

На правах рукописи



ИГНАТУШИНА ИНЕССА ВАСИЛЬЕВНА

**СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ
КАК УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
В СИСТЕМЕ ОТЕЧЕСТВЕННОГО ВЫСШЕГО
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания
(математика, уровень профессионального образования)

Автореферат

**диссертации на соискание ученой степени
доктора педагогических наук**

Елец – 2017

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»

Научный консультант доктор педагогических наук, профессор
Саввина Ольга Алексеевна

Официальные оппоненты: **Полякова Татьяна Сергеевна**
доктор педагогических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», профессор кафедры теории и методики математического образования
Ястребов Александр Васильевич
доктор педагогических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского», профессор кафедры математического анализа, теории и методики обучения математике
Шакирова Лилиана Рафиковна
доктор педагогических наук, профессор, ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет», заведующий кафедрой теории и технологий преподавания математики и информатики

Ведущая организация: **ФГБОУ ВО «Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»**

Защита состоится «09» июня 2017 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.059.02 по защите докторских и кандидатских диссертаций в Елецком государственном университете им. И.А. Бунина по адресу: 399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, д. 28, ауд. № 301.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале научной библиотеки Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина по адресу: 399770, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, д. 28, ауд. № 300 и на сайте http://www.elsu.ru/nauka/dissovet2/4986-full_diss_02.html

Автореферат разослан «___» апреля 2017 года

Ученый секретарь
диссертационного совета



Е.И. Трофимова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. В последнее десятилетие отечественная система образования развивается в условиях реформирования и модернизации, что обусловлено реакцией сферы образования на вызовы современности: глобализация, тотальная информатизация общества, рост знания, научный релятивизм и прочее. Система высшего образования в числе первых осуществляет реконструкцию образовательной практики. В частности, внедряется переход от когнитивной к деятельностной и компетентностной парадигмам образования, осуществляется унификация форм получения высшего образования в соответствии с концепцией создания единого европейского образовательного пространства, осуществляются системные изменения инфраструктуры высшей школы. Вместе с тем, очевидным является тот факт, что рецепции трендов современности в практике высшей школы в отрыве от традиций и достижений прошлого являются бесперспективными и разрушительными. В процессе реформирования системы высшего образования возникает потребность в гармонизации современных установок обучения, детерминированных быстро меняющимся социальным заказом, и апробированных временем наиболее успешных практик высшей школы, в основе которых лежит принцип фундаментальности.

Особую значимость данная сверхзадача приобретает в процессе решения проблемы совершенствования теории и практики математического образования, поскольку математические науки, будучи фундаментальными по своему научному статусу, требуют сохранения соответствующего характера и в их преподавании. В настоящей диссертационной работе исследование возможностей синтеза достижений ведущих методических практик высшего математического образования и требований современной педагогической и методической науки осуществлено на основе учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия».

Дифференциальная геометрия как научная дисциплина представляет собой раздел математики, в котором свойства кривых, поверхностей и других геометрических многообразий изучаются методами математического анализа. Классическая дифференциальная геометрия, рассматривающая дифференциальные свойства геометрических образов, не изменяющиеся при движении, включает в себя три части: первая изучает свойства кривых на плоскости; вторая – свойства пространственных кривых; третья – поверхности. В отличие от элементарной и аналитической геометрий, дифференциальная геометрия изучает свойства линий и поверхностей с более общих позиций, а именно с точки зрения их строения, рассматривая свойства, характеризующие многие линии, многие поверхности.

Дифференциальная геометрия как учебная дисциплина представляет собой педагогически адаптированную систему знаний, умений и навыков, компетенций и опыта деятельности, выражающую основное содержание соответствующего раздела математики, обладающего междисциплинарным содержанием, в котором интегрированы математический анализ, геометрия и алгебра.

Дифференциальная геометрия служит незаменимым инструментом для проведения исследований в механике, теории относительности, квантовой физике, картографии, геодезии, современной компьютерной геометрии и т.д., при проектировании различных трасс, нефте- и газопроводов, спортивной одежды, оболочек судов и т.п., поэтому ее изучение является важной составляющей высшего физико-математического образования, в том числе и в педагогических вузах. Наконец, не

следует забывать, что изучение высшей математики, одним из разделов которой является дифференциальная геометрия, дает будущему учителю математики современное понимание тех элементарных понятий, с которыми он будет иметь дело в школе. Так, дифференциальная геометрия, в ходе изучения которой происходит знакомство с особыми точками, понятиями кривизны, кручения и т.д., дает мощный арсенал средств для успешного решения задачи о построении графиков функций, впервые возникающей еще в курсе математики средней школы.

Таким образом, актуальность исследования становления и развития дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в системе отечественного высшего математического образования обусловлена следующими основаниями. Во-первых, исследование генезиса методики преподавания дифференциальной геометрии обладает безусловной значимостью в контексте детализации специфики развития отечественного историко-педагогического процесса высшей школы. Во-вторых, изучение наиболее успешных практик преподавания дифференциальной геометрии в истории отечественного высшего математического образования имеет высокую значимость для развития методического знания в данной предметной области. В-третьих, реконструкция апробированных практик преподавания дифференциальной геометрии на основе гармонизации с современными образовательными концептами позволит совершенствовать современную методику преподавания математических наук в высшей школе.

Степень научной разработанности темы исследования. Данное исследование направлено на рассмотрение взаимосвязи формирования отечественной педагогики и математического образования с развитием математики как науки на примере процесса становления учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» в отечественной высшей школе. В диссертации изучается педагогический опыт и прогрессивные традиции методики преподавания дифференциальной геометрии, сложившиеся в системе российского высшего математического образования, в контексте возможности их использования в настоящее время на разных уровнях подготовки в высшей школе.

До недавнего времени, несмотря на многочисленные публикации, посвященные вопросам просвещения в России, отсутствовало систематическое и всестороннее освещение исторической панорамы отечественного математического образования высшей и средней школы. Отдельные ее аспекты затрагивались либо при рассмотрении истории различных учебных заведений, либо в рамках представления конкретных персоналий. Этот пробел был восполнен в работах математиков-методистов Ю.М. Колягина и Т.С. Поляковой, посвященных развитию математического образования в России в XVIII–XX вв. Однако в этих исследованиях основное внимание сосредоточено на школьном математическом образовании, а вопросы преподавания в отечественной высшей школе затронуты лишь в общем контексте.

Общий обзор развития математического образования в российских университетах XIX века представлен в докторской диссертации Л.Р. Шакировой. Результаты фундаментальных исследований по изучению отечественного математического образования советской эпохи отражены в монографии под редакцией И.З. Штокало. Исторический анализ современных реформ математического образования как составной части образовательно-просветительского комплекса проведен в книге К.А. и К.К. Рыбниковых.

Между тем остается мало изученной история формирования отдельных дисциплин, относящихся к высшей математике. Сейчас в этой области можно назвать лишь работы О.А. Саввиной и В.Д. Глатенок.

Некоторые аспекты преподавания дифференциально-геометрического материала в российских университетах XIX–XX столетий освещали в своих работах Д.И. Багaley, Н.В. Богомолов, А.М. Васильев, Р.И. Галченкова, В.И. Глизбург, Б.В. Гнеденко, И.Я. Депман, В.А. Добровольский, С.Н. Киро, Н.И. Кованцов, И.И. Лихолетов, Ю.Г. Лумисте, С.С.Петрова, В.Е. Прудников, А.П. Юшкевич и др.

Однако целостного исследования, описывающего состояния и тенденции формирования дифференциальной геометрии как учебной дисциплины, не проводилось.

Таким образом, исследование становления и развития дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в системе отечественного высшего математического образования обусловлено комплексом следующих **противоречий**:

- между осуществляющимися в настоящее время процессами реформирования и модернизации системы высшего образования РФ и историко-педагогическими и историко-методическими традициями отечественной высшей школы дореволюционного и советского периодов;
- между актуализацией компетентностного и деятельностного подходов в контексте модернизационных процессов системы образования РФ, обуславливающих требование практико-ориентированного и ситуативного характера современной образовательной практики, и сложившимися традициями отечественного высшего образования, проявляющимися в фундаментальном характере образовательной практики высшей школы;
- между логикой развития математических наук, в частности дифференциальной геометрии, и эволюцией методики преподавания математики в высшей школе;
- между значимостью актуализации наиболее успешных практик высшего, в частности математического, образования и необходимостью реконструкции данного опыта в соответствии с установками современной педагогики и методики преподавания.

В контексте обозначенных противоречий очевидна **проблема исследования**, суть которой заключается в определении специфики генезиса становления учебного курса «Дифференциальная геометрия» в системе отечественного высшего математического образования и в поиске оптимальной методической системы, основанной на гармонизации наиболее успешных практик преподавания данного курса высшей математики и современных подходов к преподаванию математических дисциплин в высшей школе.

В соответствии с указанной проблемой была определена **тема исследования**: «Становление и развитие дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в системе отечественного высшего математического образования».

Объект исследования – история и методика обучения математике в системе отечественного высшего образования в XVIII – XX вв.

Предмет исследования – генезис дифференциальной геометрии как учебной дисциплины и методики ее преподавания в системе отечественного высшего математического образования в XVIII – XX вв.

Цель исследования: на основе многоаспектного анализа процесса становления и развития дифференциальной геометрии в отечественных высших учебных заведениях в XVIII – XX вв. выявить и изучить специфику генезиса этой учебной

дисциплины и методики ее преподавания и обосновать актуальность сложившихся традиций в ее преподавании для современной практики высшего математического образования.

Научная гипотеза заключается в следующем: синтез наиболее успешных практик преподавания учебного курса «Дифференциальная геометрия», апробированных в процессе становления и развития данной научной и учебной дисциплины в коэволюции отечественного историко-педагогического процесса, и достижений современной педагогической мысли высшей школы способствует повышению эффективности современной методики преподавания данной учебной дисциплины, если:

- сохраняются традиции отечественной методической школы высшего математического образования (фундаментальность, проблемно-поисковый способ подачи материала, отражающий логику научно-исследовательской деятельности);
- актуализируются в образовательной практике принципы современных частных методик математического образования в высшей школе (гуманизация и гуманитаризация образования, фундирование и наглядно-модельное обучение, моделирование научных исследований в учебном процессе, рациональная фундаментализация и др.);
- обучение дифференциальной геометрии реализуется на основе принципов преемственности и непрерывности, соответственно, включает в себя уровни высшего образования – бакалавриат и магистратуру, осуществляется в форме базовых курсов, курсов по выбору, спецсеминаров, организации научно-исследовательской работы обучаемых;
- методика обучения дифференциальной геометрии строится на основе синтеза генетического подхода в обучении и реализации профессионально-прикладной направленности обучения;
- преподаватель как субъект образования осуществляет самообразовательную деятельность в научной и методической областях, осуществляя тем самым конверсию научных знаний в учебную дисциплину «Дифференциальная геометрия»;
- обучающийся как субъект образования владеет такими образовательными стратегиями, как методологическая редукция, или реконструкция идей, посредством которых он, изучая ход мыслей создателей классической дифференциальной геометрии, воспроизводит математическую логику мышления, осуществляя тем самым трансфер проблемно-поискового способа научного исследования.

Для достижения цели и проверки выдвинутой гипотезы в соответствии с объектом и предметом исследования поставлены следующие **задачи**:

1. Выявить историко-теоретические предпосылки и источники становления дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в системе отечественного высшего математического образования XVIII – XX вв.
2. Проанализировать специфику историко-педагогического генезиса учебного курса «Дифференциальная геометрия» в российских университетах XIX – XX вв.
3. Определить особенности содержания и методики преподавания курса «Дифференциальная геометрия» в отечественных высших учебных заведениях указанного исторического периода.
4. Изучить научно-педагогическое и методическое наследие выдающихся педагогов-математиков XVIII – XX вв. по дифференциальной геометрии и определить его влияние на дальнейший процесс ее формирования как науки и учебной дисциплины.

5. Спрогнозировать возможности преемственности в современном образовательном процессе наиболее успешных образовательных практик преподавания дифференциальной геометрии, сложившихся в отечественной высшей школе исследуемого периода.

6. Разработать методическую систему на основе синтеза наиболее успешных практик преподавания дифференциальной геометрии и современных подходов к преподаванию математических дисциплин в высшей школе, внедрить ее в практику и экспериментально подтвердить ее эффективность.

Теоретико-методологические основы исследования. Общая методология исследования сформировалась на базе системно-структурного (И.В. Блауберг, Н.В. Бордовская, Н.С. Зенченко, Ш.И. Ганелин, А.Г. Кузнецова, В.Д. Могилевский, О.Г. Прикот, Э.Г. Юдин и др.) и исторического подходов (Б.М. Бим-Бад, М.В. Богуславский, Р.Б. Вендровская, А.И. Головнев, П.К. Гречко, М.И. Демков, А.Н. Джурицкий, Э.Д. Днепров, Г.Е. Жураковский, И.Ю. Замчалова, П.Ф. Каптерев, Г.Б. Корнетов, Ф.Ф. Королев, Л.Н. Кулешова, Е.Н. Медынский, С.Р. Микулинский, А.В. Овчинников, З.И. Равкин, А.И. Уваров и др.); положения о всеобщей связи и взаимообусловленности явлений и процессов реального мира (Б.В. Марков, Н.Ф. Овчинников, И.Е. Шкабара, Е.А. Ямбург и др.); философского учения о роли личности в истории (С.И. Акинфиев, Е.В. Бондаревская, С.В. Кульневич, А.Л. Никифоров, А.П. Огурцов и др.); принципа связи логического, исторического и культурологического в педагогическом познании (Б.С. Грязнов, А.Я. Данилюк, И. Лакатос, В.Г. Пряникова, З.И. Равкин, Ф.А. Фрадкин и др.).

Методологический и теоретический анализ проблемы основывался на современных философских, социально-педагогических и историко-педагогических концепциях (С.И. Гессен, В.И. Загвязинский, В.В. Краевский, В.А. Поляков, А.А. Кузнецов, В.А. Слостенин, О.Н. Смолин, Е.Н. Степанов, Л.М. Лузина и др.), раскрывающих многоаспектность процесса развития высшего образования в России, а также общенаучных принципах системного подхода, обеспечивающих целостное представление о динамике изучаемого явления.

Для построения методологии исследования использовались работы, посвященные методическим системам обучения математике и отдельным ее разделам (К.А. Бутова, Э.К. Брейтигам, В.И. Глизбург, С.Н. Дворяткина, Ю.А. Дробышев, С.И. Калинин, Г.Л. Луканкин, А.Г. Мордкович, Е.А. Перминов, Н.Г. Подаева, М.В. Потоцкий, Н.С. Пурешева, О.А. Саввина, Е.И. Смирнов, Н.Л. Стефанова, О.В. Тарасова, С.В. Щербатых, А.В. Ястребов и др.).

Ведущим в данном исследовании выступает **метод** исторической реконструкции, при котором большое внимание уделяется отбору и последовательному описанию выверенных фактов истории математического образования в отечественной высшей школе, рассматриваемых в широком социокультурном аспекте, а затем на их основе раскрывается процесс формирования дифференциальной геометрии как самостоятельной учебной дисциплины в России на протяжении XVIII – XX вв.

