

# ИСКУССТВО И НАУКА – О МНОГОГРАННИКАХ ВООБЩЕ И УСЕЧЕННОМ ИКОСАЭДРЕ В ЧАСТНОСТИ

Кандидат физико-математических наук  
Е.А. КАЦ\*

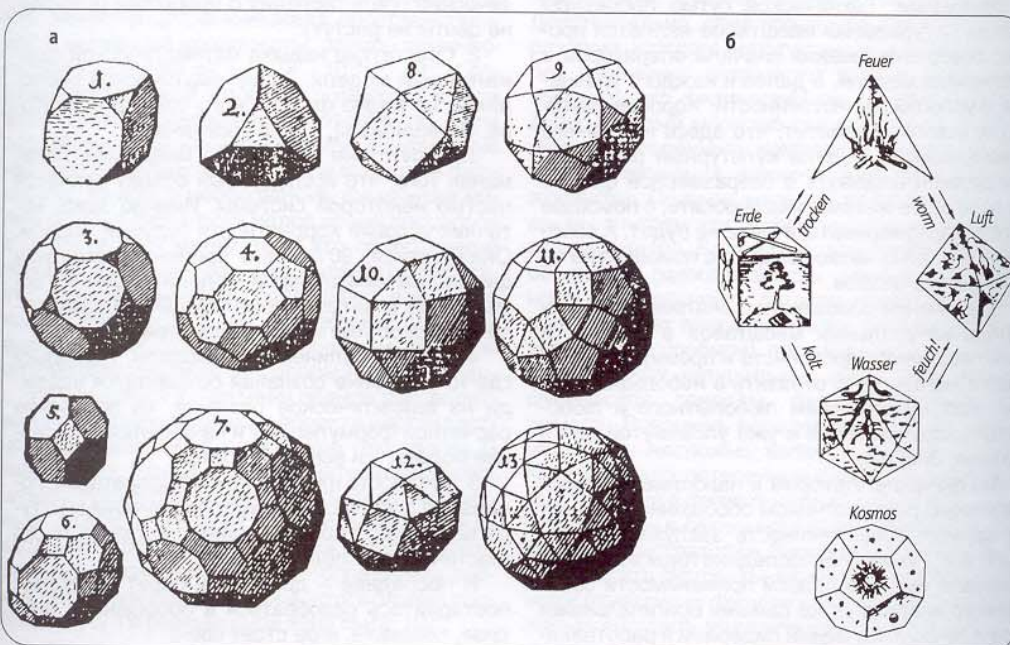
## Часть 3 Гармония Иоганна Кеплера

Среди ученых, исследовавших многогранники, особое место принадлежит Иоганну Кеплеру (1571–1630). Основной вклад Кеплера в науку – это, конечно, открытые им три закона движения планет, являющиеся базой современной теоретической астрономии, да и немало послужившие Ньютону при создании его механики. Хотя научные интересы

Кеплера были чрезвычайно широки, сам он всю жизнь считал себя математиком, подписываясь “*математикус Кеплер*”. Он и был, безусловно, одним из самых выдающихся математиков своего времени. В отличие от упомянутых в предыдущих разделах художников Возрождения, открывших и даже математически описавших те или иные многогранники, Кеплер определил *классы* многогранников, в частности тот, который мы называем *архимедовыми телами*, описал каждый из многогранников того или иного класса (некоторые – впервые). В своей книге “Мировая гармония” (“*Harmonice Mundi*”, 1619 г.) он математичес-

Рис. 1.  
Изображение класса архимедовых тел (а) и класса платоновых тел (б) из книги Кеплера “Мировая гармония”.

\*Начало см. № 10, 11.



