задач и разбором решений.

Электронный учебник содержит восемь глав:

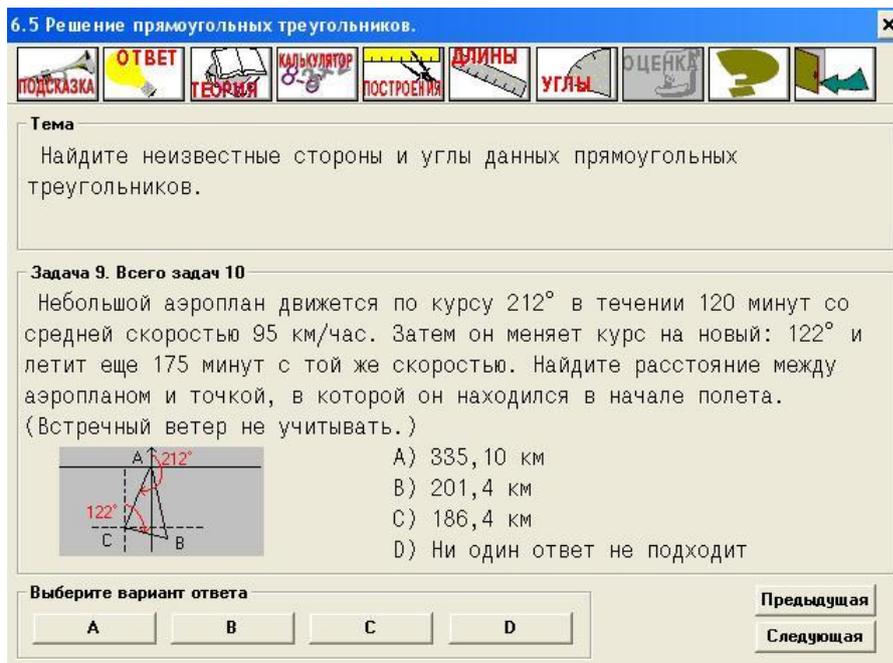
- Введение в геометрию (6 уроков).
- Доказательства в геометрии (7 уроков).
- Треугольники (7 уроков).
- Четырехугольники и многоугольники (6 уроков).
- Подобие (7 уроков).
- Прямоугольные треугольники, площади и объемы (7 уроков).
- Окружности (7 уроков).
- Метод координат (6 уроков).

Каждая глава содержит видеофильм «Введение», представляющий собой вступительное слово учителя с кратким обзором содержания главы и напутствием по её изучению. В конце каждой главы предлагается контрольная работа по всему материалу главы. Перед её решением учащемуся предлагается просмотреть *видеоурок*, в котором учитель объясняет постановку задачи по материалам соответствующей главы и объясняет её решение.



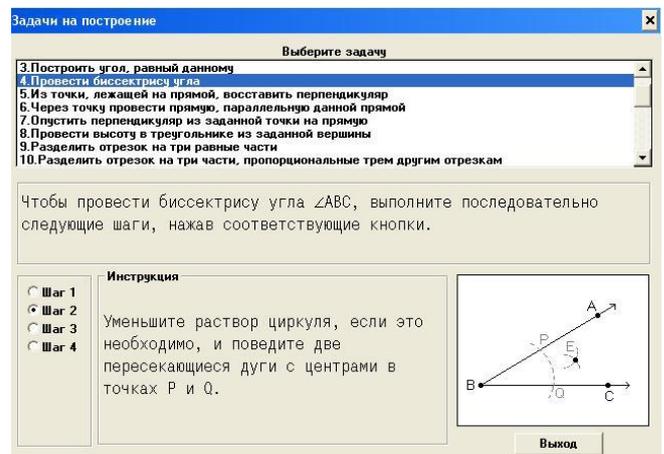
Главным в содержании каждого урока является решение предлагаемых задач. Для каждой задачи предусмотрена система *подсказок*: разбор аналогичного примера, краткий ответ, подробное решение. Кроме того, имеется небольшое *теоретическое пояснение*, содержащее необходимые сведения для решения задачи.