Кроме того, использовались эмпирические методы (наблюдение, беседа, опрос, анкетирование, констатирующий эксперимент, поисково-формирующий эксперимент) и статистические методы обработки данных.

Применялись также методы анализа, синтеза, аналогий, систематизации и классификации материалов, входящих в **источниковую базу исследования:**

1. Законодательные и нормативные акты в сфере высшего образования рассматриваемого периода (в том числе уставы университетов, экзаменационные требования, правила и программы для проведения экзаменов, учебные программы по соответствующему курсу).
2. Источники по истории отдельных учебных заведений (юбилейные сборники, памятные книжки, исторические записки, обзоры преподавания дисциплин и распределения лекций и практических занятий в университетах, годовые акты, отчеты о состоянии и деятельности в университетах).
3. Опубликованные сочинения по дифференциальной геометрии XVIII–XX вв.
4. Неопубликованные материалы Л.Эйлера по дифференциальной геометрии, в том числе научные заметки из его записных книжек.
5. Российские и зарубежные учебные пособия XVIII – XX вв., которые использовались в указанный период для изложения вопросов дифференциальной геометрии.
6. Материалы фонда редких и ценных изданий РГБ, архива и музея Библиотеки РАН, фондов редких книг библиотек Ярославского и Пермского государственных педагогических университета, Южного федерального университета (г. Ростов-на-Дону).
7. Диссертационные исследования и монографические труды российских ученых, имеющие отношение к рассматриваемой проблеме (Р.И. Галченкова, В.И. Глизбург, И.И. Лихолетов, А.Г. Мордкович, М.В. Потоцкий, Е.И. Смирнов, Л.Р. Шакирова, И.З. Штокало, А.В. Ястребов и др.).
8. Мемуарная литература рассматриваемого периода (Д.И. Багaley, А.В. Васильев, А.М. Вершик, Г.Л. Литвинов, Г.М. Идлис, Б.Л. Лаптев, О.А. Ладыженская, А.Т. Фоменко и др.).
9. Периодическая печать XVIII – XX вв. («Записки Петербургской Академии наук», «Умозрительные исследования», «Летопись Российской Академии наук», «Записки Императорской Академии наук», «Обозрения преподавания, предметов и распределения лекций и практических занятий по физико-математическому факультету Императорского Харьковского университета», «Обозрения полугодовых лекций, назначенных для чтения в Императорском Дерптском университете», «Обозрения преподавания наук в Императорском Казанском университете», «Отчеты о состоянии Императорского Санкт-Петербургского университета», «Ученые записки Казанского университета», «Историко-математические исследования» и др.).

Концепция исследования. Настоящая диссертационная работа посвящена историко-теоретической реконструкции педагогико-математического наследия, накопленного в процессе становления дифференциальной геометрии в отечественной высшей школе XVIII – XX вв., которое может быть эффективно использовано в современной образовательной практике. Процесс становления учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия», с одной стороны, исследуется как самодостаточный феномен, а с другой, – как составная часть системы высшего математического образования.

Формирование указанной учебной дисциплины происходило под влиянием институционально-событийных, идейно-научных и персоналистических факторов, которые изменялись на каждом этапе истории отечественного высшего математического образования в зависимости от общественно-политических, экономиче-

ских, культурных и педагогических условий. Следовательно, их совокупность и составила основу периодизации исследуемого процесса.

Ведущая идея концепции исследования состоит в том, что успех модернизации математического образования будет гарантирован тогда, когда предлагаемые нововведения в максимальной степени будут учитывать результаты исторического опыта педагогики и просвещения, свидетельствующего о целесообразности изучения дифференциальной геометрии на пропедевтическом, базовом и углубленном уровне.

Хронологические рамки исследования: от этапа становления высшего математического образования в России (XVIII в.) до конца XX в. Выбор нижней границы обусловлен тем, что дифференциальная геометрия начала формироваться в XVIII в. именно в России – в трудах Леонарда Эйлера и представителей его школы; а верхней – тем, что к началу XX в. она оформилась как самостоятельная учебная дисциплина в университетах и высших военно-инженерных учебных заведениях нашей страны, а в XX столетии вошла во все учебные планы физико-математических факультетов.

Основные этапы исследования

Первый этап (2004–2005 гг.) – *поисковый*. Выбор проблемы научной работы, ознакомление с философской, историко-педагогической, историко-математической, учебно-методической литературой по данной тематике, архивными материалами, педагогической документацией и периодическими изданиями XVIII – XX вв. Определение степени разработанности темы.

Второй этап (2005–2006 гг.) – *аналитический*. Определение концептуальных и исходных параметров исследования (цель, объект, предмет, задачи), разработка категориального аппарата. Отбор и анализ материала по выбранной теме, сведение и группировка выявленных фактов.

Третий этап (2006 – 2010 гг.) – *историко-педагогический*. Реконструкция картины формирования дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в системе отечественного высшего математического образования. Проведение поисково-констатирующего этапа эксперимента, включающего в себя анализ программ вузов по дифференциальной геометрии; изучение соответствующей психолого-педагогической и методической литературы; наблюдение за работой студентов на лекциях и практических занятиях по дифференциальной геометрии в педагогическом вузе; беседы с преподавателями и студентами по интересующей проблеме; анкетирование для выявления уровня возможной проблемы; определение возможностей по использованию имеющегося научно-методического наследия по дифференциальной геометрии в современной высшей школе; разработку многоуровневой методической системы обучения дифференциальной геометрии в вузе на основе использования соответствующего исторического материала. Предварительные результаты исследования докладывались на конференциях, семинарах и публиковались в различных научных и научно-методических изданиях.

Четвертый этап (2010 – 2016 гг.) – *теоретико-методический*. Уточнение хронологических границ этапов формирования учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия». Осуществление формирующего и контрольного этапов эксперимента, на которых сначала указанная методическая система была внедрена на физико-математическом факультете ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет», также она апробировалась на занятиях с магистрантами Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича

ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» и ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет»; затем проведены обработка, сравнительный анализ и систематизация полученных результатов опытно-экспериментальной работы, которые позволили подтвердить выдвинутую ранее гипотезу. Теоретическое осмысление, систематизация и анализ всех результатов исследования, оформление работы, подготовка и публикация монографии и учебно-методического пособия по теме исследования, определение перспектив дальнейших исследований по данному направлению.

Научная новизна исследования.

1. Выявлены предпосылки и факторы, обуславливающие характер и особенности становления учебного курса «Дифференциальная геометрия» в отечественной высшей школе.
2. Введены в научный оборот новые факты истории становления дифференциальной геометрии в системе отечественного высшего математического образования XVIII – XX вв., позволившие дать целостное представление об этом процессе. В частности, доказано, что благодаря деятельности Л. Эйлера и созданной им научно-методической школе в России была заложена база для дальнейшего формирования дифференциальной геометрии как науки и ее становления как учебной дисциплины.
3. На основе анализа программ, учебных планов, учебной литературы по дифференциальной геометрии XVIII–XX вв., составивших методическое обеспечение этого курса в высших учебных заведениях России, а также научно-педагогического наследия педагогов-математиков, преподававших в то время этот курс, выявлены основные тенденции процесса становления и развития дифференциальной геометрии в отечественных высших учебных заведениях указанного периода и показана эволюция соответствующего учебного материала.
4. Обоснована периодизация процесса генезиса дифференциальной геометрии как науки и учебной дисциплины в системе отечественного высшего математического образования XVIII – XX вв.
5. Экспериментально доказана эффективность разработанной методической системы обучения дифференциальной геометрии.
6. Введено понятие «конверсия научных фактов в учебную дисциплину», которая представляет собой процесс преобразования научного материала в учебный путем его педагогической адаптации и позволяет точнее охарактеризовать формирование контента соответствующей учебной дисциплины, а также новый дидактический принцип обучения дифференциальной геометрии – принцип централизма научного текста, согласно которому аутентичный научный математический текст выступает в качестве важнейшей учебной единицы.

Теоретическая значимость исследования заключается в том, что

- представлен обширный материал, позволяющий проследить эволюцию дифференциальной геометрии как науки и учебной дисциплины, а также особенностей ее преподавания в высшей школе России XVIII–XX вв.;
- представлена научно обоснованная, базирующаяся на результатах разностороннего анализа каждого этапа, периодизация формирования указанной учебной дисциплины;
- определен вклад отечественных и зарубежных педагогов-математиков в процесс эволюции дифференциальной геометрии как науки и учебной дисциплины;

– реконструированы компоненты методической системы обучения дифференциальной геометрии, которая формировалась в отечественной высшей школе на протяжении указанного периода: цели и задачи обучения дифференциальной геометрии; содержание учебной дисциплины; принципы обучения.

Практическая значимость результатов диссертационного исследования состоит в том, что они могут быть использованы:

- в ходе научных исследований по истории отечественного высшего математического образования XVIII – XX вв. и в частности геометрического образования в высшей школе;
- в разработке государственных образовательных стандартов для будущих учителей математики;
- при проведении лекций, семинарских и практических занятий по дифференциальной геометрии и математическому анализу, а также при подготовке курсов по истории математики и математического образования в педагогическом вузе, в том числе и при подготовке магистрантов и аспирантов;
- в системе повышения квалификации преподавателей математики;
- в процессе организации внеаудиторной работы в высшей школе.

Достоверность полученных результатов подтверждается тем, что: теоретические основания исследования согласуются с результатами фундаментальных трудов в области педагогики, психологии, философии и истории математики, методики обучения математике; ведущая идея базируется на анализе исторического опыта и современной практики обучения дифференциальной геометрии в отечественной высшей школе; использованы современные методики сбора и обработки данных, а также математические методы обработки полученных результатов, адекватные исследованию; результаты исследования воспроизводимы в современных условиях.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Становление учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» в отечественной высшей школе происходило поэтапно. На первом этапе (30-е гг. – конец 70-х гг. XVIII в.) происходило зарождение дифференциальной геометрии как науки. На втором этапе (80-е гг. XVIII в. – первая треть XIX в.) отдельные сведения по дифференциальной геометрии проникают в курсы высшей математики. На третьем этапе (30-е гг. – конец 40-х гг. XIX в.) происходит стабилизация содержания сведений по дифференциальной геометрии, изучаемых в курсе математического анализа. Четвертый этап (вторая половина XIX в.) характеризуется выделением дифференциальной геометрии как самостоятельной учебной дисциплины. На пятом этапе (конец XIX в. – XX в.) происходит введение учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» в учебные планы физико-математических факультетов и осуществляется ее совершенствование с учетом достижений науки, а также профиля соответствующего вуза.

2. Особенности становления и развития учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» в системе отечественного высшего математического образования были детерминированы комплексом предпосылок и факторов институционально-событийного, идейно-научного и персоналистического характера. К институционально-событийным предпосылкам и факторам относятся социально-экономические потребности Российской Империи 30-х гг. – конца 70-х гг. XVIII в.; организация университетов, высших военно-инженерных учебных заведений, педагогических институтов; структурирование круга преподаваемых дис-

циплин и расширение их содержания. Идеино-научные предпосылки и факторы обусловлены высоким уровнем развития дифференциальной геометрии как научной дисциплины и появлением соответствующей научной и учебной литературы; единством научно-исследовательской и преподавательской деятельности как существенного признака образовательной практики первых высших учебных заведений Российской Империи, следствием чего следует рассматривать конверсию научных знаний в учебную дисциплину. К персоналистическим предпосылкам и факторам относятся: наличие высококвалифицированных педагогических кадров отечественной высшей школы, преподавателей и ученых, между поколениями которых осуществлялась преемственность в использовании методов, приемов и форм преподавания, основанных на единых дидактических принципах обучения математике в вузах; организация математических научных школ и обществ.

3. Развитие содержания учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» осуществлялось посредством конверсии научных знаний и научно-исследовательского способа мышления в содержание и методику преподавания данной дисциплины. Данный способ формирования содержания учебной дисциплины и методики ее преподавания проявился еще на первом этапе развития данной дисциплины (30-е гг. – конец 70-х гг. XVIII в.), создав тем самым определенную традицию образовательной практики, а именно, основатели дифференциальной геометрии как науки Л. Эйлер и Г. Монж, занимаясь преподавательской деятельностью, щедро делились со своими учениками новыми результатами, полученными в этой области. На втором этапе (80-е гг. XVIII в. – первая треть XIX в.) ученики и последователи Л. Эйлера укрепили данную традицию: будучи прекрасными преподавателями, организаторами математического образования в России, авторами учебников по математике, в которых были реализованы основные методические идеи Л. Эйлера, они создали первые методические руководства, содержащие приложения дифференциального исчисления к геометрии, в которых логика изложения была не объяснительно-иллюстративной, а проблемно-поисковой. На третьем этапе (30-е гг. – конец 40-х гг. XIX в.), когда содержание дифференциальной геометрии занимает прочное место в учебном курсе математического анализа, осуществляется постоянное обновление учебных и методических пособий и руководств по дифференциальной геометрии, что было вызвано развитием самой науки и стремлением ученых и педагогов отразить достижения по дифференциальной геометрии в содержании образования. На четвертом этапе (вторая половина XIX в.) происходит легитимация дифференциальной геометрии как самостоятельной научной и учебной дисциплины. Пятый этап (конец XIX в. – XX в.) характеризуется возникновением целого ряда крупных отечественных научных геометрических школ, объединяющих большие коллективы исследователей, чьи работы по дифференциальной геометрии представляют необычайное разнообразие направлений. Дифференциальная геометрия как наука по содержанию уходит далеко вперед по сравнению с учебной дисциплиной. Это послужило дополнительным стимулом для усиления процесса конверсии научных знаний в учебную дисциплину «Дифференциальная геометрия».

4. Методика преподавания учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» в период становления и развития данной науки формировалась по принципу конверсии. Как следствие, логика методики преподавания данной учебной дисциплины заключается в следующем: знакомство преподавателя высшей школы с новыми результатами дифференциальной геометрии (на семинаре, конференции, в

процессе чтения специальной литературы); трансфер и апробация новых результатов дифференциальной геометрии в содержание соответствующих курсов по выбору и спецсеминаров; поиск адаптированных приемов и методов ознакомления студентов с новым научным знанием; трансфер новых результатов дифференциальной геометрии в адаптированной форме в содержание основного курса дисциплины.

5. Центральной методологической установкой разработанной методической системы на основе синтеза наиболее успешных практик преподавания учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» и современных подходов к преподаванию математических дисциплин в высшей школе, реализуемых на уровне ФГОС ВПО и ФГОС ВО, является интеграция методических традиций преподавания данной дисциплины (фундаментальность, проблемно-поисковый способ подачи материала, отражающий логику научно-исследовательской деятельности и требующий от студента методологической редукции или реконструкции идей по дифференциальной геометрии) и современных подходов в формировании частных методик преподавания в высшей школе (гуманизация и гуманитаризация образования, фундирование и наглядно-модельное обучение, моделирование научных исследований в учебном процессе, рациональная фундаментализация и др.).

