

# ИСКУССТВО И НАУКА – О МНОГОГРАННИКАХ ВООБЩЕ И УСЕЧЕННОМ ИКОСАЭДРЕ В ЧАСТНОСТИ

Кандидат физико-математических наук  
Е. А. КАЦ\*

## Часть 2. Пачоли, Дюрер, делла Франческа и другие...

Книга Пачоли, для которой Леонардо выполнил 59 иллюстраций различных многогранников, оказала большое влияние на развитие геометрии того времени, в частности, стереометрии многогранников. Пачоли был также одним из крупнейших европейских алгебраистов XV века и, что не менее важно, изобрел

принцип так называемой двойной записи, который и в настоящее время применяется во всех без исключения системах бухгалтерского учета. Так что его смело можно называть “отцом современной бухгалтерии”. Однако довольно загадочная и противоречивая личность Пачоли до наших дней вызывает ожесточенные споры историков науки. Достоверно известно, что Лука Пачоли родился в 1445 г. в итальянском городке Борго-Сан-Сеполькро. В детстве он учился в мастерской художника и математика Пьеро делла Франческа, а затем в университете Болоньи, который в XV–XVI веках был одним

\* Начало см. № 10.



Рис. 1.  
Портрет Луки Пачоли  
кисти Я. Барбары.

“Энергия: экономика, техника, экология” 11/2002



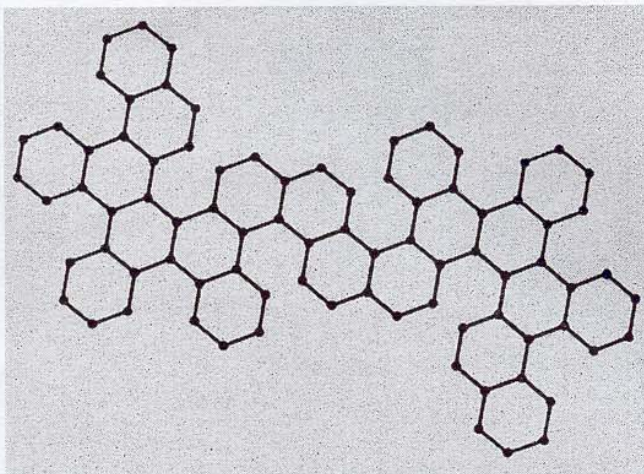


Рис. 2.  
Плоская развертка  
усеченного икосаэдра  
([www.mindspring.com/~kimall/Fuller/index.html](http://www.mindspring.com/~kimall/Fuller/index.html)).

из лучших в Европе (в разное время его студентами были, например, Коперник и Дюрер). В 1472 г. Пачоли под именем Фра Лука ди Борго-Сан-Сеполькро вернулся в родной город и начал работу над самым знаменитым из своих сочинений, книгой "Сумма знаний по арифметике, геометрии, отношениям и пропорциональности", напечатанной в Венеции в 1494 г. В 1496 г. его приглашают с лекциями в Милан, где он знакомится с Леонардо да Винчи. Леонардо, прочитав "Сумму", забросил работу над собственной книгой по геометрии и начал готовить иллюстрации к новому труду Пачоли "Божественная пропорция".

Некоторые исследователи обвиняют автора "Божественной пропорции" в плагиате неизданных рукописей, принадлежащих перу его учителя Пьеро делла Франческа. Другие, наоборот, защищают Пачоли от этих обвинений. В общем – дело темное. А вот внешность Пачоли нам доподлинно известна благодаря его портрету (рис. 1) кисти Якопо Барбари (1440–1515). Работа Барбари прекрасна во всех отношениях и, прежде всего, в передаче личности изображаемых персонажей, что всегда и везде является главной задачей портретной живописи. Каждая деталь композиции на картине Барбари полна смысла. Художник проявляет глубокое понимание взаимосвязи искусства и науки, так свойственное именно мастерам Возрождения. Пачоли