Кнопка «*Построения*» вызывает окно, в котором можно увидеть, как решаются наиболее распространенные задачи на построение. Выбрав одну из 23 представленных задач, учащийся шаг за шагом может проследить алгоритм её решения.



В разделах «Длины» и «Углы» учащимся предлагается измерить изображенную на экране величину и сравнить свой результат с правильным ответом.

В любой момент работы с электронным учебником можно воспользоваться справочной системой, которая подскажет, как работать в конкретной ситуации, как лучше изучать учебный материал, а также поможет найти необходимые формулы и теоремы.



Обучающий курс серии «Ваш Репетитор TeachPro» Математика для абитуриентов содержит все разделы алгебры и геометрии предусмотренные программой по математике для основной школы.

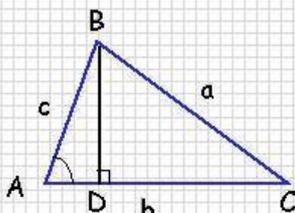
В процессе обучения монитор компьютера

превращается в школьную доску, а компьютер – в репетитора, который подробно объясняет учебный материал, сопровождая речь наглядными иллюстрациями, выводит формулы, рисует графики, разбирает задачи, задает вопросы и даже помогает на них ответить. Все лекции читают преподаватели московских ВУЗов.

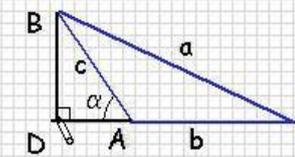
Весь учебный курс разделен на лекции (или главы). Лекции делятся на уроки. Специальная система поиска позволяет быстро найти любую информацию или нужный урок по введенным символам.

Курс содержит 199 интерактивных лекций, 590 контрольных вопросов и более 1000 задач с решениями.

Теорема косинусов



$\angle A < 90^\circ$



$\angle A > 90^\circ$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$

при $\angle A = 90^\circ$ $a^2 = b^2 + c^2$

$\cos 90^\circ = 0$
 $\cos \alpha = -\cos(180^\circ - \alpha)$

$AD = c \cdot \cos \angle A$ $CD = b - c \cdot \cos \angle A$ $BD = c \cdot \sin \angle A$

$a^2 = CD^2 + BD^2 = (b - c \cdot \cos \angle A)^2 + (c \cdot \sin \angle A)^2 = b^2 - 2bc \cos \angle A + c^2 \cos^2 \angle A + c^2 \sin^2 \angle A = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$

$c^2(\cos^2 \angle A + \sin^2 \angle A) = c^2$

$\alpha = 180^\circ - \angle A$ $AD = c \cdot \cos \alpha = -c \cdot \cos \angle A$

$\cos \alpha = -\cos \angle A$ $CD = b + c \cdot \cos \alpha = b - c \cdot \cos \angle A$

$\sin \alpha = \sin \angle A$ $BD = c \cdot \sin \alpha = c \cdot \sin \angle A$

$a^2 = CD^2 + BD^2 = (b - c \cdot \cos \angle A)^2 + (c \cdot \sin \angle A)^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A$



Для успешного освоения содержания курса в системе TeachPro предусмотрено несколько режимов обучения:

- В режиме *ФИЛЬМ* осуществляется непрерывная демонстрация приемов работы с пояснениями лектора.

- В режиме *ШАГ* урок разбивается на некоторое количество частей или шагов. Каждый шаг определяет некоторый фрагмент материала, о котором говорит лектор. После прослушивания одного шага лекция прерывается, и

обучаемый может по выбору начать слушать следующий шаг либо еще раз прослушать предыдущий.

- В режиме *КОНТРОЛЬ* лекция также разбивается на фрагменты. По окончании каждого фрагмента лекции обучаемому предлагается выполнить то или иное действие самостоятельно (при необходимости можно воспользоваться подсказкой компьютера).

- В режиме *ТЕСТ* учащийся может оценить накопленные знания. При этом ему предлагается самостоятельно решить задачи которые поставит перед ним лектор.