6. Эффективность разработанной многоуровневой методической системы обучения дифференциальной геометрии детерминирована следующими установками. Во-первых, необходимо стимулировать самообразовательную деятельность преподавателей дифференциальной геометрии в области истории и современного состояния научных и методических идей отечественных и зарубежных школ. Во-вторых, организация процесса обучения дифференциальной геометрии должна строиться с учетом принципов преемственности и непрерывности и включать в себя следующие этапы: 1 этап – пропедевтический, когда в курсе математического анализа рассматриваются приложения дифференциального исчисления к геометрии (1-2 курс бакалавриата); 2 этап – осуществление фундаментальной базовой подготовки по дифференциальной геометрии в рамках изучения основного курса (2-3 курс бакалавриата, 1 курс магистратуры); 3 этап – углубленное изучение дифференциальной геометрии на соответствующих курсах по выбору и спецсеминарах, а также при организации научно-исследовательской работы обучаемых (3-5 курс бакалавриата, 1-2 курс магистратуры, аспирантура). В-третьих, методика обучения дифференциальной геометрии должна быть выстроена так, чтобы студенты не только смогли пройти основные ступени развития соответствующей научной области (реализация генетического подхода в обучении), но и на каждом этапе осознали причины возникновения той или иной проблемы, повлиявшей на формирование науки, и познакомились с различными ее приложениями (реализация профессионально-прикладного принципа). В-четвертых, значимым является включение в содержание учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» научно-исторического контекста, в частности через использование в обучении аутентичных текстов создателей дифференциальной геометрии (реализация частного-дидактического принципа обучения дифференциальной геометрии – принципа центризма научного текста): рассматривая ход мыслей Л. Эйлера, Г. Монжа и др. ученых в получении той или иной теоремы, студенты формируют определенные приемы мышления, способствующие освоению данной учебной дисциплины (принцип методологической редукции, или реконструкции идей).

Апробация и внедрение результатов диссертационного исследования осуществлялась по следующим направлениям:

1) промежуточные результаты исследования докладывались:

- на 22 международных конференциях (8-й Международный Конгресс по математическому анализу и его приложениям ISAAC (М., 2011); «Л.Эйлер и современная наука» (СПб., 2007); «Проблемы историко-научных исследований в математике и математическом образовании» (Пермь, 2007); «Современная математика и математическое образование, проблемы истории и философии математики» (Тамбов, 2008); «Леонард Эйлер – великий математик» (М., 2008), «Наука и техника: вопросы истории и теории. Международная годичная конференция Санкт-Петербургского отделения национального комитета по истории и философии науки и техники РАН» (СПб., 2009, 2010, 2011); «Герценовские чтения» (СПб., 2010, 2011, 2012), «Международные Колмогоровские чтения» (Ярославль, 2010 – 2014); «Формирование профессиональной культуры специалистов XXI века в техническом университете» (СПб., 2006); «Математическое образование: концепции, методики технологии» (Тольятти, 2011); «Педагогика, лингвистика и информационные технологии» (Елец, 2012); «Перспективы развития науки и образования» (Тамбов, 2014); «Математическое образование в школе и вузе: теория и практика» (Казань, 2014–16); «Математика и математическое моделирование: проблемы и перспективы» (Оренбург, 2015);
- на 5 всероссийских конференциях («Математика. Информатика. Технологический подход к обучению в вузе и школе» (Курган, 2011), «Математика. Информационные технологии. Образование» (Оренбург, 2011), «Математическое образование в школе и вузе: реализация компетентностного подхода» (Казань, 2013); «Математика. Информатика. Компетентностный подход к обучению в вузе и школе» (Курган, 2013); «Всероссийская конференция по истории математики и математического образования, посвященная 130-летию со дня рождения Н.Н.Лузина» (Елец, 2013);
- на 8 региональных и межвузовских конференциях («Теории, содержание и технологии высшего образования в условиях глобализации образовательного процесса» (Оренбург, 2006), «Математика. Информационные технологии. Образование» (Оренбург, 2006, 2008); «К 300-летию со дня рождения Л.Эйлера» (Оренбург, 2007), «Интеграция науки и образования как условие повышения качества подготовки специалистов» (Оренбург, 2008); «Оренбургский государственный педагогический университет: история и современность» (Оренбург, 2009), «Молодежь в XXI веке: важнейший ресурс общественного развития» (Оренбург, 2010); «Михаил Васильевич Ломоносов. 300 лет со дня рождения» (Оренбург, 2011);
- на 11 научно-исследовательских семинарах (научно-исследовательский семинар по истории математики и механики МГУ (руководитель – д. ф.-м. н., проф. С.С.Демидов) (М., МГУ 2009); научно-исследовательский семинар по истории математического образования (руководитель – д. п. н., проф. Т. С. Полякова) (Ростов-на-Дону, ЮФУ, 2009); научно-исследовательский семинар кафедры теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета (руководитель – д. п. н., проф. А.В.Ястребов) (Ярославль, ЯГПУ, 2012); научно-исследовательский семинар кафедры теории и технологий преподавания математики и информатики Казанского (Приволжского) федерального университета (руководитель – д. п. н., проф. Л. Р. Шакирова) (Казань, КФУ, 2012); всероссийские семинары преподавателей математики высших учебных заведений

(руководитель – д. п. н., проф. А.Г. Мордкович) (М., МГПУ, 2010; Елабуга, 2011; Киров, ВятГГУ, 2014); всероссийский семинар преподавателей математики университетов и педагогических вузов «Проблемы преподавания математики в школе и вузе в условиях реализации новых образовательных стандартов» (Тобольск, 2012); научно-методологический семинар Института математики, информатики и естественных наук ГБОУ ВПО МГПУ (Москва, 2014); научно-исследовательский семинар по истории математики и математического образования, (руководитель – д. ф.-м. н., проф. Г.П. Матвиевская) (Оренбург, ОГПУ, 2004–2016); научно-исследовательский семинар кафедры математики и методики ее преподавания (руководитель – д. п. н., проф. О.А. Саввина) (Елец, ЕГУ, 2015–2016);

2) публикация материалов исследования в различных научных и научно-методических изданиях, в том числе в монографии, учебно-методическом пособии и статьях (22 из которых опубликованы в изданиях, рекомендованных ВАК РФ);

3) использование этих материалов при проведении занятий по разработанной диссертантом многоуровневой методической системе обучения дифференциальной геометрии в ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет», Институте математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет» и ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет», а также при подготовке студенческих научных, курсовых и выпускных работ.

Объем и структура диссертации. Выполненная работа содержит 392 страницы текста и состоит из введения, четырех глав, заключения, библиографического списка (474 наименования) и приложений.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель, объект, предмет и задачи исследования, выдвинута гипотеза, указаны этапы и база исследования, его методологическая основа, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

Первая глава «Предпосылки и источники становления дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в России» посвящена выяснению институционально-событийных, идейно-научных и персоналистических предпосылок и факторов становления учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» в отчетственной высшей школе; здесь показана роль Л.Эйлера в создании той научной базы по дифференциальной геометрии, на которой в конце XVIII в. началось построение соответствующего учебного курса; охарактеризована научно-методическая школа великого ученого и деятельность ее представителей, направленная на формирование дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в России XVIII – первой четверти XIX в.

В конце XVIII – начале XIX в. на основе работ Л. Эйлера и его предшественников по приложению анализа к геометрии возникла новая область научных знаний – дифференциальная геометрия. К рассмотрению вопросов дифференциальной геометрии Эйлера привели два пути: первый – связан с формированием математического анализа и рассмотрением его приложений к геометрии (т.е. вызванный внутренним развитием математической теории), а второй – с решением задач картографии и геодезии (т. е. с потребностями практики). Основные резуль-

таты, полученные Эйлером в этой области, можно разделить на три группы: 1) результаты по теории кривых на плоскости; 2) результаты по теории кривых в пространстве; 3) результаты по теории поверхностей.

Развивая идеи Л. Эйлера в этой области, западные ученые Г. Монж и К.Ф. Гаусс получили новые результаты по дифференциальной геометрии, многие из которых в дальнейшем вошли в учебную литературу.

Следует отметить, что Л. Эйлером была создана первая не только научная, но и методическая школа в нашей стране. Доказательством этого служит тот факт, что его ученики и последователи стали прекрасными преподавателями математики, организаторами математического образования в России, авторами руководств по различным вопросам математики (в том числе и по приложениям дифференциального исчисления к геометрии), в которых были реализованы основные методические идеи Эйлера.

Первая из них – идея сближения содержания математического образования с современной математикой. Начиная с Л. Эйлера, в учебные курсы математики столь оперативно стали включаться новейшие достижения математики как науки. Многие из его классических математических сочинений, например, по приложению дифференциального исчисления к геометрии, были написаны столь доходчиво и живо, что в течение длительного времени использовались в качестве учебных руководств для университетов. Заложённая им традиция патронажа математики как науки над соответствующим учебным курсом обеспечивала научно-содержательные условия эффективного развития математического образования.

Вторая методическая идея, реализованная в методической школе Л. Эйлера, – это идея вычленения в математическом образовании основных дисциплин – арифметики, геометрии, тригонометрии, алгебры, математического анализа. Это привело к доминированию тенденции разумной минимизации количества математических дисциплин и избавлению от полиструктурности учебных математических курсов. В русле этой идеи идет постепенное их очищение от чужеродного материала.

Третья идея – построение учебных курсов по математике на основе прогрессивных для того времени таких дидактических принципов, как системность, научность, доступность изложения материала, учет возрастных особенностей учащихся. Следует отметить, что Эйлер говорил не просто о научности и доступности, но об их оптимальном сочетании. Созданные им и его последователями учебники по отдельным математическим дисциплинам сочетали высокий научный уровень математического содержания, доказательность математических предложений с простотой и ясностью изложения.

Благодаря Л. Эйлеру в России укрепляются заявленные ранее тенденции создания отечественных педагогических кадров в сфере математического образования, написания учебников математики на русском языке.

За первую половину XIX столетия дифференциальная геометрия прочно вошла в программы военно-инженерных училищ и физико-математических факультетов университетов России как составная часть учебной дисциплины «Математический анализ». При этом, в соответствии с новыми результатами, полученными в данной области Г. Монжем, К.Ф. Гауссом и др., ее содержание постоянно расширялось, обогащаясь новыми фактами и методами. Именно в это время отчетливо наблюдаются первые конверсионные процессы дифференциальной геометрии как науки в соответствующую учебную дисциплину. В учебных руководствах

учеников и последователей Л. Эйлера (Н.И. Фусса, С.Е. Гурьева, Т.Ф. Осиповского, В.И. Висковатова, П.А. Рахманова, А.Ф. Павловского, М.В. Остроградского) начата работа по созданию педагогически адаптированной системы знаний, выражающей основное содержание указанного раздела математики. Они же выступили первыми организаторами педагогического процесса по усвоению системы дифференциально-геометрических знаний, выработке соответствующих умений и навыков и использованию их на практике. Их педагогические идеи и взгляды повлияли на улучшение преподавания математики в высших учебных заведениях.

Проведенное исследование подтвердило вывод, сформулированный Т.С. Поляковой о том, что методическая школа Л. Эйлера, во-первых, обеспечила оперативный доступ к педагогическим и методическим идеям Европы, среди которых в то время доминировали идеи доказательности и систематичности изложения учебного материала; во-вторых, аккумулировав эти идеи, она обогатила их и адаптировала к реалиям образовательной ситуации в России того времени, что позволило не только обеспечить адекватность российского математического образования европейским стандартам, но в перспективе даже его превосходство в сравнении с ними.

Таким образом, методология изложения дифференциально-геометрического материала, содержащаяся в научных трудах Эйлера, Монжа и Гаусса, легла в основу построения соответствующего учебного курса и методики обучения ему.

Во второй главе «Формирование учебного курса «Дифференциальная геометрия» в российских университетах XIX – начала XX вв.» выявлены ведущие тенденции формирования дифференциальной геометрии как самостоятельного учебного курса в высших учебных заведениях России (Московском, Дерптском, Казанском, Петербургском университетах и военно-инженерных учебных заведениях Петербурга) на протяжении XIX–начала XX вв., позволившие определить основные этапы этого процесса, и проведен анализ его методического обеспечения.

В двадцатые годы XIX в. начался подъем математической науки в России. Одной из важных предпосылок этого процесса явились изменения в системе образования, произошедшие в самом начале XIX столетия. Была определена иерархия учебных заведений, во главе которых был поставлен университет. Важной чертой созданной системы учебных заведений стала возможность осуществления непрерывного образования: окончив уездное училище можно было перейти в гимназию; подготовка в гимназии была достаточной для того, чтобы пройти вступительные испытания в университет; лучшие из выпускников университета оставались при университете или направлялись в другой университет для усовершенствования в науках и получения ученых степеней, их готовили для дальнейшей научно-педагогической деятельности в высшей школе. Это сыграло важную роль в развитии высшего образования в России на протяжении всего XIX в.

Сущность университета выражается в научно-исследовательской деятельности его профессорско-преподавательского состава и в предлагаемом студентам на этой основе содержании образования. Именно научные школы, возглавляемые талантливыми учеными, придают каждому университету свое «лицо», влияя на качество образования.

Как уже отмечалось, появление первой научно-методической школы в России связано с именем Л. Эйлера, деятельность которого оказала большое влияние

на становление дифференциальной геометрии и как науки, и как учебной дисциплины. На протяжении первой половины XIX столетия в отечественных университетах наблюдается аккумуляция опыта этой школы, а также Парижской Политехнической школы, одним из основателей которой был Г. Монж, и идей К.Ф. Гаусса по изложению вопросов дифференциальной геометрии и разработка на его основе содержания этого учебного курса и методов преподавания данного материала.

В конце 40-х годов XIX в. выходит первая общегосударственная учебная программа преподавания на физико-математических отделениях университетов, из которой видно, что вопросы дифференциальной геометрии излагались в курсе математического анализа. При этом основной формой ведения занятий являлись лекции. Создаются новые учебные руководства по математическому анализу, в которых серьезное внимание уделяется приложениям к геометрии. Их анализ показал, что в данный период продолжается процесс конверсии научных знаний по дифференциальной геометрии в соответствующий учебный материал. Разрабатываются программы для испытания студентов университетов, в которые вводятся вопросы по дифференциальной геометрии.

Во второй половине XIX в. появляются новые формы организации научной работы – математические научные общества и съезды. На кафедрах российских университетов наблюдается объединение научных сил по разным направлениям математики, в том числе и по дифференциальной геометрии, что привело к созданию соответствующих научных центров. Первый из таких центров появился в Дерптском университете и связан с именами И.М. Бартельса, К.Э. Зенфа, Ф.Г. Миндинга и К.М. Петерсона. С переездом К.М. Петерсона из Дерпта центр дифференциально-геометрических исследований переместился в Москву. Работы К.М. Петерсона положили начало московской школе дифференциальной геометрии, представителями которой являются Б.К. Млодзеевский, Д.Ф. Егоров, С.П. Фиников, С.С. Бюшгенс и др. Петербургская математическая школа своим подъемом в этот период обязана в первую очередь П.Л. Чебышеву, который получил ряд важных результатов и по дифференциальной геометрии. В Казанском университете научные традиции, заложенные И.М. Бартельсом, оказали в дальнейшем влияние на организацию Казанской математической школы, деятельность которой в данный период по дифференциальной геометрии была связана с Н.И. Лобачевским, А.В. Васильевым и Д.М. Синцовым. Наблюдается взаимовлияние между математическими школами через научно-педагогическую деятельность и научное руководство учениками их выдающихся представителей, а также обмен на съездах новыми научными результатами, педагогическими и методическими находками, накопленным опытом преподавания математики. Общей тенденцией рассматриваемого периода является все более широкое и полное международное сотрудничество, в том числе и в области дифференциальной геометрии, через личные контакты, научную переписку и переводы выдающихся научных работ на иностранные языки.