в рясе францисканского монаха изображен стоящим за столом с геометрическими инструментами и книгами (в правом нижнем углу картины – модель додэкаэдра). Внимание Пачоли и красивого молодого человека, стоящего справа и чуть сзади от него, приковано к изучению многогранника, подвешенную стеклянную модель которого мы видим в левом верхнем углу композиции. Выбор многогранника не случаен: это *ромбический кубооктаэдр*. По мнению современного математика и художника Джорджа Харта, Пачоли сам выбрал его для картины, так как особенно гордился его открытием (скорее всего, этот многогранник открыл Архимед более чем за полтора тысячелетия до него, но во времена Пачоли это еще не было известно).

Личность молодого человека, стоящего рядом с Пачоли, до сих пор вызывает споры историков искусства, одни из которых считают, что это автопортрет самого Барбари, другие же отождествляют его с Альбрехтом Дюрером (1471–1528), художником и графиком, величайшим представителем немецкого Ренессанса. Это предположение по меньшей мере спорно. Зато, и это гораздо более важно в нашем контексте, доподлинно известно другое. Дюрер был поражен художественной манерой Барбари, строившего свои композиции на основе глубокого изучения системы про-



порций, то есть строго определенного соотношения частей изображаемого между собой. "Я в то время более желал узнать, в чем состоит его способ, нежели приобрести королевство", — признавался Дюрер впоследствии. Он стал изучать законы перспективы, мечтал встретиться с прославленными итальянскими мастерами, учиться у них, состязаться с ними. С этой целью в 1505 г. Дюрер отправляется в путешествие по Италии. Кто были его учителями в школе перспективы, в точности неизвестно (среди прочих называются имена Луки Пачоли и Пьеро делла Франческа), но обучение в этой школе Дюрер продолжал всю жизнь. За три года до смерти, в 1525 г., пятидесятичетырехлетний мастер, автор более шестидесяти живописных полотен и нескольких сотен гравюр, спешит поделиться с потомками накопленными им за

жизнь секретами перспективы. Он издает трактат "Руководство к измерению" (а затем еще два: "Наставление к укреплению городов" в 1527 г. и "Четыре книги о пропорциях" в 1528 г.).

Книга Дюрера — серьезный научный вклад в теорию перспективы, стереометрию многогранников. Он первым описал несколько неизвестных в то время архимедовых тел, а также разработал и впервые опубликовал в своей книге модели плоских разверток различных многогранников, включая развертку усеченного икосаэдра. В наше время подобные развертки, из которых собираются объемные модели многогранников, широко используются при изучении элементарных форм кристаллов, структуры молекул (фуллеренов, например), вирусов и т.д. и т.п.



Рис. 3.  
Альбрехт Дюрер.  
"Меланхолия".

"Энергия: экономика, техника, экология" 11/2002

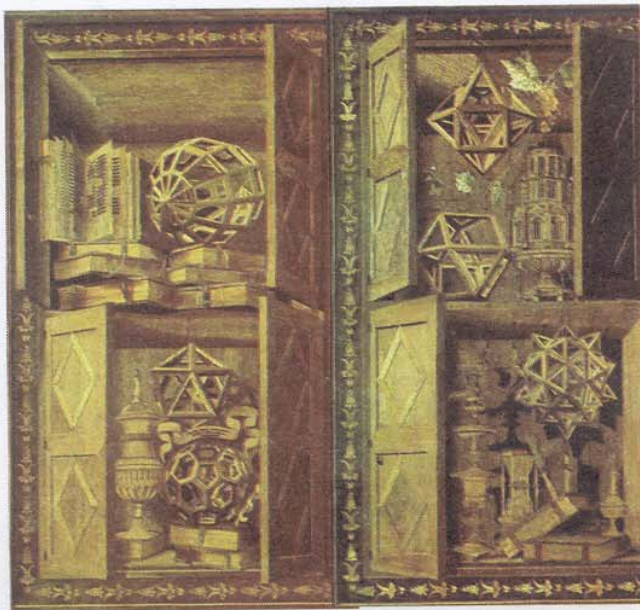


Рис. 4.  
Интарсии работы  
Фра Джовани да Верона,  
созданные для церкви  
Santa Maria in Organo  
в Вероне.