Таким образом обучение ведется в интерактивном режиме: система управляет учебным процессом, задаются контрольные вопросы и тестовые задания, ведется статистика учебного процесса и т.д.

Методические преимущества данного курса заключаются в:

- *реальной интерактивности процесса обучения*: Реализована концепция деятельностного обучения. Во время лекций обучаемый не является пассивным слушателем и зрителем, ему приходится повторять некоторые действия преподавателя, отвечать на вопросы, решать различные задачи, в том числе и сложные.

- *организации контроля над процессом обучения*: Компьютер проверяет правильность ответов и решений обучаемого, отслеживает объем изученного материала, ведет статистику по каждому обучаемому, а при необходимости может помочь и подсказкой.

- *возможности организации дистанционного обучения*: Технология курсов TeachPro позволяет обучаемому самостоятельно освоить предмет, при этом ему не требуется никакой справочной или учебной литературы, не нужно обращаться к преподавателю или более опытному пользователю, достаточно иметь компьютер с CD-ROM и иметь доступ в Internet, через который Центр ДО организует общее управление учебным процессом и сертификацию.

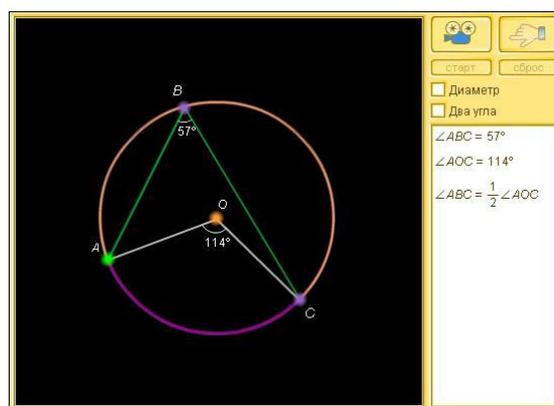
Рассмотрим, в качестве примера, возможности использования на уроках геометрии электронного учебника «Открытая математика 2.5. Планиметрия».

Можно предложить следующие виды применения компьютерных моделей этого мультимедийного учебника:

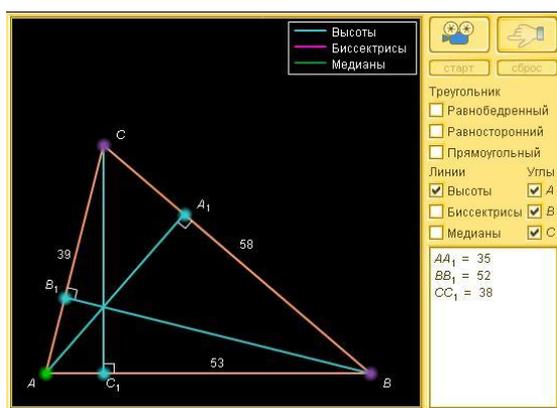
1. Компьютерные наблюдения.

После того как объяснен новый материал, или во время объяснения, имеет смысл предложить учащимся 1–2 наблюдения.

Например, работая с моделью «Углы, вписанные в окружность» во время изучения нового материала, учитель может продемонстрировать свойство вписанных углов, предоставив возможность учащимся смоделировать различные ситуации, и пронаблюдать



зависимость величины углов, опирающихся на одну дугу, на диаметр, сэкономив время на построение. Такие наблюдения позволяют учащимся быстрее понять доказательство теоремы о вписанном угле в окружность.



Работая с моделью «Треугольник» можно наблюдать за взаимным расположением в треугольнике: высот, медиан, биссектрис, увидеть свойство биссектрисы, проведенной к основанию, изучить свойства и признак равнобедренного треугольника, неравенство треугольника. В случае задания двух из трех сторон треугольника, параметр третьей стороны определяется автоматически, поэтому требуется выяснить, почему это происходит.