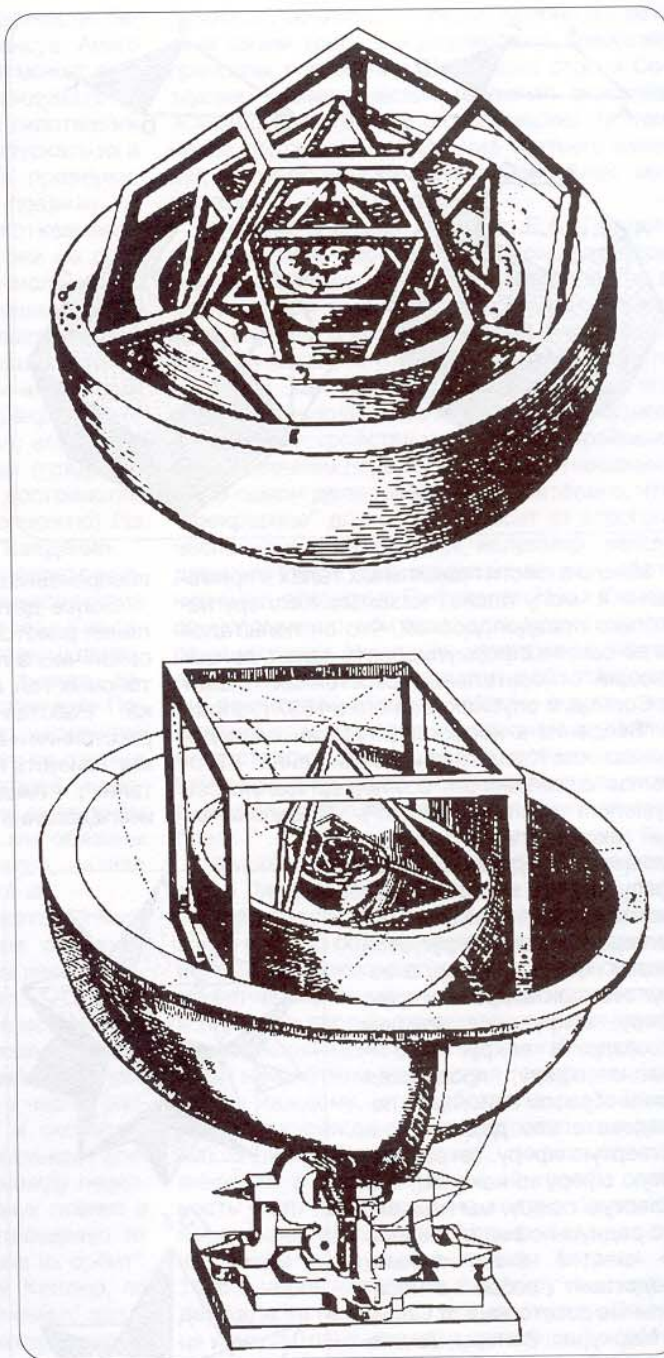
**Рис. 2.**  
**Изображение**  
**“Солнечной**  
**Системы”**  
 из книги Кеплера  
**“Введение**  
**к космографическим**  
**исследованиям**  
 или  
**Космографическая**  
**тайна”.**

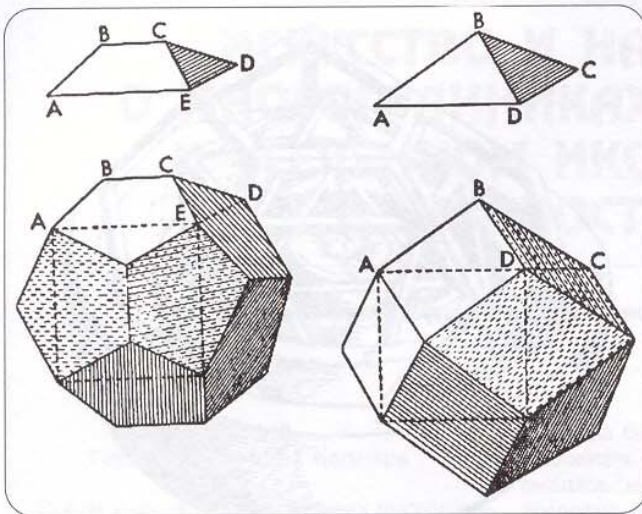
ки доказал, что класс архимедовых тел исчерпывается тринадцатью многогранниками, и досконально описал каждый из них. На рисунке Кеплера, иллюстрирующем этот класс (рис. 1, а), многогранник за номером 13 открыт им самим, остальные (включая усеченный икосаэдр) были описаны ранее художниками Возрождения. А вот используемый сегодня нами термин “усеченный икосаэдр” введен, по всей видимости, Кеплером.