Накопление научных фактов по дифференциальной геометрии естественным образом повлияло на расширение круга соответствующих вопросов, излагаемых в курсе математического анализа, и привело в конце XIX в. к ее выделению как самостоятельной учебной дисциплины. Появляются учебные пособия по этой дисциплине, в которых изложение материала ведется в основном в координатной форме. В настоящее время такой подход, как наиболее простой для понимания

студентов, рационально использовать на пропедевтическом этапе изучения дифференциальной геометрии.

Среди методических приемов изложения дифференциально-геометрического материала, появившихся в это время, можно указать следующие: обобщение понятий дифференциальной геометрии на плоскости на случай дифференциальной геометрии в пространстве; использование понятия «порядок соприкосновения» в качестве стержневого; анализ совместно со студентами учебных задач, позволяющих закрепить соответствующий теоретический материал и сформировать необходимые навыки по их решению; демонстрация применения дифференциальной геометрии для решения практических вопросов.

В высших учебных заведениях, помимо лекций, вводятся практические и семинарские занятия по приложению дифференциального исчисления к геометрии, а также спецкурсы и научные семинары по различным вопросам дифференциальной геометрии. В дальнейшем семинары стали основной формой научного воспитания студентов старших курсов, магистрантов и аспирантов. Магистрантам предлагаются исследовательские работы по дифференциальной геометрии. Для обеспечения проведения практических занятий создаются специальные задачки по дифференциальной геометрии. Например, «Сборник упражнений по приложению дифференциального исчисления к геометрии» (1891 г.) А.В. Васильева, в котором собраны задачи по дифференциальной геометрии на плоскости. При построении учебного курса учитывается специфика будущей профессии слушателей, поэтому объем и изложение дифференциально-геометрического материала в классическом университете, педагогическом и техническом вузах существенно отличаются.

В третьей главе «Содержание и особенности преподавания дифференциальной геометрии в отечественных высших учебных заведениях XX в.» дан общий обзор развития дифференциальной геометрии в нашей стране до начала XXI в., проанализированы изменения в содержании и методах изложения курса «Дифференциальная геометрия» в отечественных университетах на протяжении XX в., а также особенности преподавания дифференциальной геометрии в педагогических вузах после 1917 г.

XX столетие характеризуется возникновением целого ряда крупных отечественных геометрических школ, объединяющих большие коллективы исследователей. Работы по дифференциальной геометрии представляют необычайное разнообразие направлений.

Примерно в середине 1920-х гг. в отечественной математике появилось и стало быстро развиваться новое дифференциально-геометрическое направление – тензорная дифференциальная геометрия. Основателем и руководителем тензорной дифференциально-геометрической школы в СССР был В.Ф. Каган (1869–1953). Почти одновременно со школой В.Ф. Кагана в Казани П.А. Широковым (1895–1944) была создана другая крупная школа тензорной дифференциальной геометрии.

В послеоктябрьский период больших успехов достигла московская школа классической дифференциальной геометрии, основанная ранее К.М. Петерсоном (1828–1881) и Б.К. Млодзеевским (1858–1923). Наиболее выдающимся ее представителем того времени является С.П. Фиников (1883–1964).

В XX столетии был создан новый раздел геометрии – дифференциальная геометрия «в целом». В отечественной математике указанного периода данное на-

правление было широко представлено в научных школах А.Д. Александрова (1912–1999) в Ленинграде, Н.В. Ефимова (1910–1982) в Москве и А.В. Погорелова (1919–2002) в Харькове.

Развитие дифференциальной геометрии как науки не могло не отразиться на ней как на предмете преподавания. Новые результаты и методы излагались сначала на специальных и факультативных курсах, на которые выкраивалось время в рамках учебного плана. Затем учебный план и программа менялись: применение новых математических методов (например, векторного и тензорного исчисления) позволяло сократить время на изложение старого программного материала и, таким образом, высвобождались часы для изучения материала, который ранее входил в спецкурсы и факультативы. Другими словами, этот материал становился обязательным для изучения, а сама учебная дисциплина «Дифференциальная геометрия» расширялась по содержанию.

Ознакомление с учебными планами математических специальностей отечественных университетов показывает, что в 20-е годы XX в. преподавание дифференциальной геометрии сохраняло индивидуальный характер в каждом из этих высших учебных заведений. Такое положение во многом определялось научными предпочтениями педагогических кадров в каждом из университетов.

В 1934 г. для физико-математических отделений всех университетов РСФСР был разработан типовой учебный план. В соответствии с этим планом дифференциальная геометрия в объеме 90 часов для всех специальностей велась на втором курсе. Кроме того, математики слушали векторный анализ (50 часов) и дополнительные главы дифференциальной геометрии (40 часов). На третьем курсе читались специальные и факультативные курсы (160 часов), одним из направлений которых была дифференциальная геометрия. На четвертом курсе планом предусматривались различные специализации, в том числе и по геометрии, различные спецкурсы (120 часов), спецсеминары (150 часов) и факультативные курсы (90 часов). В это время при изложении дифференциально-геометрического материала начал активно использоваться векторный метод и применяться тензорный анализ. Пятый курс целиком отводился на выполнение дипломной работы, которая нередко перерастала в научное исследование, так как требовала самостоятельного решения выбранной студентом или сформулированной руководителем математической задачи. Тематика этих работ нередко относилась к дифференциальной геометрии.

Профессора университетов принимали активное участие в составлении учебных программ. Одна из первых программ курса «Дифференциальная геометрия» была составлена в 1938 г. В.Ф. Каганом. Программа включала три блока: учение о плоских кривых, учение о пространственных кривых (о кривых двойкой кривизны) и учение о поверхностях. Для объяснения материала, начиная со второго блока, применялось векторное исчисление. На этот курс на очном отделении отводилось 60 часов лекций и 30 часов практических занятий, на заочном отделении уменьшалось только количество практических занятий, объем которых составлял 20 часов.

Одной из форм работы со студентами в университетах являлись научные семинары.

С 40-х годов XX в. неотъемлемым пунктом программ (особенно для педагогических вузов) становится объяснительная записка (например, см. программу С.В. Бахвалова для ф.-м. факультетов пед. институтов 1947 г.), в которой отражались задачи курса и общие рекомендации по его изложению. Другими словами,

помимо содержательного компонента, отвечающего на вопрос: «Чему учить?», появился компонент, призванный ответить на вопросы: «Зачем учить?» и «Как учить?». Это нововведение явилось следующим шагом в разработке методики преподавания дифференциальной геометрии.

В университетах страны на очных и заочных отделениях физико-математических и механико-математических факультетов в период с 1949 г. по 1961 г. использовались учебные программы по дифференциальной геометрии, составленные профессором П.К. Рашевским. Программа состояла из следующих разделов: введение, теория кривых, основы теории поверхностей. Во введении предлагалось познакомить студентов с предметом и методом дифференциальной геометрии, а также важнейшими этапами ее развития. Теория плоских и пространственных кривых излагалась с применением вектор-функции и ее дифференцирования. Векторный метод выступал в качестве основного и для изложения основ теории поверхностей. Учебный материал, представленный в программе, завершался формулировкой теоремы об определении поверхности двумя квадратичными формами. В программах 1949-54 гг. присутствовала еще геометрия Лобачевского на псевдосфере.

В 1959-60 учебном году университеты начали работать по новым учебным планам, которые были составлены с учетом требований вышедшего закона «Об укреплении связи школы с жизнью и о дальнейшем развитии системы народного образования в СССР». Было увеличено количество часов, отводимых на курс «Дифференциальная геометрия»: 82 часа – лекции, 26 часов – практические занятия. Предусматривалась широкая система специальных курсов и семинаров; на спецкурсы отводилось 290 часов, на семинары – 200 часов. Кроме того, учебный план предусматривал выполнение курсовой работы и учебную практику. В конце обучения каждый студент защищал результаты выполненной им дипломной работы.

При изложении дифференциальной геометрии в университетах все чаще применяется тензорное исчисление. Этот процесс ясно отражен в учебной программе 1962 г. по курсу «Дифференциальная геометрия и тензорный анализ».

В августе 1964 г. был утвержден новый учебный план, в котором перечень математических дисциплин был изменен в целях улучшения теоретической и практической подготовки будущего специалиста. Так, в рассматриваемый учебный курс были добавлены элементы теории поля. Общая трудоемкость этого курса составляла: для специальности математика – 70 часов лекций и 40 часов практических занятий, для специальности механика – 54 часа лекций и 18 часов практических занятий.

К учебному плану прилагался примерный перечень факультативных курсов и курсов по выбору. Их тематика, как правило, определялась основными научными направлениями кафедр и в какой-то мере характеризовала научную направленность университета. Во многих университетах в перечне специальных курсов значились геометрия в целом и риманова геометрия, многомерная дифференциальная геометрия, метод внешних форм Картана, дифференциальная геометрия погруженных многообразий, общая теория связностей, расслоение пространства и дифференцируемые многообразия.

В начале 70-х гг. XX в. механико-математические факультеты некоторых университетов (Московского, Ленинградского, Киевского и Новосибирского) получили право работать по индивидуальным планам. Такие планы составлялись са-

ими факультетами с учетом накопленного ими опыта, а также научных направлений, получивших наибольшее развитие на данном факультете. Индивидуальные планы позволяли отразить в учебном процессе научные достижения сложившихся на факультетах научных коллективов и способствовали ускорению процесса их внедрения в практику. Следует отметить, что учебные планы, и типовые, и индивидуальные, не были чем-то незыблемым. Научно-педагогические коллективы университетов непрерывно работали над их усовершенствованием.

До 70-х годов XX столетия курс дифференциальной геометрии в университетах ограничивался в основном изучением классической дифференциальной геометрии кривых и поверхностей. Однако появление новых научных результатов по дифференциальной геометрии, а также ее приложений в теории относительности, механике сплошных сред, физике нелинейных волновых уравнений, квантовой теории полей, теории сверхтекучести и т.д. повлекли включение в учебную программу новых разделов.

С 70-х годов XX в. во многих вузах страны были объединены курсы дифференциальной геометрии и топологии, что позволило использовать знания топологии при определении таких понятий как «линия», «поверхность», «геометрическое тело» и т.д. Новый курс был рассчитан на 144 часа, из них 90 часов лекций и 54 часа практических занятий.

Накопленный в XX столетии опыт по преподаванию дифференциальной геометрии в университетах создает прочную базу для построения указанного курса в настоящее время.

На протяжении всего XX столетия между программами по математике, в том числе и по дифференциальной геометрии, классических университетов и педагогических институтов существовал значительный разрыв. Если в педагогических институтах вплоть до середины 1950-х годов на семинары и спецкурсы отводилось 80 часов, то в университетах – в четыре раза больше. Это позволяло университетам при наличии соответствующих преподавательских кадров поддерживать на достаточно высоком уровне творческую работу студентов в конкретных областях математики. Педагогические институты, за исключением некоторых, не имели в этом отношении больших возможностей. Однако со временем удельный вес этих форм учебной работы повышается и в педагогических институтах.

К концу XX столетия ряд педагогических институтов достиг университетского уровня преподавания математики. Доказательством этого является тот факт, что начиная с 90-х годов XX в. многие педагогические институты были преобразованы в педагогические университеты, первым из которых стал Московский педагогический государственный университет.

В настоящее время все вузы страны работают по индивидуальным учебным планам и программам, составленным на основе федеральных государственных стандартов высшего образования. Это позволяет не только преподавателям, но и вузам выстроить индивидуальную траекторию образовательной и научной деятельности, исходя из запросов времени и собственных возможностей.

В большинстве педагогических вузов вопросы дифференциальной геометрии излагаются в общем курсе геометрии. Для определения понятий «линия», «поверхность» и т.п. используется язык топологии.

В XX столетии дифференциальная геометрия как наука по содержанию ушла далеко вперед по сравнению с учебным курсом, что послужило дополнительным стимулом для усиления процесса конверсии научных знаний в учебную дис-

циплину. Методика преподавания учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» формируется по принципу конверсии.

Осуществляющиеся в настоящее время процессы реформирования системы высшего образования РФ приводят к необходимости гармонизации наиболее успешных практик преподавания дифференциальной геометрии в разные исторические периоды и современных подходов к преподаванию математических дисциплин в высшей школе. Решение данной проблемы потребовало разработки многоуровневой методической системы обучения дифференциальной геометрии, в которой будут синтезированы достижения ведущих методических практик преподавания соответствующего раздела математики и требований современной педагогической и методической науки.

В четвертой главе «Многоуровневая методическая система обучения дифференциальной геометрии в вузе» представлена авторская многоуровневая методическая система обучения дифференциальной геометрии, включающая: 1) пропедевтический курс; 2) базовый (основной) курс; 3) комплекс курсов по выбору; 4) программу НИР, и описаны результаты ее внедрения в практику преподавания.

Для ее проектирования были использованы следующие методологические подходы: историко-генетический, системно-деятельностный, компетентностный, личностно-ориентированный, проблемно-эвристический. Учет этих подходов и проведенный анализ имеющихся практик преподавания дифференциальной геометрии позволяют сформулировать *концепцию обучения дифференциальной геометрии*, которая опирается на следующие положения:

1. Парадигма непрерывно-дискретного характера обучения, в которой процесс формирования знаний, умений, навыков и компетенций характеризуется с одной стороны как непрерывный, происходящий на протяжении всей жизни человека, с другой стороны в нем наблюдаются процессы фуркации, в каждом из которых происходит переход количественных изменений в качественные. Аналогичные изменения происходили и в истории самой науки, поэтому при построении учебного курса дифференциальной геометрии необходимо это учитывать и обращать внимание студентов на соответствующие моменты перехода.

2. В обучении дифференциальной геометрии выделяются три этапа:

1 этап – пропедевтический, когда в курсе математического анализа рассматриваются приложения дифференциального исчисления к геометрии (1-2 курсы бакалавриата);

2 этап – осуществление фундаментальной базовой подготовки по дифференциальной геометрии в рамках изучения основного курса (2-3 курсы бакалавриата, 1 курс магистратуры);

3 этап – углубленное изучение дифференциальной геометрии на соответствующих курсах по выбору и спецсеминарах, а также при организации научно-исследовательской работы обучающихся (3-5 курсы бакалавриата, 1-2 курсы магистратуры, аспирантура).

3. Профессиональная направленность изучаемого курса. В частности, для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Педагогическое образование» она выражается в проектировании изучаемых разделов теоретического материала на курс математики средней школы с выделением возможных методических приемов изложения соответствующих тем в школе.

4. Гуманистическая парадигма обучения и развитие индивидуальной креативности личности студента.

5. Использование информационных технологий для интерпретации математических абстракций.

6. Фундаментализация обучения, которую следует понимать в концепции профессионально-педагогической направленности преподавания математики.

7. Приобщение студентов к научно-исследовательской работе через знакомство с доступными по их уровню подготовки трудами создателей дифференциальной геометрии.

Сформулированные положения позволяют определить цель и задачи обучения дифференциальной геометрии в вузе.