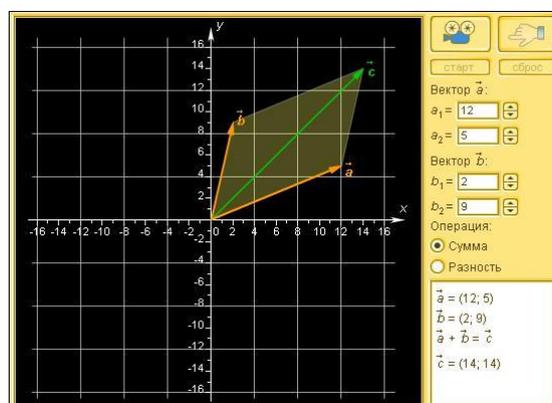
2. Экспериментальные задачи-исследования.

Задачи, для решения которых необходимо, меняя соответствующие параметры (величины углов, сторон), пронаблюдать какое-то свойство.

Например:

Учитель формулирует определение суммы двух векторов, а ученики выполняют 3–4 упражнения на нахождение суммы векторов, заданных своими координатами. Затем учащимся задается вопрос: «Как с помощью введенного определения находить сумму двух векторов, заданных направленными отрезками, а не координатами?»

Можно посмотреть при объяснении нового материала работу модели в режиме «демонстрация», что сэкономит время на уроке. Затем предложить компьютерный эксперимент. Ученики работают с моделью «Сложение и вычитание векторов». В модели



предусмотрено выбор параметров координат векторов, определения суммы векторов, поясняющего примера, упражнений на вычисление суммы двух векторов (через координаты). Модель может работать как в режиме демонстрация, так и тренировочном режиме. Интерактивная модель позволяет ученикам увидеть, что координаты векторов зависят от выбора системы координат, а вектор, равный сумме двух векторов, от этого не зависит. Ученикам надо дать возможность проследить связь между нахождением суммы векторов через координаты (алгебраически) и по правилу параллелограмма (геометрически).

Задание 1. Задайте координаты векторов a и b . Вычислите координаты суммы векторов a и b .

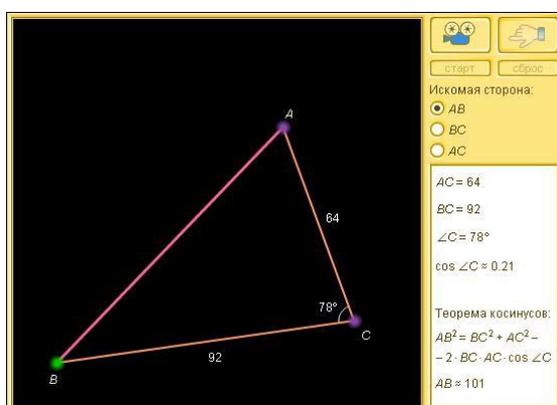
Задание 2. Найдём по правилу параллелограмма вектор, равный сумме векторов a и b , выбрав несколько значений параметров координат векторов.

При необходимости можно задать всем одинаковые параметры, но исследовательская работа подразумевает, чтобы учащиеся производили выбор параметров самостоятельно, сделав затем выводы.

Задание 3. Найдите сумму указанных векторов.

Задание 4. Проведите необходимые компьютерные эксперименты и получите зависимость координат суммы и разности двух векторов в координатной форме. Возможно ли, чтобы сумма была нуль-вектором? Если да, то, при каком условии?

3. Расчетные задачи с последующей компьютерной проверкой



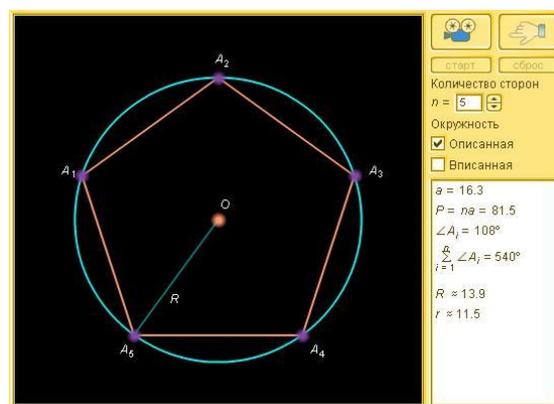
Задачи, которые вначале необходимо решить без использования компьютера, а затем проверить полученный ответ, подобрав данные параметра. При составлении таких задач необходимо учитывать функциональные возможности модели.