Любопытны “взаимоотношения” Кеплера с платоновыми телами (рис. 1, б). Уже в 1595 г., изучая систему Коперника и размышляя над числом планет, он приходит к выводу, что оно определяется числом платоновых тел. Конечно, если бы он знал об открытых в наше время сотнях малых планет, то мысль о подобном соотношении не пришла бы ему в голову; но тогда было известно лишь пять планет без спутников (Сатурн, Юпитер, Марс, Венера и Меркурий) плюс довольно проблематичное шестое тело – Земля. Не будем забывать и об умозрительно-религиозном воспитании Кеплера, базировавшемся на философских сочинениях Платона. В письме к своему учителю Мэстлину (1595 г.) Кеплер пишет:

“Мы видим, что Бог сотворил мировые тела в известном числе... До сотворения мира не было никакого числа... Число есть принадлежность вещей. Но ни в линии, ни в поверхности нет никакого числа – они представляют бесконечность; поэтому остаются только

тела; но неправильные тела нужно отбросить как несвойственные благоустроенному созданию. Таким образом, остаются шесть тел: шар, или, лучше сказать, внутренность сферы, и пять правильных многогранников”, то есть платоновых тел.





**Рис. 3.**  
**“Конструирование”**  
**додекаэдра**  
**и ромбического**  
**додекаэдра**  
**(из книги Кеплера**  
**“Конспект**  
**астрономии**  
**Коперника”).**

Мысль о шести правильных телах в применении к числу планет казалась Кеплеру настолько правдоподобной, что он попытался на ее основе сформулировать закон, связывающий относительные расстояния планет от Солнца, и опубликовал его в 1597 г. в книге “Введение к космографическим исследованиям или Космографическая тайна” (“Prodromus dissertationum cosmographicarum seu Mysterium cosmographicum”). Предполагаемый закон заключался в следующем.

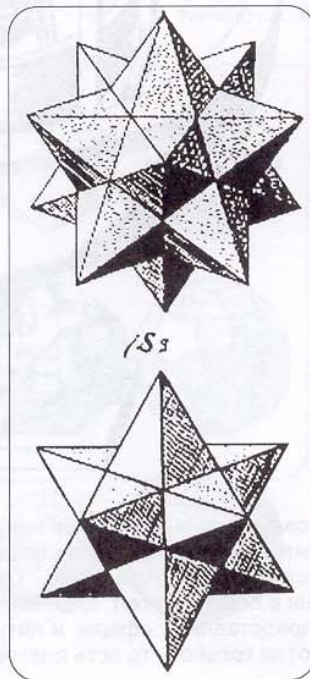
Представим себе сферу, радиус которой равен расстоянию Меркурия от Солнца, опишем вокруг этой первой сферы октаэдр, а вокруг этого октаэдра – вторую сферу; вокруг нее опишем икосаэдр, а вокруг него – третью сферу; продолжая таким образом описывать последовательно додекаэдр и четвертую сферу, тетраэдр и пятую сферу и, наконец, куб и шестую сферу, мы найдем, что радиусы сфер от первой до шестой включительно представляют собой относительные расстояния от Солнца Меркурия, Венеры, Земли, Марса, Юпитера и Сатурна.

Свою модель Кеплер изящно иллюстрировал (рис. 2). В предыдущих разделах мы обсуждали различные мотивы, побуждавшие художников изучать геометрию многогранников. Глядя на эту иллюстра-

воспроизвести ее в серебре.

Более двух лет заняли у Кеплера вычисления расстояний по его гипотезе о взаимосвязи числа планет и их орбит с числом платоновых тел, а также их многократная проверка. “Работая над этим, я твердо заучил расстояния и время обращения планет, так что мог наизусть производить различные их сочетания”, – пишет Кеплер во “Введении...”. Это исследование Кеплера дает нам богатую пищу

для размышления о роли и судьбе гипотезы в научном познании. Как мы видим, Кеплер не боялся формулировать самые экстравагантные, фантастические гипотезы, но затем он с необыкновенным терпением начинал выводить все возможные следствия из той или иной гипотезы, употребляя многие годы на наблюдения, вычисления и проверку исходных гипотез. По словам выдающегося французского ученого (астронома, физика, математика и метеоролога) и политического деятеля, попу-



**Рис. 4.**  
**Изображение**  
**двух звездных**  
**правильных**  
**многогранников**  
**из книги Кеплера**  
**“Мировая гармония”.**

ляризатора и историка науки (в частности, биографа Кеплера) Доминика Франсуа Араго (1786–1853), “без гипотез наука не может двигаться вперед – без них нельзя придумать ни одного опыта; но в обращении с гипотезами нужно быть добросовестным и допускать их в науку лишь после тщательной проверки. Кеплер всегда был верен этому правилу: от самых любимых своих гипотез он отказывался без всяких колебаний, если они не подтверждались наблюдением и вычислением”.