Рис. 5.  
Скульптуры (а, б)  
и графика (в)  
Альберто Джакометти;  
фотография Мауритца Эшера,  
созерцающего модель  
правильного  
многогранника (г).

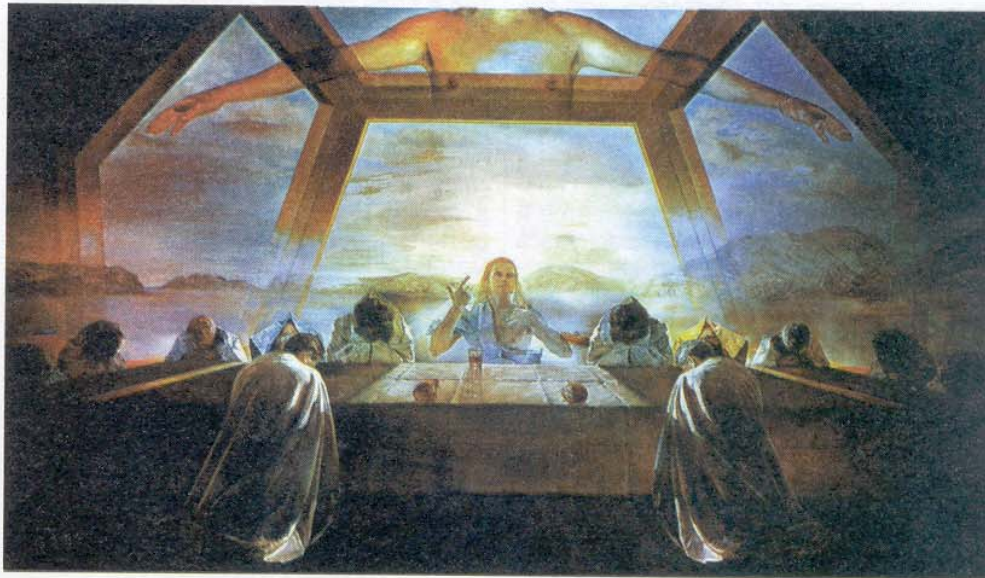


"Энергия: экономика, техника, экология" 11/2002



(Вы можете самостоятельно изготовить модель молекулы  $C_{60}$ , воспользовавшись разверткой усеченного икосаэдра, показанной на рис. 2. Поверьте, это займет у вас лишь несколько минут! Прежде всего скопируйте рисунок на лист бумаги и вырежьте развертку по ребрам крайних шестиугольников. Затем начинайте сгибать плоскую развертку по ребрам, соединяющим соседние шестиугольники. Вскоре вы обнаружите, что изначально плоская структура самопроизвольно (!) превращается в замкнутый сфероподобный объект. При этом кольца шестиугольников замыкаются с образованием пятиугольника внутри каждого такого кольца (отметим, что в плоской развертке пятиугольники отсутствовали!). Это, в частности, замечательно иллюстрирует, как природа “собирает” молекулу  $C_{60}$  из графитовых “заготовок”, состоящих исключительно из шестиугольников. Наконец, несколько прикосновений кисточкой с клеем – и модель усеченного икосаэдра/молекулы бакминстерфуллера готова.)

Рис. 6.  
Сальвадор Дали. Тайная вечеря (1955).



“Энергия: экономика, техника, экология” 11/2002

В 1512 году в черновом варианте своего первого трактата о пропорциях Дюрер писал: “Все потребности человека настолько пресыщаются преходящими вещами в случае их избытка, что последние вызывают в нем отвращение, исключая одну только жажду знаний... Желание много знать и через это постигнуть сущность всех вещей заложено в нас от природы”. Эти слова стали прологом к теоретическим трудам Дюрера. Жаждой знаний проникнуто и все искусство той эпохи, крупнейшие представители которой становятся учеными-естествоиспытателями. Идею единства художественного вдохновения и математической теории отражает и его созданная в 1514 г. знаменитая гравюра “Меланхолия”, воплотившая образ причастного к Божественному наитию существа, окруженного инструментами геометрии (рис. 3). Присутствие на гравюре многогранника (скорее всего, усеченного ромбоэдра), конечно же, не случайно.