Например, доказав теорему косинусов, решив задачу, перейти к модели «Теорема косинусов» с целью проверки результатов, затем для подтверждения выбрать несколько значений, вычислить, проверить свои ответы, смоделировав нужный треугольник.

4. Лабораторные работы

Эффективные ресурсы программы создают удобную техническую базу для реализации лабораторных работ, носящих творческий, исследовательский характер.

Так, при выполнении лабораторной работы с интерактивной моделью



«Правильные многоугольники» ученику предстоит предпринять

индивидуальное исследование свойств правильного многоугольника, попытаться подметить какие-то закономерности, высказать в этой связи собственные гипотезы, экспериментально проверить их справедливость.

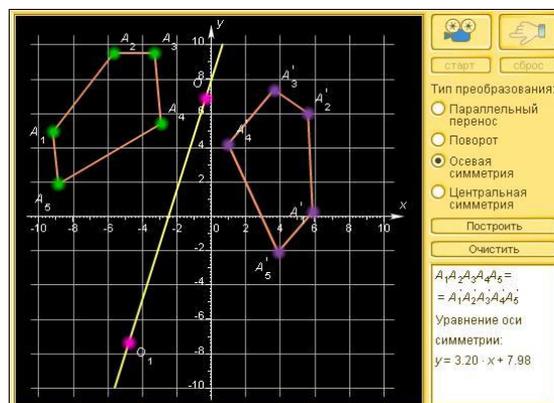
Задание 1. От чего зависит сумма углов в многоугольнике?

Задание 2. К чему стремиться периметр, площадь при увеличении количества сторон многоугольника?

5. Исследовательские задания.

Ряд таких заданий позволяет сформулировать компьютерная модель «Движение»

Обычно раздел «Движения», в школе изучается поверхностно, в том числе, и из-за трудоемких построений. Компьютерная модель позволяет изучить эту тему при минимальном затратах времени, наиболее наглядно и эффективно.



Учащиеся приступают к работе с моделью после того, как познакомятся с понятием «параллельный перенос» и с его свойствами. В начале предусмотрен просмотр в режиме «камера», кадров с определением параллельного переноса и примерами, иллюстрирующими работу определения. Эта часть программы на уроке может опускаться, и использоваться только теми учащимися, которые не усвоили материал на первом этапе.

Задание 1. В формулах параллельного переноса ($x' = x + a$, $y' = y + b$) $a = 1$, $b = 2$.

В какую из точек перейдет при этом параллельном переносе точка A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 . Запишите получившиеся координаты, смоделируйте эту ситуацию на модели. Далее учащемуся предъявляются еще пять аналогичных упражнений со следующими данными:

- 1) $a = 3, b = 1$;
- 2) $a = -1, b = -5$;
- 3) $a = 3, b = -2$;
- 4) $a = 5, b = 0$;
- 5) $a = 0, b = -3$.

Задание 2. Найдите a и b в формулах параллельного переноса, при котором точка A_1 переходит в точку $A'_1(2, 4)$. В какую точку при этом перейдет точка A_2 и другие?

Задание 3. В какой отрезок при этом перейдет отрезок A_1A_2 ?

Задание 4. Первый параллельный перенос переводит точку A_1 в точку A'_1 , а второй – точку A'_1 в точку A''_1 . В какой отрезок перейдет при этом отрезок $A'_1A'_2$?

Затем предлагается учащимся задание 5 выполнить в тетради: в прямоугольной системе координат указываются координаты трех точек: $M(2, -4), N(5, 4), K(-5, -2)$.

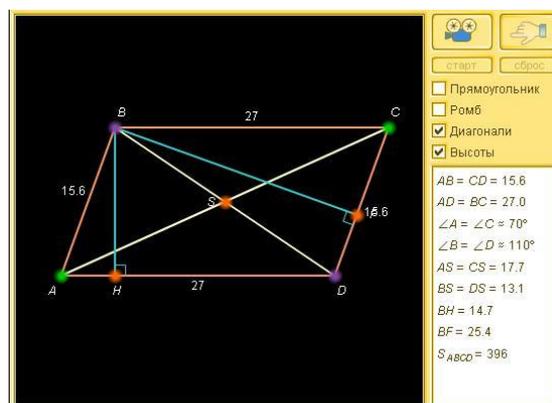
Задание 5. При параллельном переносе точка M переходит в точку N . В какую точку перейдет точка K ? Обозначьте искомую точку через L и запишите ее координаты.