В конце концов, Кеплеру пришлось признать ошибочность гипотезы, высказанной во “Введении...”. Ошибочность данной гипотезы, кстати, является красноречивым свидетельством того, что в науке прекрасное (с чисто эстетической точки зрения) все же не всегда оказывается правильным (глядя на рис. 2, отрицать эстетические достоинства ошибочной модели Кеплера невозможно). По мнению Фрэнсиса Бэкона, во “Введении...” Кеплер “напоминает жаворонка, взлетевшего к небу, но еще ничего не принесшего из своего полета”. Тихо Браге советовал Кеплеру бросить его бесплодные фантазии и философствование и, не мудрствуя лукаво, заняться наблюдениями и их обработкой. Последовав этому совету, Кеплер наверняка избежал бы многих ошибок, но он не открыл бы тогда своих бессмертных законов, и преобразование древней астрономии выпало бы не на его долю. Зная все это, мы обязаны признать, что Кеплер не ошибался, назвав свой труд “*Prodromos...*” – *предтеча*.

Книгу “Мировая гармония”, в которой Кеплер впервые публикует полное описание класса архимедовых тел, он сам рассматривал как продолжение “Введения...”. Это сочинение занимает особое место в истории науки прежде всего потому, что содержит *третий закон Кеплера*, в который отлились окончательно его размышления о числе, расстояниях, временах обращения и скоростях планет. Свое открытие Кеплер выражает следующими словами: “Отношения между периодами обращения каких-нибудь двух планет в точности равно *полуторному* отношению их средних расстояний, или радиусов их орбит”. Именно это тот закон, который Кеплер, по его собственным словам, “предсказал” двадцатью двумя годами раньше, когда открыл соотношение небесных тел с пятью платоновыми телами, и на который намекал самим названием своего первого сочинения “...Космографическая тайна”.

Обращает на себя внимание “перекличка” названий книг Кеплера и Луки Пачоли: “Мировая гармония” и “Божественная пропорция”, но в отличие от исключительно геомет-

рического сочинения Пачоли, Кеплер пытается в своем труде сформулировать всеобщие принципы построения Мира, всех сторон Создания: геометрических (включая описание *архимедовых тел*), астрономических (в том числе подробное толкование третьего закона), астрологических, метафизических, музыкальных, социальных.

Русский биограф Кеплера Е.А. Предтеченский (1860–1904) пишет: “Царящая в мире чудная гармония понималась Кеплером не в отвлеченном только смысле благоустройства, а звучала в его поэтической душе настоящей музыкой, которую мы могли бы понять не иначе, как совершенно войдя в круг его идей и проникшись его могучим энтузиазмом к дивному устройству мира и пифагорейским благоговением перед числовыми отношениями. В самом деле, разве не удивительно, что “прекрасное” для слуха зависит от строгого численного соотношения, например, между длинами струн, производящих звуки, – соотношения, открытого Пифагором? Но в Кеплере, несомненно, обитала часть души Пифагора, и мудрено ли, что он усматривал числовые соотношения в открытом и объясненном им планетном космосе? Чтобы понять, насколько разнообразно содержание этой книги, достаточно сказать, что Кеплер касался в ней и социального вопроса, видя его решение в *гармоническом* распределении земных благ...”

“Мировую гармонию” Кеплер написал и издал в Линце, где он поселился в 1613 г., приняв должность учителя математики в гимназии, и прожил более десяти лет. Престижный пост королевского астронома в Праге он променял на скромную учительскую должность в Линце по вполне приземленным причинам: королевская казна была пуста, и Кеплеру годами не платили жалованья (ситуация, знакомая каждому, кто работал в российских научных учреждениях в постсоветское время). В Линце Кеплер узнал, что его мать обвиняется в колдовстве, и ей грозит опасность быть сожженной на костре. Здесь он неоднократно был оскорблен и назван в глаза сыном колдуньи и внуком ведьмы. В 1626 г. чернь напала на квартиру Кеплера и держала ее некоторое время в осаде. В конце концов благочестивые католики Линца отлучили Кеплера от церкви, и он был фактически изгнан из города. Но именно в Линце Кеплер открыл свой *третий закон* и написал “Мировую гармонию”, сочинение которой доставило ему гораздо большее удовлетворение, чем всем читателям этой книги вместе взятым. Кеплер по-настоящему счастлив и с радостью признается в этом своему будущему-

му читателю: “Я предаюсь своему энтузиазму и не стесняюсь похвалиться перед смертными своим признанием... Что шестнадцать лет тому назад я считал нужным искать, ради чего я отправился к Тихо, ради чего посвятил я лучшую пору своей жизни астрономическим созерцаниям – все это я теперь нашел, объяснил и убедился в этом сверх самых пылких моих ожиданий... Прочтется ли эта книга современниками моими или потомством – мне до этого нет дела – она пождет своего читателя. Разве Господь Бог не ждал шесть тысяч лет созерцателя своего творения?”.