Сотни страниц исписаны искусствоведами в попытках объяснить значения символов, использованных Дюрером. Один из них, Э. Пановски, считает: «Дюрер представил “Меланхолию” как один из четырех темпераментов и как одно из семи свободных искусств – геометрию.



(Под свободными искусстваами в средние века понимали семь наук, составляющих основу школьного образования – грамматику, риторику, геометрию, диалектику, арифметику, астрономию и музыку. – Е.К.) Он воплощает в ней тип художника Ренессанса, который ценит практическое умение, не избегает математической теории, и который, чувствуя себя причастным божественному вдохновению, одновременно страдает от всего человеческого несовершенства и ограниченности. Таким образом, это в некотором смысле духовный автопортрет Дюрера».

Примерно так же объясняет символизм этой гравюры российский искусствовед Андрей Пилипенко: «Античная и средневековая медицина различала четыре человеческих темперамента, из которых непредсказуемым считался именно меланхолический. Бытовало мнение, что меланхолики плохо приспособлены к сугубо земным делам – они нескладны, неуживчивы, неудачливы, им чаще, чем обладателям других темпераментов, угрожают нищета, болезни, безумие. Однако именно меланхоликам покровительствует Сатурн, а божество этой планеты, по античным мифам, старше других богов, ему ведомы сокровенные начала Вселенной. Поэтому лишь меланхоликам доступна радость открытий. Считалось, что все выдающиеся люди: поэты, законодатели, философы – меланхолики. Сам Дюрер считал себя меланхоликом, что позволяет назвать эту гравюру духовным автопортретом мастера. Крылатая женщина – своеобразная муза Дюрера – неподвижно сидит, подперев голову рукой, среди разбросанных в беспорядке инструментов и приборов. Рядом с женщиной свернулась в клубок большая собака. Это животное – один из символов меланхолического темперамента...» К сожалению, значение многогранника не упоминается в этом объяснении. Мне хочется думать, что это столь важный для Дюрера символ объекта научного познания.

Многие художники разных эпох и стран испытывали постоянный интерес к изучению и изображению многогранников. Пик этого интереса приходится, конечно, на эпоху Возрождения. Изучая яв-

ления природы, художники Возрождения стремились найти опирающиеся на опыт науки способы их изображения. Учения о перспективе, светотени и пропорциях, построенные на математике, оптике, анатомии, становятся основой нового искусства. Они позволяют художнику воссоздавать на плоскости трехмерное пространство, добиваться впечатления рельефности предметов. Для некоторых мастеров Возрождения многогранники являлись просто удобной моделью для тренировки мастерства перспективы. Другие восхищались их симметрией и лаконичной красотой. Третьих, вслед за Платоном, привлекали их философские и мистические символы.

Список крупнейших мастеров Возрождения, часто изображавших и глубоко изучивших геометрию многогранников (кроме уже названных Леонардо и Дюрера), необходимо начать с Пьеро делла Франческа (около 1420–1492).

О жизни и личности Пьеро делла Франческа, гениального художника, серьезного теоретика искусства и выдающегося геометра (!) сохранилось мало достоверных сведений. Известно, что он родился в семье ремесленника в небольшом городе Борго-Сан-Сеполькро в Умбрии, учился во Флоренции, затем работал в ряде городов Италии, в том числе в Риме. Творчество Пьеро делла Франческа вышло за рамки местных живописных школ и определило искусство итальянского Возрождения в целом. Однако немногие знают, что делла Франческа был выдающимся математиком, внесшим, в частности, существенный вклад в теорию многогранников. При жизни он был непререкаемым авторитетом в геометрии и науке о перспективе. Однако после смерти имя делла Франческа-ученого было на долгое время предано забвению. Во многом это произошло из-за того факта, что, по-видимому, сразу же после смерти художника Лука Пачоли опубликовал большую часть его работ в своей книге (без ссылок на авторство делла Франческа). К счастью, в начале XX века были обнаружены оригиналы трех, считавшихся утерянными, математических рукописей делла Франческа