Аналогичные занятия можно провести по всем видам движения.

6. Компьютерный эксперимент

Учащимся предлагается самостоятельно провести небольшое исследование, используя компьютерную модель, и получить необходимые результаты. Рассмотрим использование проблемных заданий на уроке на примере модели «Параллелограмм».

Можно предложить учащимся следующие вопросы:



- ромб – это параллелограмм;
- ромб – это прямоугольник,
- квадрат – это ромб?

Наверняка в классе найдутся ребята, которые считают, что нет. Вот здесь то и пригодится компьютерный эксперимент. В классах с хорошей математической подготовкой, после описанных экспериментов, определения и доказательства свойств параллелограмма воспринимается учащимися более заинтересованно и с более глубоким пониманием сути явления. Кроме того, наиболее сильным учащимся можно предложить самостоятельно получить свойства четырехугольников.

В данном случае компьютерная модель придает работе по получению свойств и их проверке характер исследования и делает эту работу более привлекательной, позволит ученикам поэкспериментировать с параметрами, тем самым, исследуя свойства параллелограмма, его сторон, углов, диагоналей. Несмотря на кажущуюся простоту, такие задачи очень полезны, так как позволяют учащимся увидеть живую связь компьютерного эксперимента и аналитического решения заданий. Тем более что модели позволяют провести такое исследование буквально за минуты. Конечно, учитель формулирует темы исследований, а также помогает учащимся на этапах планирования и проведения экспериментов. Задания проблемного и исследовательского характера существенно повышают заинтересованность учащихся в изучении геометрии и являются дополнительным мотивирующим фактором.

Приведем фрагмент урока по использованию модели «Чертеж».

Тема урока: «Начальные геометрические сведения» (7 класс).

Требования к подготовке учащихся.

Учащиеся должны

- знать: сколько прямых можно провести через две точки, сколько общих точек могут иметь две прямые;

• уметь: обозначать точки и прямые на рисунке, изображать возможные случаи взаимного расположения точек и прямых, двух прямых, изображать отрезки, неразвернутые углы, проводить луч, разделяющий угол на два угла.

Цель работы – ввести основные геометрические понятия: луч, угол, отрезок.

Оборудование: компьютерный курс «Открытая Математика 2.5. Планиметрия» ООО «Физикон» модель «Чертеж». Карточки с заданием.

Задания:

1. Начертите прямую и обозначьте ее буквой a .

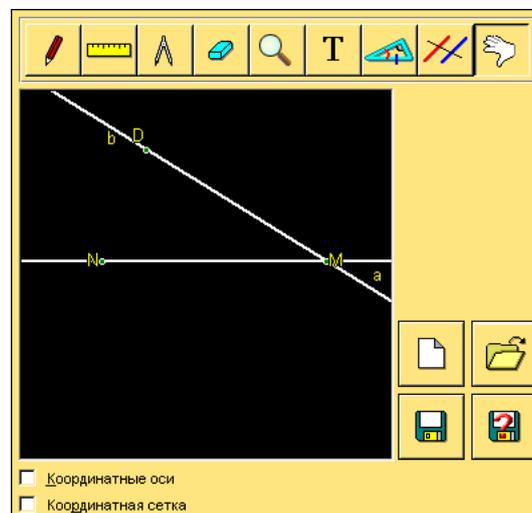
- Отметьте точку M , лежащую на прямой a .
- Отметьте точку N , не лежащую на прямой a
- Используя символы, выполните записи в тетради.

2. Начертите прямую b , пересекающуюся в точке M с прямой a . На прямой b отметьте точку D , отличную от точки M .