Цель – формирование математической культуры и соответствующих компетенций обучающихся через развитие их интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению, овладение ими определенным запасом систематизированных знаний по дифференциальной геометрии, ее истории и взаимосвязи с другими математическими дисциплинами, привитие устойчивых умений и навыков в использовании полученных теоретических сведений для решения задач практического значения.

Образовательные задачи: дать представление об основных понятиях дифференциальной геометрии (пропедевтический и базовый уровни); дать логически стройное изложение теоретического материала и показать его взаимосвязь с другими науками (базовый и углубленный уровни); сформировать умения и навыки решения прикладных задач (базовый и углубленный уровни); познакомить с историей дифференциальной геометрии (пропедевтический, базовый и углубленный уровни); познакомить с творческой лабораторией создателей этого раздела математики (базовый и углубленный уровни).

Развивающие задачи: приобщить студентов к научно-исследовательской работе; в процессе чтения лекций в педагогическом вузе проектировать изучаемые разделы теоретического материала на курс математики средней школы, выделяя возможные методические приемы изложения соответствующих тем в школе.

Воспитательные задачи: формирование положительной мотивации студентов к изучению дифференциальной геометрии и ее истории; воспитание морально-этических и духовно-нравственных ценностных установок, способствующих профессиональному самообразованию и личностному росту обучающегося.

С точки зрения современной дидактики принципы обучения определяют его содержание и характер. В основу проектирования и реализации многоуровневой методической системы обучения дифференциальной геометрии были положены как общедидактические, так и частнодидактические принципы.

Общедидактические *принципы обучения* математике в вузе можно условно разделить на четыре блока:

– *предметно-научный* блок, к которому относятся следующие принципы: научности, связи теории с практикой, системности и последовательности, межпредметных связей, прочности знаний, фундирования знаний, моделирования научных исследований;

– *побудительно-мотивационный* блок, к которому отнесены принцип мотивации и стимуляции положительного отношения обучающихся к учебе и принципы гуманизации и гуманитаризации;

- в *оптимизирующий* блок включены принципы: опережающего обучения, сознательности и активности, доступности, сочетания абстрактности мышления с наглядностью в обучении, индивидуализации и коллективизма;
- в *воспитательно-профорориентационный* блок входят принципы единства образовательной, воспитательной и развивающей функций обучения, гуманизации и профессиональной направленности.

К вышеперечисленным принципам обучения дифференциальной геометрии предлагаем добавить еще три частнодидактических, которые играют важную роль в построении соответствующей дидактической системы и отборе учебного материала:

- *историко-генетический принцип* в обучении дифференциальной геометрии заключается в том, что структура преподаваемой дисциплины выстраивается в логике истории развития соответствующего раздела математики, а методика обучения опирается, по мере возможностей, на естественные пути и методы познания, присущие дифференциальной геометрии, как науке;
- *принцип конверсии научного материала в учебный*, заключающийся в необходимости педагогической адаптации научных фактов для их изложения перед обучающимися;
- *принцип центризма научного текста* – это принцип признания аутентичного научного математического текста в качестве важнейшей учебной единицы.

Поскольку дифференциальная геометрия зародилась в недрах математического анализа и только в XIX столетии выделилась в самостоятельную область, то в соответствии с *историко-генетическим* принципом обучения пропедевтическая работа по знакомству с дифференциальной геометрией должна начинаться еще в курсе математического анализа, где рассматриваются всевозможные приложения дифференциального исчисления к геометрии (от теории кривых на плоскости и до теории поверхностей включительно). При этом изложение соответствующего материала ведется с помощью координатного метода, который не только является наиболее простым и понятным для восприятия студентов, но и, как показывает история, был основной в получении создателями дифференциальной геометрии ее первых результатов.

Анализ современных учебных программ по математическому анализу позволил констатировать тот факт, что в настоящее время пропедевтическая работа по дифференциальной геометрии во многих вузах, к сожалению, практически сведена на нет, что создает определенные трудности для студентов при изучении данного раздела геометрии.

При осуществлении фундаментальной базовой подготовки по дифференциальной геометрии в рамках изучения основного курса целесообразно использовать векторный метод, который активно стал применяться в соответствующей области математики в XIX столетии.

Важно показать студентам, что результаты, полученные ранее в курсе математического анализа с помощью метода координат, легко получаются и с помощью векторного метода.

Углубленное изучение дифференциальной геометрии на соответствующих курсах по выбору и спецсеминарах предполагает знакомство студентов с аналитическим аппаратом, вошедшим в математику в XX столетии, например с аппаратом тензорного исчисления.

Методика обучения дифференциальной геометрии должна быть выстроена так, чтобы студенты не только смогли пройти основные ступени развития соответствующей научной области, но и на каждом этапе осознали причины возникновения той или иной проблемы, повлиявшей на формирование науки. Значимым является включение в содержание учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» научно-исторического контекста: рассматривая ход мыслей создателей классической дифференциальной геометрии в получении той или иной теоремы, студенты формируют определенные приемы мышления (анализ, синтез, обобщение и др.), способствующие освоению данной учебной дисциплины. Знакомство с историей дифференциальной геометрии позволяет студенту понять логику развития этого раздела геометрии, а также его место в структуре математических наук. Историко-генетический принцип тесным образом связан с принципом конверсии научного материала в учебный.

Процесс конверсии научного материала в учебный наблюдается на всем пути формирования учебной дисциплины, поэтому сформулированный соответствующий принцип обучения является логическим следствием этого процесса. Он является дополнением общеизвестного принципа научности, одним из условий которого является непротиворечивость учебного материала современному состоянию науки. Но процесс обучения будет невозможен, если излагаемые научные факты являются недоступными для восприятия и понимания учащихся. Поэтому в учебном процессе важную роль играет педагогическая адаптация соответствующего научного материала, которая и отражает суть принципа конверсии научного материала в учебный.

При формировании учебных курсов процесс конверсии научных фактов неизбежен, однако следует отметить, что со временем содержание этих курсов отшлифовывается, изложение теорий становится весьма кратким, подчас настолько, что оказываются утерянными сами причины, побудившие ученых разрабатывать данные области. Между тем, побудительные мотивы первопроходцев являются источником формирования интереса студентов к предмету изучения.

Для решения этой проблемы предлагаем при обучении математике в вузе активно использовать труды создателей изучаемой науки. В связи с этим был выдвинут *принцип центризма научного текста*, согласно которому аутентичный научный математический текст выступает в качестве предмета изучения и может рассматриваться как важнейшая учебная единица. Рассматривая ход мыслей ученого в получении той или иной теоремы, студенты формируют и развивают определенные приемы мышления (анализ, синтез, обобщение и др.), способствующие освоению учебного курса.

Принцип центризма научного текста тесно связан с принципом научности, но в отличие от него подразумевает не опосредованное, т.е. преломленное методической обработкой, а непосредственное знакомство с научным материалом через изучение работ ученых, сыгравших важную роль в истории изучаемой дисциплины.

Материал, содержащий примеры научных текстов создателей дифференциальной геометрии, которые могут быть использованы в учебном процессе, был представлен в главах 1–3 данной работы, в учебно-методическом пособии автора «Материалы для спецкурса “Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера”», в монографии «Становление учебного предмета «Дифферен-

циальная геометрия» в системе высшего математического образования России XVIII–XIX вв.».

Реализация перечисленных принципов позволяет определить состав учебного курса дифференциальной геометрии и выстроить его в определенной логической последовательности.

Следует отметить, что формирование содержательного компонента учебного курса дифференциальной геометрии происходит в рамках основной образовательной программы, которую каждый вуз разрабатывает самостоятельно в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки. В связи с этим объем изучаемого материала по дифференциальной геометрии на каждом из направлений подготовки в разных вузах может существенно отличаться.

Анализ имеющихся программ по дифференциальной геометрии позволил выявить инвариантную составляющую, своеобразное ядро, содержания учебного материала для достижения основной цели обучения данной дисциплине вне зависимости от направления подготовки. Этот материал, относящийся к классической дифференциальной геометрии, можно условно разделить на три части: в первой изучаются кривые на плоскости, во второй – пространственные кривые, в третьей – поверхности. Структура каждой из этих частей включает следующие компоненты: 1) теоретический блок, в котором раскрываются основные понятия раздела, содержатся ключевые теоремы и история их появления; 2) прикладной блок, содержащий задачи, демонстрирующие практическое применение соответствующего раздела дифференциальной геометрии; 3) блок персоналий, в котором представлены сведения личностно-биографического характера, выполняющие функцию социокультурной ориентации изучаемого материала; 4) блок аутентичных математических текстов классиков дифференциальной геометрии.

Проанализированный опыт преподавания дифференциальной геометрии, а также сформулированные цели, принципы и основные положения концепции обучения дифференциальной геометрии позволяют осуществить выбор методов, форм и средств обучения этому разделу математики.

Основными *методами* обучения дифференциальной геометрии являются: методы аналогии, обобщения, конкретизации, работа с аутентичным научным текстом, редукция идей, посредством которой студент, изучая ход мыслей создателей классической дифференциальной геометрии, воспроизводит логику мышления в историческом дискурсе.

На разных этапах подготовки обучающихся организацию работы по освоению дифференциальной геометрии предлагаем вести в следующих *формах*: лекционные занятия (пропедевтический, базовый и углубленный уровень); практические занятия, в том числе лабораторные и лабораторно-исследовательские работы, включающие работу с первоисточниками (базовый и углубленный уровень); самостоятельная работа обучающихся, в том числе научно-исследовательская работа (углубленный уровень); курсы по выбору студентов; спецсеминары для магистрантов (углубленный уровень); текущий, промежуточный и итоговый контроль знаний и умений обучающихся (пропедевтический, базовый и углубленный уровень).

Основным *средством* обучения дифференциальной геометрии выступает учебно-методический комплекс, структурными элементами которого являются: рабочая программа учебной дисциплины, методические рекомендации по освоению курса, фонд оценочных средств, устанавливающий содержание и порядок

проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной и итоговой аттестаций обучающихся, учебная литература и т.д. К дополнительным средствам обучения дифференциальной геометрии относятся средства наглядности, технические средства обучения, мультимедийные и интернет технологии, аутентичные научные тексты создателей дифференциальной геометрии.

В соответствии с методологическими и целерациональными установками был предложен вариант формирования содержания учебного материала по дифференциальной геометрии на каждом из трех этапов подготовки: пропедевтическом, основном и углубленном.

1. Пропедевтический этап обучения дифференциальной геометрии

Осуществление пропедевтической работы по дифференциальной геометрии в вузе возможно в нескольких направлениях: при изучении курса математического анализа, при организации занятий математического кружка, в рамках научно-исследовательской работы студентов.

Классический курс математического анализа включает следующие разделы: введение в математический анализ, дифференциальное исчисление функций одной переменной, интегральное исчисление функций одной переменной, функции нескольких переменных, ряды. Практически в каждом из этих разделов рассматриваются приложения изучаемого материала к геометрии, что служит пропедевтической работой по дифференциальной геометрии. Отметим, что на пропедевтическом этапе изложение следует вести в координатной форме, поскольку она является наиболее доступной для понимания студентов.

2. Этап осуществления фундаментальной базовой подготовки по дифференциальной геометрии в рамках изучения основного курса

В настоящее время в педагогическом вузе дифференциальная геометрия изучается в рамках курса «Геометрия». Такой подход позволяет обеспечить развитие у будущего учителя математики достаточно широкого взгляда на геометрию и вооружить его конкретными знаниями, дающими ему возможность преподавать математику в основной, общеобразовательной (базовой) и профильной школах, квалифицированно вести факультативные и элективные курсы с позиций современной геометрии. Введение в данный курс элементов топологии позволяет дать строгое определение таких понятий как «линия», «поверхность», «геометрическое тело» и т.д.

Количество часов, отводимых на этот раздел, а также семестр, в котором он изучается, в каждом вузе может варьироваться. Например, в ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет» раздел «Элементы топологии и дифференциальной геометрии» студенты физико-математического факультета направления подготовки «Педагогическое образование» осваивают в 5 семестре (18ч. – лекции, 32ч. – практические занятия, 58ч. – самостоятельная работа студента). Содержание этого раздела представлено следующими блоками: 1. Элементы топологии. 2. Линии в евклидовом пространстве. 3. Поверхности в евклидовом пространстве.

Для визуализации изучаемых топологических и дифференциально-геометрических закономерностей, а также их внутренних взаимосвязей, в процессе обучения используются компьютерные технологии и соответствующие математические пакеты (Maple, Mathematica, Matlab, Mathcad, Geometer's).

При проведении занятий по дифференциальной геометрии важным является организация работы студентов с научными текстами-первоисточниками, которую

можно осуществить в форме лабораторно-исследовательских практикумов. Технология работы с научным текстом основывается на базовом дидактическом цикле, состоящем из трех этапов (стадий). Каждый этап имеет свои цели и задачи, а также набор характерных приемов, направленных сначала на активизацию исследовательской, творческой деятельности, а потом на осмысление и обобщение приобретенных знаний.

Первая стадия – «введение в проблему», во время которой создаются условия для актуализации у студентов опорных знаний, пробуждения интереса к теме, определения цели изучения предстоящего учебного материала.

Вторая стадия – «осмысление» – содержательная, в ходе которой и происходит непосредственная работа обучающегося с текстом, причем работа, направленная, осмысленная. Процесс чтения всегда сопровождается действиями студента (маркировка, составление таблиц, ведение дневника), которые позволяют отслеживать собственное понимание.

Третья стадия – «рефлексия» – размышление. На этом этапе у студента формируется личностное отношение к тексту, которое может быть зафиксировано либо с помощью собственного текста, либо своей позиции в дискуссии. Именно здесь происходит активное переосмысление собственных представлений с учетом вновь приобретенных знаний.

Технология работы с научным текстом позволяет обучающемуся освоить такую образовательную стратегию, как методологическая редукция, или реконструкция идей, посредством которых он, изучая ход мыслей создателей классической дифференциальной геометрии, воспроизводит математическую логику мышления, осуществляя тем самым трансфер проблемно-поискового способа научного исследования. Это способствует не только лучшему пониманию студентами изучаемого материала, но и служит подготовительным этапом к их будущей научно-исследовательской работе.

3. Этап углубленного изучения дифференциальной геометрии на соответствующих курсах по выбору и спецсеминарах, а также при организации НИР обучающихся

Современные стандарты высшего образования помимо дисциплин базовой части предполагают наличие вариативной части, в том числе дисциплин по выбору студента. Такое построение учебного процесса обеспечивает углубленное изучение отдельных дисциплин, дифференциацию содержания обучения в соответствии с потребностями, склонностями и способностями студентов, дает возможность вузам построения индивидуальных образовательных программ. Таким образом, дисциплины вариативной части направлены на реализацию личностно-ориентированного подхода в обучении, позволяя каждому из студентов выстроить индивидуальную образовательную траекторию.

Для полноценного изучения любого математического курса студентам необходимо знакомство с историей соответствующего раздела математики. Поэтому во все учебные планы была введена дисциплина «История математики», которая нацелена на формирование у студентов знаний об основных этапах развития и современных представлениях о науке математика, ее роли и месте в системе научных дисциплин. Однако в большинстве вузов эта дисциплина изучается на выпускном курсе. С одной стороны, такое построение учебного плана позволяет студентам на заключительном этапе обобщить свои знания о математике в целом, что является необходимой основой для подготовки к государственной аттестации. С

другой стороны, при изучении самих математических дисциплин у студентов в большинстве случаев не складывается общей картины о математике и причинно-следственных связей появления ее отдельных разделов.