За время пребывания Кеплера в Линце вышло и несколько других его сочинений. Так, одновременно с “Мировой гармонией” печатался “Конспект астрономии Коперника” в двух томах, выходящий выпусками в 1618, 1621 и 1622 гг. В то же время Кеплер продолжал работать над “Рудольфовыми таблицами”, опубликованными только в 1627 г. Кстати, в “Конспекте астрономии Коперника” Кеплер вновь обращается к геометрии многогранников, в частности, вслед за Эвклидом предлагает способ “конструирования” додекаэдра и ромбического додекаэдра с помощью добавления своего рода “крыши” к каждой из шести граней куба (рис. 3).

Другим выдающимся вкладом Кеплера в геометрию многогранников является открытие им двух звездных правильных тел (рис. 4). (Всего их четыре; два других нашел французский математик Луи Пуансо в 1809 г.)

*Мне довелось посетить Линц в 1998 г. Я провел несколько дней в Университете Иоганна Кеплера в лаборатории профессора Сердара Саричифтци, одного из пионеров в области использования фуллеренов для преобразования солнечной энергии. С благоговением я рассказывал о наших результатах по исследованию свойств тонких пленок фуллеренов и солнечных элементов на их основе на межкафедральном семинаре университета, носящего имя Кеплера. У меня был один свободный день – воскресенье, которое я провел в старой части города, исходив ее пешком вдоль и поперек (благо – она совсем небольшая). Материальных следов жизни Кеплера в Линце, по-моему, не осталось. А может быть, просто я их не увидел. Как было бы прекрасно, если бы сохранился дом, где Кеплер жил и работал над “Мировой гармонией”, как, например, сохранился дом Кеплера в Праге на Карловой улице (в десяти минутах ходьбы от костела св. Девы Марии перед Тыном, где похоронен пражский “шеф” Кеплера Тихо Браге). Но, бродя по Линцу, я ви-*

*дел мемориальные доски – Антону Брукнеру на стене собора, где 12 лет прослужил органистом великий композитор, Моцарту на доме, где он жил, останавливаясь в Линце, Райнеру Мария Рильке, и ничто непосредственно не напоминало о Кеплере, кроме знания, что он ходил по тем же улицам, и – главное – что университет носит его имя.*

*Я пишу эти строки в первые дни XXI века. В истории века XX Линцу суждено было сыграть зловещую роль. В окрестностях Линца провел свое детство, а затем учился в одной из гимназий города Адольф Шикльгубер, ставший впоследствии Адольфом Гитлером. Но для меня Линц все равно остается городом “Мировой гармонии” Кеплера.*

Следующий серьезный шаг в науке о многогранниках был сделан в XVIII веке Леонардом Эйлером (1707–1783), который без преувеличения “поверил алгеброй гармонию”. Теорема Эйлера о соотношении между числом вершин, ребер и граней выпуклого многогранника, доказательство которой Эйлер опубликовал в 1758 г. в “Записках Петербургской академии наук”, окончательно навела математический порядок в многообразном мире многогранников. Мы уже рассказывали о теореме Эйлера и о том, сколь значительную роль сыграло ее применение в развитии науки о фуллеренах (“Энергия”, № 3, 2002 г.).

История изучения и изображения многогранников, уходящая корнями в глубь тысячелетий, продолжается в наши дни, неожиданно “превращаясь” в историю науки о фуллеренах и технологии новых материалов на их основе (“Энергия”, № 3, 2002 г.) или историю современной архитектуры (“Энергия”, № 5, 2002 г.). История эта являет собой яркий пример взаимопроникновения различных областей знания, неразрывности понятий “наука” и “искусство” как различных способов познания мира, двух основных составляющих единого целого – культуры, главного наследия человеческой цивилизации.

\* \* \*

Автор выражает искреннюю благодарность за помощь при подготовке материала и написании серии статей об истории и “предыстории” открытия фуллеренов (“Энергия”, 2002, № 3, 5, 10, 11, 12) жене Гале, сыну Владимиру, профессору Александру Вулю (Санкт-Петербург), профессору Юрию Эстрину (Германия), Борису Чертову (Москва), Галине Гухман (Москва).