• Являются ли прямые MN и DM различными прямыми?

• Может ли прямая b проходить через точку N ?

3. Сколько точек пересечения могут иметь три прямые? Рассмотрите все возможные случаи и смоделируйте на чертеже.



4. На плоскости даны три точки. Сколько прямых можно провести через эти точки так, чтобы на каждой прямой лежали хотя бы две из данных точек? Рассмотрите все возможные случаи и смоделируйте.

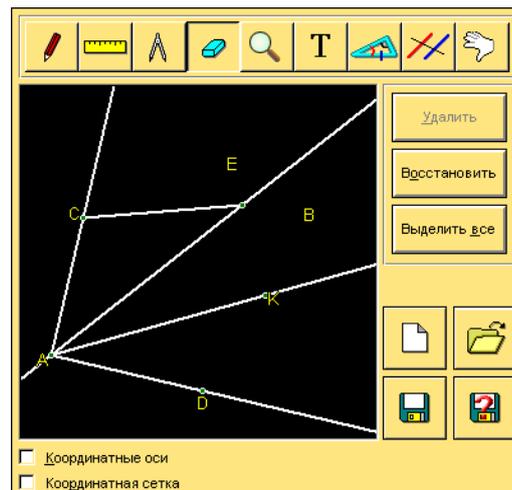
5. Постройте прямую a . Ее можно назвать AB , BC или AC .

- Отметьте шесть точек: A, B, C, D, E, K . Точки E и D лежат по разные стороны от прямой a .

- Постройте три луча с вершиной в точке A . Запишите их

- Постройте три отрезка с началом в точках A, B, C .

- Запишите получившиеся углы с вершиной в точке A .



Можно предложить ученикам самим придумать рисунок, а затем его описать.

Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 4

1. **Беспалько В.П.** Образование и обучение с участием компьютеров. – М., 2002.
2. **Булычев В.А.** Проект ИСО и новые образовательные ресурсы в школьном курсе геометрии // Математика, 2008. №15.
3. **Зайнутдинова Л.Х.** Создание и применение электронных учебников. – Астрахань: Изд-во «ЦНТЭП», 1998.
4. **Захарова И.Г.** Информационные технологии в образовании. – М.: Изд. центр «Академия», 2003.
5. **Лагуткина А.М.** «Живая геометрия» на практике // Математика в школе, 2004. №7.
6. **Марюков М.Н.** Компьютерные обучающие системы в геометрии // Математика в школе, 1997. №2.
7. **Новые педагогические и информационные технологии в системе образования: Учебное пособие для студентов пед. вузов и системы повышения квалиф. пед. кадров. / Под ред. Е.С. Полат. – М.: Изд. центр «Академия», 1999.**

8. *Простак И.Е.* Интерактивная доска на уроках геометрии // Математика, 2008. №15.
9. *Розов Н.Х., Савин А.П.* Лабораторные работы ... по геометрии? Да! // Математика в школе, 1994. №6.
10. *Соколов А.В.* Тема «Равенство треугольников» отрабатывается на компьютере // Математика в школе, 1993. №5.
11. *Цвырко О.Л.* Проблемы программного обеспечения учебного процесса // Математика в школе, 1995. №4.

Задания студентам

1. Подготовьте ответы на рассматриваемые вопросы модуля, ориентируясь на вопросы для самоконтроля.
2. Познакомьтесь на лабораторном занятии с описанными и другими электронными учебными пособиями.
3. Выполните анализ одного из электронных учебников по курсу геометрии основной школы. Выделите его достоинства и недостатки, предложите рекомендации по их усовершенствованию.
4. Установите возможности использования раздела «Модели» электронного учебника «Открытая математика 2.5. Планиметрия». Результаты этой работы представьте в таблице:

№ п/п	Тема учебника	Номер модели	Возможности использования модели	Этап процесса обучения

5. Разработайте урок систематизации знаний по конкретной теме курса геометрии основной школы (указывает преподаватель) на основе использования содержания разделов «Справочник», «Поиск», «Задачи», «Вопросы» электронного учебника «Открытая математика 2.5. Планиметрия».
6. Разработайте урок-зачет по конкретной теме курса геометрии основной школы (указывает преподаватель) с использованием соответствующих

материалов разделов «Вопросы», «Задачи», «Контрольные работы» электронного учебника «Открытая математика 2.5. Планиметрия».