Одним из вариантов решения данной проблемы может служить введение курсов по выбору, посвященных истории соответствующих математических дисциплин учебного плана еще до изучения общего курса «Истории математики». В связи с этим разработанные программы курсов по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера», «Выдающиеся имена в истории дифференциальной геометрии» направлены именно на изучение истории дифференциальной геометрии. Предлагаемые программы ориентированы на студентов 3-5 курсов бакалавриата. Общая трудоемкость каждого курса составляет 36 часов, из которых 20 часов – лекции и 16 – самостоятельная работа студента. Они позволяют обобщить и углубить знания студентов, полученные ими ранее при изучении соответствующего раздела геометрии, и тем самым повысить уровень фундаментальной подготовки, сформировать у студентов представление об истории появления основных понятий классической дифференциальной геометрии и побудительными мотивами их появления, а также продемонстрировать различные приложения дифференциальной геометрии, в том числе к построению географических карт.

Для продолжения этой работы в магистратуре педагогического вуза предлагаем программу спецсеминара: «Приложение дифференциального исчисления к геометрии в учебных пособиях России XIXв.». Семинарские занятия нацелены на формирование у магистрантов рефлексивной позиции по отношению к научному знанию, представляющему основные положения содержания изучаемой программы. Осваивая различные приемы и методы изложения материала по дифференциальной геометрии, представленные в рассматриваемых учебных руководствах, магистрант имеет возможность познакомиться с банком методических идей, накопленных в отечественном высшем образовании, и выбрать наиболее приемлемые для своей будущей педагогической работы.

Организация многоуровневой системы высшего образования и введение магистратуры призваны осуществить более качественную подготовку выпускников, так как магистратура ориентирована на конкретный, достаточно узкий профиль подготовки и позволяет направить все силы магистранта на изучение выбранной им области. Существование похожей системы образования в дореволюционной России делает актуальным описанный опыт по преподаванию дифференциальной геометрии в процессе модернизации современных высших учебных заведений.

Поскольку значимой целью образования является подготовка специалиста, способного самостоятельно формулировать проблемы в сфере своей профессиональной деятельности, решать их и доводить результаты до своих коллег, то организация научно-исследовательской работы обучающихся является чрезвычайно важной. При этом необходимо найти формы приобщения студентов к научной работе, адекватные профилю вуза, особенностям изучаемой дисциплины и уровню развития обучающихся, а для каждого момента обучения использовать такие компоненты исследовательской работы, которые могут быть введены в процесс преподавания естественным образом.

Одним из инструментов моделирования свойств научной работы в учебном процессе являются индивидуальные задания для студентов. Необходимость пре-

доставления таких заданий неизбежно порождает вопрос об их источнике. В качестве источника могут выступать задания по изучению математической лаборатории создателей соответствующей отрасли науки. При этом реализуется принцип центризма научного текста, а сочинения создателей дифференциальной геометрии выступают средством обучения и приобщения студентов к научно-исследовательской работе.

Методический компонент разработанной многоуровневой системы обучения дифференциальной геометрии дополняют контрольно-диагностический и результативный компоненты (см. рис. 1). Контрольно-диагностический компонент основан на принципах гибкости и дифференциации. Результативный компонент заключается в анализе эффективности обучения дифференциальной геометрии в соответствии с выдвинутой концепцией, целью и задачами обучения.

К основным результатам внедрения многоуровневой методической системы обучения дифференциальной геометрии можно отнести следующие: повышение уровня сформированности мотивации студентов к изучению математики в целом и дифференциальной геометрии в частности; повышение академического уровня обученности по дифференциальной геометрии; овладение обучающимися такими образовательными стратегиями, как методологическая редукция, или реконструкция идей, посредством которых они, изучая ход мыслей создателей классической дифференциальной геометрии, воспроизводят математическую логику мышления, осуществляя тем самым трансфер проблемно-поискового способа научного исследования.

Опытно-экспериментальная работа проводилась с 2006/2007 по 2015/2016 учебные годы на базе физико-математического факультета ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет», Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет» и включала в себя три основных этапа:

1. Поисково-констатирующий этап эксперимента (2006–2010).
2. Формирующий эксперимент (2011–2015).
3. Обобщающий этап эксперимента (2015–2016).

На первом *поисково-констатирующем этапе* были проанализированы программы вузов по дифференциальной геометрии; изучена соответствующая психолого-педагогическая и методическая литература; велось наблюдение за работой студентов на лекциях и практических занятиях по дифференциальной геометрии; проводились беседы с преподавателями и студентами по интересующей проблеме; проведены анкетирование и срез знаний обучающихся, включающий контрольную работу и математический диктант, для выявления уровня возможной проблемы; определены возможности по использованию научно-методического наследия по дифференциальной геометрии в современной высшей школе; разработана многоуровневая методическая система обучения дифференциальной геометрии на основе использования соответствующего исторического материала.

В этом этапе эксперимента принимали участие студенты 14 академических групп физико-математического факультета ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет», Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет» общей численностью 282 человека. Результаты выполнения ими контрольной работы, содержащей

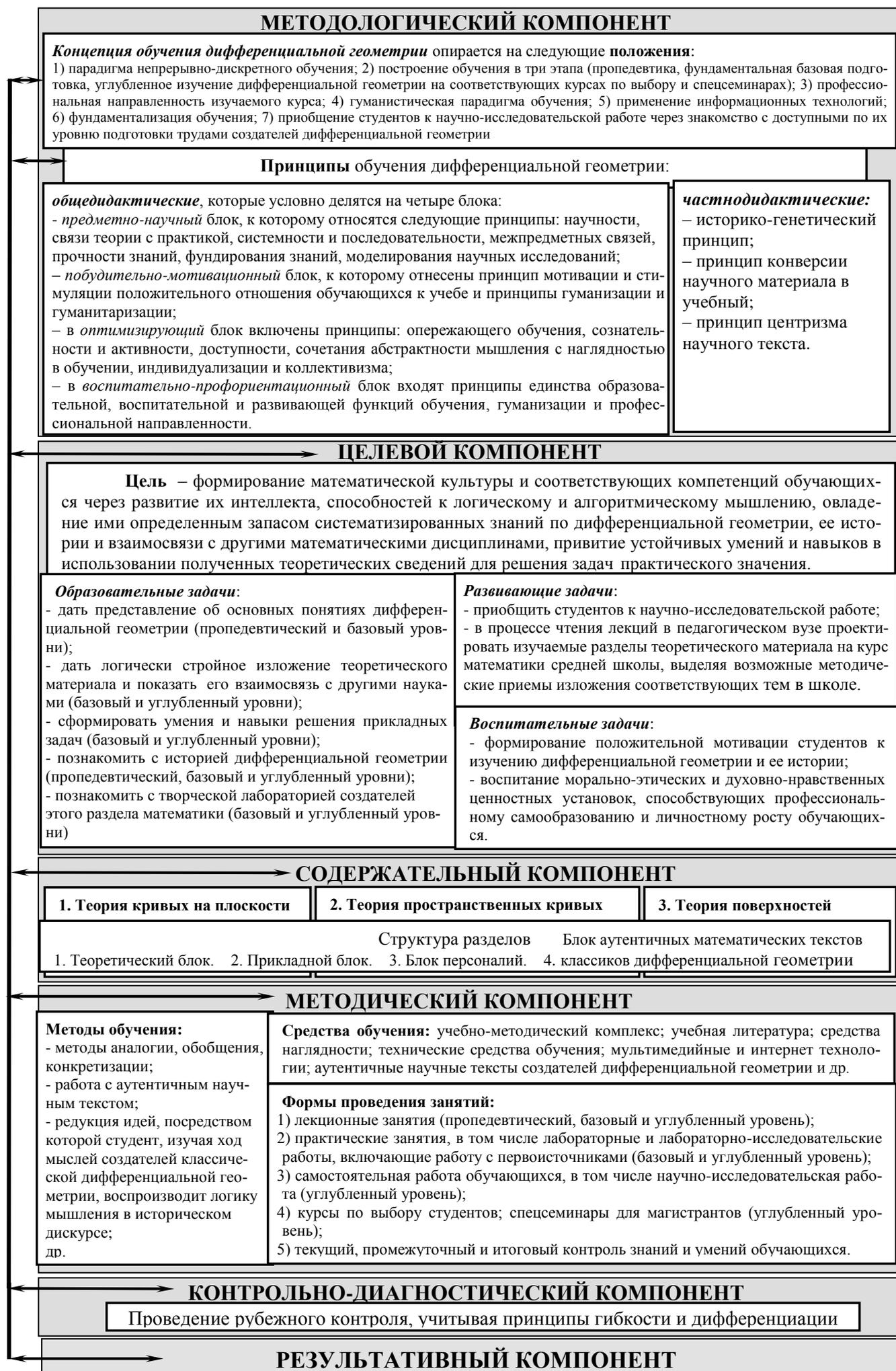


Рис. 1. Многоуровневая методическая система обучения дифференциальной геометрии

18 заданий по изученным разделам дифференциальной геометрии, приведены в следующей таблице.

Таблица 1. Данные о коэффициенте усвоения учебного материала на поисково-констатирующем этапе эксперимента

год	«5»	«4»	«3»	«2»	количество респондентов	коэффициент усвоения учебного материала
2006	2	12	14	12	40	0,62
2007	1	13	14	14	42	0,6
2008	0	10	12	14	36	0,58
2009	4	22	34	24	84	0,61
2010	4	32	20	24	80	0,64

Этим же группам респондентов был предложен математический диктант, содержащий 9 базовых понятий по дифференциальной геометрии: кривая, касательная, асимптота, кривизна, кручение, гладкая поверхность, индикатриса Дюпена, изгибание, геодезическая линия. Он был направлен на определение коэффициентов полноты усвоения содержания понятий и системности знаний по дифференциальной геометрии.

Таблица 2. Результаты поисково-констатирующего этапа эксперимента

Поисково-констатирующий этап эксперимента	год	количество респондентов	коэффициент усвоения учебного материала	коэффициент системности знаний
	2006		20	0,62
		20	0,6	0,51
2007		20	0,6	0,53
		22	0,61	0,54
2008		17	0,59	0,53
		19	0,58	0,55
2009		20	0,61	0,55
		20	0,6	0,53
		21	0,63	0,55
		23	0,63	0,54
2010		19	0,65	0,56
		20	0,64	0,57
		20	0,63	0,55
		21	0,62	0,53

Результаты проведенного анкетирования и найденные коэффициенты усвоения учебного материала и системности знаний, выявили, что знания студентов по дифференциальной геометрии формальны, респонденты слабо представляют ее связь с другими разделами математики, а также области ее применения. При этом большинство из них положительно настроены на изучение материала по истории дифференциальной геометрии.

Студенты на лекциях и практических занятиях по дифференциальной геометрии мало знакомятся с ее историей и совершенно не знают имен ее создателей, а также причин появления и тенденций развития этого раздела математики. Данный факт негативно сказывается на конечном результате.

На втором, *формирующем этапе эксперимента*, разработанная многоуровневая система обучения студентов дифференциальной геометрии была внедрена на физико-математическом факультете ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный педагогический университет», также она апробировалась на занятиях со студентами и магистрантами Института математики, механики и компьютерных наук

им. И.И. Воровича ФГАОУ ВО «Южный федеральный университет», ФГБОУ ВО «Оренбургский государственный университет».

В результате обучающиеся познакомились с причинами появления дифференциальной геометрии, математической лабораторией ее создателей, а также с приложениями дифференциальной геометрии к картографии. Это помогло им определить место дифференциальной геометрии в математике, взглянуть на изучаемый раздел более масштабно, осознать ее большое практическое значение.

Двадцати академическим группам студентов общей численностью 415 человек, участвующих на этом этапе эксперимента, спустя год после проведения занятий также было предложено ответить на вопросы анкеты, выполнить задания контрольной работы и математического диктанта. Подсчитанные коэффициенты усвоения учебного материала и системности знаний представлены в таблице 3.

Таблица 3. Результаты формирующего этапа эксперимента

Формирующий этап эксперимента	год	количество респондентов	коэффициент усвоения учебного материала	коэффициент системности знаний
	2011		20	0,66
		21	0,65	0,57
		21	0,64	0,58
		22	0,72	0,67
2012		19	0,64	0,61
		21	0,69	0,69
		21	0,68	0,66
		23	0,63	0,56
2013		20	0,69	0,68
		20	0,72	0,69
		23	0,67	0,7
		24	0,68	0,71
2014		18	0,73	0,71
		19	0,74	0,72
		21	0,72	0,7
		22	0,75	0,76
2015		17	0,81	0,8
		20	0,82	0,81
		20	0,8	0,79
		23	0,78	0,8

На третьем, *обобщающем этапе эксперимента*, осуществлена проверка эффективности разработанной методической системы на основе статистической обработки полученных результатов.

Для подтверждения того, что контрольная и экспериментальная группы (общей численностью 282 и 415 человек соответственно) были примерно одинаковыми по уровню математической подготовки, приведем средний балл Единого государственного экзамена по математике для каждой из них.

Таблица 4. Результаты Единого государственного экзамена по математике

Средний балл контрольной группы	Средний балл экспериментальной группы
55,13	53,61

Внедрение указанной многоуровневой методической системы обучения дифференциальной геометрии оказало позитивное влияние на повышение интереса обучающихся к дальнейшему изучению этого раздела геометрии и его истории, а также к математике в целом, результатом чего стало значительное увеличение числа студентов, читающих дополнительную литературу по истории математики, и участвующих в конкурсах, олимпиадах, конференциях по предмету.

Для определения влияния разработанной методической системы на качество освоения учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия», оцениваемое по коэффициентам усвоения учебного материала и системности знаний, применим U-критерий Манна-Уитни в сопоставлении результатов контрольной группы (14 академических групп общей численностью 282 человек поисково-констатирующего этапа эксперимента 2006–2010 гг.), указанных в таблице 2, с результатами экспериментальной группы (20 академических групп общей численностью 415 человек формирующего этапа эксперимента 2011–2015 гг.), представленными в таблице 3.

Пусть нулевая гипотеза $H_0 = \{\text{наблюдаемое различие значений коэффициента усвоения учебного материала (коэффициента системности знаний) для контрольной и экспериментальной группы статистически незначимо}\}$; H_1 – альтернативная гипотеза.