(сейчас они находятся в Библиотеке Ватикана). После пяти веков забвения слава великого математика своего времени вернулась к художнику. В настоящее время доподлинно известно, что именно Пьеро делла Франческа был первым из мастеров Возрождения, открывшим (не зная, конечно, что это уже было сделано Архимедом) и подробно описавшим архимедовы тела, в частности пять усеченных платоновых тел: усеченные тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и, что особенно важно для нашей истории, усеченный икосаэдр (!). В его рукописи "О пяти правильных телах" ("Libellus de quinque corporibus regularibus"), датированной 1480 г., обнаружено старейшее из дошедших до наших дней изображений усеченного икосаэдра.

В конце XV–начале XVI веков в северной Италии было очень популярно искусство *интарсии* (*intarsia*) – особого вида инкрустации, мозаики, собранной из тысяч мелких кусочков различных пород дерева. Два выдающихся образца этого искусства с изображением многогранников показаны на рис. 4. Обе мозаики созданы Фра Джованни да Верона (1457–1525) для церкви Santa Maria in Organo в Вероне ориентировочно в 1520 г. Изображение полуоткрытых ставень создает эффект объемности на плоской мозаике, который усиливается изображением многогранников (в том числе, усеченного икосаэдра) в разработанной Леонардо техникой жестких ребер.

Не могу удержаться от удовольствия привести примеры изображений многогранников, выполненных художниками XX века Альберто Джакометти (1901–1966) (рис. 5) и Сальвадором Дали (1904–1989) (рис. 6), убедительно доказывающих, на мой взгляд, что революционные изменения в искусстве XX века коснулись и изображения многогранников. Нет сомнения, что ко второй половине XX века чисто научная составляющая в интересе художников к изображению многогранников исчезла. Так что же влекло к ним и Джакометти и Дали? По-моему, вечная загадка лаконичной красоты этих объектов.

(продолжение следует)

## ГАРМОНИЧЕСКИЕ КАНОНЫ В ПРИРОДЕ

В. НИКОЛАЕВ

**С**вязь, стройность, соразмерность, то есть гармония в общей теории систем понимается как оптимальное соотношение частей и целого, слияние различных компонентов системы в органическое единство. У природы есть излюбленный набор гармонических сочетаний, своего рода шаблонов и стандартов. Известные зарубежные и отечественные ученые полагали, что в природе действуют законы, ограничивающие чрезмерное многообразие форм. Русский биолог Н. Реймерс говорил: "Природа часто повторяется". Древнегреческие философы (прежде всего поклонники числа пифагорейцы) были убеждены, что Творец, создавая мир, следовал правилам геометрии и часто использовал гармонические стандарты.

Действительно, многие объекты, разнообразные по своей природе, предстают перед взором наблюдателя сходными по внешним признакам. Примеров тому очень много: дендритовая форма деревьев, речной сети, кровеносной системы животных; спиралевидная структура раковин моллюсков, лианоподобных вьющихся растений, молекулы ДНК и т.д. Важнейшими законами гармонии в природе являются правила золотого сечения, симметрии, спирали, фрактальности (разрывности) и ритма.

**Золотое сечение.** Суть этого широко известного закона заключается в делении целого, скажем, отрезка таким образом, что большая часть АВ так относится к меньшей ВС, как весь отрезок АС относится к большей части АВ (рис. 1). Соотношение выражается иррациональной величиной и составляет 1.6180339... Общепринято округленное выражение – 1.6.

Золотая пропорция известна с незапамятных времен. В соответствии с ней построены пирамиды древнего Египта, ар-