7. Изучив любые четыре источника из списка рекомендуемой литературы к модулю 4, оформите в конспектах аннотацию к ним.

Вопросы для самоконтроля

1. Сформулируйте понятие ЦОР.
2. Охарактеризуйте теоретическое содержание электронного учебника «Открытая математика 2.5. Планиметрия». Как оно согласуется со стандартом и программой курса геометрии основной школы?
3. Охарактеризуйте основные компоненты электронного учебника «Открытая математика 2.5. Планиметрия».
4. Поясните конкретными примерами возможности применения компьютерных моделей электронного учебника «Открытая математика 2.5. Планиметрия».
5. Охарактеризуйте структуру и содержание электронного учебника «Уроки геометрии Кирилла и Мефодия. 7-9 класс (Часть 1)». Опишите методику работы с ним.
6. Охарактеризуйте структуру и содержание электронного учебника «Геометрия не для отличников». Опишите методику работы с ним.
7. Охарактеризуйте структуру, содержание и методические особенности электронного учебника серии TeachPro «Математика для абитуриентов».

Рассмотренные современные технологии обучения геометрии представляют собой технологии *развивающего* обучения. Методика их реализации в обучении геометрии находится пока еще на стадии разработки.

Перечислим основные черты обобщенной модели современных технологий обучения:

- процессуальная целевая направленность: обучение способам теоретического мышления, приемам учебно-познавательной деятельности, процедурам поисковой деятельности как основному содержанию и результату образования;

- приближенность учебной деятельности к научному познанию:

- а) столкновение учащихся с противоречиями между новыми учебными задачами и прежними знаниями и умениями, стимулирующими у учащихся потребность преодолеть это противоречие;

- б) постановка ученика в позицию исследователя, первооткрывателя;

- в) применение в технологии учебного процесса таких процедур, которые моделируют этапы мышления при решении проблем: выявление и формулирование проблемы, сбор данных, выдвижение гипотез, анализ данных, проверка гипотез, формулирование выводов, применение на практике, обобщения;

- рефлексивная деятельность учащихся как в интеллектуальном, так и в эмоционально-личностном плане;

- основная позиция ученика в учебном процессе – активно-деятельностная (самостоятельный поиск, принятие решений, оценочная деятельность);

- основная позиция учителя – научный руководитель и партнер по учебному исследованию.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
МОДУЛЬ 1	
Использование в обучении геометрии технологии обучения в сотрудничестве	5
Рассматриваемые вопросы:.....	5
Методический комментарий:	5
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 1	15
Задания студентам	15
Вопросы для самоконтроля.....	16
МОДУЛЬ 2	
Использование в обучении геометрии современных коммуникативных технологии	17
Рассматриваемые вопросы:.....	17
Методический комментарий:	17
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 2	26
Задания студентам	27
Вопросы для самоконтроля.....	27
МОДУЛЬ 3	
Использование в обучении геометрии технологии развивающего обучения	28
Рассматриваемые вопросы:.....	28
Методический комментарий:	28
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 3	40
Задания студентам	40
Вопросы для самоконтроля.....	41
МОДУЛЬ 4	
Использование в обучении геометрии современных компьютерных технологий	42
Рассматриваемые вопросы:.....	42
Методический комментарий:	42
Рекомендуемая литература для обсуждения на практических и лабораторных занятиях к модулю 4	58
Задания студентам	59
Вопросы для самоконтроля.....	60
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	61

Учебное издание

Пырков Вячеслав Евгеньевич

**СОВРЕМЕННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ**

Учебно-методическое пособие
для студентов математических специальностей

Отпечатано в типографии ООО «ВУД»
344010, г.Ростов-на-Дону, ул. Красноармейская, 157
Усл.печ. л. 2. Тираж 100 экз. Заказ №