Объединим две выборки в одну и проранжируем, располагая данные в порядке возрастания:

коэффициент усвоения учебного материала						коэффициент системности знаний					
i	x_i, y_i	R_i	i	x_i, y_i	R_i	i	x_i, y_i	R_i	i	x_i, y_i	R_i
1	0,58	1	18	0,65	17,5	1	0,51	1	18	<u>0,59</u>	<u>18</u>
2	0,59	2	19	<u>0,66</u>	<u>19</u>	2	0,52	2	19	<u>0,61</u>	<u>19</u>
3	0,6	4	20	<u>0,67</u>	<u>20</u>	3	0,53	4,5	20	<u>0,66</u>	<u>20</u>
4	0,6	4	21	<u>0,68</u>	<u>21,5</u>	4	0,53	4,5	21	<u>0,67</u>	<u>21</u>
5	0,6	4	22	<u>0,68</u>	<u>21,5</u>	5	0,53	4,5	22	<u>0,68</u>	<u>22</u>
6	0,61	6,5	23	<u>0,69</u>	<u>23,5</u>	6	0,53	4,5	23	<u>0,69</u>	<u>23,5</u>
7	0,61	6,5	24	<u>0,69</u>	<u>23,5</u>	7	0,54	7,5	24	<u>0,69</u>	<u>23,5</u>
8	0,62	8,5	25	<u>0,72</u>	<u>26</u>	8	0,54	7,5	25	<u>0,7</u>	<u>25,5</u>
9	0,62	8,5	26	<u>0,72</u>	<u>26</u>	9	0,55	10,5	26	<u>0,7</u>	<u>25,5</u>
10	0,63	11,5	27	<u>0,72</u>	<u>26</u>	10	0,55	10,5	27	<u>0,71</u>	<u>27,5</u>
11	0,63	11,5	28	<u>0,73</u>	<u>28</u>	11	0,55	10,5	28	<u>0,71</u>	<u>27,5</u>
12	0,63	11,5	29	<u>0,74</u>	<u>29</u>	12	0,55	10,5	29	<u>0,72</u>	<u>29</u>
13	<u>0,63</u>	<u>11,5</u>	30	<u>0,75</u>	<u>30</u>	13	0,56	13,5	30	<u>0,76</u>	<u>30</u>
14	<u>0,64</u>	<u>15</u>	31	<u>0,78</u>	<u>31</u>	14	<u>0,56</u>	<u>13,5</u>	31	<u>0,79</u>	<u>31</u>
15	<u>0,64</u>	<u>15</u>	32	<u>0,8</u>	<u>32</u>	15	0,57	15,5	32	<u>0,8</u>	<u>32,5</u>
16	0,64	15	33	<u>0,81</u>	<u>33</u>	16	<u>0,57</u>	<u>15,5</u>	33	<u>0,8</u>	<u>32,5</u>
17	<u>0,65</u>	<u>17,5</u>	34	<u>0,82</u>	<u>34</u>	17	<u>0,58</u>	<u>17</u>	34	<u>0,81</u>	<u>34</u>

Найдем суммы рангов контрольной и экспериментальной групп и определим расчетное значение критерия Манна-Уитни:

коэффициент усвоения учебного материала	коэффициент системности знаний
$\sum R_x = 112; \sum R_y = 483;$ $U_{\text{эмп}} = 14 \cdot 20 + \frac{20(20+1)}{2} - 483 = 7$	$\sum R_x = 107; \sum R_y = 488;$ $U_{\text{эмп}} = 14 \cdot 20 + \frac{20(20+1)}{2} - 488 = 2$

Критическое значение критерия Манна-Уитни на уровне значимости $\alpha = 0,05$ равно $U_{0,05} = 92$.

Поскольку $U_{\text{эмп}} < U_{0,05}$, то верна гипотеза H_1 . Следовательно, внедрение предложенной методической системы позитивно влияет на повышение системности усвоения знаний по дифференциальной геометрии.

К аналогичному выводу приводит и сравнение результатов тех же групп в оценке коэффициента усвоения учебного материала.

Помимо когнитивной составляющей образовательного процесса был определен уровень сформированности мотивации студентов к изучению дифференциальной геометрии. Для этого использовалась специальная система вопросов, адап-

тированная под данную учебную дисциплину. Первое анкетирование студентов контрольной группы проводилось после рассмотрения в курсе математического анализа приложений дифференциального исчисления к геометрии, второе – после изучения дифференциальной геометрии. Входная диагностика студентов экспериментальной группы также осуществлялась после изучения ими соответствующего раздела математического анализа по приложению дифференциального исчисления к геометрии, а выходная – по завершению соответствующих курсов по выбору. На рисунках 2, 3 приведены сравнительные результаты уровня мотивации этих групп.

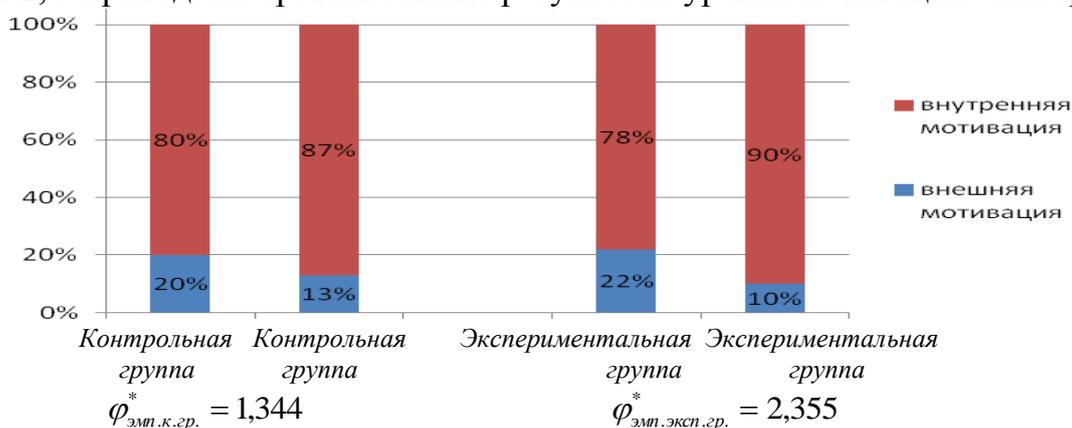


Рис. 2 – Оценка сформированности мотивации студентов к изучению дифференциальной геометрии. Сравнительные результаты поисково-констатирующего и формирующего этапов эксперимента

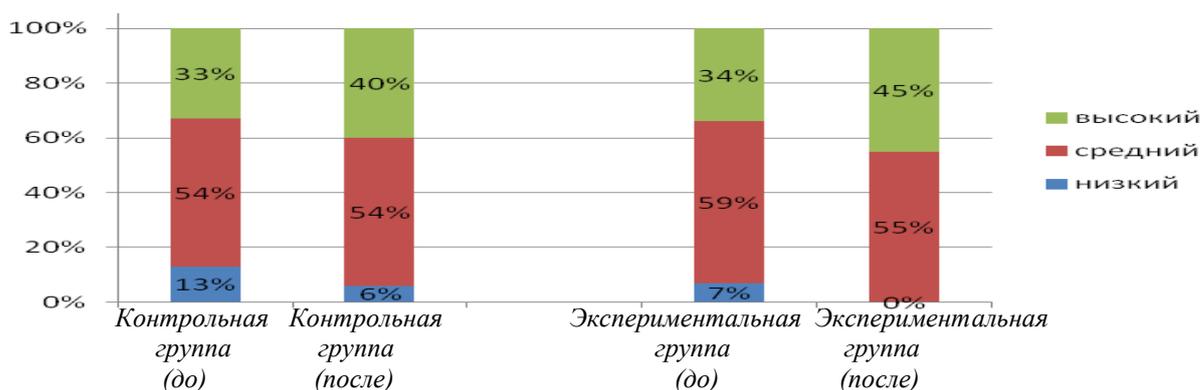


Рис. 3 – Уровень внутренней мотивации студентов к изучению дифференциальной геометрии. Сравнительные результаты поисково-констатирующего и формирующего этапов эксперимента

Эти результаты подтверждают позитивное влияние разработанной многоуровневой методической системы обучения дифференциальной геометрии на уровень сформированности мотивации студентов к изучению данной дисциплины.

Для экспериментальной группы значение $\varphi_{эмт}^*$ превышает $\varphi_{кр}^* = 2,31$ ($p < 0,01$), следовательно, для нее наблюдаются статистически значимые изменения в уровне сформированности мотивации студентов к изучению дифференциальной геометрии.

Таким образом, анализ анкетирования студентов по критерию φ^* – угловое преобразование Фишера и применение критерия Манна-Уитни для сравнения результатов уровня усвоения учебного материала и системности полученных знаний контрольной и экспериментальной групп позволяют заключить, что разработанная многоуровневая методическая система обучения дифференциальной геометрии является эффективной в современных условиях. Кроме того следует отметить, что эта методическая система дает хорошие показатели как в подготовке учителей ма-

тематики, так и на других направлениях подготовки, не относящихся к педагогическому образованию. Все это в совокупности с непротиворечивостью выводов теоретического анализа рассмотренных проблем, их согласованностью с концепциями различных наук и результатами других исследователей служит доказательством справедливости сформулированной гипотезы исследования.

В заключении диссертационной работы обобщены основные теоретические положения и сформулированы результаты проведенного исследования:

1. Выявлены историко-теоретические предпосылки и источники становления дифференциальной геометрии как учебной дисциплины в отечественной высшей школе исследуемого периода.
2. Введены в научный оборот новые факты истории становления дифференциальной геометрии в системе отечественного высшего математического образования XVIII – XX вв., позволившие дать целостное представление об этом процессе.
3. Определены основные тенденции и обоснована периодизация процесса становления формирования учебного курса «Дифференциальная геометрия» в системе российского высшего образования.
4. Спрогнозированы пути преемственности в современном образовательном процессе наиболее прогрессивных традиций преподавания дифференциальной геометрии, сложившихся в отечественной высшей школе. Дифференциальная геометрия в силу своего фундаментального и прикладного характера должна войти в перечень дисциплин как базовой, так и вариативной части образовательных стандартов физико-математических профилей подготовки в классических университетах, педагогических и технических вузах. Исторический опыт показывает перспективность проведения пропедевтической работы, связанной с демонстрацией в курсе математического анализа основных приложений дифференциального исчисления к геометрии, поскольку она позволяет подготовить прочную базу для дальнейшего изучения дисциплины «Дифференциальная геометрия».
5. Разработана и внедрена в практику многоуровневая методическая система обучения дифференциальной геометрии в вузе, в основе которой лежит использование соответствующего исторического материала. Ее эффективность подтверждена экспериментально.

В приложениях к диссертации представлены копии листов записных книжек Л. Эйлера по дифференциальной геометрии; вопросы для проведения диагностики учебной мотивации студентов; акты о внедрении результатов исследования.

Основные результаты исследования опубликованы в 75 трудах общим объемом более 56 печатных листов, в том числе в монографии, учебно-методическом пособии и 20 публикациях в журналах, рекомендованных ВАК РФ.

Статьи, опубликованные в рецензируемых научных изданиях, включенных в реестр ВАК МОиН РФ:

1. Игнатушина И.В. Из истории дифференциальной геометрии плоских кривых: доказательство Л.Эйлера одной теоремы И.Бернулли об эвольвентах// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2008. – №8.– С. 18–25.
2. Игнатушина И.В. Элементы дифференциальной геометрии в работах Леонарда Эйлера по картографии// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2009. – №2.– С. 22–42.

3. Игнатушина И.В. К истории становления дифференциальной геометрии: исследования Л.Эйлера о кривизне поверхностей// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2009. – №7.– С. 34–43.
4. Игнатушина И.В. Из истории становления дифференциальной геометрии плоских кривых в XVIII в.: об одном исследовании Л. Эйлера по теории эволют и эвольвент// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2009. – №9.– С. 10–19.
5. Игнатушина И.В. К истории становления дифференциальной геометрии: Исследования Л.Эйлера по теории пространственных кривых// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2010. – №1.– С. 52–53.
6. Игнатушина И.В. Развитие идей Л. Эйлера по дифференциальной геометрии в исследованиях Г. Монжа и К. Гаусса// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2011. – №2.– С. 44–52.
7. Игнатушина И.В. Становление дифференциальной геометрии как учебного предмета в России XVIII–первой половины XIXв.: ученики и последователи Леонарда Эйлера// Ярославский педагогический вестник. Естественные науки: научный журнал.– Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011.– №1.– Том III.– С. 42–47.
8. Игнатушина И.В. О деятельности учеников и последователей Леонарда Эйлера в становлении дифференциальной геометрии как учебного предмета в России// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2011.–№4.– С. 26–36.
9. Игнатушина И.В. Становление дифференциальной геометрии как учебного предмета в Московском университете во второй половине XVIII–XIX вв.// Вестник Оренбургского государственного университета. – Оренбург: ОГУ, 2011. – №17(136).– С. 335–340.
10. Игнатушина И.В. Становление дифференциальной геометрии в Петербургских высших учебных заведениях XIX в.// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2012. – №8.– С. 2–14.
11. Игнатушина И.В. Петербургский период научно-педагогической деятельности Д.А.Граве по дифференциальной геометрии (К 150-летию со дня рождения)// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2013. – №4.– С. 3–7.
12. Игнатушина И.В. Отечественные научные школы по дифференциальной геометрии XX столетия// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2014. – №6.– С. 49–54.
13. Игнатушина И.В. Отечественное высшее образование после 1917 года// European Social Science Journal (Европейский журнал социальных наук).– М.: МИИ «Наука», 2014. № 3. Том 1.– С. 46–53.
14. Игнатушина И.В. Дифференциальная геометрия в отечественных университетах XX столетия // История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2015. – №1.– С. 27–39.
15. Игнатушина И.В. К 200-летию со дня рождения О.И.Сомова: Первые работы по применению векторного исчисления в дифференциальной геометрии// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2015. – №6.– С. 26–29.
16. Игнатушина И.В. Становление дифференциальной геометрии как науки и учебного предмета в Дерптском и Казанском университетах XIX столетия// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2015. – №11.– С. 10–23.
17. Игнатушина И.В. Принципы обучения дифференциальной геометрии в педагогическом вузе // European Social Science Journal (Европейский журнал социальных наук).– М.: МИИ «Наука», 2015. – № 8. – С. 175–182.
18. Игнатушина И.В. Влияние математической культуры Западной Европы на становление учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия» в России XVIII – первой половины XIX вв. // Психология образования в поликультурном пространстве. – Елец: ЕГУ, 2016. – №33(1). – С. 50–60.

19. Игнатушина И.В. Принцип центризма научного текста и его реализация в обучении дифференциальной геометрии.// Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. Электронный научный журнал. – Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2016.– №1. – С. 236–243.
20. Игнатушина И.В. Становление высшего математического образования в России XVIII-XIX столетий // История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2016. – №4.– С. 35–41.

Статьи в сборниках научных трудов и тезисы докладов на научно-практических конференциях:

1. Игнатушина И.В. Об одной геометрической задаче, изложенной в работе Л. Эйлера «О площади поверхности равнобоковых конусов и других конических тел»// Математика. Информационные технологии. Образование: материалы региональной науч.-практ. конф.– Оренбург: ГОУ ОГУ, 2006.– Ч. 1.– С. 223–225.
2. Игнатушина И.В. Об одной задаче Л. Эйлера, связанной с дифференциальной геометрией// Л. Эйлер и современная наука: материалы междунар. науч. конф. – СПб., 2007.– С. 134–140.
3. Игнатушина И.В. Два трактата Л. Эйлера об эволютах// Проблемы историко-научных исследований в математике и математическом образовании: материалы междунар. науч. конф. (Пермь, 7–9 сент. 2007г.)/ Отв. ред. А.Е.Малых.–Пермь, 2007.– С. 63–71.
4. Игнатушина И.В. Из истории становления дифференциальной геометрии в XVIII веке.// Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. – Оренбург, 2007. – №4(50). – С. 9–17.
5. Игнатушина И.В. Из истории дифференциальной геометрии плоских кривых.// Современная математика и математическое образование, проблемы истории и философии математики: Международная научная конференция, Тамбов, 22-25 апреля 2008г. / отв. ред. А.А.Артемов. – Тамбов, 2008. – С. 139–143.
6. Игнатушина И.В. Решение Леонарда Эйлера одной задачи об эволютах// Леонард Эйлер – великий математик: Материалы Международной конференции. – М.: МИКХиС, 2008.–С. 52–64.
7. Игнатушина И.В. О работах Леонарда Эйлера по математической картографии// Математика. Информационные технологии. Образование. Сборник научных трудов.– Оренбург: ОГУ, 2008. – С. 130–131.
8. Игнатушина И.В. О методе Л.Эйлера для отыскания площади поверхности конуса // История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2009. – №1.– С. 2–7.
9. Игнатушина И.В. Работы Леонарда Эйлера по математической картографии и появление дифференциальной геометрии в XVIIIв.// Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. – Оренбург, 2009. – №1(53). – С. 10–31.
10. Игнатушина И.В. Картографические работы Леонарда Эйлера как один из источников его исследований по дифференциальной геометрии// Наука и техника: вопросы истории и теории. Тезисы XXX международной годичной конференции Санкт-Петербургского отделения национального комитета по истории и философии науки и техники РАН (23-27 ноября 2009г.). – СПб.: СПбФ ИИЕТ РАН, 2009.– Вып. XXV. – С. 182–183.
11. Игнатушина И.В. Вопрос о развертывающихся поверхностях в исследованиях Леонарда Эйлера (по опубликованным работам и материалам из записных книжек ученого)// Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. – Оренбург, 2010. – №1–2(55). – С. 4–10.
12. Игнатушина И.В. Из истории становления дифференциальной геометрии как учебного предмета: ученики и последователи Леонарда Эйлера// Проблемы теории

и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «63 Герценовские чтения» / Под ред. В.В.Орлова. – СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 2010. – С. 18–21.

13. Игнатушина И.В. Роль учеников и последователей Леонарда Эйлера в становлении дифференциальной геометрии как учебного предмета// Профессионально-педагогическая направленность математической подготовки учителя математики в педвузах и университетах в современных условиях: Материалы 29-го Всероссийского научного семинара преподавателей математики вузов (23-24 сентября 2010г.) / Отв. ред. В.И. Глизбург. – М.: МГПУ, 2010. – С. 180–182.

14. Игнатушина И.В. О деятельности Т.Ф. Осиповского в процессе становления дифференциальной геометрии как учебной дисциплины// Наука и техника: вопросы истории и теории. Тезисы XXX I международной годичной конференции Санкт-Петербургского отделения национального комитета по истории и философии науки и техники РАН (23-27 ноября 2010г.)– СПб.: СПбФ ИИЕТ РАН, 2010.– Вып. XXVI. – С. 182–183.

15. Игнатушина И.В. Первые руководства по дифференциальной геометрии С.Е.Гурьева и его последователей В.И. Висковатова и П.А.Рахманова// Образование в техническом вузе в XXI веке: международный межвузовский научно-методический сборник. – Вып. 7. – Набережные Челны. Изд-во Кам. Гос. инж.-экон. акад., 2010.– С. 84–88.

16. Игнатушина И.В. Деятельность Т. Ф. Осиповского и его учеников А.Ф. Павловского и М.В.Остроградского по формированию дифференциальной геометрии как учебной дисциплины// Математика в высшем образовании: научно-методический журнал. – Вып.8.– Нижний Новгород. Изд-во Нижегородского государственного университета, 2010.– С. 105–114.

17. Игнатушина И.В. Вопрос о развертывающихся поверхностях в исследованиях Леонарда Эйлера// История науки и техники. – М.: Научтехлитиздат, 2010. – №6.– С. 21–29.

18. Игнатушина И.В. Из истории становления дифференциальной геометрии как учебного предмета: ученики и последователи Леонарда Эйлера// Труды VIII Международных Колмогоровских чтений: сборник статей.– Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2010.– С. 452–463.

19. Игнатушина И.В. О лекциях М. В. Остроградского по приложениям дифференциального исчисления к геометрии// Математика. Информатика. Технологический подход к обучению в вузе и школе: Материалы всероссийской научно-практической конференции. – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2011. – С. 14–17.

20. Игнатушина И.В. Роль И.М. Бартельса в становлении дифференциальной геометрии как учебного предмета в Дерптском университете в XIXв.// Математическое образование: концепции, методики, технологии: сборник трудов V Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура» (к 75-летию В.М. Монахова), 26–28 апреля 2011г., Россия, г. Тольятти. В 3ч. Ч.2/ под общ. Ред. Р.А.Утеевой.– Тольятти: ТГУ, 2011.– С. 132–137.

21. Игнатушина И.В. О деятельности М.В. Остроградского по формированию дифференциальной геометрии как учебной дисциплины// Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «64 Герценовские чтения» / Под ред. В.В.Орлова. – СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 2011. – С. 8–11.

22. Игнатушина И.В. Становление дифференциальной геометрии как учебного предмета в Московском университете в XIX в.// Труды IX Международных Колмогоровских чтений: сборник статей. – Ярославль. Изд-во: ЯГПУ, 2011. – С. 275–278.

23. Ignatushina I.V. Application of mathematical analysis to geometry in research of L. Euler: the issue on developable surfaces// The 8th Congress of the International Society for Analysis, its Applications, and Computation.– М.:PFUR, 2011.– P. 491.
24. Игнатушина И.В. Н.Е. Зернов и его роль в становлении дифференциальной геометрии как учебного предмета в Московском университете// Инновационные технологии обучения математике в школе и вузе: Материалы XXX Всероссийского семинара преподавателей математики высших учебных заведений (29-30 сентября 2011г., г. Елабуга). – Елабуга, 2011.– С. 154–155.
25. Игнатушина И.В. О роли Н.Е.Зернова в становлении дифференциальной геометрии как учебного предмета в Московском университете// Наука и техника: вопросы истории и теории. Тезисы XXXII международной годичной конференции Санкт-Петербургского отделения национального комитета по истории и философии науки и техники РАН (28 ноября – 2 декабря 2011г.)– СПб.: СПбФ ИИЕТ РАН, 2011.– Вып. XXVII. – С. 159–160.
26. Игнатушина И.В. Вопрос об изгибании и разворачивании поверхностей в исследованиях Л.Эйлера// Математика. Информационные технологии. Образование. [Электронный ресурс] : материалы III Всероссийской научно-практической конференции, Оренбург, 8–9 декабря 2011 г. на компакт-диске. – Электрон. дан. – Оренбург : Руссервис, 2011. file://localhost/E:/pdf/02-3.pdf
27. Игнатушина И.В. Роль Н.С. Будаева в становлении дифференциальной геометрии как учебной дисциплины.// Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «64 Герценовские чтения» / Под ред. В.В.Орлова. – СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена, 2012. – С. 8–9.
28. Игнатушина И.В. Применение математического анализа к геометрии в исследованиях Л.Эйлера: вопрос об изгибании и разворачивании поверхностей// Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. Электронный научный журнал.– Оренбург, 2012. – №1(1)– С. 6–20. <http://vestospu.ru/>
29. Ignatushina I.V. Application of mathematical analysis to geometry in research of L. Euler: issue on surface deformation// Progress in Analysis. Proceedings of the 8th Congress of the International Society for Analysis, its Applications, and Computation.– М.: Peoples' Friendship University of Russia, 2012.– Vol. 3.– P. 227–236.
30. Игнатушина И.В. Дифференциальная геометрия в курсе лекций А.Н.Коркина// Проблемы математического образования в контексте новых образовательных стандартов: Сборник научных статей, представленных на XXXI Всероссийский семинар преподавателей математики университетов и педагогических вузов «Проблемы преподавания математики в школе и вузе в условиях реализации новых образовательных стандартов», посвященный 25-летию семинара (26–29 сентября 2012 г.).– Тобольск: ТГСПА им. Д.И.Менделеева, 2012.– С. 44–49.
31. Игнатушина И.В. История становления дифференциальной геометрии как учебного предмета в системе высшего математического образования России XVIII–XIX вв.// Педагогика, лингвистика и информационные технологии: Материалы Международной научно-практической конференции, посвященной 90-летию со дня рождения профессора Н. Н. Алгазиной. – Елец: ЕГУ им. И. А. Бунина, 2012. – Т.2. – С. 47–55.
32. Игнатушина И.В. Дифференциальная геометрия в университете и военно-инженерных учебных заведениях Петербурга XIX в. // Труды X Международных Колмогоровских чтений: сборник статей. – Ярославль. Изд-во: ЯГПУ, 2012. – С. 236–238.
33. Игнатушина И.В. Научно-педагогическая деятельность Д.А.Граве по дифференциальной геометрии в Петербурге// Математическое образование в школе и вузе: реализация компетентностного подхода. Материалы III Всероссийской науч-

но-практической конференции с международным участием (15 мая 2013г.)/ Отв. ред. К.Б.Шакирова – Казань, 2013.– С. 102–105.

34. Игнатушина И.В. Становление дифференциальной геометрии как учебного предмета в высших учебных заведениях Петербурга второй половины XIX века// Математика. Информатика. Компетентностный подход к обучению в вузе и школе: Материалы всероссийской научно-практической конф. (22–23 апреля 2013г.)– Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2013.– С. 10–13.

35. Игнатушина И.В. Роль научно-методической школы Л. Эйлера в формировании дифференциальной геометрии как учебного предмета в России в XVIII — первой четверти XIX века// История математического образования в России XVIII – XX вв.: Сборник научных работ и очерков.– Оренбург: ОГПУ, 2013.– С. 5–38.

36. Игнатушина И.В. Реформы отечественного высшего математического образования в XX столетии// История математического образования в России XVIII – XX вв.: Сборник научных работ и очерков.– Оренбург: ОГПУ, 2013.– С. 51–66.

37. Игнатушина И.В. Развитие дифференциальной геометрии в отечественной математике XX столетия// История математического образования в России XVIII – XX вв.: Сборник научных работ и очерков.– Оренбург: ОГПУ, 2013.– С. 67–74.

38. Игнатушина И.В. Изменения в содержании и методах изложения курса «Дифференциальная геометрия» в отечественных университетах на протяжении XX в.// История математического образования в России XVIII – XX вв.: Сборник научных работ и очерков.– Оренбург: ОГПУ, 2013.– С. 74–92.

39. Игнатушина И.В. Особенности преподавания дифференциальной геометрии в педагогических институтах после 1917 г.// История математического образования в России XVIII – XX вв.: Сборник научных работ и очерков.– Оренбург: ОГПУ, 2013.– С. 92–105.

40. Игнатушина И.В. Обзор развития дифференциальной геометрии в России XX столетия// Сборник трудов Всероссийской конференции по истории математики и математического образования, посвященной 130-летию со дня рождения Н.Н.Лузина (9-10 декабря 2013г.) – Елец, 2013.– С. 103–107.

41. Игнатушина И.В. Петербургский период научной и педагогической деятельности Д.А.Граве по дифференциальной геометрии// Труды XI Международных Колмогоровских чтений: сборник статей. – Ярославль. Изд-во: ЯГПУ, 2013. – С. 260–264.

42. Игнатушина И.В. Дифференциальная геометрия в научно-педагогической деятельности Д.А. Граве в Петербурге// Математика в высшем образовании: научно-методический журнал. – Вып.11.– Нижний Новгород. Изд-во Нижегородского госуниверситета, 2013.– С. 115–120.

43. Игнатушина И.В. Реформы отечественного высшего образования в конце XX– начале XXI вв.// Перспективы развития науки и образования: сб. науч. тр. по материалам Международной научно-практической конференции 31 января 2014г.: в 15 частях. Часть 1; М-во обр. и науки РФ.– Тамбов: изд-во ТРОО «Бизнес-наука-общество», 2014.– С. 82–85.

44. Игнатушина И.В. Преподавание дифференциальной геометрии в отечественных педагогических вузах XX столетия // Прикладная физика и математика. – М.: Научтехлитиздат, 2014. – №3.– С. 51–57.

45. Игнатушина И.В. Роль научно-методической школы Л.Эйлера в формировании дифференциальной геометрии в России в XVIII– первой четверти XIXв.// Тенденции и перспективы развития математического образования: Материалы XXXIII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, посвященного 100-летию ВятГГУ. – Киров: Изд-во ВятГГУ, 2014.– С. 177–179.

46. Игнатушина И.В. Анализ отечественных программ по дифференциальной геометрии для педагогических вузов XX столетия // Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU–2014): материалы IV Международной научно-практической конференции, посвященной 210-летию Казанского университета и Дню математики, 28-29 ноября 2014г.– Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2014.– С. 281–286.
47. Игнатушина И.В. Преподавание дифференциальной геометрии в отечественных университетах первой половины XX столетия // Прикладная физика и математика. – М.: Научтехлитиздат, 2014. – №6.– С. 78–85.
48. Игнатушина И.В. Роль научно-методической школы Л.Эйлера в формировании дифференциальной геометрии как учебного предмета в России в XVIII – первой четверти XIX в.// Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона.– Киров, 2015. Выпуск 17.– С. 6–21.
49. Игнатушина И.В. Развитие идей Л.Эйлера по дифференциальной геометрии в работах Г.Монжа и его учеников// Вестник Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина.– Елец: ЕГУ им. И.А.Бунина, 2015.– Вып. 35: Серия «Педагогика» (История и теория математического образования).– С. 31–39.
50. Игнатушина И.В. Содержание и методическая система организации спецкурса «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» в педагогическом вузе// Концепция развития математического образования: проблемы и пути реализации: Материалы XXXIV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – М.: Изд-во ООО «ТРП», – 2015. – С. 333–346.
51. Игнатушина И.В. Организация и результаты опытно-экспериментальной работы по ознакомлению студентов с историей формирования дифференциальной геометрии на примере работ Л.Эйлера и его последователей // Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. Электронный научный журнал. – Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2015.– №3.– С. 163–178.
52. Игнатушина И.В. Курс дифференциальной геометрии в отечественных университетах XX столетия и его методическое обеспечение// Математическое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU–2015): материалы V Международной научно-практической конференции, 27-28 ноября 2015г.– Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015.– С. 332–341.
53. Игнатушина И.В. Из опыта преподавания дифференциальной геометрии в педагогическом вузе // Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. Электронный научный журнал. – Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2015.– №4. – С. 245–255.

Монография и учебно-методическое пособие:

1. Игнатушина И.В. Становление учебного предмета «Дифференциальная геометрия» в системе высшего математического образования России XVIII–XIX вв.– М.: ООО Изд-во «Научтехлитиздат», 2012.– 304 с.
2. Игнатушина И.В. Материалы для спецкурса «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера».– Оренбург: Изд-во ОГПУ, 2010.– 132 с.

Подписано в печать 03.03.2017.
Формат 60x84/16. Гарнитура Times. Печать трафаретная.
Усл.печ.л. 2,54. Уч.-изд.л. 2,54.
Тираж 100 экз. Заказ 115.

Отпечатано с готового оригинал-макета в изд-ве ОГПУ
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный педагогический университет»
460844, г. Оренбург, ул. Советская, 19